ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI

DELLE DUE CLASSI

VOLUME VIGESIMOQUARTO

1888 - 89

TORINO

ERMANNO LOESCHER

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1889

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI

DELLE DUE CLASSI

VOLUME VIGESIMOQUARTO
1888 - 89

TORINO
ERMANNO LOESCHER
Libraio della R. Accademia delle Scienze
1889

ELENCO DEGLI ACCADEMICI

RESIDENTI, NAZIONALI NON RESIDENTI, STRANIERI E CORRISPONDENTI

al 1° Gennaio 1889

PRESIDENTE

GENOCCHI (Angelo), Senatore del Regno, Professore di Calcolo infinitesimale nella R. Università di Torino, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio nazionale della Reale Accademia dei Lincei, Comm. ✠, Uffiz. ⊕; ✡.

VICE-PRESIDENTE

FABRETTI (Ariodante), Professore di Archeologia greco-romana nella Regia Università, Direttore del Museo di Antichità, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere), Membro effettivo delle RR. Deputazioni di Storia patria della Emilia, della Toscana, delle Marche e dell'Umbria, Socio onorario della Società Veneta di Storia patria, Socio nazionale della Reale Accademia dei Lincei, Membro corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, dell'Accademia di Archeologia, Letteratura e Belle Arti di Napoli, della R. Accademia della Crusca, dell'Accademia Lucchese di Scienze, Lettere ed Arti, della R. Accademia de la Historia di Madrid, e dell'Imp. Istituto Archeologico Germanico, Professore Onorario dell'Università di Perugia, Presidente della Società di Archeologia e Belle Arti per la Provincia di Torino, Uffiz. ✠, Comm. ⊕; ✡, Cav. della Leg. d'O. di Francia, e C. O. R. del Brasile.

TESORIERE

MANNO (Barone D. Antonio), Membro e Segretario della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria, Membro del Consiglio degli Archivi, Commissario di S. M. presso la Consulta araldica, Dottore *honoris causa* della R. Università di Tübingen, Comm. ✠, e Gr. Uffiz. ⊕.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Direttore

Cossa (Alfonso), Dottore in Medicina, Direttore della Regia Scuola d'Applicazione degli Ingegneri in Torino, Professore di Chimica docimastica nella medesima Scuola, e di Chimica minerale presso il R. Museo Industriale Italiano, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Socio ordinario non residente dell'Istituto d'Incoraggiamento alle Scienze naturali di Napoli, Presidente della R. Accademia di Agricoltura di Torino e Socio dell'Accademia Gioenia di Catania, Comm. ●, ⊖, e dell'O. d'I. Catt. di Sp.

Segretario

Basso (Giuseppe), Dottore aggregato alla Facoltà di Scienze fisiche e matematiche, Prof. ordinario di Fisica matematica nella R. Università di Torino, ⊖.

Accademici residenti.

Genocchi (Angelo), *predetto*.

Lessona (Michele), Dottore in Medicina e Chirurgia, Professore e Direttore de' Musei di Zoologia, Anatomia e Fisiologia comparata della R. Università di Torino, Socio delle RR. Accademie di Agricoltura e di Medicina di Torino, Comm. ✱, e ⊕.

Salvadori (Conte Tommaso), Dottore in Medicina e Chirurgia, Vice-Direttore del Museo Zoologico della R. Università di Torino, Professore di Storia naturale nel R. Liceo *Cavour* di Torino, Socio della R. Accademia di Agricoltura di Torino, della Società Italiana di Scienze Naturali, dell'Accademia Gioenia di Catania, Membro corrispondente della Società Zoologica di Londra, dell'Accademia delle Scienze di Nuova-York, della Società dei Naturalisti in Modena, della Società Reale delle Scienze di Liegi, e della Reale Società delle Scienze Naturali delle Indie Neerlandesi, Membro effettivo della Società imperiale dei Naturalisti di Mosca, Socio straniero della *British Ornithological Union*, Socio straniero onorario del *Nuttall Ornithological Club*, Socio straniero dell'*American Ornithologist's Union*, Membro onorario della Società Ornitologica di Vienna, Membro ordinario della Società Ornitologica tedesca, ⊕, Cav. dell'O. di S. Giacomo del merito scientifico, letterario ed artistico (Portogallo).

Cossa (Alfonso), *predetto*.

Bruno (Giuseppe), Dottore aggregato alla Facoltà di Scienze fisiche, matematiche e naturali, e Professore di Geometria descrittiva nella R. Università di Torino, ✱, ⊕.

Berruti (Giacinto), Direttore del R. Museo Industriale Italiano, e dell'Officina governativa delle Carte-Valori, Socio della R. Accademia di Agricoltura di Torino, Gr. Uffiz. ⊕, Comm. ✱, dell'O. di Francesco Gius. d'Austria, della L. d'O. di Francia, e della Repubblica di S. Marino.

Siacci (Francesco), Deputato al Parlamento nazionale, Luogotenente Colonnello nell'Arma d'Artiglieria, Professore di Meccanica superiore nella R. Università di Torino, e di Matematiche applicate nella Scuola d'Applicazione delle Armi di Artiglieria e Genio, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio corrispondente della R. Accademia dei Lincei, del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, e dell'Accademia delle Scienze dell' Istituto di Bologna, ✠, Comm. ⊕.

Bellardi (Luigi), Corrispondente estero della Società geologica di Londra e Socio di parecchi Istituti Scientifici nazionali ed esteri.

Basso (Giuseppe), *predetto*.

D'Ovidio (Dott. Enrico), Professore ordinario d'Algebra e Geometria analitica, incaricato di Analisi superiore nella R. Università di Torino, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio corrispondente della R. Accademia dei Lincei, della R. Accademia delle Scienze di Napoli, del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Socio dell'Accademia Pontaniana, ecc., ✠, Comm. ⊕.

Bizzozero (Giulio), Professore e Direttore del Laboratorio di Patologia generale nella R. Università di Torino, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei e delle RR. Accademie di Medicina e di Agricoltura di Torino, Socio Straniero dell'*Academia Caesarea Leopoldino-Carolina Germanica Naturae Curiosorum*, Socio corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Membro del Consiglio Superiore di Sanità, ecc., ✠, Comm. ⊕.

Ferraris (Galileo), Ingegnere, Dottore aggregato alla Facoltà di Scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Università di Torino, Socio della R. Accademia di Agricoltura di Torino, Socio Straniero dell'*Academia Caesarea Leopoldino-Carolina Germanica Naturae Curiosorum*, Professore di Fisica tecnica nel R. Museo Industriale Italiano e di Fisica nella R. Scuola di Guerra, Uffiz. ✠; ⊕, Comm. dell'O. di Franc. Gius. d'Austria.

NACCARI (Andrea), Dottore in Matematica, Socio corrispondente dell'Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di Torino, ⊜.

MOSSO (Angelo), Dottore in Medicina e Chirurgia, Professore di Fisiologia nella R. Università di Torino, Membro del Consiglio Superiore dell'Istruzione Pubblica, Socio nazionale della R. Accademia de'Lincei, della R. Accademia di Medicina di Torino, e Socio corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, dell'*Academia Caesarea Leopoldino-Carolina Germanica Naturae Curiosorum*, della Società Reale di Scienze mediche e naturali di Bruselle, ecc. ecc. ✠, ⊜.

SPEZIA (Giorgio), Ingegnere, Professore di Mineralogia, e Direttore del Museo mineralogico della R. Università di Torino, ⊜.

GIBELLI (Giuseppe), Dottore in Medicina e Chirurgia, Professore di Botanica e Direttore dell'Orto botanico della R. Università di Torino, ⊜.

GIACOMINI (Carlo), Dott. aggregato in Medicina e Chirurgia, Prof. di Anatomia umana, descrittiva, topografica ed Istologia, Corrispondente dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Socio della R. Accademia di Medicina di Torino, e Direttore dell'Istituto Anatomico della R. Università di Torino, ⊜.

Accademici Nazionali non residenti

S. E. MENABREA (Conte Luigi Federigo), Marchese di Val Dora, Senatore del Regno, Professore emerito di Costruzioni nella Regia Università di Torino, Luogotenente Generale, Ambasciatore di S. M. a Parigi, Primo Aiutante di campo Generale Onorario di S. M., Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio nazionale della Reale Accademia dei Lincei, Corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze), Membro Onorario del Regio

Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Ufficiale della Pubblica Istruzione di Francia, ecc.; C. O. S. SS. N., Gr. Cord. e Cons. ✠, Cav. e Cons. ✠, Gr. Cr. ✠, ✠, dec. della Med. d'oro al Valor Militare e della Medaglia d'oro Mauriziana, Gr. Cr. dell'O. Supr. del Serafino di Svezia, dell'O. di Sant'Alessandro Newski di Russia, di Dannebrog di Danim., Gr. Cr. dell'O. di Torre e Spada di Portogallo, dell'O. del Leone Neerlandese, di Leop. del Belg. (Categ. Militare), della Probità di Sassonia, della Corona di Wurtemberg, e di Carlo III di Sp., Gr. Cr. dell'O. di S. Stefano d'Ungheria, dell'O. di Leopoldo d'Austria, di quelli della Fedeltà e del Leone di Zöhringen di Baden, Gr. Cr. dell'Ord. del Salvatore di Grecia, G. Cr. dell'Ordine di S. Marino, Gr. Cr. degli Ordini del Nisham *Ahid* e del Nisham *Iftigar* di Tunisi, Comm. dell'Ordine della Leg. d'On. di Francia, di Cristo di Portogallo, del Merito di Sassonia, di S. Giuseppe di Toscana, Dottore in Leggi, *honoris causa*, delle Università di Cambridge e di Oxford, ecc. ecc.

Brioschi (Francesco), Senatore del Regno, Prof. d'Idraulica, e Direttore del R. Istituto tecnico superiore di Milano, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di Geometria), e delle Reali Accademie delle Scienze di Berlino, di Gottinga, ecc., Presidente della R. Accademia dei Lincei, Membro delle Società Matematiche di Londra e di Parigi, del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, della Reale Accademia delle Scienze di Napoli, dell'Accademia delle Scienze di Bologna, ecc., Gr. Uffiz. ✠, ✠; ✠, Comm. dell'O. di Cr. di Port.

Govi (Gilberto), Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di Napoli, Membro del Comitato internazionale dei Pesi e delle Misure, del Consiglio per gli Archivi del Reguo, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, della R. Accademia delle Scienze di Napoli, della R. Accademia d'Agricoltura di Torino, dell'Accademia dei Georgofili di Firenze, di quella di S. Luca

di Roma, ecc. ecc., Uffiz. ●; ✣, Comm. ⊖, e della L. d'O. di Francia.

Moleschott (Jacopo), Senatore del Regno, Membro del Consiglio Superiore di Sanità, Professore di Fisiologia nella R. Università di Roma, Professore Onorario della Facoltà Medico-Chirurgica della R. Università di Torino e della R. Accademia di Medicina di Torino, Socio corrispondente delle Società per le Scienze mediche e naturali a Hoorn, Utrecht, Amsterdam, Batavia, Magonza, Lipsia, Cherbourg, degli Istituti di Milano, Modena, Venezia, Bologna, delle Accademie Medico-Chirurgiche in Ferrara e Perugia, Socio onorario della Società epidemiologica di Londra, della *Medicorum Societas Bohemicorum* a Praga, della *Société médicale allemande* a Parigi, della Società dei Naturalisti in Modena, dell'Accademia Fisio-medico-statistica di Milano, della *Pathological Society* di S. Louis, della *Sociedad antropolojica Española* a Madrid, della Società di Medici Russi a Pietroburgo, Socio dell'Accademia Veterinaria Italiana, del Comitato Medico-Veterinario Toscano, della *Société Royale des Sciences Médicales et Naturelles de Bruxelles*, Socio straniero della Società Olandese delle Scienze a Harlem, e della R. Accademia di Scienze, Lettere e Belle Arti del Belgio, dell'*Academia Caesarea Leopoldino-Carolina Germanica Naturae Curiosorum*, Socio fondatore della Società Italiana d'Antropologia e di Etnologia in Firenze, Membro ordinario dell'Accademia Medica di Roma, Comm. ● e Gr. Uffiz. ⊖, Comm. dell'Ordine di Casa Mecklenburg, e Cav. del Leone Neerlandese.

Cannizzaro (Stanislao), Senatore del Regno, Professore di Chimica generale nella R. Università di Roma, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio corrispondente dell'Accademia delle Scienze di Berlino, Comm. ●, Uffiz. ⊖; ✣.

Betti (Enrico), Professore di Fisica matematica nella R. Università di Pisa, Direttore della Scuola Normale Superiore, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Comm. ●, Gr. Uffiz. ⊖; ✣.

Scacchi (Arcangelo), Senatore del Regno, Professore di Mineralogia nella R. Università di Napoli, Presidente della Società Italiana delle Scienze detta dei XL, Presidente del Reale Istituto di Incoraggiamento alle Scienze naturali di Napoli, Segretario della R. Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Comm. ✠, Gr. Uffiz. ⊜; ✿.

Schiaparelli (Giovanni), Direttore del R. Osservatorio astronomico di Milano, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, della R. Accademia dei Lincei, dell'Accademia Reale di Napoli e dell'Istituto di Bologna, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di Astronomia), delle Accademie di Monaco, di Vienna, di Berlino, di Pietroborgo, di Stockolma, di Upsala, della Società de' Naturalisti di Mosca, e della Società Astronomica di Londra, Comm. ✠; ⊜, ✿, Comm. dell'O. di S. Stanislao di Russia.

Accademici Stranieri

Helmholtz (Ermanno Luigi Ferdinando), Professore nella Università di Berlino, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di Fisica generale).

Dana (Giacomo), Professore di Storia naturale a New-Haven, Socio corrispondente dell' Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di Anatomia e Zoologia).

Hofmann (Guglielmo Augusto), Prof. di Chimica, Membro della R. Accademia delle Scienze di Berlino, della Società Reale di Londra, Socio corrispondente dell' Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di Chimica).

Chevreul (Michele Eugenio), Membro dell'Istituto di Francia, Gr. C. della L. d'O. di Francia, ecc.

Hermite (Carlo), Membro dell'Istituto di Francia, Uffiz. della L. d'O. di Francia, ecc.

Joule (James Prescott), della Società Reale di Londra.

Weierstrass (Carlo), Professore di Matematica nell'Università di Berlino.

Thomson (Guglielmo), Socio Straniero dell'Istituto di Francia, Professore di Filosofia naturale nell'Università di Glasgow.

Gegenbaur (Carlo), della R. Accademia Bavarese delle Scienze, Professore di Anatomia nell'Università di Heidelberg.

CORRISPONDENTI

SEZIONE

DI MATEMATICA PURA E ASTRONOMIA

De Gasparis (Annibale), Professore d'Astronomia nella R. Università di . . . . . . *Napoli*

Tardy (Placido), Professore emerito della Regia Università di . . . . *Genova*

Boncompagni (D. Baldassarre), dei Principi di Piombino . . . . *Roma*

Cremona (Luigi), Professore di Matematiche superiori nella R. Università di . . . . . . *Roma*

Cantor (Maurizio), Professore di Matematica nell'Università di . . . . *Heidelberg*

Schwarz (Ermanno A.), Professore di Matematica nell'Università di . . . . *Gottinga*

Klein (Felice), Professore di Matematica nell'Università di . . . . *Gottinga*

Fergola (Emanuele), Professore di Analisi superiore nella R. Università di . . . . *Napoli*

Beltrami (Eugenio), Professore di Fisica matematica e di Meccanica superiore nella R. Università di . . . . *Pavia*

Casorati (Felice), Professore di Calcolo infinitesimale e di Analisi superiore nella R. Università di *Pavia*

Dini (Ulisse), Professore di Analisi superiore nella R. Università di . . . . *Pisa*

Tacchini (Pietro), Direttore dell'Osservatorio del Collegio Romano . . . . *Roma*

Battaglini (Giuseppe), Professore nella R. Università di . . . . *Napoli*

Catalan (Eugenio), Professore emerito della Università di . . . . *Liegi*

SEZIONE

DI MATEMATICA APPLICATA

E SCIENZA DELL'INGEGNERE CIVILE E MILITARE

Colladon (Daniele), Professore di Meccanica . *Ginevra*

Liagre (J. B.), Segretario Perpetuo della R. Accademia delle Scienze del Belgio; alla Scuola militare, *à la Cambre* . . . . *Ixelles* (Bruxelles)

Turazza (Domenico), Professore di Meccanica razionale nella R. Università di . . . . . *Padova*

Narducci (Enrico), Bibliotecario della Biblioteca Alessandrina di . . . . *Roma*

Pisati (Giuseppe), Professore di Fisica tecnica nella Scuola d'Applicazione per gl'Ingegneri in . . *Roma*

Sang (Edoardo), Socio e Segretario della Società di Scienze ed Arti di . . . . *Edimborgo*

Fasella (Felice), Direttore della Scuola navale superiore di . . . . *Genova*

SEZIONE

DI FISICA GENERALE E SPERIMENTALE

Weber (Guglielmo), della Società Reale delle Scienze di . . . . *Gottinga*

Wartmann (Elia), Prof. nell'Università di . *Ginevra*

Blaserna (Pietro), Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di . . . . *Roma*

Kohlrausch (Federico), Professore nell' Università di . . . . *Würtzburg*

Cornu (Maria Alfredo), dell' Istituto di Francia *Parigi*

Felici (Riccardo), Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di . . . . . . *Pisa*

Villari (Emilio), Professore nella R. Università di . . . . *Bologna*

Roiti (Antonio), Professore nell' Istituto di studi superiori pratici e di perfezionamento di . *Firenze*

Wiedemann (Gustavo), Prof. nella Università di *Lipsia*

Righi (Augusto), Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di . . . . . . *Padova*

SEZIONE

DI CHIMICA GENERALE ED APPLICATA

Bonjean (Giuseppe) . . . . *Chambéry*

Plantamour (Filippo), Professore di Chimica . *Ginevra*

Will (Enrico), Professore di Chimica . . . *Giessen*

Bunsen (Roberto Guglielmo), Professore di Chimica . . . . *Heidelberg*

Marignac (Giovanni Carlo), Professore di Chimica *Ginevra*

Péligot (Eugenio Melchiorre), dell' Istituto di Francia . . . . *Parigi*

Berthelot (Marcellino), dell'Istituto di Francia *Parigi*

Paternò (Emanuele), Professore di Chimica nella R. Università di . . . . *Palermo*

Körner (Guglielmo), Professore di Chimica organica nella R. Scuola superiore d'Agricoltura in *Milano*

Friedel (Carlo), dell' Istituto di Francia . *Parigi*

Fresenius (Carlo Remigio), Professore a *Wiesbaden*

Stas (Giov. Servais), della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti del Belgio . . . . *Brusselle*

BAEYER (Adolfo von) . . . . *Monaco* (Baviera)

KEKULE (Augusto), Professore di Chimica nell' Università di . . . . *Bonn*

WILLIAMSON (Alessandro Guglielmo), della Reale Società di . . . . *Londra*

THOMSEN (Giulio), Professore di Chimica nell' Università di . . . . *Copenaghen*

SEZIONE

DI MINERALOGIA, GEOLOGIA E PALEONTOLOGIA

MENEGHINI (Giuseppe), Professore di Geologia, ecc. nella R. Università di . . . . . *Pisa*

DE ZIGNO (Achille), Uno dei XL della Società italiana delle Scienze . . . . *Padova*

FAVRE (Alfonso), Professore di Geologia . . *Ginevra*

KOKSCHAROW (Nicola di), dell'Accademia Imperiale delle Scienze di . . . . *Pietroborgo*

RAMSAY (Andrea), della Società Reale di . . *Londra*

STRÜVER (Giovanni), Professore di Mineralogia nella R. Università di . . . . *Roma*

ROSENBUSCH (Enrico), Professore di Petrografia nell'Università di . . . . *Strasborgo*

NORDENSKIÖLD (Adolfo Enrico), della R. Accademia delle Scienze di . . . . *Stoccolma*

DAUBRÉE (Gabriele Augusto), dell'Istituto di Francia, Direttore della Scuola Nazionale delle Miniere . . . . *Parigi*

ZIRKEL (Ferdinando), Professore di Petrografia a . . . . *Lipsia*

DES CLOIZEAUX (Alfredo Luigi Oliviero LEGRAND), dell'Istituto di Francia . . . . *Parigi*

Capellini (Giovanni), Professore nella R. Università di . . . . *Bologna*

Stoppani (Antonio), Professore di Geologia e Geografia fisica nel R. Istituto tecnico superiore di *Milano*

Tschermak (Gustavo), Professore di Mineralogia e Petrografia nell'Università di . . . . *Vienna*

Arzruni (Andrea), Professore di Mineralogia nell'Istituto tecnico superiore (tecnische Hochschule) *Aachen* (Aix-la-Chapelle)

Mallard (Ernesto), Professore di Mineralogia alla Scuola nazionale delle Miniere di Francia . *Parigi*

SEZIONE

DI BOTANICA E FISIOLOGIA VEGETALE

Trévisan de Saint-Léon (Conte Vittore), Corrispondente del R. Istituto Lombardo . . . . *Milano*

Candolle (Alfonso De), Professore di Botanica . *Ginevra*

Gennari (Patrizio), Professore di Botanica nella R. Università di . . . . *Cagliari*

Tulasne (Luigi Renato), dell'Istituto di Francia *Parigi*

Caruel (Teodoro), Professore di Botanica nell'Istituto di studi superiori pratici e di perfezionamento in . . . . *Firenze*

Ardissone (Francesco), Professore di Botanica nella R. Scuola Superiore d'Agricoltura in . . . *Milano*

Saccardo (Andrea), Professore di Botanica nella R. Università di . . . . *Padova*

Hooker (Giuseppe Dalton), Direttore del Giardino Reale di Kew . . . . *Londra*

Sachs (Giulio von), Prof. nell'Università di . *Würzburg*

Naegli (Carlo), Prof. nell'Università di . *Monaco* (Baviera)

Delpino (Federico), Prof. nella R. Università di *Padova*

SEZIONE

DI ZOOLOGIA, ANATOMIA E FISIOLOGIA COMPARATA

De Selys Longchamps (Edmondo) . . . . *Liegi*

Burmeister (Ermanno), Direttore del Museo pubblico di . . . . *Buenos Aires*

Philippi (Rodolfo Armando) . . . . . *Santiago* (Chilì)

Owen (Riccardo), Direttore delle Collezioni di Storia naturale al *British Museum* . . . *Londra*

Koelliker (Alberto), Professore di Anatomia e Fisiologia . . . . *Würtzburg*

Golgi (Camillo), Professore di Istologia, ecc. nella R. Università di . . . . *Pavia*

Haeckel (Ernesto), Professore nell'Università di . . . . *Jena*

Sclater (Filippo Lutley), Segretario della Società Zoologica di . . . . *Londra*

Fatio (Vittore), Dottore . . . . *Ginevra*

Kowalewski (Alessandro), Professore di Zoologia nell'Università di . . . . *Odessa*

Ludwig (Carlo), Professore di Fisiologia nell'Università di . . . . *Lipsia*

Brücke (Ernesto), Professore di Fisiologia e Anatomia nell'Università di . . . . *Vienna*

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Direttore

PEYRON (Bernardino), Professore di Lettere, Bibliotecario Onorario della Biblioteca Nazionale di Torino, Comm. ✱, Uffiz. ⊜.

Segretario Perpetuo

GORRESIO (Gaspare), Senatore del Regno, Prefetto della Biblioteca Nazionale, già Professore di Letteratura orientale nella R. Università di Torino, Membro dell'Istituto di Francia, Socio nazionale della R. Accademia de' Lincei, Socio corrispondente della Reale Accademia della Crusca, e della R. Accademia di Scienze e Lettere di Palermo, Membro Onorario della Reale Società Asiatica di Londra, della Società accademica *Indo-Cinese* di Parigi, ecc., Vice-Presidente della Società di Archeologia e Belle Arti per la Provincia di Torino, Comm. ✱, Gr. Uffiz. ⊜; ✠, Comm. dell'O. di Guadal. del Mess., e dell'O. della Rosa del Brasile, Uffiz. della L. d'O. di Francia, ecc.

Accademici residenti

GORRESIO (Gaspare), *predetto.*

FABRETTI (Ariodante), *predetto.*

PEYRON (Bernardino), *predetto.*

VALLAURI (Tommaso), Senatore del Regno, Professore di Letteratura latina e Dottore aggregato alla Facoltà di Lettere e

Filosofia nella R. Università di Torino, Membro della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria, Socio corrispondente della R. Accademia della Crusca, del R. Istituto Veneto Scienze, Lettere ed Arti, e dell'Accademia Romana di Archeologia, Comm. ✠, e Gr. Uffiz. ⊖, Cav. dell'Ordine di S. Gregorio Magno.

Flechia (Giovanni), Professore di Storia comparata delle lingue classiche e neolatine e di Sanscrito nella R. Università di Torino, Socio nazionale della R. Accademia de'Lincei, Uffiz. ✠, Comm. ⊖; ✤.

Claretta (Barone Gaudenzio), Dottore in Leggi, Socio e Segretario della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria, Membro della Società di Archeologia e Belle Arti e della Giunta conservatrice dei monumenti d'Antichità e Belle Arti per la Provincia di Torino, Comm. ✠ e ⊖.

Promis (Vincenzo), Dottore in Leggi, Bibliotecario e Conservatore del Medagliere di S. M., Membro della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria, R. Ispettore dei monumenti, ✠, Comm. ⊖, Gr. Uffiz. dell'O. di Francesco Giuseppe d'Austria, Comm. dell'O. di S. Michele di Baviera e della Corona di Rumenia.

Rossi (Francesco), Vice Direttore del Museo d'Antichità, Professore d'Egittologia nella R. Università di Torino, Membro ordinario dell'Accademia orientale di Firenze, e Socio Corrispondente della R. Accademia dei Lincei, ⊖.

Manno (Barone D. Antonio), *predetto*.

Bollati di Saint-Pierre (Barone Federigo Emanuele), Dottore in Leggi, Soprintendente agli Archivi piemontesi e Direttore dell'Archivio di Stato in Torino, Consigliere d'Amministrazione presso il R. Economato generale delle Antiche Provincie, Membro della R. Deputazione sopra gli studi di Storia patria per le Antiche Provincie e la Lombardia, Socio corrispondente della Società Ligure di Storia Patria, della Società Colombaria Fiorentina, della R. Deputazione di Storia patria per le Provincie della Romagna, della Società per la Storia di Sicilia, ecc., Uffiz. ✠, ⊖,

Schiaparelli (Luigi), Dottore aggregato, Professore di Storia antica nella R. Università di Torino, Membro del Collegio degli Esaminatori, Comm. ✱ e ⊖.

Pezzi (Domenico), Dottore aggregato e Professore straordinario nella Facoltà di Lettere e Filosofia della R. Università di Torino, ⊖.

Ferrero (Ermanno), Dottore in Giurisprudenza, Dottore aggregato alla Facoltà di Lettere e Filosofia nella R. Università di Torino, Professore nell'Accademia Militare, Membro della Regia Deputazione sovra gli studi di Storia patria per le Antiche Provincie e la Lombardia, e della Società d'Archeologia e Belle Arti per la Provincia di Torino, Membro corrispondente della R. Deputazione di Storia patria per le Provincie di Romagna, e dell'Imp. Instituto Archeologico Germanico, fregiato della Medaglia del merito civile di 1ª cl. della Rep. di S. Marino, ⊖.

Carle (Giuseppe), Dottore aggregato alla Facoltà di Leggi, Professore della Filosofia del Diritto nella R. Università di Torino, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Comm. ⊖.

Nani (Cesare), Dottore aggregato alla Facoltà di Giurisprudenza, Professore di Storia del Diritto nella R. Università di Torino, Membro della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria, ⊖.

Berti (Domenico), Deputato al Parlamento nazionale, Professore emerito delle RR. Università di Torino, di Bologna e di Roma, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio corrispondente della R. Accademia della Crusca e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Membro delle RR. Deputazioni di Storia patria del Piemonte e dell'Emilia, Gr. Uffiz. ✱, Gr. Cord. ⊖; ✠, Gr. Cord. della Legion d'O. di Francia, e dell'Ordine di Leopoldo del Belgio.

Cognetti De Martiis (Salvatore), Prof. di Economia politica nella R. Università di Torino, Socio corrispondente della R. Accademia dei Lincei, ✱, ⊖.

Graf (Arturo), Professore di Letteratura italiana nella R. Università di Torino, Membro della Società romana di Storia patria, ⊖.

Boselli (Paolo), Dott. aggregato alla Facoltà di Giurisprudenza della R. Università di Genova, già Prof. nella R. Università di Roma, Socio Corrispondente dell'Accademia dei Georgofili, Presidente della Società di Storia patria di Savona, Socio della R. Accademia di Agricoltura e Presidente del Consiglio provinciale di Torino, Deputato al Parlamento nazionale, Ministro dell'Istruzione Pubblica, Comm. ✠, Gr. Uffiz. ☙, Gr. Uffiz. O. di Leop. del B., Uffiz. della Cor. di Pr., della L. d'O. di Fr. e C. O. d'I. Catt. di Sp.

Accademici Nazionali non residenti

Carutti di Cantogno (Barone Domenico), Consigliere di Stato, Presidente della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria, Socio e Segretario della R. Accademia dei Lincei, Membro dell'Istitnto storico Italiano, Socio straniero della R. Accademiia delle Scienze Neerlandese, e della Savoia, Socio corrispondente della R. Accademia delle Scienze di Monaco in Baviera, della R. Accademia Lucchese, del R. Istituto Veneto, della Pontaniana di Napoli, Socio onorario della R. Società Romana di Storia patria, dell'Ateneo di Scienze, Lettere ed Arti di Bergamo, Brescia, Palermo, ecc., Corrispondente delle RR. Deputazioni di Storia patria Veneta, Toscana e di Romagna, e della Società di Storia della Svizzera Romanda, Membro del Consiglio degli Archivi, e del Contenzioso Diplomatico, Gr. Uffiz. ✠, Gr. Uffiz. ☙, Cav. e Cons. ✤, Gr. Cord. dell'O. del Leone Neerlandese e dell'O. d'Is. la Catt. di Sp. e di S. Mar., Gr. Uffiz. dell'O. di Leop. del B., dell'O. del Sole e del Leone di Persia, e del Mejidié di 2ª cl. di Turchia, Gr. Comm. dell' Ord. del Salv. di Gr., ecc.

Amari (Michele), Senatore del Regno, Membro del Consiglio Superiore dell'Istruzione pubblica, Professore emerito della R. Università di Palermo e del R. Istituto di studi superiori di Firenze; Dottore in Filosofia e Lettere delle Università di Leida, di

Tubinga e di Strasburgo; Socio nazionale della Reale Accademia dei Lincei in Roma, Socio delle RR. Accademie delle Scienze in Monaco di Baviera e in Copenaghen; Socio straniero dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere), Socio corrispondente dell'Accademia delle Scienze in Palermo, della Crusca, dell'Istituto Veneto, della Società Colombaria in Firenze, della R. Accademia d'Archeologia in Napoli, delle Accademie di Scienze, Lettere ed Arti in Lucca e in Modena, della R. Deputazione di Storia patria per le Provincie Parmensi, di quella per le Provincie Toscane, dell'Umbria e delle Marche, delle Accademie imperiali di Pietroburgo e di Vienna, dell'Ateneo Veneto, dell'Ateneo orientale in Parigi e dell'Istituto Egiziano in Alessandria; Socio onorario della R. Società Asiatica di Londra, della Società orientale di Germania, della Società letteraria e storica di Sioux city Jowa (America), della Società geografica italiana, delle Accademie di Padova e di Gottinga; Presidente onorario della Società Siciliana di Storia patria, Socio della Romana, Socio onorario della Ligure, della Veneta è della Società storica di Utrecht; Gr. Cord. [symbol], e Gr. Croce [symbol], Cav. e Cons. [symbol], Cav. dell'Ord. Brasiliano della Rosa; Cav, dell'Ordine *pour le mérite* di Prussia.

REYMOND (Gian Giacomo), già Professore di Economia politica nella R. Università di Torino, [symbol].

RICCI (Marchese Matteo), Socio residente della Reale Accademia della Crusca, Uffiz. [symbol].

MINERVINI (Giulio), Professore onorario della Regia Università di Napoli, Socio di molte Accademie italiane e straniere; Uffiz. [symbol], e Comm. [symbol], e decorato di varii ordini stranieri.

DE ROSSI (Comm. Giovanni Battista), Socio straniero dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere), e della R. Accademia delle Scienze di Berlino e di altre Accademie, Presidente della Pontificia Accademia Romana d'Archeologia.

CANONICO (Tancredi), Senatore del Regno, Professore, Consigliere della Corte di Cassazione di Roma e del Consiglio del Con-

tenzioso diplomatico, Socio della R. Accademia delle Scienze del Belgio, Uffiz. ✠, e Gr. Uffiz. ⊖, Comm. dell'Ordine di Carlo III di Spagna, Gr. Uffiz. dell'ordine di Sant' Olaf di Norvegia.

CANTÙ (Cesare), Membro del R. Istituto Lombardo e di quello di Francia, e di molte Accademie, Direttore dell'Archivio di Stato di Milano, e Sopraintendente degli Archivi Lombardi, Gr. Uffiz. ✠ e Comm. ⊖, Cav. e Cons. ✤, Comm. dell'O. di C. di Port., Gr. Uffiz. dell'O. della Guadalupa, ecc., Officiale della Pubblica Istruzione e della L. d'O. di Francia, ecc.

TOSTI (D. Luigi), Abate Benedettino Cassinese.

Accademici Stranieri

MOMMSEN (Teodoro), Professore di Archeologia nella Regia Università e Membro della R. Accademia delle Scienze di Berlino, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere).

MÜLLER (Massimiliano), Professore di Letteratura straniera nell' Università di Oxford, Socio straniero dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere).

BANCROFT (Giorgio), Corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze morali e politiche).

DE WITTE (Barone Giovanni Giuseppe Antonio Maria), Membro dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere).

GREGOROVIUS (Ferdinando), Membro della R. Accademia Bavarese delle Scienze in Monaco.

MEYER (Paolo), Professore delle lingue e letterature dell'Europa meridionale nel Collegio di Francia, Direttore dell'*Ecole des Chartes*, Cav. della L. d'O. di Francia.

WHITNEY (Guglielmo), Professore nel Collegio Yale a New-Haven.

CORRISPONDENTI

I. — SCIENZE FILOSOFICHE.

RENDU (Eugenio) . . . . *Parigi*

BONATELLI (Francesco), Professore di Filosofia teoretica nella R. Università di . . . . . *Padova*

FERRI (Luigi), Professore di Filosofia teoretica nella R. Università di . . . . *Roma*

BONGHI (Ruggero), Prof. emerito della R. Università di . . . . *Roma*

II. — SCIENZE GIURIDICHE E SOCIALI.

LAMPERTICO (Fedele), Senatore del Regno . *Roma*

SERAFINI (Filippo), Professore di Diritto romano nella R. Università di . . . . *Pisa*

SERPA PIMENTEL (Antonio di), Consigliere di Stato . . . . *Lisbona*

RODRIGUEZ DE BERLANGA (Manuel) . . . *Màlaga*

SCHUPFER (Francesco), Prof. nella R. Università di . . . . *Roma*

COSSA (Luigi), Prof. nella R. Università di . *Pavia*

III. — SCIENZE STORICHE.

KRONE (Giulio) . . . . *Vienna*

SANGUINETTI (Abate Angelo), della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria . . . *Genova*

CHAMPOLLION-FIGEAC (Amato) . . . . . *Parigi*

ADRIANI (P. Giambattista), della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria . . . . . *Cherasco*

DAGUET (Alessandro) . . . . *Neuchâtel* (Svizzera)

PERRENS (Francesco) . . . . *Parigi*

HAULLEVILLE (Prospero DE) . . . . *Brusselle*

VILLARI (Pasquale), Professore nell'Istituto di studi superiori pratici e di perfezionamento in . *Firenze*

GIESEBRECHT (Guglielmo), dell'Accademia bavarese delle Scienze in . . . . *Monaco*

DE LEVA (Giuseppe), Professore di Storia moderna nella R. Università di . . . . . . *Padova*

SYBEL (Enrico Carlo Ludolfo von), Direttore dell'Archivio di Stato in . . . . *Berlino*

WALLON (Alessandro), Segretario perpetuo dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere) . . . . *Parigi*

TAINE (Ippolito), dell'Istituto di Francia . *Parigi*

WILLEMS (Pietro), dell'Università di . . . *Lovanio*

BIRCH (Walter de GRAY), del Museo Britannico di . . . . *Londra*

IV. — ARCHEOLOGIA.

WIESELER (Federico) . . . . *Gottinga*

PALMA di CESNOLA (Conte Luigi) . . . . *New-York*

RAWLINSON (Giorgio), Professore nella Università di . . . . *Oxford*

FIORELLI (Giuseppe), Senatore del Regno . *Roma*

CURTIUS (Ernesto), Professore nell' Università di . . . . *Berlino*

MASPERO (Gastone), dell'Istituto di Francia a *Parigi*

LATTES (Elia), Prof. nella R. Accademia scientifico-letteraria di . . . . *Milano*

Poggi (Vittorio), Maggiore di Fanteria a . *Pavia*

Pleyte (Guglielmo), Conservatore del Museo Egizio a . . . . *Leida*

V. — GEOGRAFIA.

Negri (Barone Cristoforo), Console generale di prima Classe, Consultore legale del Ministero per gli affari esteri . . . . *Torino*

Kiepert (Enrico), Professore nell'Università di *Berlino*

Pigorini (Luigi), Professore di Paleoetnologia nella Regia Università di . . . . *Roma*

VI. — LINGUISTICA E FILOLOGIA ORIENTALE.

Krehl (Ludolfo) . . . . *Dresda*

Rénan (Ernesto), dell'Istituto di Francia . *Parigi*

Sourindro Mohun Tagore . . . . . . *Calcutta*

Ascoli (Isaia Graziadio), Professore nella R. Accademia scientifico-letteraria di . . . . . . *Milano*

Weber (Alberto), Professore nell'Università di *Berlino*

Kerbaker (Michele), Professore di Storia comparata delle lingue classiche e neo-latine nella R. Università di . . . . *Napoli*

Marre (Aristide) Membro della Società Asiatica *Parigi*

VII. — FILOLOGIA, STORIA LETTERARIA E BIBLIOGRAFIA.

Linati (Conte Filippo), Senatore del Regno . *Parma*

Comparetti (Domenico), Professore nell'Istituto di Studi superiori pratici e di perfezionamento in . *Firenze*

Bréal (Michele) . . . . *Parigi*

NEGRONI (Carlo), della R. Deputazione sovra gli Studi di Storia patria . . . . *Novara*

D'ANCONA (Alessandro), Professore nella R. Università di . . . . *Pisa*

NIGRA (S. E. il Conte Costantino), Ambasciatore dell'Italia . . . . *Vienna*

RAJNA (Pio), Prof. nell'Istituto di Studi superiori pratici e di perfezionamento in . . . *Firenze*

MUTAZIONI

avvenute nel Corpo Accademico
dal 1° *Marzo* 1888 *al* 1° *Gennaio* 1889

ELEZIONI

SOCI

GENOCCHI (Angelo), rieletto Presidente dell'Accademia nella adunanza dell'8 aprile, e approvato con Decreto Reale del 17 maggio 1888.

FABRETTI (Ariodante), rieletto Vice-Presidente dell'Accademia nell'adunanza del 17 giugno, e approvato con Decreto Reale dell'8 luglio 1888.

COSSA (Alfonso), rieletto Direttore della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali nell'adunanza del 27 maggio, e approvato con Decreto Reale dell'8 luglio 1888.

BASSO (Giuseppe), eletto Segretario della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali nell'adunanza del 2, e approvato con Decreto Reale del 13 dicembre 1888.

MORTI.

26 Maggio 1888.

Sobrero (Ascanio), Socio e Segretario della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali.

24 Agosto 1888.

Clausius (Rodolfo), Corrispondente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Matematica applicata, e Scienza dell'Ingegnere civile e militare).

21 Novembre 1888.

Ballada di S. Robert (Conte Paolo), Socio Nazionale non residente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali.

17 Dicembre 1888.

Riant (Conte Paolo), Corrispondente della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche (Sezione di Scienze storiche).

. . . .

De-Siebold (Carlo Teodoro), Corrispondente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Zoologia, Anatomia e Fisiologia comparata).

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. XXIV, Disp. 1ª, 1888-89

TORINO
ERMANNO LOESCHER
Libraio della R. Accademia delle Scienze

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 18 Novembre 1888.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA
DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Soci: LESSONA, SALVADORI, BRUNO, BERRUTI, BASSO, BIZZOZERO, FERRARIS, NACCARI, MOSSO, SPEZIA, GIBELLI, GIACOMINI.

Il Presidente inaugura le tornate accademiche dando il benvenuto ai Soci, e fa leggere l'atto verbale dell'adunanza precedente, il quale viene approvato.

Fra le pubblicazioni presentate in omaggio all'Accademia vengono segnalate le seguenti:

1° « *Sui fenomeni elettrici provocati dalle radiazioni* », Memoria del Prof. Augusto RIGHI, Socio Corrispondente della Classe, presentata dal Socio Segretario Prof. Giuseppe BASSO;

2° « *Die hauptsächlichsten Theorien der Geometrie in ihrer früheren entwickelung;* ecc. », libro del sig. Dott. Gino LORIA, Professore nella R. Università di Genova, presentato dal Socio Segretario Giuseppe BASSO per incarico del Socio D'OVIDIO, assente per ragioni d'ufficio. Questo libro è la traduzione tedesca fatta dal sig. Federico SCHÜTTE, della Monografia storica « *Il passato e il presente delle principali teorie geometriche* », del

Prof. Gino Loria, che l'Accademia accolse già nelle sue *Memorie*. Questa traduzione è preceduta da una prefazione del chiaro Geometra R. Stürm, Professore a Münster, nella quale sono messi in rilievo i pregi del lavoro e indicate le aggiunte che l'Autore vi ha recate in occasione della riproduzione di esso;

3° « Ritratto in incisione del compianto Socio Quintino Sella », presentato dal Socio Mosso per incarico dell'Onorevole Filippo Mariotti, Sottosegretario di Stato per la Pubblica Istruzione.

Le letture e le comunicazioni si succedono nell'ordine seguente:

1° « *Commemorazione del Socio Corrispondente Rodolfo Clausius* »; del Socio Segretario Giuseppe Basso;

2° « Geometria sulle curve ellittiche »; Nota del Dott. Guido Castelnuovo, Assistente alla Cattedra di Algebra complementare e Geometria analitica nella R. Università di Torino; presentata dal Socio Cossa a nome del Socio D'Ovidio;

3° « *Elettrometro ad emicicli, sua storia e sue applicazioni come wattometro, amperometro e voltometro per correnti eontinue ed alternative* »; dell'Ing. Ettore Morelli, Assistente alla Scuola di Elettrotecnica presso il Museo Industriale di Torino; Memoria presentata dal Socio Ferraris;

4° « *Effemeridi del Sole e della Luna per l'orizzonte di Torino e per l'anno* 1889 », calcolate dal Dott. Francesco Porro, incaricato della direzione dell'Osservatorio astronomico di Torino; presentate dal Socio Naccari.

LETTURE

In commemorazione di Rodolfo Clausius.

Parole del Prof. G. Basso.

Rodolfo Clausius, uno dei più eminenti fisici contemporanei, il quale l'Accademia nostra si onorava di avere a suo socio corrispondente dall'anno 1882, mancò ai vivi nella città di Bonn il 24 agosto ultimo scorso.

Nato il 2 gennaio 1822 a Cöslin in Pomerania, Clausius studiò successivamente a Stettin, a Berlino e a Halle, fino a che, ritornato a Berlino nel 1850, vi inaugurò la sua carriera d'insegnamento come libero docente all' Università, professando nello stesso tempo alla Scuola di Artiglieria e Genio. Chiamato poscia ad insegnare fisica nel Politecnico e nella Università di Zurigo, egli dimorò in questa città dal 1855 al 1867; fu in seguito professore per due anni nella Università di Würzburg; trasferitosi infine a Bonn, tenne in quella Università la cattedra di fisica fino ai suoi ultimi giorni.

Troppo lunga sarebbe qui l'enumerazione, per quanto rapida, dei lavori scientifici di Clausius. Basti ricordare che, oltre a parecchie monografie sulla meteorologia ottica, sulla teoria del potenziale e sulla teoria dell' elasticità, la scienza deve a lui importantissimi studi sulla termologia in relazione colla meccanica, i quali, pubblicati quasi tutti ed in epoche diverse negli Annali di Poggendorf, vennero poscia raccolti in due volumi col titolo di *Memorie sulla teoria meccanica del calore.* Gli scritti sulla forza motrice del calore e sue leggi, quelli sul secondo principio di termodinamica, i lavori sull'applicazione della teoria meccanica del calore alle macchine a vapore, sull' applicazione della stessa teoria ai fenomeni elettrici, sulla dottrina matematica dell'elettricità, sui movimenti molecolari in cui consiste il calore e specialmente sulla teoria cinetica dei gas, pon-

gono indubitabilmente il loro Autore fra i precipui fondatori della termodinamica, ed il nome di Clausius sarà perpetuamente vincolato ad una delle maggiori conquiste della fisica moderna, qual'è il principio della conservazione dell'energia.

Geometria sulle curve ellittiche;

Nota di Guido Castelnuovo

Sopra una curva algebrica si trovi un sistema *(serie)* $g_n^{(r)}$ di gruppi di n punti, tale che r punti dati ad arbitrio sulla curva appartengano ad un numero finito di gruppi del sistema; chiameremo n *l'ordine* della serie, r la *molteplicità*, o *specie*, o *dimensione*. Quando gli r punti individuano *un* gruppo, il sistema si dirà una *involuzione* $I_n^{(r)}$.

I gruppi di una $g_n^{(r)}$ si potranno riferire univocamente ai punti di una varietà ad r dimensioni di uno spazio lineare; ed i caratteri invariantivi della varietà (il genere per $r = 1$) daranno i caratteri (il *genere*) di $g_n^{(r)}$. Così diremo che $g_n^{(r)}$ è *razionale*, quando i suoi gruppi si potranno riferire univocamente ai punti dello spazio lineare S_r ad r dimensioni.

Le curve algebriche possono classificarsi a seconda delle serie razionali che esse contengono; e poichè dall'esistenza di alcune serie segue l'esistenza di infinite altre, collocheremo in una stessa classe tutte le curve, per le quali il minimo ordine delle involuzioni razionali di prima specie in esse contenute, è lo stesso. Così dopo le curve razionali *(involuzione minima* d'ordine 1), si presentano le curve *iperellittiche* (invol. min. d'ord. 2), e così via.

Ciascuna classe potrà dividersi in sottoclassi, tenendo conto dell'involuzione di ordine più basso che giace sulla curva oltre all'involuzione minima. Per esempio le curve iperellittiche si dividono in curve *ellittiche* (una seconda involuzione quadratica), curve di *genere* 2 (involuzione cubica), . . . curve di genere r (involuzione d'ordine $r + 1$).

Due curve riferite univocamente appartengono sempre a una stessa suddivisione fondata su questo concetto.

Per le serie razionali di gruppi di punti vale l'importante teorema:

Se sopra una curva C *si trova una serie razionale* r *volte infinita di gruppi di* n *punti, nello spazio ad* r *dimensioni si può costruire una curva* C' *d'ordine* n *riferita univocamente a* C $(r > 1)$ (1).

I gruppi della serie $g_n^{(r)}$ siano rappresentati dai punti dello spazio S_r. Agli ∞^{r-1} gruppi di $g_n^{(r)}$ che contengono uno stesso punto M, corrispondono in S_r i punti di una varietà a $r-1$ dimensioni V_{r-1}, imagine di M. Le ∞^1 varietà corrispondenti ai punti di C formano un sistema tale, che per ogni punto di S_r passano n varietà, ed r varietà V_{r-1} hanno in comune (oltre ai punti fissi) un numero finito (diverso da zero) di punti variabili. Quindi il sistema lineare più basso di varietà che contiene le ∞^1 V_{r-1}, sarà di molteplicità $s \geq r$. Si rappresentino le varietà di questo sistema lineare sui punti dello spazio S_s; alle ∞^1 V_{r-1} corrispondono punti di una curva C'' d'ordine n riferita univocamente a C. Ora se $s = r$ il teorema è dimostrato; se $s > r$ basta proiettare C'' in S_r da uno spazio S_{s-r-1}.

Il caso $s = r$ si presenta quando $g_n^{(r)}$ è una involuzione, e solo allora. La $g_n^{(r)}$ involutoria sopra C'' è determinata dagli spazi S_{r-1} di S_r; quindi: *L'involuzione razionale* $I_n^{(r)}$ *sopra una curva ha le stesse proprietà dell'involuzione determinata sopra una curva d'ordine* n *di* S_r *dagli spazi* S_{r-1}, *quando le due curve siano riferite univocamente.*

In particolare: *I gruppi di* $n-\rho$ *punti che insieme a* ρ *punti fissi danno gruppi di una* $I_n^{(r)}$ *razionale, appartengono ad una* $I_{n-\rho}^{(r-\rho)}$ *razionale.*

Se r è la massima dimensione di una serie razionale d'ordine n giacente sopra una curva, non può essere $s > r$; quindi:

Se r *è la massima dimensione di una serie razionale d'ordine* n *giacente sopra una curva, questa serie è involutoria.* Se r non è la massima dimensione, esiste una involuzione $I_n^{(s)}$ che contiene $g_n^{(r)}$.

Un importante corollario del teorema fondamentale è il seguente: *Se tutti i gruppi di* n *punti di una curva formano una serie razionale, la curva è razionale.*

(*) Sono escluse quelle serie nelle quali un gruppo passante per $r-1$ (o meno) punti arbitrari è costretto a contenere altri punti della curva.

Involuzioni razionali sopra le curve ellittiche.

1. Diciamo che *una curva è ellittica o di genere* 1, *quando essa contiene due involuzioni minime razionali di prima specie, d'ordine* 2.

Dalla definizione segue subito che ogni curva ellittica può riferirsi univocamente ad una curva piana generale del terzo ordine. Infatti basta in un piano riferire proiettivamente due fasci di raggi T, T' alle due involuzioni giacenti sulla curva, avendo cura che il raggio $T\,T'$ rappresenti due coppie delle involuzioni con un punto comune. Ad ogni raggio del fascio T corrispondono due punti della curva, quindi due coppie della seconda involuzione e due raggi di T'. I fasci T, T' sono in corrispondenza (2, 2) col raggio TT' unito, e la curva del terzo ordine generata dai fasci è riferita univocamente alla curva data.

Le due involuzioni $I_2^{(1)}$ giacenti sulla curva non possono avere una coppia comune, perchè altrimenti la curva del terzo ordine acquisterebbe un punto doppio, e sulla curva si troverebbe una involuzione razionale di primo ordine contro l'ipotesi.

Sopra una curva ellittica si trovano infinite involuzioni razionali $I_2^{(1)}$ *non aventi a due a due coppie comuni* (1).

2. *Si può sempre costruire una curva ellittica d'ordine* $n+1$ *che appartenga ad uno spazio a* n *dimensioni, e sia riferita univocamente ad una data curva ellittica*. Il teorema sia vero per S_r, e sia C^{r+1} una curva ellittica di questo spazio. Se rappresentiamo le coppie di punti di una $I_2^{(1)}$ della curva sui punti di una retta g, non avente nessun punto comune con S_r, le rette che congiungono i punti di g alle coppie omologhe di punti della $I_2^{(1)}$, formano una rigata d'ordine $r+3$ contenuta in un S_{r+2}, colla direttrice g doppia. Uno spazio S_{r+1} che passi per una generatrice della rigata, senza contenerne altre, sega la rigata in una curva ellittica d'ordine $r+2$, che non giace in un S_r, e quindi *appartiene* ad S_{r+1}; questa curva è riferita univocamente a C^{r+1}.

---

(1) La definizione data di curva ellittica può essere sostituita da questa: *È ellittica una curva che contenga due* $I_2^{(1)}$ *razionali non aventi coppie comuni.*

Siccome $n+1$ è il minimo ordine di una curva ellittica *appartenente* ad S_n, una tal curva si dirà *curva ellittica normale* di S_n.

3. *Sopra una curva ellittica esistono* ∞^1 *involuzioni razionali* $I_n^{(n-1)}$, *ciascuna individuata da uno dei suoi gruppi.* Un gruppo di n punti della C^{n+1} ellittica normale di S_n determina un S_{n-1} che taglia ancora la curva in un punto. La stella di spazi S_{n-1} avente in esso il centro, sega sulla curva la $I_n^{(n-1)}$. Se due $I_n^{(n-1)}$ avessero un gruppo di n punti comune, $n-2$ di questi insieme coi gruppi di due $I_2^{(1)}$ darebbero gruppi delle $I_n^{(n-1)}$; e queste due $I_2^{(1)}$ avrebbero una coppia comune, il che non può accadere.

La serie delle $I_n^{(n-1)}$ *può riferirsi univocamente alla curva sostegno.*

Una $I_n^{(r)}$ *razionale sopra la* C^{n+1} *normale ellittica determina coi suoi gruppi infiniti spazi* S_{n-1}, *i quali passano per uno stesso* S_{n-r-1} *avente un punto comune con* C^{n+1}.

Infatti poichè la $I_n^{(r)}$ è contenuta in una $I_n^{(n-1)}$, questi spazi passano per uno stesso punto della curva; e ciascuno di essi è individuato da r dei suoi punti.

Se sopra la curva ellittica normale C^{n+1} *si trova una* $I_m^{(r)}$ *razionale* $(r<m<n+1)$, *gli spazi* S_{n-1} *determinati dai gruppi dell'involuzione e da* $n-m$ *punti fissi (arbitrari) di* C^{n+1} *passano per uno stesso* S_{n-r-1}, *che sega la curva in un punto ulteriore.*

Ogni $I_m^{(m-1)}$ sopra la curva ellittica normale C^{n+1} $(m<n+1)$ determina una $I_{n-m+1}^{(n-m)}$ (residuale), i cui gruppi giacciono in spazi S_{n-1} con ciascun gruppo dell'involuzione primitiva.

4. Una involuzione razionale $I_n^{(r)}$ sopra una curva ellittica ha un numero finito di gruppi con un punto multiplo secondo $r+1$; e il numero di questi gruppi è il numero degli spazi S_{r-1} iperosculatori ad una C^n ellittica di S_r, od anche il numero dei flessi della curva determinata sopra un piano dagli spazi S_{r-2} osculatori a C^n. Questa osservazione dà un mezzo per calcolare il numero richiesto (1); noi però seguiremo una via più semplice limitandoci al caso di $r=n-1$, e dimostreremo che:

---

(1) Applicando le formole di PLÜCKER alla curva piana si trova: *Una* $I_n^{(r)}$ *razionale sopra una curva ellittica contiene* $n(r+1)$ *gruppi con un punto multiplo secondo* $r+1$.

Una $I_n^{(n-1)}$ *razionale sopra una curva ellittica ha* n^2 *punti multipli secondo* n. Il teorema sia vero per ogni $I_r^{(r-1)}$ razionale, quando $r < n$; allora per un punto di una C^n ellittica normale passano $(n-1)^2$ spazi S_{n-2} osculatori altrove alla curva. Preso ad arbitrio un gruppo G_{n-2} di $n-2$ punti sulla curva, ad uno spazio S_{n-2} passante per essi facciamo corrispondere nel fascio stesso i due spazi S'_{n-2} proiettanti i punti, in cui C^n è segata dai due spazi a $n-2$ dimensioni osculatori a C^n nei punti di S_{n-2}.

Reciprocamente ad ogni S'_{n-2} corrispondono $2(n-1)^2$ spazi S_{n-2}: quindi accade $2\{(n-1)^2+1\}$ volte che un S_{n-2} coincida con un S'_{n-2} corrispondente. Ora una coincidenza si presenta quando S_{n-2} sega C_n in due punti T, T' dei quali uno sia punto di iperosculazione, oppure uno T' si trovi nello spazio a $n-2$ dimensioni osculatore nell'altro T. In questo ultimo caso il punto T contato $n-2$ volte dà un gruppo dell'involuzione $I_{n-2}^{(n-3)}$ individuata dal gruppo G_{n-2}, e reciprocamente ogni punto T multiplo secondo $n-2$ nell'ultima involuzione appartiene ad una tal coppia T, T'. Sicchè le coincidenze (S_{n-2}, S'_{n-2}) provenienti da tali coppie T, T' sono $(n-2)^2$, e le rimanenti

$$2\{(n-1)^2+1\}-(n-2)^2=n^2$$

sono dovute ai punti di iperosculazione di C^n; quindi ammessa l'ipotesi, la $I_n^{(n-1)}$ ha n^2 punti multipli secondo n. Ma il teorema è vero per $n=2$; dunque, ecc.

5. Due curve normali ellittiche C^{n+1}, C'^{n+1} siano punteggiate univocamente; per due punti dell'una e per gli omologhi dell'altra si conducano due spazi S_{n-1}, S'_{n-1}, che seghino le due curve in due gruppi di $n-1$ punti giacenti risp. in S_{n-2}, S'_{n-2}. Allora ogni spazio S_{n-1} passante per S_{n-2} sega la prima curve in due punti, i cui omologhi giacciono in un S'_{n-1} con S'_{n-2}; e gli spazi S_{n-1}, S'_{n-1} descrivono due fasci proiettivi. Infatti questo appunto si verifica nelle due cubiche piane proiezioni delle curve proposte da $n-2$ loro punti giacenti risp. in S_{n-2}, S'_{n-2}.

Scelti ad arbitrio n spazi S_{n-2} secanti di C^{n+1} (in $n-1$ punti ciascuno) e gli spazi S'_{n-2} secanti di C'^{n+1}, che sono cogli S_{n-2} nella relazione considerata, la corrispondenza univoca fra le due curve determina la corrispondenza proiettiva fra i fasci S_{n-2} e gli omologhi S'_{n-2}, e quindi una corrispondenza birazionale fra gli spazi a cui appartengono le due curve, per la quale si cor-

rispondono due punti S_0, S_0' che siano proiettati risp. da ciascuno degli spazi S_{n-2} e dall'omologo S'_{n-2} mediante spazi omologhi. Quindi:

Due curve ellittiche normali di S_n, S'_n *riferite univocamente determinano infinite corrispondenze birazionali fra i due spazi, per le quali i punti di una delle curve corrispondono agli omologhi dell'altra.*

Scegliendo opportunamente gli spazi S_{n-2}, S'_{n-2} si dimostra che: *Se due curve ellittiche normali di* S_n, S'_n *sono riferite univocamente in guisa che a un gruppo particolare di* $n+1$ *punti dell'una situati in un* S_{n-1} *corrispondano nell'altra* $n+1$ *punti di un* S'_{n-1}, *le due curve si corrispondono in una collineazione di* S_n, S'_n (1).

6. Le corrispondenze univoche che si possono stabilire fra i punti di una stessa curva ellittica sono di due specie (2).

In una corrispondenza di 1ª specie due punti omologhi appartengono a una coppia di $I_2^{(1)}$ razionale; ogni corrispondenza di 1ª specie è involutoria ed ha quattro punti doppi.

Una corrispondenza di 2ª specie è il prodotto di due corrispondenze di 1ª specie; essa non è involutoria che eccezionalmente. Una corrispondenza di 2ª specie non ha punti doppi, a meno che ogni punto non coincida col corrispondente *(identità).*

Una coppia di punti a, b della curva individua *una* corrispondenza di 1ª specie ed *una* di 2ª specie, in ciascuna delle quali al punto a corrisponde il punto b.

Però con $[a, b]$ indicheremo la corrispondenza di 2ª specie determinata dalla coppia a, b (3).

Ogni corrispondenza di 1ª specie trasforma la $[a, b]$ nella $[b, a]$, quindi ogni corrispondenza di 2ª specie trasforma una corrispondenza di 2ª specie in se stessa.

Il prodotto di più corrispondenze di 2ª *specie è una corrispondenza di* 2ª *specie, e gode la proprietà commutativa*, ossia è indipendente dall'ordine in cui si combinano le corrispondenze proposte. Come definizione di prodotto serve l'*uguaglianza*

$$[a, b]\ [b, c]\ [c, d]\ \ldots\ [l, m] = [a, m]\,;$$

(1) L'ultimo teorema si trova nel lavoro del sig. Segre, *Sur les transformations des courbes elliptiques* (Math. Ann., Bd. 27).

(2) Weyr, *Ueber eindeutige Beziehungen* (Wien, Sitzb., Bd. 87).

(3) Küpper, *Ueber die Steinerschen Polygone* (Math. Ann., Bd. 24).

si ha poi

$$[a, b]\ [b, a] = identità = 1 \quad \text{(definizione)}.$$

Se a, b *ed* a', b' *sono due coppie di una* $I_2^{(1)}$ *razionale il prodotto delle due corrispondenze* [a, a'], [b, b'] *è la identità.*

7. *Se due spazi* S_{n-1} *di* S_n *segano la curva ellittica normale* C^{n+1} *nei gruppi* $(a_1, a_2 \ldots a_{n+1})$, $(a_1', a_2' \ldots a'_{n+1})$, *il prodotto delle corrispondenze* $[a_1, a'_1]$, $[a_2, a'_2] \ldots [a_{n+1}, a'_{n+1}]$ *è l'identità.*

Infatti lo spazio $(a_1 a_2 \ldots a_{n-1} a'_{n+1})$ incontri ancora C_{n+1} in α_n; se il teorema vale per una curva ellittica normale d'ordine n (la proiezione di C^{n+1} da a'_{n+1} in un S_{n-1}), si ha

$$[a_1, a_1']\ [a_2, a'_2] \ \ldots \ [a_{n-1}, a'_{n-1}]\ [\alpha_n, a'_n] = 1 ;$$

e d'altra parte per il lemma precedente

$$[a_n, \alpha_n]\ [a_{n+1}, a'_{n+1}] = 1 .$$

Moltiplicando le due *identità*, poichè

$$[\alpha_n, a'_n]\ [a_n, \alpha^n] = [a_n, a'_n] ,$$

si ottiene

$$[a_1, a'_1]\ [a_2, a_2'] \ \ldots \ [a_{n+1}, a'_{n+1}] = 1 .$$

Ora partendo dal lemma precedente si può dimostrare con analogo procedimento che il teorema vale per $n = 2$; quindi è vero qualunque sia l'intero n.

Reciprocamente: *Se sopra una curva ellittica normale* C^{n+1} *le* n *corrispondenze* $[a_1, a'_1]$, $[a_2, a'_2] \ldots [a_n, a'_n]$ *danno per prodotto la identità, gli spazi* $(a_1 a_2 \ldots a_n)$, $(a'_1 a'_2 \ldots a'_n)$ *incontrano ancora* C^{n+1} *in uno stesso punto.*

Questo teorema fondamentale può enunciarsi così: *La condizione necessaria e sufficiente affinchè due gruppi di* n *punti* $(a_1 a_2 \ldots a_n)$, $(a'_1 a'_2 \ldots a'_n)$ *sopra una curva ellittica appartengano ad una stessa* $I_n^{\,n-1}$ *è che le corrispondenze* $[a_1, a_1']$, $[a_2, a'_2] \ldots [a_n, a'_n]$ *diano per prodotto l'identità* (1).

---

(1) Fissato un punto *o* (*origine*) sulla curva, si chiami *parametro* di un punto *a* della curva la corrispondenza [*o*, *a*], e alla parola *prodotto* (di corrispondenze) si sostituisca la parola *somma* (di parametri); e sia 0 il parametro

Involuzioni ellittiche.

8. Sopra una curva generale del terzo ordine sia data una involuzione J_n di ordine n, semplicemente infinita. Proiettandone i gruppi da un punto S della curva, si ottiene un sistema di ∞^1 gruppi di n raggi; ed ogni gruppo di J_n determina *un* gruppo del fascio S.

Ora possono presentarsi due casi. O esiste un punto S, dal quale due qualisivogliano gruppi distinti di J_n sono proiettati mediante gruppi distinti di raggi, oppure, qualunque sia il punto S sulla curva, i raggi che proiettano un gruppo di J_n incontrano di nuovo la curva in un secondo gruppo di J_n. Nel primo caso gli ∞^1 gruppi del fascio S formano una serie razionale (perchè d'indice 2), alla quale è riferita univocamente l'involuzione J_n. Nel secondo caso gli elementi (gruppi) di J_n si possono accoppiare in ∞^1 involuzioni quadratiche razionali, ciascuna determinata da un centro S di proiezione; e due involuzioni quadratiche, relative a due punti S, S' (non appartenenti a uno stesso gruppo di J_n), non hanno coppie comuni; quindi la J_n per definizione [1, nota] è ellittica.

Sopra una curva ellittica le involuzioni semplicemente infinite sono o razionali, o ellittiche; nel secondo caso la involuzione è trasformata in se stessa da ogni corrispondenza univoca di 1ª e (quindi) di 2ª specie. Nel seguito J_n indicherà una involuzione ellittica semplicemente infinita d'ordine n (1).

9. Per l'ultimo teorema se $G=(a_1 a_2 \ldots a_n)$, $G'=(b_1 b_2 \ldots b_n)$ sono due gruppi di una J_n, la corrispondenza $[a_1, b_1]$ muta ogni punto di G in un punto di G'; se ad es. il punto a_i si

---

della identità. Allora l'ultimo teorema si traduce nel noto teorema di ABEL: *La somma dei parametri dei punti di ciascun gruppo di una* $I_n^{(n-1)}$ *razionale sopra una curva ellittica è (congrua ad) una costante* (congrua a zero per una particolare scelta dell'origine). Nel seguito si vedrà come le considerazioni sintetiche dell'ultimo paragrafo conducano colla medesima semplicità a proposizioni, che comunemente si dimostrano ricorrendo alla notazione parametrica e alle funzioni ellittiche.

(1) Delle involuzioni ellittiche parlano brevemente il KÜPPER ed il WEYR nei lavori citati; le involuzioni sono implicitamente contenute nei poligoni di STEINER.

porta in b_i, diremo a_i e b_i punti *omologhi* dei due gruppi (nella corrispondenza $[a_1, b_1]$).

La corrispondenza $[a_1, a_2]$ muta il gruppo G in se stesso; quindi se cerchiamo il corrispondente a_3 di a_2, il corrispondente a_4 di a_3, e così via, dopo un certo numero di operazioni si deve giungere ad un punto coincidente con a_1. Ora se dato a_1, si può determinare nel gruppo un punto a_2 tale, che la corrispondenza $[a_1, a_2]$ applicata n volte conduca da a_1 una volta sola a ciascun punto del gruppo, e finalmente ad a_1, diremo che il gruppo G è *semplice* e che $[a_1, a_2]$ è una *trasformazione primitiva* (d'ordine n); in caso contrario G sarà un gruppo composto.

Ogni corrispondenza (di 2ª specie) che trasformi un gruppo di J_n *in se stesso, trasforma ogni gruppo di* J_n *in se stesso.* Perchè applicare la trasformazione $[a_1, a_2]$ a G' vuol dire applicare a G prima $[a_1, b_1]$ e poi $[a_1, a_2]$, o, ciò che fa lo stesso, prima $[a_1, a_2]$ e poi $[a_1, b_1]$. Segue che se un gruppo di J_n è semplice, tutti i gruppi di J_n sono semplici, e la involuzione potrà dirsi *semplice*. Quando non si dichiari il contrario, intenderemo che J_n sia una involuzione semplice.

10. Siano $(a_1 a_2 \ldots a_n)$, $(b_1 b_2 \ldots b_n)$, $\ldots$ $(l_1 l_2 \ldots l_n)$ n gruppi di J_n e a_i, $b_i \ldots l_i$ siano elementi omologhi. Di più sia $[a_1, a_2]$ una trasformazione primitiva; la *potenza n.*^{ma} di $[a_1, a_2]$ sarà la identità.

Ora poichè il prodotto delle n corrispondenze $[a_1, a_2]$, $[b_1, b_2]$... $[l_1, l_2]$ (tutte eguali ad $[a_1, a_2]$) è la identità, segue [7] che i gruppi di punti $(a_1 b_1 \ldots l_1)$, $(a_2 b_2 \ldots l_2)$, e similmente $(a_3 b_3 \ldots l_3)$ $\ldots$ $(a_n b_n \ldots l_n)$ appartengono ad una stessa $I_n^{(n-1)}$ razionale.

Se sopra una curva ellittica normale di S_n *si trovano* n *gruppi di una stessa* J_n $(a_1 a_2 \ldots a_n)$, $(b_1 b_2, \ldots b_n) \ldots (l_1 l_2 \ldots l_n)$, *ed* a_i, $b_i \ldots l_i$ *sono elementi omologhi di questi gruppi, gli spazi* $(a_1 b_1 \ldots l_1)$, $(a_2 b_2 \ldots l_2)$, $\ldots$ $(a_n b_n \ldots l_n)$ *incontrano ulteriormente la curva in uno stesso punto.*

In particolare (se $[a_1, b_1] = [a_1, c_1] = \ldots [a_1, l_1] = \text{ident.}$),

Gli spazi S_{3-1} *osculatori alla curva ellittica normale di* S_n *nei punti di un gruppo di una* J_n *incontrano ulteriormente la curva in uno stesso punto.*

Gli n^2 spazi S_{n-1} osculatori alla curva passanti per uno dei suoi punti, danno coi loro punti di contatto n gruppi di J_n (1);

(1) Ad ogni punto della curva ellittica corrispondono adunque n elementi (gruppi) di J_n; e questi gruppi di n elementi di J_n formano una serie involutoria d'or-

quindi fra i gruppi di una J_n sopra una curva ellittica normale di S_{n-1}, n sono costituiti dai punti di iperosculazione della curva.

Le considerazioni che ci condussero agli ultimi teoremi, danno anche il seguente: Se sopra una curva normale ellittica C^n (n dispari) si trova una J_n, lo spazio S_{n-2} osculatore a C^n in un punto di un gruppo e lo spazio passante per i rimanenti $n-1$ punti del gruppo, incontrano ulteriormente C^n in uno stesso punto.

11. Quante diverse involuzioni ellittiche d'ordine n si trovano sopra una curva ellittica?

Sia anzitutto n un numero primo; allora ogni corrispondenza determinata da due punti di un gruppo di J_n è primitiva; e due gruppi di punti di due *diverse* J_n non possono avere due punti comuni.

La curva sostegno sia la C^{n+1} ellittica normale di S_n. Poichè due punti a_1, a_2 appartengono ad un gruppo di una J_n solo quando gli spazi S_{n-1} osculatori a C^{n+1} in a_1, a_2 incontrano ulteriormente la curva in uno stesso punto, segue che dato a_1 si possono determinare n^2-1 punti a_2 tali, che la potenza $n.^{ma}$ di $[a_1, a_2]$ sia la identità. Queste n^2-1 corrispondenze appartengono a $n+1$ gruppi di $n-1$ corrispondenze, ponendo in un gruppo due corrispondenze, una delle quali sia potenza dell'altra; ciascun gruppo dà una determinata involuzione J_n. Quindi:

Se n *è un numero primo, sopra una curva ellittica si trovano* n + 1 *involuzioni ellittiche d'ordine* n (1).

12. Se n non è primo, siano α, β, γ . . . i divisori primi di n, ed indichi $\varphi(n)$ quanti fra i numeri minori di n sono primi con n. Un gruppo di una J_n si trasforma in se stesso per $\varphi(n)$ corrispondenze di 2ª specie, primitive. Sicchè se $\psi(n)$ è il numero delle diverse trasformazioni primitive d'ordine n, $\Psi(n) = \dfrac{\psi(n)}{\varphi(n)}$ è il numero delle diverse J_n.

Per calcolare $\psi(n)$ notiamo che se i_1, i sono due punti di iperosculazione della C^n ellittica normale, la trasformazione $[i_1, i]$

---

dine n, ellittica, il cui sostegno è J_n. Da ciò il teorema: Se due curve ellittiche C, C' sono così riferite che ad ogni punto di C corrispondano n punti di C', ma ad ogni punto di C' un solo punto di C, allora le due curve si possono anche riferire in guisa che ad ogni punto di C' corrispondano n punti di C, ma ad ogni punto di C un solo punto di C'.

(1) Clebsch-Lindemann, *Vorlesungen über Geometrie*, pag. 616.

è primitiva o per l' ordine n, o per un divisore di n. E reciprocamente ogni trasformazione primitiva il cui ordine sia n, o un divisore di n, muta un punto di iperosculazione in un altro punto di iperosculazione. E poichè i punti di iperosculazione sono n^2-1 oltre ad i_1, si ha:

$$\Sigma\psi(\delta)=n^2-1\ ,$$

dove la somma si estende a tutti i divisori δ di n, n incluso. Di qui e dal paragrafo precedente, sia direttamente, sia approfittando di una osservazione di Dirichlet (1), si deduce subito

$$\psi(n)=n^2\left(1-\frac{1}{\alpha^2}\right)\left(1-\frac{1}{\beta^2}\right)\left(1-\frac{1}{\gamma^2}\right)\dots,$$

e quindi:

$$\Psi(n)=n\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)\left(1+\frac{1}{\beta}\right)\left(1+\frac{1}{\gamma}\right)\dots$$

numero totale delle involuzioni semplici, distinte J_n, che si trovano sopra una curva ellittica.

13. Sopra una C^n ellittica normale si trovi una J_n, e sia E una trasformazione primitiva di questa J_n. Per la E ad n punti $a_1, b_1 \dots l_1$ di C^n situati in uno spazio S_{n-1} corrispondono n punti $a_2, b_2 \dots l_2$, di un nuovo S_{n-1}, perchè il prodotto delle corrispondenze $[a_1, a_2], [b_1, b_2] \dots [l_1, l_2]$ è l'identità [7].

Quindi [5] la corrispondenza E determina in S_{n-1} una collineazione, che muta ogni punto della curva nel suo corrispondente.

Ogni involuzione ellittica d'ordine n *sopra una curva ellittica normale di* S_{n-1} *determina in questo spazio* $\varphi(n)$ *collineazioni cicliche d'ordine* n, *ciascuna delle quali trasforma in se stesso ogni gruppo dell'involuzione.*

Una curva ellittica normale di S_{n-1} è trasformata in se stessa da $\psi(n)$ collineazioni cicliche d'ordine n di S_{n-1} (2).

Siano $a_1, a_2 \dots a_n$ i punti di C^n che si trovano in uno spazio unito della collineazione; essi devono formare un gruppo di J_n.

---

(1) DIRICHLET, *Teoria dei numeri*, appendice VII.

(2) Una collineazione che trasformi C^n in se stessa è ciclica secondo un divisore di n (n incluso), oppure è una delle n^2 involuzioni relative a corrispondenze di 1ª specie. (Su queste vedi SEGRE, *Sur les transformations des courbes elliptiques*).

Sia α_1 il punto in cui lo spazio S_{n-2} osculatore in a_1 sega di nuovo C^n (il *tangenziale* di a_1). Allora il prodotto

$$[a_1, a_2]\,[a_1, a_3]\,\ldots\,[a_1, a_n]\,[a_1, a_1] = [a_1, a_2]^{\frac{n(n-1)}{2}}\,[\alpha_1, a_1]$$

dà la identità. Perciò se n è dispari, α_1 coincide con a_1, e se n è pari $[\alpha_1, a_1]^2 =$ ident.

Dunque:

Per n *dispari ciascuno degli* n *spazi uniti di una collineazione ciclica d'ordine* n *che muti* C^n *in se stessa, sega* C^n *in* n *punti di iperosculazione.*

Per n *pari ogni punto di* C^n *giacente in uno spazio unito ed il punto tangenziale danno una coppia di una* J_2 *sulla curva.*

In una J_n sopra la C^n normale si trovano n gruppi situati in spazi S_{n-2}; quindi: Gli spazi S_{n-1} contenenti i gruppi di una J_n sopra la C^{n+1} ellittica normale formano un fascio ellittico d'ordine $n+1$.

14. Fra le involuzioni ellittiche composte noteremo quella H_{n^2} d'ordine n^2, i cui gruppi sono costituiti dai punti n. upli delle ∞^1 $I_n^{(n-1)}$ giacenti sopra la curva ellittica. Se questa è la C^{n+1} normale di S_n, ogni gruppo di H_{n^2} è dato dai punti di contatto degli spazi S_{n-1} osculatori condotti per un punto della curva.

I gruppi della H_{n^2} *si possono riferire univocamente ai punti della curva; ogni gruppo è costituito da* n *gruppi di ciascuna delle* J_n *giacenti sulla curva;* questi n gruppi appartengono ad una stessa $I_n^{(n-1)}$ razionale.

Ogni corrispondenza univoca sulla curva muta la H_{n^2} in se stessa.

Ogni trasformazione collineare della C^{n+1} *normale ellittica in se stessa trasforma ciascun gruppo della* H_{n^2} *in se stesso* (proprietà caratteristica).

15. Studiate le involuzioni ad una dimensione, dovremmo occuparci delle involuzioni non razionali a più dimensioni. Il seguente teorema ce ne dispensa.

Per le involuzioni d'ordine n ad r dimensioni $J_n^{(r)}$ qui considerate, ammetteremo che i gruppi di $n-i$ punti che con i $(\leq r)$ punti fissi della curva danno gruppi di $J_n^{(r)}$, formino una $J_{n-i}^{(r-i)}$ (*coniugata* ai punti fissi), e che due involuzioni coniugate a due gruppi indipendenti di i punti, siano distinte. Con queste restrizioni vale il teorema:

Una involuzione d'ordine n *ad* r *dimensioni sopra una curva ellittica è razionale, quando* $n > r > 1$.

Il teorema sia vero per le involuzioni ad $r-1$ dimensioni; la curva sostegno sia la C^{n+1} normale ellittica. Ad un punto A' della curva è coniugata nella $J_n^{(r)}$ una $J_{(n-1)}^{(r-1)}$ *razionale*, i cui gruppi, insieme con A', determinano spazi S_{n-1} passanti per un S'_{n-r}; questo sega C^{n+1} in A' e in un secondo punto B' [3].

Così a un nuovo punto A'' di C^{n+1} corrisponderà un S''_{n-r}, secante la curva in A'' e in un secondo punto B''. I gruppi della $J_{n-2}^{(r-2)}$ coniugata alla coppia A', A'', determinano con questa coppia spazi S_{n-1} passanti per uno stesso S_{n-r+1}, il quale contiene S'_{n-r}, S''_{n-r}. Dunque gli ∞^1 S_{n-r} relativi ai punti A di C^{n+1} giacciono a due a due in un S_{n-r+1}, e quindi o giacciono tutti in uno stesso S_{n-r+1}, o passano tutti per uno stesso S_{n-r-1}. Il primo caso contraddice le restrizioni fatte. Nel secondo caso in ogni S_{n-1} passante per S_{n-r-1} si trova un gruppo di $J_n^{(r)}$, e reciprocamente; perciò la $J_n^{(r)}$ è razionale, e S_{n-r-1} sega C^{n+1}in un punto [3]. La dimostrazione qui data vale anche per $r=2$, perchè le $J_{n-1}^{(1)}$ coniugate ai punti della curva non possono essere ellittiche in virtù delle restrizioni fatte (1).

Alcune serie non involutorie.

16. Ci proponiamo di cercare una varietà ad n dimensioni contenuta in uno spazio lineare, i cui punti rappresentino univocamente i gruppi di n punti di una curva ellittica.

Per $n=2$ la questione è già risoluta; una osservazione del signor Segre (2) permette di affermare che *le coppie di punti di una curva ellittica si possono rappresentare sui punti di una rigata ellittica riferita univocamente alla curva.* I raggi della rigata rappresentano le ∞^1 $I_2^{(1)}$ razionali sulla curva C. E se la rigata è d'ordine dispari $2k+1$, appartenente a S_{2k}, della specie più generale (queste rigate indicheremo nel seguito con Γ_2^{2k+1}), ciascuna delle ∞^1 curve minime d'ordine $k+1$ rappresenta un punto di C (o meglio quelle coppie che contengono quel punto).

---

(1) Come conseguenza dei paragrafi precedenti e in particolare della nota al n° 10, diamo qui il seguente teorema: *Le curve ellittiche semplici di una rigata ellittica che segano* n *volte i raggi della rigata, possono dividersi in* $\psi(n)$ *famiglie; due curve di una stessa famiglia possono riferirsi univocamente.*

(2) *Ricerche sulle rigate ellittiche*, n° 19 (Atti dell'Acc. delle Sc. di Torino, V. XXI).

Questa proprietà si estende facilmente.

I gruppi di n *punti di una curva ellittica possono rappresentarsi sui punti di una varietà ad* n *dimensioni composta di una serie* ∞^1 *ellittica di spazi* S_{n-1}, *riferita univocamente alla curva.* Ogni spazio S_{n-1} della serie rappresenta una $I_n^{(n-1)}$ della curva ellittica.

Dimostriamo il teorema per la varietà normale Γ_n^{nk+1} composta di ∞^1 S_{n-1} in S_{nk} (k qualunque); di questa sola varietà parleremo nel seguito.

Nella Γ_n^{nk+1} della specie più generale, k elementi S_{n+1} determinano uno spazio S_{nk-1}, il quale sega ulteriormente la varietà in una analoga varietà $\Gamma_{n-1}^{(n-1)k+1}$ di $S_{(n-1)k}$; ed ogni S_{nk-1} passante per un tale $S_{(n-1)k}$ contiene k elementi della varietà primitiva. La varietà primitiva contiene ∞^1 di queste $\Gamma_{n-1}^{(n-1)k+1}$, le quali formano una serie ellittica riferita univocamente alla proposta, e tale che per ogni punto di Γ_n^{nk+1} passano n varietà $\Gamma_{n-1}^{(n-1)k+1}$, ed n tali varietà, scelte ad arbitrio, si segano in un punto. Se quindi ai punti della curva ellittica si fanno corrispondere le varietà $\Gamma_{n-1}^{(n-1)k+1}$ di Γ_n^{nk+1}, ogni gruppo di n punti di C ha per imagine un punto di Γ_n^{nk+1}, e reciprocamente.

17. Sopra una curva ellittica C sia data una serie $g_n^{(1)}$ a una dimensione. Molte proprietà della $g_n^{(1)}$ dipendono da due numeri *(indici)*, il *primo* dei quali i ci dice quanti gruppi della $g_n^{(1)}$ contengono un punto arbitrario di C, il *secondo* j quanti gruppi della $g_n^{(1)}$ appartengono ad una $I_n^{(n-1)}$ arbitraria di C; la serie sarà caratterizzata dal simbolo $g_n^{(1)}\{i, j\}$. Per esempio la $I_n^{(1)}$ razionale ha per indici 1, 0, la J_n ellittica 1, n.

La $g_n^{(1)}\{i, j\}$ è rappresentata sopra la Γ_n^{nk+1} di S_{nk} da una curva d'ordine $i+kj$, che sega ogni S_{n-1} elemento di Γ in j punti; e reciprocamente.

Considereremo soltanto le $g_n^{(1)}$ senza gruppi doppi, vale a dire quelle serie le cui curve imagini sulla Γ_n^{nk+1} non hanno punti doppi. In tale ipotesi una formula del sig. Segre (1) ci conduce subito a questa:

$$\pi = \frac{(j-1)(ni-j)}{n(n-1)} + 1 ,$$

la quale dà il genere π della $g_n^{(1)}\{i, j\}$.

---

(1) *Sulle varietà algebriche composte di una serie semplicemente infinita di spazi* (Rend. Lincei, Atti 87).

Varie conseguenze derivano dalla formula. Anzitutto non può essere $\pi = 0$, ed è $\pi = 1$ solo quando $j = 1$, oppure $j = ni$; nel primo caso i gruppi di $g_n^{(1)}$ possono riferirsi univocamente ai punti di C.

Poi: *Se due curve ellittiche sono in corrispondenza* (n, n) *ciascuna delle due curve può riferirsi univocamente all'altra, oppure ad una involuzione ellittica d'ordine* n² *giacente sull'altra* (1).

Il teorema è contenuto in questo: *Se fra due curve ellittiche passa una corrispondenza* (m, n), *ciascuna delle curve può riferirsi univocamente all'altra, oppure a una involuzionc ellittica d'ordine* mn *giacente su questa.*

18. Limitiamoci alle serie di coppie di punti. *Una* $g_2^{(1)}\{i, j\}$ *contiene in generale* $4\,i - 2\,j$ *punti doppi.* Per dimostrarlo basta applicare il principio di corrispondenza al fascio che proietta da un punto di una cubica piana generale i gruppi di una $g_2^{(1)}$, riguardando come corrispondenti due raggi determinati da punti di una coppia.

La rappresentazione delle coppie di punti della curva C sopra una rigata ellittica Γ_2^{2k+1} di S_{2k} ci dà un mezzo per studiare *tutte* le serie $g_2^{(1)}$, per le quali $j = 1$. Infatti si assuma il numero k (che è in nostro arbitrio) uguale ad i; allora la $g_2^{(1)}$ ha per imagine sulla Γ_2^{2i+1} una curva d'ordine $2\,i$, e reciprocamente. Quindi (2):

Sopra una curva ellittica si trovano $\infty^{2i-1} g_2^{(1)}$ *di indici* i, 1; $2\,i - 1$ *coppie di punti appartengono a due tali serie.*

Ciascuna di queste serie è evidentemente ellittica, anzi può riferirsi univocamente a C; la serie possiede $2\,(2\,i - 1)$ punti doppi, ed ha $2\,i - 1$ coppie comuni con una involuzione ellittica J_2. Due serie $g_2^{(1)}\{i, 1\}$ hanno $2\,i - 1$ gruppi comuni.

19. Fermiamoci in particolare sulle serie $g_2^{(1)}$ che hanno per primo indice $i = 2$, (*corrispondenze simmetriche* (2, 2)). La formula del n° 17 ci dice che sono possibili i quattro casi

$$j = 1, \pi = 1\,;\ j = 2, \pi = 2\,;\ j = 3, \pi = 2\,;\ j = 4, \pi = 1.$$

Ma per provare che questi casi realmente si presentano, ci conviene indagare quali siano le rigate costituite da corde di

(1) Questa involuzione sarà sempre la H_{n2} del n° 14? In tal caso (e così avviene per $n = 2$) la prima parte del teorema sarebbe sufficiente.

(2) Segre, *Ricerche sulle rigate ellittiche*, n° 18.

una quartica gobba di prima specie C^4, per le quali la curva è doppia. Se n, π sono ordine e genere di una tale rigata, δ l'ordine dell'ulteriore curva doppia C^δ avente ν punti comuni con C^4, e μ è l'ordine di molteplicità di C^δ in ciascuno dei quattro vertici O di coni quadrici proiettanti la quartica, valgono le relazioni

$$3\delta-\nu-\mu=2(n-4) ,$$

$$2\delta-\nu=(n-4)^2 ,$$

$$\mu=\frac{(n-4)(n-5)}{2} .$$

Da queste

$$\delta=(n-4)^2 , \qquad \nu=(n-4)^2 ,$$

e se la rigata non ha raggi doppi

$$\pi=\frac{(n-1)(n-2)}{2}-(n-4)^2-4 .$$

Si hanno quindi da considerare i seguenti quattro casi.

I. Rigata ellittica del quinto ordine costituita dalle corde di C^4 che si appoggiano ad una retta unisecante C^4.

La serie $g_2^{(1)}\{2, 1\}$ *si ottiene facendo corrispondere, in ogni gruppo di una* $I_3^{(1)}$ *razionale, a ciascun punto gli altri due;* essa ha sei punti doppi, ed i suoi gruppi possono riferirsi univocamente alla curva.

II. Rigata del sesto ordine di genere 2, costituita dalle corde comuni a C^4 e ad un'altra quartica ellittica quadrisecante C^4; ciascuna delle due quartiche contiene i quattro vertici di coni quadrici proiettanti l'altra. La seconda quartica può anche scindersi in una retta passante per uno dei punti O, ed in una cubica piana passante per gli altri tre punti O.

La serie $g_2^{(1)}\{2, 2\}$ *è di genere* 2, *e si ottiene stabilendo in una* $I_2^{(1)}$ *razionale sulla curva una involuzione quadratica, e facendo corrispondere ad ogni punto, i due punti del gruppo di* $I_2^{(1)}$ *coniugato a quello a cui appartiene il primo punto;* quattro punti doppi.

III. Rigata del settimo ordine e genere 2, avente una ulteriore curva doppia del nono ordine con quattro punti tripli (nei punti O) e secante in nove punti C^4.

Questa ulteriore curva doppia può scindersi in una conica passante per tre punti O (unisecante C^4) e in una curva del

settimo ordine; oppure in tre cubiche gobbe giacenti a due a due in coni quadrici aventi uno stesso raggio comune; (in questo caso la rigata acquista un raggio doppio e diventa ellittica).

La serie $g_2^{(1)}\{2, 3\}$ *ha il genere* 2 *(che si abbassa ad* 1 *se la serie contiene un gruppo doppio), e possiede due punti doppi.*

IV. Rigata dell'ottavo ordine di genere 1, avente una ulteriore curva doppia del 16° ordine con quattro punti sestupli, la quale si scinde in quattro curve piane del quarto ordine razionali; ciascuna sega C^4 in quattro punti (1).

La serie $g_2^{(1)}\{2, 4\}$ *è ellittica ed è costituita dalle coppie di punti omologhi in una corrispondenza di* 2ª *specie* (non involutoria); la serie può riferirsi univocamente ai punti della curva; i quattro gruppi della serie giacenti in una $I_2^{(1)}$ hanno un rapporto anarmonico costante. Se la serie ha un punto doppio, essa ne ha infiniti e diventa l'identità.

20. Siano .... 1, 2, 3 .... r, $r+1$ .... punti di una curva ellittica così disposti, che a ciascuno corrispondano il precedente ed il seguente in una $g_2^{(1)}\{2, j\}$; noi diciamo che la $g_2^{(1)}$ è *ciclica* di ordine r, se $r+1$ coincide con 1, e quindi $r+2$ con 2, ecc. E in ogni caso diremo serie *derivata* della proposta quella $g_2^{(1)}\{2, j'\}$, nella quale sono coppie 1, 3; 2, 4; 3, 5;....; r, $r+2$;.... Per trovare la relazione fra j ed j' diciamo c, c' i numeri dei punti doppi della serie proposta e della derivata: c' è anche il numero dei gruppi della proposta che hanno un punto comune coi gruppi infinitamente vicini. Applicando la nota formola di corrispondenza di Zeuthen alla curva sostegno e alla serie proposta, di generi risp. 1, π, e considerando come corrispondenti punto e gruppo che si appartengano, si ottiene

$$c' - c = 4(\pi - 1),$$

ossia

$$j - j' = 2(\pi - 1).$$

Da questa e dalle considerazioni del n° precedente segue:

La serie derivata della $g_2^{(1)}\{2, 1\}$ *è la serie stessa; la* $g_2^{(1)}\{2, 1\}$ *è ciclica del terzo ordine.*

La serie derivata della $g_2^{(1)}\{2, 2\}$ *è una involuzione razionale* $I_2^{(1)}$ *contata due volte; la* $g_2^{(1)}\{2, 2\}$ *è ciclica del quarto ordine.*

---

(1) Le interessanti proprietà di questa rigata sono studiate dall'Harnack (Math. Ann., Bd. 12) e dal Weyr (*Ein Beitrag zur Gruppentheorie.* Sitzb. Wien, Bd. 88).

La serie derivata della $g_2^{(1)}\{2, 3\}$ *è una* $g_2^{(1)}\{2, 1\}$; *la* $g_2^{(1)}\{2, 3\}$ *è ciclica del sesto ordine.* Per costruire una $g_2^{(1)}$ $\{2, 3\}$, si stabilisca sulla curva una $I_3^{(1)}$, la quale sia trasformata in se stessa da una data $I_2^{(1)}$, e ad ogni punto della curva si facciano corrispondere quei due punti, che formano un gruppo di $I_3^{(1)}$ col punto coniugato al primo in $I_2^{(1)}$.

La serie derivata della $g_2^{(1)}\{2, 4\}$ *è un'altra* $g_2^{(1)}\{2, 4\}$; la proposta non è ciclica che in casi particolari.

L'esistenza e le proprietà delle quattro famiglie di $g_2^{(1)}$ conducono subito all'esistenza e alle proprietà delle quattro famiglie di curve di una rigata ellittica Γ_2^{2k+1} di S_{2k}, che segano due volte ogni curva minima della rigata.

21. Abbandoniamo l'analoga ricerca per le $g_2^{(1)}$ di indici $i = 3, 4 \ldots.$, che, a quanto crediamo, sarebbe poco fruttuosa.

Preferiamo di terminare questo lavoro con una formula che può ricevere qualche applicazione.

La serie $g_n^{(r)}\{i, j\}$ *contiene*

$$(r+1)(ni - rj)$$

gruppi con punti multipli secondo $r+1$ (1).

Dimostreremo il teorema per $r = 1$; per giungere al caso generale si proceda da r a $r+1$.

La $g_n^{(1)}$ giaccia sopra la C^{n+2} ellittica normale Gli ∞^1 spazi S_{n-1} determinati dai gruppi $g_n^{(1)}$ costituiscono una varietà F_n^{2i+j} a n dimensioni, d'ordine $2i+j$.

D'altra parte le corde di C^{n+2} che incontrano uno spazio R_{n-1} n — secante la curva, formano una rigata d'ordine n Γ_2^n. Questa rigata sega F_n^{2i+j} lungo una curva d'ordine $n(2i+j)$, che si scinde nella C^{n+2} contata i volte, in un certo numero y di rette, e poi in certe curve d'ordine $n-1$ sezioni della Γ_2^n con quegli spazi S_{n-1} che appartengono a F_n^{2i+j}, e nel tempo stesso sono secanti di Γ_2^n.

Ora questi ultimi spazi sono in numero di j, perchè gli spazi secanti di Γ_2^n determinano sulla C^{n+2} una $I_n^{(n-1)}$, la quale ha j gruppi comuni con $g_n^{(1)}$; quindi

$$n(2i+j) = i(n+2) + y + j(n-1);$$

(1) i indica quanti gruppi di $g_n^{(r)}$ contengono r punti dati, j quanti gruppi appartengono ad una $I_n^{(n-r)}$ razionale.

di qua $$y=(n-2)\,i+j\ ,$$

che dà il numero delle coppie di una $I_2^{(1)}$ contenute in un gruppo di $g_n^{(1)}$. Ora se c è il numero richiesto dei punti doppi si ha subito mediante il principio di corrispondenza di Chasles (cfr. n° 18)

$$c=4\,(n-1)\,i-2y\ ,$$

e finalmente

$$c=2\,(ni-j)\ .$$

Venezia, luglio 1888.

ELETTROMETRO AD EMICICLI

Teoria
ed applicazioni come wattometro, voltometro ed amperometro per correnti continue ed alternative;

Nota dell'Ing. Ettore Morelli

Questo apparecchio è una modificazione dell'elettrometro a quadranti fatta collo scopo principale di ottenere un wattometro elettrostatico per correnti continue ed alternative; esso però si presta pure a tutti gli usi come voltometro ed amperometro per correnti continue ed alternative a cui serve l'elettrometro a quadranti, rappresentandone per alcuni riguardi un perfezionamento.

Descrizione e teoria dell'apparecchio. — Si immagini un elettrometro a quadranti qualunque, per esempio quello di Mascart, del quale si siano riuniti elettricamente due a due i quadranti contigui 1.2′ ed 1′.2, e si sia diviso l'ago in due parti uguali 3.3′ mediante un taglio rettilineo normale all'asse maggiore di simmetria (fig. 1); le due coppie di quadranti contigui comunichino con due morsetti I. II, e le due parti dell'ago con altri due morsetti III. III′, per esempio mediante due coppie di asticciuole conduttrici attaccate alle due parti dell'ago ed ai due morsetti e pescanti in due recipienti isolati contenenti acqua acidulata (fig. 2). Tutti gli altri particolari relativi al sostegno, all'intelejatura, alla sospensione, al sistema di spegnimento delle oscillazioni, al modo di lettura delle deviazioni, rimangano invariati.

Vedremo che la forma di apparecchio risultante da questa descrizione non è la più conveniente, cioè che converrà fondere assieme in due scatole ad emicicli i quadranti contigui 1,2'; 2,1' ed allargare l'ago nel senso normale all'asse maggiore (fig. 3); si ottiene così una forma nelle parti principali che giustifica il nome di *elettrometro ad emicicli;* ma intanto ciò che si è detto è utile per collegare la descrizione e la teoria di questa forma migliore dell'apparecchio a quelle dell'elettrometro a quadranti.

1. — *Proponiamoci di ricavare l'equazione di equilibrio dell'ago;* supponiamo dapprima isolati i quattro quadranti 1.2.1'.2' (figura 1) e tenuti i quadranti e le due parti 3. 3' dell'ago a potenziali elettrici costanti V_1, V_2, V_1', V_2', V_3, V_3'; inoltre immaginiamo l'ago nella posizione iniziale di simmetria rispetto ai quadranti; ogni quadrante e la parte di ago corrispondente costituisce un condensatore nel quale bisogna distinguere due parti; quella ad una distanza non piccolissima dal piano di separazione dei quadranti e dal lembo dell'ago, per la quale si può ammettere che la distribuzione dell'elettricità sia uniforme, cioè la *parte a distribuzione regolare;* e quella che sta in vicinanza degli orli dell'ago e dei quadranti, per la quale si ha una distribuzione non uniforme dell'elettricità, cioè la *parte a distribuzione irregolare;* sappiamo che la 1ª parte è molto maggiore della 2ª; perciò si può ammettere che per causa di una rotazione $d\vartheta$ dell'ago, le parti a distribuzione regolare si spostino semplicemente senza variare, e che quindi il solo effetto sia quello di far variare proporzionalmente a $d\vartheta$ la grandezza angolare della parte a distribuzione regolare di ogni condensatore; detta c la capacità per unità d'angolo, ammetteremo che la rotazione di $d\vartheta$ abbia per effetto soltanto di far variare di $c d\vartheta$ la capacità di ogni condensatore.

Sotto l'azione delle forze elettriche l'ago si sposta, cioè il sistema si deforma; la deformazione facendosi per ipotesi a potenziali costanti, sarà applicabile il teorema pel quale *il lavoro delle forze elettriche è uguale all'aumento di energia del sistema così deformato.*

Orbene, tutto essendo simmetrico rispetto all'asse verticale di rotazione, le forze elettriche che tendono a far girare l'ago attorno all'asse stesso si riducono ad una coppia di momento M agente nel piano di rotazione dell'ago; dunque il lavoro delle forze elettriche durante una rotazione $d\vartheta$ è dato da $M d\vartheta$. —

Calcoliamo l'aumento dw di energia del sistema in funzione dei potenziali e delle dimensioni dell'apparecchio, supponendo, per fissare le idee, che l'ago ruoti nel verso delle lancette di un orologio, cioè che la capacità dei condensatori $\overline{\underline{1.3}}$, $\overline{\underline{1'3'}}$ diminuisca, e quella dei condensatori $\overline{\underline{2.3}}$, $\overline{\underline{2'3'}}$ aumenti; si ottiene evidentemente:

$$dw = \frac{1}{2} c\,d\delta \left[(V_2 - V_3)^2 - (V_1 - V_3)^2 + (V_2' - V_3')^2 - (V_1' - V_3')^2 \right]$$

$$= c\,d\delta \left[\left(V_1 - V_2 \right)\left(V_3 - \frac{V_1 + V_2}{2} \right) + (V_1' - V_2') \left(V_3' - \frac{V_1' + V_2'}{2} \right) \right],$$

In forza del teorema enunciato si ha quindi:

$$(1)\ M = c\left[(V_1 - V_2)\left(V_3 - \frac{V_1 + V_2}{2} \right) + (V_1' - V_2')\left(V_3' - \frac{V_1' + V_2'}{2} \right) \right].$$

Nei limiti di approssimazione fra i quali si può ammettere che c sia costante, questa relazione ci dimostra che M si mantiene costante mentre δ varia, cioè che in tutte le posizioni che l'ago prende ruotando, rimane sollecitato sempre da una stessa coppia il cui momento costante M ha l'espressione ora scritta; ne segue che l'ago girerà finchè la torsione della sospensione dia luogo ad una coppia antagonista di momento M; ammessa la proporzionalità fra δ ed il momento di torsione, si può esprimere questo momento con $k\delta$ dove k è una costante relativa alla sospensione; si concluderà che l'ago ruoterà di quell'angolo δ per cui $M = k\delta$ cioè, ponendo $K = \frac{c}{k} =$ costante, che:

$$(2)\ \delta = K\left[(V_1 - V_2)\left(V_3 - \frac{V_1 + V_2}{2} \right) + (V_1' - V_2')\left(V_3' - \frac{V_1' + V_2'}{2} \right) \right].$$

Nell'elettrometro descritto i quattro quadranti non sono isolati, come supponemmo finora, ma 2 ed 1' sono riuniti fra loro, ed 1.2' pure, cioè

$$V_2 = V_1' \qquad V_1 = V_2'.$$

Perciò:

$$\delta = K\left[(V_1 - V_2)\left(V_3 - \frac{V_1 + V_2}{2} \right) + (V_2 - V_1)\left(V_3' - \frac{V_2 + V_1}{2} \right) \right],$$

cioè

$$(3) \ldots\ldots \qquad \delta = K(V_1 - V_2)(V_3 - V_3').$$

È questa la formola fondamentale per la teoria e per l'uso dell'apparecchio. Appare ora evidente come fondendo assieme i quadranti contigui 1.2' e 2 1' in due scatole semicircolari, ed allargando l'ago nel senso normale all'asse maggiore di simmetria, si migliori l'apparecchio; inquantochè sopprimendo alcuni orli ed allontanando i rimanenti, sono certo con maggiore approssimazione verificate le ipotesi relative alle distribuzioni regolare ed irregolare dell'elettricità che hanno servito di base a questa teoria. Ne segue che si avrà una maggiore approssimazione ammettendo per l'elettrometro a emicicli la $\delta = K(V_1 - V_2)(V_3 - V_3')$, di quella che si abbia ammettendo questa formola per l'elettrometro a quadranti modificato secondo la (fig. 1), oppure ammettendo, come si suole, la nota relazione

$$\delta = 2K(V_1 - V_2)\left(V_3 - \frac{V_1 + V_2}{2}\right)$$

per l'elettrometro a quadranti ordinario.

La modificazione dell'elettrometro a quadranti di cui abbiamo parlato, riguarda le parti essenziali dell'apparecchio e quindi ne cambia le proprietà fondamentali; è indipendente dalla costruzione di tutti i particolari relativi all'intelajatura, alla sospensione, allo spegnitore, alla lettura delle deviazioni; perciò essa è applicabile a tutte le forme dell'elettrometro a quadranti.

2. — La teoria esposta rende conto delle proprietà essenziali dell'apparecchio, ma, per le ragioni indicate, essa è soltanto approssimata. È possibile fare una teoria più completa procedendo in modo analogo a quanto fece il signor Gouy in una sua pregevole memoria relativa all'elettrometro a quadranti (*Journal de Physique*, Mars 1888).

Consideriamo l'elettrometro ad emicicli sotto la forma indicata dalla fig. 1, e supponiamo per ora isolati i quattro quadranti. I due quadranti contigui 1, 2 unitamente alla parte 3 dell'ago, formano un mezzo elettrometro a quadranti a cui possiamo applicare, con piccole modificazioni, i risultati della teoria del signor Gouy; le forze elettriche le quali agiscono sulla parte 3 dell'ago tendendo a farla girare attorno all'asse verticale di rotazione, si riducono a due; i loro momenti rispetto a questo asse, sono espressi da G e $G_1\delta$ dove:

$$\left\{\begin{aligned} G &= \frac{1}{2}\gamma(V_1^2 - V_2^2) + \mu V_3(V_1 - V_2) \\ G_1 &= \alpha V_3^2 + \chi(V_1^2 + V_2^2) + 2\upsilon V_3(V_1 + V_2) + 2\beta V_1 V_2 . \end{aligned}\right.$$

In queste espressioni, α, β, γ, ν, χ, μ, indicano delle costanti caratteristiche dell'apparecchio, le quali si riferiscono ai quadranti 1, 2 ed alla parte 3 dell'ago, anzichè alle due coppie di quadranti opposti ed all'ago intiero.

Lo stesso si può dire per la coppia $1'$ $2'$ di quadranti contigui e per la parte $3'$ dell'ago; anzi è evidente che le costanti α, β, γ, ν, χ, μ, sono uguali nei due casi; sulla parte $3'$ dell'ago agiscono adunque tendendo a farla girare, due forze i cui momenti sono uguali a G' e $G'\delta$ dove:

$$\begin{cases} G'=\frac{1}{2}\gamma({V_1'}^2-{V_2'}^2)+\mu\, V_3'(V_1'-V_2') \\ G_1'=\alpha\, {V_3'}^2+\chi({V_1'}^2+{V_2'}^2)+2\nu V_3'(V_1'+V_2')+2\beta V_1' V_2'. \end{cases}$$

Queste quattro forze agenti sull'ago, si compongono in due forze le quali tendono a deviare la sospensione dalla direzione verticale, ed in due coppie di momenti $G+G'$ e $(G_1+G'_1)\delta$; queste ultime soltanto, si hanno a considerare rispetto alla rotazione dell'ago; ora, se si suppongono riuniti i quadranti contigui 1, $2'$ ed $1'$ 2, cioè: $V_1'=V_2$ e $V_1=V'_2$ si ricava:

$$(4)\ldots \quad \begin{cases} G+G'=\mu(V_1-V_2)(V_3-V_3') \\ G_1+G_1'=\alpha(V_3^2+{V_3'}^2)+2\chi(V_1^2+V_2^2) \\ \qquad +2\nu(V_1+V_2)(V_3+V_3')+4\beta\, V_1 V_2. \end{cases}$$

La coppia di momento $G+G'$ è indipendente da δ, e tende a deviare l'ago nel verso dei δ positivi se $G+G'>0$, nel senso contrario se $G+G'<0$.

La coppia di momento $(G_1+G_1')\delta$ cambia di segno con δ, e si annulla per $\delta=0$; essa tende a ricondurre l'ago a zero da qualunque parte se ne allontani se $G_1+G'_1<0$, e ad allontanarnelo sempre se $G_1+G_1'>0$. È questa la ***coppia direttrice elettrica*** che si unisce alla coppia direttrice dovuta alla sospensione, complicando notevolmente l'equazione di equilibrio dell'ago; di essa non si tiene conto nella teoria elementare prima esposta. — Le considerazioni fatte dal signor Gouy per concludere che sensibilmente:

$$\alpha=\nu=o\,; \qquad \chi=-\beta: \qquad \gamma=-\mu$$

sono applicabili qui, allo stesso titolo; si ricavano adunque le espressioni approssimate seguenti:

$$(5)\ldots \quad \left\{ \begin{array}{l} G + G' = -\gamma(V_1 - V_2)(V_3 - V_3') \\ G_1 + G_1' = 2\chi(V_1 - V_2)^2 \end{array} \right.$$

Indichiamo con $k\delta$ il momento della coppia direttrice dovuta alla sospensione; l'ago sarà in equilibrio per quel valore di δ per cui la somma dei momenti delle coppie direttrici è uguale al momento della coppia deviatrice; cioè pel valore di δ dato dalla:

$$k\delta - (G_1 + G_1')\delta = G + G'$$

giacchè è $G_1 + G'_1 < 0$ quando la coppia direttrice elettrica cospira con quella di torsione per ricondurre l'ago allo zero. Ammesse le considerazioni relative ai coefficienti α, β, γ, χ, ν, μ, si deduce adunque da questa teoria che l'equazione di equilibrio dell'ago è:

$$(6)\ldots \qquad \delta = \frac{-\gamma(V_1 - V_2)(V_3 - V_3')}{k - 2\chi(V_1 - V_2)^2} \,.$$

Queste formole dimostrano che la coppia deviatrice $G + G'$ ha ancora la stessa espressione data dalla teoria elementare; ma che la coppia direttrice elettrica modifica notevolmente la formola di equilibrio quando la coppia direttrice della sospensione non è abbastanza grande per renderla trascurabile.

I risultati di questa teoria possono essere controllati coll'esperienza, nel modo seguente. Le espressioni generali (4) di $G + G'$ e $G_1 + G_1'$ per $V_3 = V_3' = 0$ e $V_1 = -V_2$ dànno $G + G' = 0$ $G_1 + G_1' = 4V_1^2(\chi - \beta)$ cioè approssimativamente $G + G' = 0$ e $G_1 + G_1' = 8\chi V_1^2$. In una prima esperienza si riducono gli spegnimenti per quanto è possibile, tenendo ago ed emicicli a terra, e si misura la durata θ_0 di una oscillazione semplice dell'ago soggetto così all'azione della sola sospensione. Quindi in una serie di esperienze, facendo ancora $V_3 = V'_3 = 0$, si caricano i due emicicli simmetricamente con una pila di un numero variabile n di elementi, e si misura ad ogni volta il valore θ della durata dell'oscillazione semplice. Il momento della coppia direttrice elettrica è proporzionale ad $\frac{1}{\theta^2} - \frac{1}{\theta_0^2}$; quindi se è vero quanto si deduce

dalla teoria precedente, cioè che la coppia direttrice elettrica è proporzionale al quadrato di n, deve risultare che: $\frac{1}{n^2}\left(\frac{1}{\theta^2}-\frac{1}{\theta_0^2}\right)=$ cost. — Altre verifiche si possono fare con esperienze di deviazione; si tiene costante $V_3 - V'_3$ e si caricano simmetricamente i due emicicli con un numero n variabile di elementi; ricorrendo a sospensioni per le quali il momento di torsione k non sia trascurabile, si deve trovare che δ è proporzionale ad $\frac{n}{\lambda + An^2}$ dove $A =$ cost.

Nell'elettrometro ad emicicli sotto la forma indicata dalla fig. 3, l'ago è allargato molto di più di ciò che sia nell'elettrometro a quadranti, inoltre sono soppressi gli orli contigui dei quadranti 1, 2′ ed 1′, 2; perciò si può con maggiore approssimazione di quella relativa all'elettrometro a quadranti, ammettere che siano

$$\alpha=\beta=\chi=\upsilon=0 \quad \text{e} \quad \mu=-\gamma\,,$$

cioè che sia:

$$G_1+G_1'=0 \quad \text{e} \quad G+G'=-\gamma(V_1-V_2)(V_3-V_3')$$

e quindi che i risultati delle due teorie siano concordanti.

Applicazioni. — Il vantaggio principale che presenta l'elettrometro a emicicli sotto l'una o l'altra delle due forme descritte, e per raggiungere il quale esso venne ideato, è quello di poter servire direttamente come *wattometro-elettrostatico per correnti continue ed alternative*,

1. — Nel caso di correnti continue si ricorre alla disposizione di circuiti indicata dalla fig. 4; detti $V_A . V_B . V_a . V_b$ i potenziali nei punti $A . B . a . b$, si ha una deviazione:

$$\delta = K(V_A - V_B)(V_a - V_b) = K(V_A - V_B)\,ir = Krw\,,$$

dove

$$K' = Kr = \text{cost.}$$

La deviazione δ è proporzionale all'energia w sviluppata nell'unità di tempo fra i punti $A . B$ del circuito percorso dalla corrente i. La costante K' può determinarsi, per esempio, attaccando i quattro fili provenienti dai morsetti III, III′ ed I, II,

ai due poli di una pila, campione di forza elettromotrice nota e; si ha una deviazione $\delta' = K e^2$ epperciò si ricava:

$$K = \frac{\delta'}{e^2}, \text{ cioè } K' = \frac{\delta' r}{e^2}.$$

Nel caso di corrente alternativa sinussoidale $i = \mathrm{I} \operatorname{sen} \frac{2\pi}{\mathrm{T}} t$, si ricorre alla stessa disposizione di circuiti (fig, 4) prendendo per r una resistenza senza self-induzione. Consideriamo un determinato istante del periodo T e diciamo m il momento della coppia che sollecita l'ago in quell'istante, $v_A . v_B . v_a . v_b$ i potenziali nei punti $A . B . a . b$ nell'istante stesso; si ha:

$$m = K (v_A - v_B)(v_a - v_b).$$

Detto i il valore dell'intensità della corrente variabile nell'istante considerato, si ha $v_a - v_b = i r$, giacchè r è senza self-induzione; perciò:

$$m = K (v_A - v_B) i r = K' (v_A - v_B) i = K' w \quad \text{dove} \quad K' = K r = \text{cost.}$$

In ogni istante del periodo T, adunque, il momento della coppia agente è proporzionale all'energia w sviluppata nell'unità di tempo nella parte AB di circuito Se ne conclude che, se T è molto piccolo di fronte alla durata delle oscillazioni dell'ago, questo tende a rotare come se su di esso agisse una coppia costante con momento proporzionale al valor medio

$$\frac{1}{T} \int_0^T (v_A - v_B) i \, dt.$$

Ora, poichè le condizioni dell'apparecchio sono tali che la lettura δ è proporzionale al momento della coppia di rotazione, si ha:

$$\delta = k \frac{1}{T} \int_0^T (v_A - v_B) i \, dt = \mathrm{k} W,$$

dove k è una costante dipendente dalla costruzione dello strumento. e W l'energia media sviluppata nell'unità di tempo durante il periodo.

Attualmente per la misura di W si ricorre spesso all'impiego di wattometri elettrodinamici; a questi metodi nelle misure

esatte si muovono appunti. Anzitutto l'inserzione del wattometro altera le condizioni del circuito e quindi varia la quantità che si vuole misurare. Inoltre nel caso di correnti alternative sinussoidali si ha che:

$$W = J.\ V.\ \cos.\ \frac{2\pi}{T}\alpha,$$

essendo J l'intensità media nel tratto considerato, V la differenza di potenziali media ai due estremi di esso, $\frac{2\pi\alpha}{T}$ il valore angolare della differenza di fase fra J e V. D'altra parte la deviazione Δ al wattometro elettro-dinamico di cui si vuole avere W, è data da:

$$\Delta = KJ.J' \cos.\ \frac{2\pi}{T}\alpha',$$

dove K è una costante, J l'intensità media nel tratto di circuito considerato e nella spirale amperometrica fissa, J' l'intensità media della corrente nella spirale voltometrica mobile dovuta alla differenza di potenziali V, infine $\frac{2\pi}{T}\alpha'$, la differenza di fase fra J ed J'. La spirale mobile voltometrica ha sempre una self-induzione non trascurabile nelle misure esatte, e quindi esiste sempre una differenza di fase fra la corrente che la percorre e la differenza di potenziali a cui questa è dovuta; cioè la differenza di fase $\frac{2\pi}{T}\alpha'$ fra le correnti di valori medii $J.J'$, è sempre diversa dalla differenza $\frac{2\pi}{T}\alpha$ fra J e V; perciò Δ, che è proporzionale ad $JJ' \cos.\ \frac{2\pi\alpha'}{T}$, non riesce più proporzionale ad $J\ V \cos \frac{2\pi\alpha}{T}$, cioè alla W che si vuole misurare, ed ammettendo questa proporzionalità si fa un errore.

Sono quindi migliori, specialmente nel caso di correnti alternative, i metodi basati sull'impiego dell'elettrometro a quadranti, per i quali evidentemente questi inconvenienti non esistono; sono tali i metodi di *Potier* e di *Ayrton* e *Perry*. Il primo di questi però, richiede due letture successive, perciò oltre alla compli-

cazione, introduce errore nei risultati di quelle misure dove la simultaneità delle osservazioni sopra diversi apparecchi ha grande importanza. Il secondo esige una sola lettura all'elettrometro, ma richiede o di trascurare un termine che figura nella formola del metodo, oppure di determinarne il valore con misure secondarie.

L'impiego dell'elettrometro a emicicli, appunto perchè conduce ad un metodo elettrometrico, ovvia agli inconvenienti accennati relativi ai wattometri elettro-dinamici e condivide tutti i pregi dei metodi di Ayrton e Perry e di Potier; siccome poi esige la lettura di una sola deviazione la quale è direttamente proporzionale all'energia che si vuole misurare, evita completamente le difficoltà indicate relativamente a questi metodi elettrometrici.

2. — L'apparecchio può servire come *voltometro ed amperometro per correnti continue.* Si ricorrerà alla disposizione di circuiti indicata dalla fig. 5; *e* rappresenta una pila costante, la quale può essere anche una semplice pila di Volta senza depolarizzante; si ha una deviazione:

$$\delta = K(V_a - V_b)\, e = K'(V_a - V_b)\ ;$$

$$\delta = K'ri = K''i\ ,$$

dove

$$\left\{ \begin{array}{l} K' = Ke = \text{cost.} \\ K'' = K'r = \text{cost.} \end{array} \right.$$

La deviazione δ è proporzionale alla differenza di potenziali $V_a - V_b$ od alle intensità i che si vuole misurare, e per la misura occorre una sola lettura

L'elettrometro a emicicli, per il caso delle correnti continue, presenta adunque un vantaggio su quello a quadranti; questo infatti si suole adoperare o col metodo di Thomson, o con quello di Joubert, o con quello di Mascart; il 1° richiede un potenziale elevato e costante per l'ago e quindi accessorii che complicano notevolmente l'apparecchio, cioè la bottiglia di *Leida*, la *jauge*, ed il *replenisher;* il 2° conduce a poca sensibilità nel caso di correnti debolissime, perchè δ risulta in esso proporzionale al quadrato della quantità $V_a - V_b$ od i che si misura; il 3° richiede due letture successive e due potenziali uguali e contrari per le due coppie di quadranti opposti e quindi com-

plica la misura, introduce errori nei casi dove importa la simultaneità delle osservazioni sopra diversi apparecchi, ed esige una prova preliminare sulla pila che serve ad elettrizzare le due coppie di quadranti. Il metodo a cui conduce l'impiego dell'elettrometro a emicicli, non richiede accessorii che complichino l'apparecchio, si basa sulla proporzionalità della deviazione alla 1ª potenza della quantità che si misura, richiede una sola lettura, ed esige semplicemente di avere due potenziali differenti d'una quantità costante evitando così una prova preliminare ed una causa di errori.

3. — L'apparecchio può servire infine come *voltometro ed amperometro per correnti alternative sinussoidali.* Si ricorrerà alla disposizione di circuiti indicata dalla fig. 6, dove r indica nel caso dell'amperometro una resistenza senza self-induzione. Consideriamo un istante determinato del periodo T della corrente $i = I \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T} t$, e diciamo m il momento della coppia dovuta alle forze elettriche e che sollecita l'ago in questo istante, $v_a - v_b$ la differenza di potenziali fra i punti $a.b$ nell'istante stesso; si ha; $m = K(v_a - v_b)^2$. Questa relazione sussiste per ogni istante del periodo, perciò se T è molto grande di fronte alla durata delle oscillazioni dell'ago, questo tende a rotare come se su di esso agisse una coppia costante con momento proporzionale al valor medio $\frac{1}{T}\int_0^T (v_a - v_b)^2 \, dt$; ora, poichè δ è proporzionale al momento della coppia di rotazione, si ha:

$$\delta = k \frac{1}{T}\int_0^T (v_a - v_b)^2 dt = kV,$$

dove k è una costante e V il valor medio della differenza di potenziali $(v_a - v_b)$. — Dunque δ è proporzionale al valor medio V della differenza di potenziali fra a e b che si vuole misurare. Se r è senza self-induzione, si ha $V = Jr$, essendo J l'intensità media della corrente i che si vuole misurare; cioè $\delta = k'J$ dove $k' = kr =$ cost. Dunque δ è proporzionale al valor medio J che si vuole avere della intensità della corrente che percorre il tratto $AabB$ di circuito.

4. — Cerchiamo infine quale sia la sensibilità dell'elettrometro a emicicli rispetto a quella dell'elettrometro a quadranti nelle diverse

sue applicazioni come wattometro, voltometro ed amperometro. Supponiamo di avere un elettrometro a quadranti ordinario ed un altro elettrometro identico a questo per forma e dimensioni, in cui però sia stata fatta la modificazione indicata dalla fig. 1 relativamente alle comunicazioni fra i quadranti ed alla separazione delle due parti dell'ago; le equazioni di equilibrio dell'ago pei due elettrometri si deducono dalla eq. (2) supponendo rispettivamente: $V_1 = V_1'$; $V_2 = V_2'$; $V_3 = V_3'$ e $V_1 = V_2'$; $V_2 = V_1'$; esse sono perciò:

$$\delta_1 = 2K(V_1 - V_2)\left(V_3 - \frac{V_1 + V_2}{2}\right) \quad \text{e} \quad \delta_2 = K(V_1 - V_2)(V_3 - V_3').$$

Nella 1ª equazione $V_1 . V_2 . V_3$ sono i potenziali delle due coppie di quadranti opposti e dell'ago, e nella 2ª, $V_1 . V_2 . V_3 . V_3'$ sono i potenziali delle due coppie di quadranti contigui e delle due parti dell'ago; K è nei due casi una stessa costante $K = \frac{c}{k}$, giacchè nell'ipotesi fatta, $c . k$ sono due costanti inerenti alla forma e dimensioni dei quadranti ed alla sospensione, che sono uguali nei due casi.

Orbene supponiamo di applicare il 1° elettrometro alla misura dell'energia w sviluppata in ogni unità di tempo in un tratto $A'B'$ di un circuito percorso da una corrente continua od alternativa; facendo uso del metodo di Potier si disporrà in serie ad $A'B'$ una resistenza nota $AB = r$, senza self-induzione nel caso di correnti alternative; si uniranno le due coppie di quadranti opposti rispettivamente in $A . B$ e l'ago successivamente in $A' . B'$ facendo due letture α, β.
Si dimostra che $\alpha - \beta = 2Kr . w = K'w$ dove $K' = 2Kr = \text{cost.}$

Applichiamo il 2° elettrometro alla misura della stessa energia w, secondo quanto indica la fig. 4, facendo uso di un'uguale resistenza r; avremo una deviazione: $\delta = Kr . w$. Dunque $\delta = \frac{\alpha - \beta}{2}$ cioè la sensibilità è uguale alla metà.

Per applicare il 1° elettrometro col metodo di Thomson, alla misura di una differenza di potenziali $V_1 - V_2$, si farà V_3 elevatissimo, tanto elevato che si possa scrivere con approssimazione sufficiente, che $\delta_1 = 2K(V_1 - V_2)V_3$. Misurando la stessa differenza $V_1 - V_2$ col 2° elettrometro, nel modo indicato dalla

fig. 5, si avrà: $\delta_2 = K(V_1 - V_2)(V_3 - V_3')$. Se adunque si suppongono uguali le differenze ausiliarie $V_3 - o$, $V_3 - V_3'$ di cui si fa uso nei due casi, si ha $\delta_2 = \frac{\delta_1}{2}$.

Volendo misurare una differenza di potenziali $V_3 - V_3'$ col 1° elettrometro adoperato col metodo di Mascart, si farà $V_1 = - V_2$, e si faranno due letture δ_1, δ_1'; si avrà $\delta_1 - \delta_1' = 2K(V_1 - V_2)(V_3 - V_3')$. Misurando la stessa differenza $V_3 - V_3'$ col 2° elettrometro nel modo indicato dalla fig. 5, si ha ancora $\delta_2 = K(V_1 - V_2)(V_3 - V_3')$; quindi se si suppone uguale nei due casi la differenza di potenziali costante $V_1 - V_2$, si ha $\delta_2 = \frac{\delta_1 = \delta_1'}{2}$.

Infine, se si adopera il 1° elettrometro col metodo di Joubert per misurare una differenza $V_1 - V_2$, si ha $\delta_1 = K(V_1 - V_2)$; col 2° elettrometro adoperato come vuole la figura 6, si ha $\delta_2 = K(V_1 - V_2)^2 = \delta_1$, cioè una sensibilità uguale.

Si deduce che a parità di forma e dimensioni di tutte le parti dell'apparecchio, ed a parità di potenziali ausiliarii di cui si fa uso, i metodi di misura relativi all'impiego dell'elettrometro ad emicicli conducono ad una sensibilità uguale o metà di quella dei metodi corrispondenti relativi all'elettrometro a quadranti. L'elettrometro ad emicicli, adunque, si presta a tutti gli usi come wattometro, voltometro ed amperometro per correnti continue ed alternative a cui serve l'elettrometro a quadranti, rappresentandone un'utile modificazione.

Esperienze. — Queste considerazioni mi hanno indotto a far costruire un apparecchio di prova; in un elettrometro a quadranti di Mascart costrutto dal Carpentier, ho sostituito all'ago ordinario un ago diviso in due parti isolate fornitomi dal Tecnomasio Italiano; messe in comunicazione con due morsetti esterni III . III' le due parti dell'ago, mediante due appendici che pescano in due recipienti contenenti acido solforico puro, ho collegato i quattro quadranti fra di loro in modo da formarne due coppie di quadranti contigui I . II comunicanti mediante fili isolati con altri due morsetti esterni I, II.

Per mettere in stazione l'apparecchio, si è girato il sostegno della sospensione sino a disporre approssimativamente l'asse maggiore di simmetria dell'ago, parallelo alla linea di separazione delle due coppie di quadranti contigui; quindi si è collocato sulla

Tav. I.

Fig. 5.

Fig. 6.

scatola cilindrica il coperchio che sostiene i quadranti e la sospensione, volgendo lo specchio verso la finestra appositamente praticata nella scatola, cioè verso la scala trasparente. In seguito, collo scopo di verificare esattamente la condizione anzidetta del parallelismo, si sono elettrizzate successivamente le due parti 3, 3' dell'ago, e le due coppie 1 . 2 di quadranti, con una serie di 100 elementi Leclanché; e si è girato l'ago rispetto ai quadranti fino ad ottenere nei due casi una deviazione nulla, come vuole la $\delta = K(V_1 - V_2)(V_3 - V_3')$ per $V_1 - V_2 \gtrless 0$, $V_3 - V_3' = 0$, e per $V_1 - V_2 = 0$, $V_3 - V_3' \gtrless 0$.

Con questo apparecchio così disposto ho fatto la seguente serie di esperienze.

Mi sono servito di quattro serie di 10. 30. 30. 30 elementi Léclanché, ed ho verificata anzitutto l'uguaglianza approssimativa delle differenze di potenziali ai morsetti delle tre ultime; a quest'uopo le due parti dell'ago sono state elettrizzate colla 1ª serie, e le due coppie di quadranti contigui successivamente colle altre tre, trovando per le tre deviazioni valori medii uguali nelle unità.

Dopo questa esperienza preliminare, ho fatto la serie di osservazioni indicate dalla tabella; le differenze di potenziali sono espresse prendendo per unità quella ai morsetti di un elemento Léclanché in circuito aperto; ogni deviazione indicata poi, è la media di quattro letture fatte invertendo ad ogni esperienza le comunicazioni fra le pile e le parti corrispondenti dell'elettrometro:

$$\left\{\begin{array}{lll} V_1 - V_2 = 30\,; & V_3 - V_3' = 10\,; & \delta_1 = 15,75 \\ \quad « \quad = 60\,; & \quad « \quad = 10\,; & \delta_2 = 31,25 \\ \quad « \quad = 90\,: & \quad « \quad = 10\,; & \delta_3 = 46,75 \end{array}\right.$$

Si ha

$$\delta_1 : \delta_2 : \delta_3 = 30 : 60 : 90$$

come vuole la

$$\delta = K(V_1 - V_2)(V_3 - V_3').$$

$$\left\{\begin{array}{ll} V_1 - V_2 = V_3 - V'_3 = 10\,; & \delta_1' = 5,5 \\ \quad « \qquad « \quad = 30\,; & \delta_2' = 50 \\ \quad « \qquad « \quad = 60\,; & \delta_3' = 200,50\,. \end{array}\right.$$

Si ha:

$$\delta_1' : \delta_2' : \delta_3' = 10^2 : 30^2 : 60^2$$

come vuole la $\delta = K(V_1 - V_2)^2$; le piccole differenze sono dovute essenzialmente all'imperfezione dello strumento di prova, quindi all'ineguaglianza delle tre ultime serie di pile, agli errori di lettura per deviazioni così disparate ed alle divergenze previste fra i risultati delle esperienze e quelli dedotti dalla teoria approssimata che abbiamo esposto.

Queste esperienze di orientamento, eseguite sopra un primo abbozzo dell'apparecchio descritto, hanno avuto il solo scopo di dimostrare che è effettivamente possibile il costrurre ed adoperare questo elettrometro colla stessa facilità con cui si costruisce ed adopera l'elettrometro a quadranti ordinario.

Torino, novembre 1888.

Effemeridi del Sole e della Luna per l'orizzonte di Torino e per l'anno 1889;

calcolate da Francesco Porro

Nell'intraprendere per il prossimo anno la compilazione delle Effemeridi Astronomiche relative all'orizzonte di Torino, io mi sono proposto di restringermi ai dati che più facilmente si presentano nella pratica applicazione, fuori dell'Osservatorio, reputando di favorire il divulgarsi di questo modesto lavoro fra coloro che ne possono abbisognare, coll'omettere le nozioni di mero interesse scientifico, e quelle che mediante calcoli elementari si possono, per l'uso della specola, dedurre dagli annuarii di Greenwich, di Parigi o di Berlino. Il lavoro si trova quindi ridotto ad un *Calendario Astronomico*, che noi abbiamo calcolato in base ai dati della *Connaissance des Temps* e del *Nautical Almanac*, attenendoci strettamente alle Istruzioni compilate per l'Osservatorio di Milano, quali risultano da un ottimo opuscolo del Dr. Michele Rajna (Milano, Hoepli, 1887). In particolare si è seguito il metodo svolto a pagina 37 e seguenti delle

citate *Istruzioni*, per calcolare il nascere ed il tramontare del Sole, ed il metodo indiretto (pag. 47 e successive) per gli analoghi calcoli relativi alla Luna.

Non credo fuori di proposito aggiungere per quest'anno le tavole ausiliarie preparate per questi calcoli, nella forma identica a quelle che per Milano si trovano nel citato opuscolo del dottore Rajna. Esse potranno servire ad agevolare la compilazione di consimili Effemeridi negli anni venturi, e sono ridotte in forma assai comoda, e tale da evitare per lo più le interpolazioni.

Debbo da ultimo avvertire che nel calcolo delle Effemeridi fui validamente aiutato dal signor ingegnere Tomaso Aschieri, assistente all'Osservatorio.

Gennaio 1889

GIORNO		TEMPO MEDIO DI ROMA												
		Il SOLE						La LUNA						Età della Luna
dell'Anno	del Mese	nasce		passa al meridiano		tramonta		nasce		passa al meridiano		tramonta		
		h	m	h	m	h	m	h	m	h	m	h	m	
1	1	7	59	12	23	4	46	7	25*a*.	11	57	4	31*p*.	1
2	2		59		23		47	8	28	1	1*p*.	5	35	2
3	3		59		24		48	9	22	2	2	6	46	3
4	4		59		24		49	10	5	2	59	7	59	4
5	5		59		25		50	10	40	3	51	9	10	5
6	6		59		25		51	11	9	4	40	10	19	6
7	7		59		26		52	11	36	5	26	11	24	7
8	8		59		26		53	12	1*p*.	6	9	——		8
9	9		58		27		55	12	25	6	52	12	28*p*.	9
10	10		58		27		56	12	48	7	35	1	30	10
11	11		58		27		57	1	14	8	18	2	31	11
12	12		57		28		58	1	43	9	3	3	32	12
13	13		57		28		59	2	15	9	49	4	31	13
14	14		56		28	5	1	2	54	10	37	5	29	14
15	15		56		29		2	3	39	11	27	6	25	15
16	16		55		29		3	4	30	——		7	16	16
17	17		54		29		4	5	27	12	17*p*.	8	2	17
18	18		54		30		6	6	29	1	8	8	42	18
19	19		53		30		7	7	34	1	58	9	18	19
20	20		53		30		8	8	40	2	47	9	48	20
21	21		52		31		10	9	49	3	35	10	17	21
22	22		51		31		11	10	58	4	22	10	44	22
23	23		50		31		12	——		5	9	11	10	23
24	24		49		31		14	12	9*a*.	5	58	11	38	24
25	25		48		32		15	1	21	6	50	12	8*p*.	25
26	26		47		32		16	2	36	7	42	12	43	26
27	27		46		32		18	3	50	8	39	1	24	27
28	28		45		32		19	5	3	9	33	2	14	28
29	29		44		32		21	6	9	10	41	3	14	29
30	30		43		33		22	7	7	11	42	4	20	30
31	31		42		33		24	7	55	12	41	5	32	1

FASI DELLA LUNA

1	Luna nuova	9h	58m	*pom.*
9	Primo quarto	1	30	*ant.*
17	Luna piena	6	27	*ant.*
14	Ultimo quarto	4	47	*pom.*
31	Luna nuova		59	*ant.*

Il giorno nel mese cresce di 0h 55m

12 La Luna è in Apogeo 6h *pom.*
28 Id. Perigeo 8 *pom.*

Il Sole entra nel segno *Acquario* il giorno 19 ad ore 8 m. 28 *pom.*

Febbraio 1889

GIORNO		TEMPO MEDIO DI ROMA						Età della Luna
		Il SOLE			La LUNA			
dell'Anno	del Mese	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
		h m	h m	h m	h m	h m	h m	
32	1	7 41	12 33	5 25	8 34a	1 37p.	6 47p.	2
33	2	40	33	26	9 7	2 28	7 58	3
34	3	39	33	28	9 36	3 16	9 6	4
35	4	38	33	29	10 2	4 2	10 13	5
36	5	36	33	31	10 26	4 46	11 16	6
37	6	35	33	32	10 50	5 29	—	7
38	7	33	33	34	11 16	6 13	12 19a	8
39	8	32	33	35	11 43	6 57	1 20	9
40	9	31	33	37	12 14p.	7 43	2 20	10
41	10	29	33	38	12 50	8 30	3 19	11
42	11	28	33	39	1 32	9 19	4 16	12
43	12	27	33	41	2 20	10 9	5 9	13
44	13	25	33	42	3 15	11 0	5 56	14
45	14	23	33	44	4 17	11 51	6 40	15
46	15	22	33	46	5 21	—	7 17	16
47	16	21	33	47	6 29	12 41p.	7 49	17
48	17	19	33	48	7 38	1 30	8 19	18
49	18	17	33	49	8 49	2 19	8 47	19
50	19	16	33	51	10 0	3 7	9 14	20
51	20	14	33	52	11 13	3 56	9 41	21
52	21	12	33	53	—	4 46	10 10	22
53	22	11	33	55	12a. 26	5 38	10 43	23
54	23	9	33	56	1 40	6 33	11 22	24
55	24	7	32	58	2 51	7 31	12 7p.	25
56	25	6	32	59	3 58	8 30	1 2	26
57	26	5	32	6 1	4 57	9 29	2 4	27
58	27	3	32	2	5 48	10 28	3 12	28
59	28	1	32	4	6 29	11 25	4 24	29

FASI DELLA LUNA

7 Primo quarto 9h 48m *pom.*

15 Luna piena 11 7 *pom.*

23 Ultimo quarto 0 45 *ant.*

Il giorno nel mese cresce di 1h 21m

9 La Luna è in Apogeo 2h *pom.*
24 Id Perigeo 4 *pom.*

Il Sole entra nel segno *Pesci* il giorno 18 ad ore 10 m. 58 *ant.*

Marzo 1889

GIORNO		TEMPO MEDIO DI ROMA						Età della Luna
		Il Sole			La Luna			
dell'Anno	del Mese	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
		h m	h m	h m	h m	h m	h m	
60	1	6 58	12 31	6 5	7 5*a*	12 16*p.*	5 56*p*	1
61	2	57	31	7	7 35	1 6	6 46	2
62	3	55	31	8	8 1	1 53	7 54	3
63	4	53	31	9	8 26	2 38	9 0	4
64	5	51	31	11	8 50	3 22	10 4	5
65	6	50	30	12	9 16	4 6	11 7	6
66	7	48	30	13	9 42	4 50	—	7
67	8	46	30	15	10 12	5 36	12 8*a.*	8
68	9	44	30	16	10 46	6 22	1 9	9
69	10	42	29	17	11 24	7 11	2 6	10
70	11	41	29	18	12 10*p.*	8 0	3 0	11
71	12	39	29	20	1 2	8 50	3 50	12
72	13	37	29	21	2 0	9 41	4 34	13
73	14	35	28	22	3 4	10 31	5 14	14
74	15	33	28	24	4 11	11 21	5 48	15
75	16	31	28	25	5 21	—	6 19	16
76	17	29	27	26	6 32	12 10*a.*	6 48	17
77	18	27	27	27	7 42	12 59	7 15	18
78	19	26	27	29	9 0	1 49	7 42	19
79	20	24	27	30	10 15	2 40	8 11	20
80	21	22	26	31	11 31	3 33	8 43	21
81	22	20	26	33	—	4 29	9 20	22
82	23	18	26	34	12 44*a.*	5 26	10 4	23
83	24	16	25	35	1 52	6 25	10 56	24
84	25	14	25	36	2 54	7 24	11 56	25
85	26	12	25	38	3 46	8 22	1 1*p*	26
86	27	10	24	39	4 29	9 17	2 11	27
87	28	9	24	40	5 4	10 9	3 21	28
88	29	7	24	41	5 35	10 59	4 30	29
89	30	4	23	43	6 2	11 46	5 38	30
90	31	3	23	44	6 27	12 31*p*	6 44	1

FASI DELLA LUNA

1	Luna nuova	10^h	50^m	*pom.*
9	Primo quarto	6	49	*pom.*
17	Luna piena	12	37	*pom.*
24	Ultimo quarto	7	44	*ant.*
31	Luna nuova	12	27	*pom.*

Il giorno nel mese cresce di 1^h 38^m

---

9 La Luna è in Apogeo 11^h *ant.*
21 Id. Perigeo 1 *ant.*

Il Sole entra nel segno *Ariete* il giorno 20 ad ore 11 m. 1 *ant.*

Aprile 1889

GIORNO		TEMPO MEDIO DI ROMA						Età della Luna
		Il Sole			La Luna			
dell'Anno	del Mese	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
		h m	h m	h m	h m	h m	h m	
91	1	6 1	12 23	6 45	6 52*a.*	1 15	7 49*p.*	2
92	2	5 59	23	46	7 16	1 59	8 53	3
93	3	57	22	48	7 42	2 44	9 56	4
94	4	56	22	49	8 10	3 29	10 57	5
95	5	54	22	50	8 42	4 15	11 56	6
96	6	52	21	52	9 19	5 3	——	7
97	7	50	21	53	10 2	5 52	12 52*a.*	8
98	8	48	21	54	10 50	6 41	1 43	9
99	9	46	21	55	11 45	7 31	2 29	10
100	10	45	20	57	12 46*p.*	8 20	3 10	11
101	11	43	20	58	1 51	9 10	3 46	12
102	12	41	20	59	2 59	9 59	4 17	13
103	13	39	19	7 0	4 9	10 48	4 46	14
104	14	38	19	2	5 23	11 38	5 14	15
105	15	36	19	3	6 38	——	5 42	16
106	16	34	19	4	7 54	12 29*a.*	6 10	17
107	17	33	18	6	9 13	1 12	6 41	18
108	18	31	18	7	10 31	2 18	7 16	19
109	19	29	18	8	11 44	3 17	7 59	20
110	20	27	18	9	——	4 17	8 49	21
111	21	25	17	11	12 49*a.*	5 18	9 47	22
112	22	23	17	12	1 45	6 17	10 52	23
113	23	22	17	13	2 31	7 14	12 2*p.*	24
114	24	21	17	14	3 9	8 7	1 11	25
115	25	19	17	15	3 40	8 56	2 20	26
116	26	17	17	17	4 7	9 43	3 28	27
117	27	16	16	18	4 32	10 38	4 34	28
118	28	14	16	19	4 56	11 12	5 38	29
119	29	13	16	20	5 20	11 55	6 43	30
120	30	11	16	22	5 44	12 39*p.*	7 46	1

FASI DELLA LUNA

8 Primo quarto 2h 37m *pom.*

15 Luna piena 11 8 *pom.*

22 Ultimo quarto 2 46 *pom.*

30 Luna nuova 2 55 *ant.*

Il giorno nel mese cresce di 1h 30m

6 La Luna è in Apogeo 6h *ant.*

18 Id. Perigeo 3 *ant.*

Il Sole entra nel segno *Toro* il giorno 19 ad ore 10 m. 37 *pom.*

Maggio 1889

GIORNO		TEMPO MEDIO DI ROMA													Età della Luna
		Il SOLE						La LUNA							
dell'Anno	del Mese	nasce		passa al meridiano		tramonta		nasce		passa al meridiano		tramonta			
		h	m	h	m	h	m	h	m	h	m	h	m		
121	1	5	10	12	16	7	23	6	11a.	1	24a.	8	47p.		2
122	2		8		16		24	6	41	2	10	9	48		3
123	3		7		16		25	7	16	2	57	10	45		4
124	4		5		16		27	7	56	3	46	11	38		5
125	5		4		16		28	8	42	4	35	—	—		6
126	6		3		15		29	9	35	5	24	12	26a.		7
127	7		1		15		30	10	32	6	13	1	9		8
128	8		0		15		31	11	34	7	1	1	46		9
129	9	4	59		15		33	12	39p.	7	49	2	18		10
130	10		57		15		34	1	47	8	37	2	47		11
131	11		56		15		35	2	58	9	25	3	14		12
132	12		55		15		36	4	11	10	15	3	40		13
133	13		53		15		37	5	27	11	7	4	7		14
134	14		52		15		38	6	46	—	—	4	36		15
135	15		51		15		40	8	5	12	2a.	5	10		16
136	16		50		15		41	9	24	1	0	5	49		17
137	17		49		15		42	10	37	2	2	6	37		18
138	18		48		15		43	11	39	3	5	7	33		19
139	19		47		15		44	—	—	4	8	8	39		20
140	20		46		15		45	12	30a.	5	7	9	49		21
141	21		45		15		46	1	11	6	3	11	1		22
142	22		44		15		47	1	44	6	54	12	11p.		23
143	23		43		16		48	2	13	7	42	1	20		24
144	24		42		16		49	2	38	8	28	2	26		25
145	25		41		16		50	3	2	9	11	3	31		26
146	26		40		16		51	3	25	9	54	4	34		27
147	27		40		16		52	3	49	10	37	5	37		28
148	28		39		16		53	4	14	11	21	6	39		29
149	29		39		16		54	4	43	12	7	7	41		1
150	30		38		16		55	5	16	12	54p.	8	39		2
151	31		37		16		56	5	54	1	42	9	33		3

FASI DELLA LUNA

8	Primo quarto	7h	32m	*ant.*
14	Luna piena	7	32	*ant.*
21	Ultimo quarto	10	43	*pom*
29	Luna nuova	6	9	*pom.*

Il giorno nel mese cresce di 1h 8m

3 La Luna è in Apogeo 10h *pom.*
16 Id. Perigeo 8 *ant.*
31 Id. Apogeo 7 *ant.*

Il Sole entra nel segno *Gemelli* il giorno 20 ad ore 10 m. 34 *pom.*

Giugno 1880

GIORNO		TEMPO MEDIO DI ROMA												Età della Luna
		Il Sole						La Luna						
dell'Anno	del mese	nasce		passa al meridiano		tramonta		nasce		passa al meridiano		tramonta		
		h	m	h	m	h	m	h	m	h	m	h	m	
152	1	4	37	12	17	7	57	6	38*a*.	2	31*p*.	10	23*p*.	4
153	2		36		17		58	7	28	3	20	11	8	5
154	3		36		17		59	8	23	4	8	11	46	6
155	4		35		17		59	9	23	4	56	—		7
156	5		35		17	8	0	10	27	5	43	12	19*a*.	8
157	6		35		17		1	11	32	6	30	12	49	9
158	7		34		18		1	12	39*p*.	7	16	1	16	10
159	8		34		18		2	1	49	8	3	1	42	11
160	9		33		18		2	3	2	8	53	2	8	12
161	10		33		18		3	4	16	9	45	2	34	13
162	11		33		18		4	5	35	10	41	3	4	14
163	12		33		18		4	6	55	11	41	3	39	15
164	13		32		18		5	8	12	—		4	22	16
165	14		32		19		5	9	21	12	45*a*.	5	15	17
166	15		32		19		6	10	20	1	49	6	18	18
167	16		32		19		6	11	7	2	53	7	29	19
168	17		32		20		6	11	45	3	52	8	43	20
169	18		32		20		7	—		4	47	9	57	21
170	19		33		20		7	12	16*a*.	5	38	11	8	22
171	20		33		20		7	12	43	6	25	12	16*p*.	23
172	21		33		21		8	1	7	7	10	1	22	24
173	22		34		21		8	1	31	7	53	2	27	25
174	23		34		21		8	1	54	8	37	3	30	26
175	24		34		21		8	2	19	9	20	4	32	27
176	25		34		21		8	2	46	10	5	5	33	28
177	26		35		22		8	3	17	10	51	6	32	29
178	27		35		22		8	3	53	11	39	7	29	30
179	28		36		22		8	4	35	12	27*p*.	8	21	1
180	29		36		22		8	5	24	1	17	9	7	2
181	30		37		22		8	6	18	2	6	9	47	3

FASI DELLA LUNA

6 Primo quarto	8^h	50^m	*pom.*
13 Luna piena	2	48	*pom.*
20 Ultimo quarto	8	25	*ant.*
28 Luna nuova	9	43	

Il giorno nel mese cresce di 0^h 2^m

13 La Luna è in Apogeo 5 *pom.*
27 Id. Perigeo 10 *ant.*

Il Sole entra nel segno *Cancro* il giorno 21 ad ore 7 m. 0 *ant.*

Luglio 1889

GIORNO		TEMPO MEDIO DI ROMA												Età della Luna
		Il Sole						La Luna						
		nasce		passa al meridiano		tramonta		nasce		passa al meridiano		tramonta		
dell'Anno	del Mese	h	m	h	m	h	m	h	m	h	m	h	m	
182	1	4	37	12	23	8	8	7	17a.	2	54p.	10	22p.	4
183	2		38		23		8	8	19	3	41	10	53	5
184	3		38		23		7	9	23	4	27	11	20	6
185	4		39		23		7	10	28	5	12	11	45	7
186	5		40		23		7	11	35	5	58	—		8
187	6		40		24		7	12	45p.	6	45	12	9a.	9
188	7		41		24		6	1	56	7	36	12	37	10
189	8		42		24		6	3	10	8	26	1	3	11
190	9		42		24		5	4	28	9	23	1	34	12
191	10		43		24		5	5	45	10	23	2	12	13
192	11		44		24		4	6	58	11	27	2	58	14
193	12		45		24		3	8	10	—		3	55	15
194	13		46		24		3	8	56	12	32a	5	4	16
195	14		47		25		2	9	40	1	35	6	18	17
196	15		48		25		1	10	15	2	33	7	34	18
197	16		48		25		1	10	44	3	28	8	49	19
198	17		49		25		0	11	10	4	18	10	1	20
199	18		50		25	7	59	11	35	5	5	11	10	21
200	19		51		25		58	11	58	5	50	12	16p	22
201	20		52		25		57	—		6	34	1	21	23
202	21		53		25		56	12	22a.	7	18	2	24	24
203	22		54		25		55	12	49	8	2	3	25	25
204	23		55		25		54	1	20	8	48	4	26	26
205	24		56		25		53	1	54	9	35	5	23	27
206	25		57		25		52	2	33	10	23	6	16	28
207	26		59		25		51	3	20	11	13	7	5	29
208	27	5	0		25		50	4	12	12	2p.	7	41	30
209	28		1		25		49	5	10	12	51	8	25	1
210	29		2		25		48	6	11	1	39	8	56	2
211	30		3		25		47	7	16	2	25	9	25	3
212	31		4		25		45	8	21	3	11	9	50	4

FASI DELLA LUNA

6	Primo quarto	6h	49m	*ant.*
12	Luna piena	9	52	*pom.*
19	Ultimo quarto	8	35	*pom.*
28	Luna nuova	12	50	*ant.*

Il giorno nel mese diminuisce di 0h 50m.

12 La Luna è in Perigeo 3 *ant.*
24 Id. Apogeo 5 *pom.*

Il Sole entra nel segno *Leone* il giorno 22 ad ore 5 m. 55 *pom.*

Agosto 1889

GIORNO		TEMPO MEDIO DI ROMA						
		Il Sole			La Luna			Età della Luna
dell'Anno	del Mese	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
		h m	h m	h m	h m	h m	h m	
213	1	5 5	12 25	7 44	9 28*a*.	3 57*p*.	10 15*p*.	5
214	2	6	25	43	10 35	4 42	10 39	6
215	3	7	25	41	11 44	5 29	11 4	7
216	4	9	25	40	12 56*p*.	6 19	11 34	8
217	5	10	25	38	2 10	7 12	—	9
218	6	11	25	37	3 24	8 9	12 8*a*.	10
219	7	12	25	36	4 38	9 9	12 48	11
220	8	13	24	35	5 45	10 12	1 39	12
221	9	15	24	33	6 43	11 15	2 40	13
222	10	16	24	32	7 31	—	3 51	14
223	11	17	24	30	8 9	12 16*a*.	5 7	15
224	12	18	24	28	8 42	1 13	6 24	16
225	13	19	24	27	9 10	2 6	7 39	17
226	14	20	23	25	9 36	2 55	8 51	18
227	15	22	23	24	10 0	3 42	10 0	19
228	16	23	23	22	10 24	4 28	11 7	20
229	17	24	23	20	10 50	5 12	12 12*p*.	21
230	18	25	23	19	11 19	6 17	1 15	22
231	19	26	22	17	11 52	6 43	2 17	23
232	20	28	22	16	—	7 30	3 16	24
233	21	29	22	14	12 30*a*.	8 18	4 10	25
234	22	30	22	12	1 14	9 7	5 0	26
235	23	31	21	11	2 4	9 56	5 45	27
236	24	32	21	9	3 0	10 46	6 24	28
237	25	34	21	7	4 1	11 34	6 58	29
238	26	35	21	6	5 6	12 12*p*.	7 27	1
239	27	36	20	4	6 12	1 9	7 54	2
240	28	37	20	2	7 19	1 55	8 19	3
241	29	38	20	6 0	8 27	2 41	8 44	4
242	30	40	19	58	9 37	3 28	9 9	5
243	31	41	19	57	10 47	4 16	9 37	6

FASI DELLA LUNA

4	Primo quarto	2h 17m	*pom.*
11	Luna piena	5 33	*ant.*
18	Ultimo quarto	11 41	*ant.*
26	Luna nuova	2 50	*pom.*

Il giorno nel mese diminuisce di 1h 25m.

---

9 La Luna è in Perigeo 8h *ant.*
21 Id. Apogeo 8 *ant.*

Il Sole entra nel segno *Vergine* il giorno 23 ad ore 12 m. 44 *ant.*

Settembre 1889

GIORNO		TEMPO MEDIO DI ROMA						Età della Luna
		Il Sole			La Luna			
dell'Anno	del Mese	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
		h m	h m	h m	h m	h m	h m	
244	1	5 42	12 19	6 55	10 0a.	5 8p.	10 8p.	7
245	2	43	18	53	1 13	6 2	10 46	8
246	3	44	18	51	2 26	7 0	11 32	9
247	4	46	18	49	3 33	8 0	—	10
248	5	47	17	47	4 33	9 1	12 27a.	11
249	6	48	17	45	5 23	10 1	1 32	12
250	7	49	17	44	6 5	10 59	2 44	13
251	8	50	16	42	6 39	11 53	4 0	14
252	9	52	16	40	7 8	—	5 16	15
253	10	53	16	39	7 35	12 44a.	6 28	16
254	11	54	15	36	7 59	1 32	7 40	17
255	12	55	15	34	8 24	2 19	8 49	18
256	13	56	15	32	8 50	3 4	9 56	19
257	14	58	14	30	9 18	3 50	11 1	20
258	15	59	14	28	9 49	4 36	12 4p.	21
259	16	6 0	14	27	10 25	5 23	1 5	22
260	17	1	13	25	11 7	5 11	2 3	23
261	18	2	13	23	11 55	7 0	2 55	24
262	19	4	13	21	—	7 49	3 41	25
263	20	5	12	19	12 49a	8 38	4 22	26
264	21	6	12	17	1 48	9 27	4 57	27
265	22	7	12	15	2 51	10 15	5 29	28
266	23	8	11	13	3 57	11 2	5 56	29
267	24	10	11	11	5 5	11 49	6 22	30
268	25	11	11	9	6 14	12 36p.	6 47	1
269	26	12	10	8	7 25	1 23	7 12	2
270	27	13	10	6	8 36	2 12	7 39	3
271	28	14	10	4	9 50	3 4	8 9	4
272	29	16	9	2	11 5	3 58	8 45	5
273	30	17	9	0	12 16p.	4 55	9 28	6

FASI DELLA LUNA

2 Primo quarto 8h 24m *pom.*

9 Luna piena 2 42 *pom.*

17 Ultimo quarto 5 39 *ant.*

25 Luna nuova 3 32 *ant.*

Il giorno nel mese diminuisce di 1h 33m.

6 La Luna è in Perigeo 3h *ant.*
18 Id. Apogeo 2 *ant.*

Il Sole entra nel segno *Libra* il giorno 22 ad ore 9 m. 28 *pom.*

Ottobre 1889

GIORNO		TEMPO MEDIO DI ROMA						Età della Luna
		Il Sole			La Luna			
dell'Anno	del Mese	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
		h m	h m	h m	h m	h m	h m	
274	1	6 18	12 9	5 58	1 27*p.*	5 54*p.*	10 20*p*	7
275	2	19	8	56	2 29	6 54	11 21	8
276	3	21	8	54	3 21	7 53	—	9
277	4	23	7	52	4 4	8 50	12*a* 30	10
278	5	24	7	51	4 40	9 44	1 43	11
279	6	25	7	49	5 10	10 37	2 57	12
280	7	26	7	47	5 36	11 23	4 10	13
281	8	27	6	45	6 1	—	5 20	14
282	9	28	6	43	6 25	12 10	6 30	15
283	10	29	6	42	6 50	12 56	7 38	16
284	11	31	6	40	7 16	1 42	8 45	17
285	12	32	5	38	7 46	2 28	9 50	18
286	13	33	5	36	8 20	3 15	10 54	19
287	14	34	5	35	8 59	4 3	11 53	20
288	15	36	5	33	9 45	4 52	12 48*p*	21
289	16	37	5	31	10 37	5 41	1 37	22
290	17	39	4	29	11 33	6 30	2 20	23
291	18	40	4	28	—	7 19	2 57	24
292	19	41	4	26	12 34*a.*	8 7	3 28	25
293	20	43	4	24	1 38	8 53	3 56	26
294	21	44	4	23	2 45	9 40	4 22	27
295	22	45	3	21	3 54	10 27	4 47	28
296	23	47	3	19	5 4	11 14	5 12	29
297	24	48	3	18	6 18	12 3*p.*	5 39	1
298	25	49	3	16	7 32	12 55	6 8	2
299	26	51	3	14	8 49	1 49	6 42	3
300	27	52	3	13	10 6	2 47	7 24	4
301	28	54	3	11	11 19	3 47	8 14	5
302	29	55	3	10	12 26*p.*	4 49	9 13	6
303	30	56	3	8	1 21	5 49	10 21	7
304	31	58	3	7	2 6	6 46	11 33	8

FASI DELLA LUNA

2 Primo quarto	2h	23m	*ant.*
9 Luna piena	2	16	*ant.*
17 Ultimo quarto	1	27	*ant.*
24 Luna nuova	3	16	*pom.*
31 Primo quarto	9	20	*ant.*

Il giorno nel mese diminuisce di 1h 34m.

1 La Luna è in Perigeo 5h *pom.*
15 Id. Apogeo 10 *pom.*
27 Id. Perigeo 5 *pom.*

Il Sole entra nel segno *Scorpione* il giorno 23 ad ore 5 m. 59 *ant.*

Novembre 1889

GIORNO		TEMPO MEDIO DI ROMA						Età della Luna
		Il Sole			La Luna			
dell'Anno	del Mese	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
		h m	h m	h m	h m	h m	h m	
305	1	6 59	12 3	5 6	2 43p.	7 41p.	—	9
306	2	7 1	3	4	3 14	8 31	12 46a.	10
307	3	2	3	3	3 40	9 19	1 58	11
308	4	3	3	1	4 5	10 5	3 9	12
309	5	5	3	0	4 28	10 51	4 16	13
310	6	6	3	4 59	4 52	11 36	5 24	14
311	7	7	3	58	5 17	—	6 31	15
312	8	9	3	56	5 46	12 21a.	7 36	16
313	9	10	3	55	6 17	1 8	8 41	17
314	10	12	3	54	6 54	1 56	9 42	18
315	11	13	3	53	7 37	2 44	10 40	19
316	12	14	3	52	8 26	3 34	11 31	20
317	13	16	3	51	9 21	4 23	12 16p	21
318	14	17	4	49	10 20	5 12	12 56	22
319	15	19	4	48	11 23	5 59	1 29	23
320	16	20	4	47	—	6 46	1 58	24
321	17	21	4	47	12 27a.	7 31	2 24	25
322	18	23	4	46	1 33	8 17	2 49	26
323	19	24	5	46	2 42	9 3	3 13	27
324	20	25	5	45	3 52	9 50	3 37	28
325	21	27	5	44	5 6	10 40	4 5	29
326	22	28	5	43	6 23	11 34	4 37	30
327	23	29	6	42	7 42	12 31p.	5 15	1
328	24	30	6	42	9 0	1 33	6 2	2
329	25	32	6	41	10 13	2 36	7 0	3
330	26	33	7	40	11 15	3 39	8 7	4
331	27	34	7	39	12 5p.	4 40	9 20	5
332	28	35	7	39	12 45	5 37	10 35	6
333	29	37	8	38	1 19	6 29	11 48	7
334	30	38	8	38	1 46	7 18	—	8

FASI DELLA LUNA

7 Luna piena	4h	55m	*pom.*
15 Ultimo quarto	9	26	*pom.*
23 Luna nuova	2	33	*ant.*
29 Primo quarto	6	18	*pom.*

Il giorno nel mese diminuisce di 1h 9m.

12 La Luna è in Apogeo 6h *pom.*
24 Id. Perigeo 4 *pom.*

Il Sole entra nel segno *Sagittario* il giorno 22 ad ore 2 m. 49 *ant.*

Dicembre 1889

GIORNO		TEMPO MEDIO DI ROMA												Età della Luna
		Il SOLE						La LUNA						
dell'Anno	del Mese	nasce		passa al meridiano		tramonta		nasce		passa al meridiano		tramonta		
		h	m	h	m	h	m	h	m	h	m	h	m	
335	1	7	39	12	8	4	37	2	11p.	8	4p.	1	0a	9
336	2		40		9		37	2	34	8	49	2	7	10
337	3		41		9		37	2	57	9	33	3	15	11
338	4		42		10		36	3	21	10	18	4	21	12
339	5		43		10		36	3	48	11	3	5	26	13
340	6		44		10		36	4	17	11	51	6	31	14
341	7		45		11		35	4	52	—		7	33	15
342	8		46		11		36	5	33	12	39a.	8	32	16
343	9		47		12		36	6	20	1	28	9	27	17
344	10		48		12		36	7	13	2	17	10	13	18
345	11		49		13		36	8	10	3	7	10	55	19
346	12		50		13		36	9	11	3	54	11	30	20
347	13		51		14		36	10	13	4	41	12	1p.	21
348	14		51		14		36	11	17	5	26	12	27	22
349	15		52		15		36	—		6	0	12	51	23
350	16		53		15		37	12	23a.	6	54	1	14	24
351	17		54		15		37	1	30	7	49	1	37	25
352	18		54		16		37	2	40	8	27	2	3	26
353	19		55		16		37	3	53	9	17	2	31	27
354	20		55		17		37	5	11	10	11	3	5	28
355	21		55		17		38	6	30	11	11	3	47	29
356	22		56		18		38	7	47	12	14p	4	40	1
357	23		56		18		38	8	57	1	20	5	44	2
358	24		56		19		39	9	55	2	24	6	57	3
359	25		56		19		39	10	41	3	25	8	15	4
360	26		57		19		40	11	18	4	22	9	32	5
361	27		57		20		41	11	49	5	13	10	47	6
362	28		57		21		42	12	16p.	6	2	11	59	7
363	29		58		21		43	12	39	6	49	—		8
364	30		58		22		44	1	3	7	32	1	6	9
365	31		58		22		45	1	26	8	17	2	13	10

FASI DELLA LUNA

7	Luna piena	10h 42m *ant.*
15	Ultimo quarto	3 48 *pom.*
22	Luna nuova	1 42 *pom.*
29	Primo quarto	6 6 *ant.*

Il giorno nel mese diminuisce di 0h 16m.

10 La Luna è in Apogeo 9 *ant.*
23 Id. Perigeo 3 *ant.*

Il Sole entra nel segno *Capricorno* il giorno 21 ad ore 3 m. 42 *pom.*

ECCLISSI

(1889)

Gennaio 1. — Ecclisse totale di Sole invisibile a Torino. La zona di totalità attraversa parte dell'Oceano Pacifico e dell'America Settentrionale.

Gennaio 17. — Ecclisse parziale di Luna, visibile a Torino.

Principio a	3^h 48^m	ant.
Metà a	5 20	»
Fine a	6 49	»

Grandezza dell'Ecclisse = 0,70 del diametro lunare.

Giugno 28. — Ecclisse annulare di Sole, invisibile a Torino; visibile nell'Africa Meridionale, in parte dell'Arabia, dell'India, dell'Arcipelago Indiano e del Pacifico.

Luglio 12. — Ecclisse parziale di Luna, visibile a Torino.

Principio a	8^h 33^m	pom.
Metà a	9 44	»
Fine	10 55	»

Grandezza dell'Ecclisse = 0,48 del diametro lunare.

Dicembre 22. — Ecclisse totale di Sole invisibile a Torino; visibile in parte dell'America Meridionale, dell'Atlantico, dell'Africa e dell'Arabia.

TAVOLA I.

Quantità di cui l'arco semidiurno è aumentato per effetto della rifrazione alla latitudine di 45° 4'.

Declinazione	Effetto della rifrazione
0° 0'	
	m 3,3
6 15	
	3,4
11 26	
	3,5
15 0	
	3,6
17 10	
	3,7
19 21	
	3,8
21 0	
	3,9
22 26	
	4,0
23 51	
	4,1
25 10	

TAVOLA II.

Per ridurre la culminazione della luna dal meridiano di Greenwich a quello di Torino (Rajna, pag. 72).

Ritardo diurno della luna rispetto al sole	Riduzione al meridiano di Torino
m 37,2	
	m — 0,8
39,8	
	— 0,9
44,4	
	— 1,0
49,1	
	— 1,1
53,8	
	— 1,2
58,5	
	— 1,3
63,2	
	— 1,4
67,8	
	— 1,5
68,5	

TAVOLA III.

***Per ridurre l'equazione del tempo dal meridiano di* GREENWICH *a quello di Torino* (RAJNA, *pag.* 55).**

NA	Riduzione	NA	Riduzione	NA	Riduzione
0,000	0,00	0,439	0,23	0,887	0,46
0,010	0,01	0,458	0,24	0,906	0,47
0,029	0,02	0,478	0,25	0,926	0,48
0,049	0,03	0,497	0,26	0,945	0,49
0,068	0,04	0,517	0,27	0,965	0,50
0,088	0,05	0,536	0,28	0,984	0,51
0,107	0,06	0,556	0,29	1,004	0,52
0,127	0,07	0,575	0,30	1,023	0,53
0,146	0,08	0,595	0,31	1,043	0,54
0,166	0,09	0,614	0,32	1,062	0,55
0,185	0,10	0,634	0,33	1,082	0,56
0,205	0,11	0,653	0,34	1,101	0,57
0,224	0,12	0,673	0,35	1,121	0,58
0,244	0,13	0,692	0,36	1,140	0,59
0,263	0,14	0,712	0,37	1,160	0,60
0,283	0,15	0,731	0,38	1,179	0,61
0,302	0,16	0,751	0,39	1,199	0,62
0,322	0,17	0,770	0,40	1,218	0,63
0,341	0,18	0,790	0,41	1,238	0,64
0,361	0,19	0,809	0,42	1,257	0,65
0,380	0,20	0,828	0,43	1,277	0,66
0,400	0,21	0,848	0,44	1,296	0,67
0,419	0,22	0,867	0,45	1,316	
0,439		0,887			

Segue TAVOLA IV.

Archi semidiurni degli Astri fra $-30°$ *e* $+30°$ *alla latitudine di Torino* $=+45° 4'$.

δ	t per $\delta<0$	t per $\delta>0$		δ	t per $\delta<0$	t per $\delta>0$		δ	t per $\delta<0$	t per $\delta>0$	
	h m	h m			h m	h m			h m	h m	
12°0′	4 10,8	7 49,2	7	16° 0′	4 53,2	7 6,8	8	20° 0′	4 34,4	4 34,4	8
10	10,1	49,9	7	10	52,4	7,6	7	10	33,6	26,4	8
20	9,4	50,6	8	20	51,7	8,3	8	20	32,8	27,2	8
30	8,6	51,4	7	30	50,9	9,1	8	30	32,0	28,0	9
40	7,9	52,1	7	40	50,1	9,9	7	40	31‘1	28,9	8
50	7,2	52,8	7	50	49,4	10,6	8	50	30,3	29,7	8
13 0	6,5	53,5	8	17 0	48,6	11,4	7	21 0	29,5	0E,5	9
10	5,7	54,3	7	10	47,8	12,2	7	10	28,6	21,4	8
20	5,0	55,0	7	20	47,1	12,9	8	20	27,8	32,2	8
30	4,3	55,7	7	30	46,3	13,7	8	30	27,0	33,0	9
40	3,6	56,4	8	40	45,5	14,5	7	40	26,1	33,9	8
50	2,8	57,2	7	50	44,8	15,2	8	50	25,3	34,7	9
14 0	2,1	57,9	7	18 0	44,0	16,0	8	22 0	24,4	35,6	8
10	1,4	58,6	7	10	43,2	16,8	8	10	23,6	36,4	9
20	5 0,6	6 59,4	7	20	42,4	17,6	8	20	22,7	37,3	8
30	4 59,9	7 0,1	7	30	41,6	18,4	8	30	21,9	38,1	9
40	59,2	0,8	8	40	40,8	19,2	8	40	21,0	39,0	9
50	58,4	1,6	7	50	40,0	20,0	8	50	20,1	39,9	8
15 0	57,7	2,3	8	19 0	39,2	20,8	8	23 0	19,3	40,7	9
10	56,9	3,1	7	10	38,4	21,6	8	10	18,4	41,6	9
20	56,2	3,8	8	20	37,6	22,4	8	20	17,5	42,5	9
30	55,4	4,6	7	30	36,8	23,2	8	30	16,6	43,4	8
40	54,7	5,3	8	40	36,0	24,0	8	40	15,8	44,2	9
50	53,9	6,1	7	50	35,2	24,8	8	50	14,9	45,1	9

Segue TAVOLA IV.

Archi semidiurni degli Astri fra $-30°$ e $+30°$ *alla latitudine di Torino* $= +45° 4'$.

δ	t per $\delta<0$	t per $\delta>0$		δ	t per $\delta<0$	t per $\delta>0$		δ	t per $\delta<0$	t per $\delta>0$	
	h m	h m			h m	h m			h m	h m	
24° 0'	4 14,0	3 46,0		26° 0'	4 2,9	7 57,1		28° 0'	3 51,2	8 8,8	
			9				9				10
10	13,1	46,9		10	2,0	58,0		10	50,2	9,8	
			9				10				11
20	12,2	47,8		20	1,0	59,0		20	49,1	10,9	
			9				9				10
30	11,3	48,7		30	4 0,1	59,9		30	48,1	11,9	
			9				10				10
40	10,4	49,6		40	3 59,1	8 0,9		40	47,1	12,9	
			9				10				11
50	9,5	50,5		50	58,1	1,9		50	46,0	14,0	
			10				10				10
25 0	8,5	7 51,5		27 0	57,1	2,9		29 0	45,0	15,0	
			9				9				11
10	7,6	52,4		10	56,2	3,8		10	43,9	16,1	
			9				10				10
20	6,7	53,3		20	55,2	4,8		20	42,9	17,1	
			9				10				11
30	5,8	54,2		30	54,2	5,8		30	41,8	18,2	
			10				10				11
40	4,8	55,2		40	53,2	6,8		40	40,7	19,3	
			9				10				11
50	3,9	56,1		50	52,2	7,8		50	39,6	20,4	
			10				10				10
								30 0	3 38,6	8 21,4	

TAVOLA V.

Per ridurre il nascere ed il tramonto della Luna dall'orizzonte di Parigi a quello di Torino.

Argomenti della tavola sono gli archi semidiurni (in tempo medio) che si ottengono dalla *Connaissance des temps*, prendendo la differenza fra i tempi del nascere (o del tramonto) e quelli della culminazione superiore al meridiano di Parigi. Applicando ai tempi del nascere (o del tramonto) le correzioni date dalla tavola, si hanno, *in tempo medio di Roma*, i tempi del nascere (o del tramonto) a Torino.

Nascere della Luna

Arco semidiurno	Riduzione a Torino	Arco semidiurno	Riduzione a Torino	Arco semidiurno	Riduzione a Torino
3h 31m		5h 18m		7h 25m	
	— 4m		+ 12m		+ 28m
3 37		5 25		7 32	
	— 3		+ 13		+ 29
3 43		5 33		7 39	
	— 2		+ 14		+ 30
3 48		5 41		7 46	
	— 1		+ 15		+ 31
3 54		5 48		7 54	
	∓ 0		+ 16		+ 32
4 0		5 56		8 1	
	+ 1		+ 17		+ 33
4 6		6 4		8 8	
	+ 2		+ 18		+ 34
4 13		6 12		8 14	
	+ 3		+ 19		+ 35
4 19		6 21		8 20	
	+ 4		+ 20		+ 36
4 26		6 29		8 26	
	+ 5		+ 21		+ 37
4 33		6 38		8 32	
	+ 6		+ 22		+ 38
4 40		6 46		8 38	
	+ 7		+ 23		+ 39
4 47		6 54		8 44	
	+ 8		+ 24		+ 40
4 55		7 2		8 50	
	+ 9		+ 25		+ 41
5 2		7 9		8 55	
	+ 10		+ 26		+ 42
5 10		7 17		9 0	
	+ 11		+ 27		
5 18		7 25			

Segue TAVOLA V.

Tramonto della Luna					
Arco semidiurno	Riduzione a Torino	Arco semidiurno	Riduzione a Torino	Arco semidiurno	Riduzione a Torino
3h 30m	+ 41m	5h 16m	+ 25m	7h 23m	+ 9
3 35	+ 40	5 24	+ 24	7 31	+ 8
3 41	+ 39	5 32	+ 23	7 38	+ 7
3 47	+ 38	5 39	+ 22	7 45	+ 6
3 53	+ 37	5 47	+ 21	7 52	+ 5
3 59	+ 36	5 55	+ 20	7 59	+ 4
4 5	+ 35	6 3	+ 19	8 6	+ 3
4 11	+ 34	6 11	+ 18	8 13	+ 2
4 18	+ 33	6 19	+ 17	8 19	+ 1
4 24	+ 32	6 28	+ 16	8 25	± 0
4 31	+ 31	6 36	+ 15	8 31	— 1
4 38	+ 30	6 44	+ 14	8 37	— 2
4 46	+ 29	6 52	+ 13	8 43	— 3
4 53	+ 28	7 0	+ 12	8 49	— 4
5 1	+ 27	7 8	+ 11	8 54	— 5
5 8	+ 26	7 16	+ 10		
5 16		7 23			

L'Accademico Segretario
GIUSEPPE BASSO.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 25 Novembre 1888.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ARIODANTE FABRETTI
VICEPRESIDENTE

Sono presenti i Soci: B. Peyron, Direttore, G. Gorresio, Segretario della Classe, Flechia, Promis, Rossi, Bollati di Saint-Pierre, Schiaparelli, Pezzi, Carle, Nani, Cognetti, Graf.

Il Socio Segretario legge l'atto verbale dell'adunanza precedente, che viene approvato, e presenta alla Classe un volume « *Canti popolari del Piemonte* pubblicati da Costantino Nigra; Torino, 1888 », da lui offerto in cortese dono all'Accademia. L'Autore, egli dice, ha raccolto in questo volume con molta intelligenza e cura, e pubblicato cogli opportuni schiarimenti i vari canti popolari delle provincie piemontesi. Tutti conoscono l'importanza dei canti popolari, sia per la storia, sia per la conoscenza intima, psicologica delle idee, delle credenze, dei costumi del popolo nell'età a cui quei canti appartengono. Sotto tale aspetto è importante il libro del Conte Nigra.

Il Prof. A. Fabretti presenta colle opportune osservazioni le tre pubblicazioni: « *La vendita della gabella delle some grosse e del pedaggio, fatta dal Comune di Perugia negli anni* 1379, 1391, edita da Ariodante Fabretti; Torino, tipi privati dell'Editore, 1888 »; — *Documenti per servire alla storia del Museo d'Antichità di Torino*, editi da Ariodante Fabretti;

Torino, tipi privati dell'Editore, 1888; — *Atti della Società di Archeologia e Belle Arti per la provincia di Torino:* vol. V, fasc. 2°; Torino, 1888.

Lo stesso signor Vice-Presidente legge una lettera indirizzata da Venezia alla Presidenza dell'Accademia di Torino dagli editori dei Diari di Marino Sanuto, che annunziano all'Accademia di averle dedicato il ventesimo volume dei Diari; e notifica la morte del Conte Paolo di SAINT-ROBERT, Socio Nazionale non residente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali.

Il Socio NANI presenta, a nome dell'Autore Avv. E. PEVERELLI, un breve studio sul Consiglio di Stato nell'antica Monarchia di Savoia, e nota che il lavoro, condotto con diligenza, somministra un utile contributo alla Storia del diritto pubblico di questa provincia.

Il Socio Prof. Luigi CARLE presenta il nuovo lavoro dell'Avv. Giuseppe ORANO col titolo: « *Della revisione dei giudicati penali* », discorrendo brevemente del contenuto e dei pregi del medesimo.

Il Socio Prof. Luigi SCHIAPARELLI fa una lettura sulle Memorie Storiche della Repubblica di Biella, raccolte, esaminate, divise per materia e cronologicamente da Quintino SELLA. Il prof. SCHIAPARELLI, indicate sommariamente le vicende di quella grande collezione storica, ne espone i caratteri principali.

Il Socio V. PROMIS legge una breve Memoria su due monete da lui attribuite a G. A. FALLETTI, patrizio d'Alba del secolo XVI, e dà le ragioni per cui ritiene sicura questa sua attribuzione.

LETTURE

Una lettura sulle memorie storiche del Comune e sugli Statuti della Repubblica di Biella, raccolte, ordinate e in parte pubblicate da Quintino Sella (1),

di Luigi Schiaparelli

1). Che Quintino Sella fosse cultore valente delle scienze matematiche e geologiche in generale, e di fama più che europea nella Cristallografia in particolare, sapevasi da lungo tempo, come era notissima la sua capacità politica e amministrativa, congiunta ad una operosità instancabile; e specialmente la sua attitudine singolare a molteplici discipline, per cui poteva facilmente passare dall' una all' altra, anche d'indole diversa, e trattarne parecchie ad un tempo, senza mai smarrirsi o confondersi, un vero Leibnitz, di cui vi fu sempre in ogni tempo somma penuria. Ma, prima della magistrale pubblicazione della *cronaca d'Asti (codex astensis)* in quattro volumi in foglio (2) ignoravasi, che egli fosse eziandio un archeologo e paleografo di primo ordine, un raccoglitore diligentissimo e illustratore profondo di antiche scritture d'indole essenzialmente storica ed economica, relative all'antico Comune di Biella. Questo è quello,

(1) Quelle memorie riguardano un doppio periodo della storia di Biella. Il primo è circoscritto a meno di forse due secoli, in cui la terra si reggeva con forma libera, e il titolo di Repubblica le conviene esattamente nel significato ordinario del vocabolo; il secondo si richiama a quelli in cui, rinunziando spontaneamente alla sua autonomia, si dava all' Augusta Casa di Savoia

(2) *Codex Astensis qui de Malabayla comuniter nuncupatur*. Edidit *Quintinus Sella*. Romae ex typis Salviucci MDCCCXXX-XXXVII. Quel codice prezioso, una vera cronaca d'Asti nel medio evo, fu regalato al Sella dall' Imperatore Austro-Ungarico, come segno di stima e ammirazione verso l' illustre Italiano. Dei quattro volumi in-foglio il primo fu pubblicato l' ultimo e dopo la morte del Sella per cura del cav. prof. *Pietro Vayra*, uno dei più intelligenti ed operosi suoi cooperatori nelle ricerche e dichiarazioni archeologiche medioevali.

che pochi sapevano con qualche particolarità e che io mi ci propongo di far conoscere più ampiamente agli amici di quel nostro collega nell'Accademia, della quale fu una delle maggiori e più splendide illustrazioni.

2). Tutti sanno, come a motivo delle numerose e fiorenti industrie del circondario e della città di Biella, questa coi suoi 14,000 abitanti venga con qualche esagerazione battezzata col pomposo nome di *Manchester italiana* per una relativa analogia colla città inglese di questo nome, che novera più di 340,000 abitanti, ed è dopo Londra e Liverpool la più ricca e industriosa terra della Gran Bretagna (1). È però accertato, che codesto suo carattere industriale, in paragone di quello di altre terre del vecchio Piemonte e del Regno d'Italia le appartiene da parecchi secoli; poichè l'ordinamento di numerose arti e mestieri nel comune biellese, nei documenti che ce ne rimangono, sale oltre al secolo XII dell'êra volgare; e perciò la storia di quella repubblica nella seconda metà del medio evo è piena d'interesse non

---

(1) Questo titolo onorifico di *Manchester italiana* a Biella, nella seconda metà del presente secolo le conviene solamente esteso al circondario, anzi alla parte non piana del medesimo, nella quale si trova il maggior numero degli edifizi industriali, che però non mancano nel territorio della città. Ciò anticamente non si avverava per più motivi, conseguenza necessaria e inevitabile dell'idrografia, la quale vi favorisce l'industria delle terre fornite di forza motrice naturale, che abbonda maggiormente nel circondario che nella città. Ora è evidente che col perfezionamento delle macchine e l'uso del carbon fossile per metterle e mantenerle in azione, la ricchezza di forza motrice naturale è un elemento importante di prosperità dell'industria pel Biellese, e delle regioni che poterono profittarne.

Quintino Sella applicò felicemente questa verità economica a benefizio della città di Torino nella gravissima circostanza dell'improvviso trasferimento della capitale a Firenze; nella quale la popolazione Torinese, giustamente indignata del fatto e più ancora del modo con cui si svolse, nella sua dignità ricusava assolutamente qualunque indennità economica (*Torino non si vende!*). Era ministro delle finanze Quintino Sella, al quale dopo molti sforzi riuscì a far accettare al Comune una somma di parecchi milioni; dei quali però ebbe la perspicace oculatezza e quasi intuizione di proporne *l'impiego nello accrescere la forza motrice della città* per favorirne l'industria. Somigliante misura ebbe gran parte a sollevarla dal colpo improvviso e dallo squallore, in cui temporaneamente era caduta, ma dal quale energicamente seppe riscuotersi in modo, che i suoi 212 mila abitanti di Torino capitale nel 1864, malgrado le migliaia di cittadini portati via da Firenze prima e poi da Roma, nel presente anno ascesero a 300 mila.

solo dal lato dell'industria, ma eziandio del suo ordinamento politico e civile; sicchè il conoscerne i particolari della vita interna, e delle relazioni esterne fino alla sua volontaria dedizione definitiva alla Casa di Savoia, colle principali sue memorie, era cosa molto desiderabile per le classi civili di quel circondario e pei cultori della storia patria. Ma eravi poca speranza di ottenerlo per la somma penuria di indicazioni autentiche contemporanee o quasi contemporanee, conservate negli archivi della città e dei comuni del Biellese, dove pure abbondavano ancora sul fine del secolo passato; e d'onde andarono in buona parte malamente disperse, e vennero distrutte o vendute come carte inutili. Quindi il raccogliere le ancora superstiti, che avevano un interesse storico od economico, classificarle, ordinarle per tempi e per materia, collocarle in apposito archivio che rimanesse aperto agli studiosi della storia municipale; curarne diligentemente l'ortografia e pubblicarne le meno note e più importanti ad utile comune, con note spiegative, classificazioni, indici e riassunti; riempire le numerose lacune, correggerne non pochi errori, di cui non mancano le varie storie di Biella fin qui pubblicate; era opera difficile, lunga e fastidiosissima ad un tempo, per quanto grande utilità ne potesse venire alla storia del circondario e più specialmente della biellese repubblica; e che avrebbe bastato ad onorare l'animoso archeologo e paziente paleografo, che avesse la voglia e l'attitudine d' intraprendere e la costanza di compiere l'immane, noioso e ingrato lavoro.

3). Ora, questo grande benefizio ed altri molti alla sua patria rese su larghe proporzioni Q. Sella. Il quale, seguendo l'esempio dei grandi uomini di Stato, specialmente inglesi e francesi, che durante gli ozi parlamentari e gli intervalli, in cui lasciano ai loro avversari politici o ai loro amici il governo, sogliono attendere a lavori letterari e scientifici che paiono talvolta in contraddizione diretta coll'indole dei loro studi e delle loro occupazioni officiali, si addossò il grave e fastidiosissimo còmpito di provvedere alla storia primitiva della biellese repubblica ed a quella del comune nei tempi che la precedettero e seguirono. Ed è appunto nei primi anni, in cui lasciò più d'una volta la suprema direzione della finanza del regno, che Quintino Sella, seguìto da qualche amico, percorreva personalmente i comuni del circondario, esaminandone diligentemente e scrutandone gli archivi, e portandone seco le carte che potevano giovare al com-

pimento della sua impresa, le quali i comuni furono sollecitamente cortesi di mettere a sua disposizione nell'interesse generale del circondario. Nè parendogli ancora sufficiente la messe archeologica raccolta in quelle escursioni, Q. Sella mise a contribuzione ed esaminò gli archivi privati delle illustri famiglie biellesi più antiche, e quelle delle città finitime, degli enti morali, delle case feudali che avevano avute relazioni politiche e religiose colla biellese repubblica, trovando in ogni luogo uguale cortesia nei proprietari attuali. Con questo procedimento, non risparmiando danaro e fatiche, riuscì in pochi anni a raccogliere numerosissime memorie di varia indole relative alla repubblica, al comune di Biella più specialmente, le quali dal secolo XI salgono fino al XVII, e di cui pochissime si trovano ora pubblicate nei monumenti di storia patria, alcune inviatevi da lui stesso.

4). Ma, dopo avere adunato un cumulo di pergamene, di carte e di libri, che empievano quasi letteralmente una capace stanza, cominciava a pena il lavoro più spinoso, lento e naturalmente fastidioso per un uomo della operosità instancabile e febbrile di Quintino; quello cioè di esaminare sommariamente i documenti, insieme riuniti e confusi, escludendone prima quelli di minima importanza ed estranei al suo scopo; quindi separando i superstiti per materie, classificandoli cronologicamente col rispettivo indice, ed ordinandoli in modo, che potessero facilmente essere adoperati a compiere le lacune e correggere le inesattezze nella storia civile e politica di Biella; che per la sua eccellenza nelle industrie e più particolarmente pei suoi ordinamenti interni venuti in luce corrette per opera del Sella, è in tutto degna di avere un nuovo storico, pur rispettando quelli che fino ad ora se ne occuparono. E questa ingrata ed improba fatica sostenne ancora Quintino Sella, per cui gli venne fatto di creare quasi d'incanto un vero archivio storico del circondario e della città di Biella, che ognuno è ammesso colle dovute cautele consultare nella biblioteca della scuola professionale, la quale ne conserva il prezioso deposito. Sono la bellezza di duecento e venti (dico 220) cassette in forma di volumi in foglio, collocati in eleganti scaffali, anche questi regalo del Sella, e diligentemente divisi per materie e cronologicamente.

5). Ciascuna di quelle cassette contiene un numero maggiore o minore di documenti di un'indole particolare, quasi tutti anteriori al secolo XVI e che salgono fino all'XI, abbracciando un

periodo oscurissimo di quattro o cinque secoli; col relativo indice analitico generale, fatto di mano del Sella medesimo a comodo di chi avesse desiderio o bisogno di consultarli. Dei quali 220 volumi, o cassette in forma di volumi, *nove* contengono codici e scritti relativi agli statuti ; *diciotto* comprendono una serie di carte di varia natura ma diligentemente classificate ed anteriori al secolo XIV.

Ve ne hanno tredici di ordinati; e in *trentasette* sono riposti numerosi e diversi atti di corpi morali. *Ventuno* riguardano i catasti e le decime, *trentanove* conservano atti di varia natura, dedizioni di terre, franchigie, privilegi, ricognizioni feudali, giuramenti di fedeltà e quistioni di giurisdizione. *Dieci* sono pieni di conti e rendiconti della cosa pubblica e della finanza, fra cui è singolare un *imprestito* fatto alla repubblica dai cittadini, del quale rimangono tuttavia le cedole e le note relative al medesimo (1); dal che si vede che la mala consuetudine degli accatti è antica anche in Italia e degenerata in una piaga insanabile; ai quali però nella republica biellese erano singolarmente, se non esclusivamente obbligati a prendere parte gli usurai e prestatori di danaro della città e del contado, tassativamente indicati dallo Statuto (Art. 12), senza che potessero opporre scuse o indugi. *Nove* volumi contengono atti privati, *trentacinque* atti di liti e di processi, fra cui è famoso e degno di essere conosciuto uno del 1470 , seguìto da un decreto del Santo Offizio; per cui venne frustata , martoriata ed arsa pubblicamente una povera donna del contado, incolpata di avere avute relazioni nientemeno che col demonio. *Ventisette* sono pieni di notulari, anteriori al 1600; *tre* di carte relative ai commerci e alle arti; *quattro* si riferiscono all'archivio, ed un *ultimo* rinchiude diversi documenti, che sfuggono ad una classificazione ben determinata.

6). Tutta codesta collezione, esame, ripartimento ed ordinamento regolare nei 220 volumi testè ricordati, fece Q. Sella nello spazio di pochi anni, ancorchè distratto dalle cure parlamentari. È un lavoro veramente erculeo sull'esempio di quelli del Muratori, di cui gli studiosi delle costituzioni medioevali in generale ed in particolare i Biellesi, amanti delle cose loro, debbono sapere e

(1) Gli atti relativi a quell'imprestito furono già pubblicati a parte da Quintino Sella, e tenuti nella debita estimazione dagli intelligenti di tali cose.

avergli grado. Con tutto ciò il Sella non tardò a convincersi per argomenti di fatto, che la sua collezione, della quale tutti quelli che la visitavano gli facevano molti complimenti, sarebbe rimasta presso che inutile nell'archivio. Perciocchè pochissimi recavansi a consultarla, e gli scrittori di storie continuavano a ripetere la favola della *cittadinanza* concessa dagli abitanti di *Lione* a quelli di Biella, ed altre somiglianti spiritose invenzioni, che dai documenti del nuovo archivio erano apertamente negate e radicalmente distrutte.

A questo punto del suo lavoro il Sella, che non era avvezzo a fare le cose a metà per lasciarle cadere, si decise di pubblicare egli medesimo colle stampe i principali documenti, cominciando dagli statuti della Repubblica e da quelli delle Arti, che nella sua mente dovevano formare tre giusti volumi in ottavo grande. Una somigliante pubblicazione esigeva nuova e lunga fatica, e per giunta una spesa considerevole. Poichè bisognava anzitutto copiare in schietti caratteri romani tutte quelle memorie vergate in un gergo volgarissimo latinizzato ad arbitrio, talora alla macheronica, e con una scrittura leggibile soltanto da un valente paleografo, che sappia interpretarne gli sgorbi e le cancellature e riempierne le frequenti lacune; quindi farle stampare a proprie spese, colla certezza di non ricuperarne un centesimo, considerato il piccolo numero degli acquisitori di somiglianti scritti, e l'indole generosa del Sella, che non avrebbe mancato di farne dono agli amici ed agli archivi tutti del circondario, alle accademie, agli archivi ed ai cultori più noti delle patrie storie secondo il suo costume.

Questa doppia difficoltà della fatica e della spesa, che avrebbero per avventura messo in riguardo ogni altra persona, furono per Q. Sella una ragione di più per colorire il suo disegno. E dopo l'ultimo suo ritiro dalla suprema direzione della finanza del Regno, assumendo egli medesimo per la massima parte l'ingrato uffizio di paleografo e di copista, ordinò la stampa di quei documenti per conto proprio, affinche pervenissero sollecitamente nel dominio delle accademie e dei dotti, che di tali studi sogliono occuparsi, e divenissero accessibili ai Biellesi, studiosi di conoscere la storia del periodo più glorioso della patria loro.

7). La pubblicazione comincia naturalmente dagli statuti più antichi della Repubblica biellese, che fanno parte del primo volume, stampato su bellissima carta con caratteri elzeviriani nuovissimi, e di cui mi studierò di riassumere nella presente lettura le parti

principali, premesse alcune considerazioni generali sul carattere complessivo dei medesimi, che verrò corroborando con indicazioni speciali degli statuti medesimi (1).

La prima osservazione, che anche una fuggevole lettura di quegli statuti suggerisce alla mente, è quella del carattere serio, ma sommamente vario, mutabile, e diciamo pure di una discreta confusione nella natura e nell'ordine delle prescrizioni e delle leggi; siccome quelli, che ad una deliberazione del più alto interesse politico, civile e giudiziario, fanno precedere o seguirne altre di indole economica od igienica talvolta di menoma importanza; quantunque i 386 articoli di quel codice siano ripartiti in ventitrè rubriche, ognuna delle quali tratta di argomenti distinti, se non sempre diversi. Poichè sarebbe un gravissimo errore il credere di poter trovare in un codice di una piccola repubblica del medio evo del secolo XII o XIII quella divisione regolare e precisa delle prescrizioni legali, che riguardano le parti principali della cosa pubblica, in codici o almeno in divisioni rigorosamente speciali di legislazione civile, penale, militare, giudiziaria, amministrativa, ecc.

8). Un somigliante regolare ripartimento di materie dissimili è il risultamento, a cui giunsero solo negli ultimi tempi le nazioni moderne più avanzate nella civiltà, ma si desidera invano nella legislazione dell'antichità e in quella del medio evo. Non vi mancano quindi spesse ripetizioni e talvolta contraddizioni vere ed apparenti; conseguenza necessaria della consuetudine che i consoli e la credenza avevano di sempre aggiungere nuovi statuti agli antichi, relativi non di rado alla stessa materia, e che per le cambiate circostanze più a quelli non s'accordavano (*art.* 31); essendo uno degli obblighi del primo console di farvi inserire le nuove disposizioni legislative e le aggiunte fatte alle antiche durante l'anno del suo consolato (*a.* 20).

Era però inconveniente preveduto, e possibilmente riparato nella pratica, collo inserire fra i fogli scritti degli statuti altri fogli in bianco, nei quali si notavano successivamente le riforme e le nuove provvisioni della repubblica. Con tutto ciò in quegli

(1) Numerosi e interessanti particolari bibliografici e il contenuto dei medesimi in generale trovansi nella ben meditata monografia dell'avvocato Cesare Poma (*Gli Statuti* del comune di Biella. Biella 1885); ma la pubblicazione intiera e genuina è dovuta a Quintino Sella.

statuti, fra molteplici piccole misure d'interesse locale, abbondano disposizioni legislative, piene di civile e politica sapienza, di cui terrebbesi onorato il codice di molte altre repubbliche medioevali molto più ricche e potenti che non fosse quella di Biella. La quale tuttavia in quel periodo doveva essere una città più ricca, popolata ed estesa, che nol sia attualmente; e, relativamente ai tempi, anche più fiorente per industria e commercio. Una seconda riflessione si offerisce spontanea alla nostra mente, ed è quella di uno spirito gretto e mercantesco, che misura ogni cosa col danaro, punisce ogni mancanza grave e leggera di qualsivoglia natura, tranne le accuse di fellonìa, colle multe; di ciò studioso solamente che la multa, o la parte di essa che spetta al comune sia pagata ad ogni modo. Al quale spirito pubblico è congiunto un municipalismo così assolutamente esclusivo, meschino ed insolente, che riservava ogni attribuzione e diritto ai soli abitanti di Biella; un egoismo deplorabile, che anche in pieno medio evo mi sembra un fatto degno di biasimo come lo è il carattere del governo, lasciato intieramente all'arbitrio della maggioranza del consiglio di credenza in carica, senza eccezioni e senza riserve.

9). Consideriamo ora con qualche attenzione le principali disposizioni di quegli statuti, per formarcene un giusto concetto, ed anche per rendere ragione delle osservazioni e delle conclusioni, che sul loro carattere generale abbiamo premesse; lasciando il fatto, che riputiamo di piccola importanza, del principiare di quel codice da una vera invocazione religiosa al nome di G. C., di M. V., e dei S.S. protettori speciali della Repubblica, che intendesi agevolmente essere uso generale e conforme all'indole dei tempi. Crediamo tuttavia degno di nota l'aggiunta: *ad onore del padre vescovo di Vercelli,* prima che si faccia pure menzione nè della repubblica nè dei cittadini. Poichè quel vescovo non solo vi aveva giurisdizione religiosa, ma teneva rappresentanti della sua autorità anche nell'amministrazione della giustizia. La quale autorità però non riguardava che alcuni reati speciali, ed era nel fatto più di nome che di sostanza, per la somma gelosia che aveva la repubblica della sua sovranità anche su questo punto, quantunque la prima clausola del giuramento dei nuovi consoli fosse di *mantenere incolume la chiesa e il vescovo di Vercelli;* (art. 1°) e facciasi menzione di uno statuto, relativo alle vendite e doti confermate dal medesimo (art. 267), che è di un municipalismo esagerato, incredibile. E quando il

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI

DELLE DUE CLASSI

VOLUME VIGESIMOQUARTO

1888 - 89

TORINO

ERMANNO LOESCHER

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1889

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI

DELLE DUE CLASSI

VOLUME VIGESIMOQUARTO

1888-89

TORINO

ERMANNO LOESCHER

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1889

ELENCO DEGLI ACCADEMICI

RESIDENTI, NAZIONALI NON RESIDENTI, STRANIERI E CORRISPONDENTI

al 1° Gennaio 1889

PRESIDENTE

GENOCCHI (Angelo), Senatore del Regno, Professore di Calcolo infinitesimale nella R. Università di Torino, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio nazionale della Reale Accademia dei Lincei, Comm. ✠, Uffiz. ♕; ✿.

VICE-PRESIDENTE

FABRETTI (Ariodante), Professore di Archeologia greco-romana nella Regia Università, Direttore del Museo di Antichità, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere), Membro effettivo delle RR. Deputazioni di Storia patria della Emilia, della Toscana, delle Marche e dell'Umbria, Socio onorario della Società Veneta di Storia patria, Socio nazionale della Reale Accademia dei Lincei, Membro corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, dell'Accademia di Archeologia, Letteratura e Belle Arti di Napoli, della R. Accademia della Crusca, dell'Accademia Lucchese di Scienze, Lettere ed Arti, della R. Accademia de la Historia di Madrid, e dell'Imp. Istituto Archeologico Germanico, Professore Onorario dell'Università di Perugia, Presidente della Società di Archeologia e Belle Arti per la Provincia di Torino, Uffiz. ✠, Comm. ♕; ✿, Cav. della Leg. d'O. di Francia, e C. O. R. del Brasile.

TESORIERE

MANNO (Barone D. Antonio), Membro e Segretario della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria, Membro del Consiglio degli Archivi, Commissario di S. M. presso la Consulta araldica, Dottore *honoris causa* della R. Università di Tübingen, Comm. ✠, e Gr. Uffiz. ♕.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Direttore

Cossa (Alfonso), Dottore in Medicina, Direttore della Regia Scuola d'Applicazione degli Ingegneri in Torino, Professore di Chimica docimastica nella medesima Scuola, e di Chimica minerale presso il R. Museo Industriale Italiano, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Socio ordinario non residente dell'Istituto d'Incoraggiamento alle Scienze naturali di Napoli, Presidente della R. Accademia di Agricoltura di Torino e Socio dell'Accademia Gioenia di Catania, Comm. ✠, ⊕, e dell'O. d'I. Catt. di Sp.

Segretario

Basso (Giuseppe), Dottore aggregato alla Facoltà di Scienze fisiche e matematiche, Prof. ordinario di Fisica matematica nella R. Università di Torino, ⊕.

Accademici residenti.

Genocchi (Angelo), *predetto*.

Lessona (Michele), Dottore in Medicina e Chirurgia, Professore e Direttore de' Musei di Zoologia, Anatomia e Fisiologia comparata della R. Università di Torino, Socio delle RR. Accademie di Agricoltura e di Medicina di Torino, Comm. ✠, e ⊜.

Salvadori (Conte Tommaso), Dottore in Medicina e Chirurgia, Vice-Direttore del Museo Zoologico della R. Università di Torino, Professore di Storia naturale nel R. Liceo *Cavour* di Torino, Socio della R. Accademia di Agricoltura di Torino, della Società Italiana di Scienze Naturali, dell'Accademia Gioenia di Catania, Membro corrispondente della Società Zoologica di Londra, dell'Accademia delle Scienze di Nuova-York, della Società dei Naturalisti in Modena, della Società Reale delle Scienze di Liegi, e della Reale Società delle Scienze Naturali delle Indie Neerlandesi, Membro effettivo della Società imperiale dei Naturalisti di Mosca, Socio straniero della *British Ornithological Union*, Socio straniero onorario del *Nuttall Ornithological Club*, Socio straniero dell'*American Ornithologist's Union*, Membro onorario della Società Ornitologica di Vienna, Membro ordinario della Società Ornitologica tedesca, ⊜, Cav. dell'O. di S. Giacomo del merito scientifico, letterario ed artistico (Portogallo).

Cossa (Alfonso), *predetto*.

Bruno (Giuseppe), Dottore aggregato alla Facoltà di Scienze fisiche, matematiche e naturali, e Professore di Geometria descrittiva nella R. Università di Torino, ✠, ⊜.

Berruti (Giacinto), Direttore del R. Museo Industriale Italiano, e dell'Officina governativa delle Carte-Valori, Socio della R. Accademia di Agricoltura di Torino, Gr. Uffiz. ⊜, Comm. ✠, dell'O. di Francesco Gius. d'Austria, della L. d'O. di Francia, e della Repubblica di S. Marino.

Siacci (Francesco), Deputato al Parlamento nazionale, Luogotenente Colonnello nell'Arma d'Artiglieria, Professore di Meccanica superiore nella R. Università di Torino, e di Matematiche applicate nella Scuola d'Applicazione delle Armi di Artiglieria e Genio, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio corrispondente della R. Accademia dei Lincei, del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, e dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, ✻, Comm. ●.

Bellardi (Luigi), Corrispondente estero della Società geologica di Londra e Socio di parecchi Istituti Scientifici nazionali ed esteri.

Basso (Giuseppe), *predetto.*

D'Ovidio (Dott. Enrico), Professore ordinario d'Algebra e Geometria analitica, incaricato di Analisi superiore nella R. Università di Torino, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio corrispondente della R. Accademia dei Lincei, della R. Accademia delle Scienze di Napoli, del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Socio dell'Accademia Pontaniana, ecc., ✻, Comm. ●.

Bizzozero (Giulio), Professore e Direttore del Laboratorio di Patologia generale nella R. Università di Torino, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei e delle RR. Accademie di Medicina e di Agricoltura di Torino, Socio Straniero dell'*Academia Caesarea Leopoldino-Carolina Germanica Naturae Curiosorum*, Socio corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Membro del Consiglio Superiore di Sanità, ecc., ✻, Comm. ●.

Ferraris (Galileo), Ingegnere, Dottore aggregato alla Facoltà di Scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Università di Torino, Socio della R. Accademia di Agricoltura di Torino, Socio Straniero dell'*Academia Caesarea Leopoldino-Carolina Germanica Naturae Curiosorum*, Professore di Fisica tecnica nel R. Museo Industriale Italiano e di Fisica nella R. Scuola di Guerra, Uffiz. ✻; ●, Comm. dell'O. di Franc. Gius. d'Austria.

NACCARI (Andrea), Dottore in Matematica, Socio corrispondente dell'Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di Torino, ✠.

Mosso (Angelo), Dottore in Medicina e Chirurgia, Professore di Fisiologia nella R. Università di Torino, Membro del Consiglio Superiore dell'Istruzione Pubblica, Socio nazionale della R. Accademia de'Lincei, della R. Accademia di Medicina di Torino, e Socio corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, dell'*Academia Caesarea Leopoldino-Carolina Germanica Naturae Curiosorum*, della Società Reale di Scienze mediche e naturali di Bruselle, ecc. ecc. ✱, ✠.

SPEZIA (Giorgio), Ingegnere, Professore di Mineralogia, e Direttore del Museo mineralogico della R. Università di Torino, ✠.

GIBELLI (Giuseppe), Dottore in Medicina e Chirurgia, Professore di Botanica e Direttore dell'Orto botanico della R. Università di Torino, ✠.

GIACOMINI (Carlo), Dott. aggregato in Medicina e Chirurgia, Prof. di Anatomia umana, descrittiva, topografica ed Istologia, Corrispondente dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Socio della R. Accademia di Medicina di Torino, e Direttore dell'Istituto Anatomico della R. Università di Torino, ✠.

Accademici Nazionali non residenti

S. E. MENABREA (Conte Luigi Federigo), Marchese di Val Dora, Senatore del Regno, Professore emerito di Costruzioni nella Regia Università di Torino, Luogotenente Generale, Ambasciatore di S. M. a Parigi, Primo Aiutante di campo Generale Onorario di S. M., Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio nazionale della Reale Accademia dei Lincei, Corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze), Membro Onorario del Regio

Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Ufficiale della Pubblica Istruzione di Francia, ecc.; C. O. S. SS. N., Gr. Cord. e Cons. ✠, Cav. e Cons. ✠, Gr. Cr. ✠, ✠, dec. della Med. d'oro al Valor Militare e della Medaglia d'oro Mauriziana, Gr. Cr. dell'O. Supr. del Serafino di Svezia, dell'O. di Sant'Alessandro Newski di Russia, di Dannebrog di Danim., Gr. Cr. dell'O. di Torre e Spada di Portogallo, dell'O. del Leone Neerlandese, di Leop. del Belg. (Categ. Militare), della Probità di Sassonia, della Corona di Wurtemberg, e di Carlo III di Sp., Gr. Cr. dell'O. di S. Stefano d'Ungheria, dell'O. di Leopoldo d'Austria, di quelli della Fedeltà e del Leone di Zöhringen di Baden, Gr. Cr. dell'Ord. del Salvatore di Grecia, G. Cr. dell'Ordine di S. Marino, Gr. Cr. degli Ordini del Nisham *Ahid* e del Nisham *Iftigar* di Tunisi, Comm. dell'Ordine della Leg. d'On. di Francia, di Cristo di Portogallo, del Merito di Sassonia, di S. Giuseppe di Toscana, Dottore in Leggi, *honoris causa*, delle Università di Cambridge e di Oxford, ecc. ecc.

Brioschi (Francesco), Senatore del Regno, Prof. d'Idraulica, e Direttore del R. Istituto tecnico superiore di Milano, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di Geometria), e delle Reali Accademie delle Scienze di Berlino, di Gottinga, ecc., Presidente della R. Accademia dei Lincei, Membro delle Società Matematiche di Londra e di Parigi, del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, della Reale Accademia delle Scienze di Napoli, dell'Accademia delle Scienze di Bologna, ecc., Gr. Uffiz. ✠, ✠; ✠, Comm. dell'O. di Cr. di Port.

Govi (Gilberto), Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di Napoli, Membro del Comitato internazionale dei Pesi e delle Misure, del Consiglio per gli Archivi del Regno, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, della R. Accademia delle Scienze di Napoli, della R. Accademia d'Agricoltura di Torino, dell'Accademia dei Georgofili di Firenze, di quella di S. Luca

di Roma, ecc. ecc., Uffiz. ✠; ✠, Comm. ✠, e della L. d'O. di Francia.

MOLESCHOTT (Jacopo), Senatore del Regno, Membro del Consiglio Superiore di Sanità, Professore di Fisiologia nella R. Università di Roma, Professore Onorario della Facoltà Medico-Chirurgica della R. Università di Torino e della R. Accademia di Medicina di Torino, Socio corrispondente delle Società per le Scienze mediche e naturali a Hoorn, Utrecht, Amsterdam, Batavia, Magonza, Lipsia, Cherbourg, degli Istituti di Milano, Modena, Venezia, Bologna, delle Accademie Medico-Chirurgiche in Ferrara e Perugia, Socio onorario della Società epidemiologica di Londra, della *Medicorum Societas Bohemicorum* a Praga, della *Société médicale allemande* a Parigi, della Società dei Naturalisti in Modena, dell'Accademia Fisio-medico-statistica di Milano, della *Pathological Society* di S. Louis, della *Sociedad antropolojica Española* a Madrid, della Società di Medici Russi a Pietroburgo, Socio dell'Accademia Veterinaria Italiana, del Comitato Medico-Veterinario Toscano, della *Société Royale des Sciences Médicales et Naturelles de Bruxelles*, Socio straniero della Società Olandese delle Scienze a Harlem, e della R. Accademia di Scienze, Lettere e Belle Arti del Belgio, dell'*Academia Caesarea Leopoldino-Carolina Germanica Naturae Curiosorum*, Socio fondatore della Società Italiana d'Antropologia e di Etnologia in Firenze, Membro ordinario dell'Accademia Medica di Roma, Comm. ✠ e Gr. Uffiz. ✠, Comm. dell'Ordine di Casa Mecklenburg, e Cav. del Leone Neerlandese.

CANNIZZARO (Stanislao), Senatore del Regno, Professore di Chimica generale nella R. Università di Roma, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio corrispondente dell'Accademia delle Scienze di Berlino, Comm. ✠, Uffiz. ✠; ✠.

BETTI (Enrico), Professore di Fisica matematica nella R. Università di Pisa, Direttore della Scuola Normale Superiore, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Comm. ✠, Gr. Uffiz. ✠; ✠.

Scacchi (Arcangelo), Senatore del Regno, Professore di Mineralogia nella R. Università di Napoli, Presidente della Società Italiana delle Scienze detta dei XL, Presidente del Reale Istituto di Incoraggiamento alle Scienze naturali di Napoli, Segretario della R. Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Comm. ✠, Gr. Uffiz. ✪; ✣.

Schiaparelli (Giovanni), Direttore del R. Osservatorio astronomico di Milano, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, della R. Accademia dei Lincei, dell'Accademia Reale di Napoli e dell'Istituto di Bologna, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di Astronomia), delle Accademie di Monaco, di Vienna, di Berlino, di Pietroborgo, di Stockolma, di Upsala, della Società de' Naturalisti di Mosca, e della Società Astronomica di Londra, Comm. ✠; ✪, ✣, Comm. dell'O. di S. Stanislao di Russia.

Accademici Stranieri

Helmholtz (Ermanno Luigi Ferdinando), Professore nella Università di Berlino, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di Fisica generale).

Dana (Giacomo), Professore di Storia naturale a New-Haven, Socio corrispondente dell' Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di Anatomia e Zoologia).

Hofmann (Guglielmo Augusto), Prof. di Chimica, Membro della R. Accademia delle Scienze di Berlino, della Società Reale di Londra, Socio corrispondente dell' Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di Chimica).

Chevreul (Michele Eugenio), Membro dell'Istituto di Francia, Gr. C. della L. d'O. di Francia, ecc.

HERMITE (Carlo), Membro dell'Istituto di Francia, Uffiz. della L. d'O. di Francia, ecc.

JOULE (James PRESCOTT), della Società Reale di Londra.

WEIERSTRASS (Carlo), Professore di Matematica nell'Università di Berlino.

THOMSON (Guglielmo), Socio Straniero dell'Istituto di Francia, Professore di Filosofia naturale nell' Università di Glasgow.

GEGENBAUR (Carlo), della R. Accademia Bavarese delle Scienze, Professore di Anatomia nell' Università di Heidelberg.

CORRISPONDENTI

SEZIONE

DI MATEMATICA PURA E ASTRONOMIA

De Gasparis (Annibale), Professore d'Astronomia nella R. Università di . . . . . . *Napoli*

Tardy (Placido), Professore emerito della Regia Università di . . . . *Genova*

Boncompagni (D. Baldassarre), dei Principi di Piombino . . . . *Roma*

Cremona (Luigi), Professore di Matematiche superiori nella R. Università di . . . . . . *Roma*

Cantor (Maurizio), Professore di Matematica nell'Università di . . . . *Heidelberg*

Schwarz (Ermanno A.), Professore di Matematica nell'Università di . . . . *Gottinga*

Klein (Felice), Professore di Matematica nell'Università di . . . . *Gottinga*

Fergola (Emanuele), Professore di Analisi superiore nella R. Università di . . . . *Napoli*

Beltrami (Eugenio), Professore di Fisica matematica e di Meccanica superiore nella R. Università di . . . . *Pavia*

Casorati (Felice), Professore di Calcolo infinitesimale e di Analisi superiore nella R. Università di *Pavia*

Dini (Ulisse), Professore di Analisi superiore nella R. Università di . . . . *Pisa*

Tacchini (Pietro), Direttore dell'Osservatorio del Collegio Romano . . . . *Roma*

BATTAGLINI (Giuseppe), Professore nella R. Università di . . . . *Napoli*

CATALAN (Eugenio), Professore emerito della Università di . . . . *Liegi*

SEZIONE

DI MATEMATICA APPLICATA

E SCIENZA DELL'INGEGNERE CIVILE E MILITARE

COLLADON (Daniele), Professore di Meccanica . *Ginevra*

LIAGRE (J. B.), Segretario Perpetuo della R. Accademia delle Scienze del Belgio; alla Scuola militare, *à la Cambre* . . . . *Ixelles* (Bruxelles)

TURAZZA (Domenico), Professore di Meccanica razionale nella R. Università di . . . . . *Padova*

NARDUCCI (Enrico), Bibliotecario della Biblioteca Alessandrina di . . . . *Roma*

PISATI (Giuseppe), Professore di Fisica tecnica nella Scuola d'Applicazione per gl'Ingegneri in . . *Roma*

SANG (Edoardo), Socio e Segretario della Società di Scienze ed Arti di . . . . *Edimborgo*

FASELLA (Felice), Direttore della Scuola navale superiore di . . . . *Genova*

SEZIONE

DI FISICA GENERALE E SPERIMENTALE

WEBER (Guglielmo), della Società Reale delle Scienze di . . . . *Gottinga*

WARTMANN (Elia), Prof. nell'Università di . *Ginevra*

BLASERNA (Pietro), Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di . . . . *Roma*

KOHLRAUSCH (Federico), Professore nell'Università di . . . . *Würtzburg*

CORNU (Maria Alfredo), dell'Istituto di Francia *Parigi*

FELICI (Riccardo), Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di . . . . . . *Pisa*

VILLARI (Emilio), Professore nella R. Università di . . . . *Bologna*

ROITI (Antonio), Professore nell'Istituto di studi superiori pratici e di perfezionamento di . *Firenze*

WIEDEMANN (Gustavo), Prof. nella Università di *Lipsia*

RIGHI (Augusto), Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di . . . . . . *Padova*

SEZIONE

DI CHIMICA GENERALE ED APPLICATA

BONJEAN (Giuseppe) . . . . *Chambéry*

PLANTAMOUR (Filippo), Professore di Chimica . *Ginevra*

WILL (Enrico), Professore di Chimica . . . *Giessen*

BUNSEN (Roberto Guglielmo), Professore di Chimica . . . . *Heidelberg*

MARIGNAC (Giovanni Carlo), Professore di Chimica *Ginevra*

PÉLIGOT (Eugenio Melchiorre), dell'Istituto di Francia . . . . *Parigi*

BERTHELOT (Marcellino), dell'Istituto di Francia *Parigi*

PATERNÒ (Emanuele), Professore di Chimica nella R. Università di . . . . *Palermo*

KÖRNER (Guglielmo), Professore di Chimica organica nella R. Scuola superiore d'Agricoltura in *Milano*

FRIEDEL (Carlo), dell'Istituto di Francia . *Parigi*

FRESENIUS (Carlo Remigio), Professore a *Wiesbaden*

STAS (Giov. Servais), della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti del Belgio . . . . *Brusselle*

Baeyer (Adolfo von) . . . . *Monaco* (Baviera)

Kekulé (Augusto), Professore di Chimica nell'Università di . . . . *Bonn*

Williamson (Alessandro Guglielmo), della Reale Società di . . . . *Londra*

Thomsen (Giulio), Professore di Chimica nell'Università di . . . . *Copenaghen*

SEZIONE

DI MINERALOGIA, GEOLOGIA E PALEONTOLOGIA

Meneghini (Giuseppe), Professore di Geologia, ecc. nella R. Università di . . . . . *Pisa*

De Zigno (Achille), Uno dei XL della Società italiana delle Scienze . . . . *Padova*

Favre (Alfonso), Professore di Geologia . . *Ginevra*

Kokscharow (Nicola di), dell'Accademia Imperiale delle Scienze di . . . . *Pietroborgo*

Ramsay (Andrea), della Società Reale di . . *Londra*

Strüver (Giovanni), Professore di Mineralogia nella R. Università di . . . . *Roma*

Rosenbusch (Enrico), Professore di Petrografia nell'Università di . . . . *Strasborgo*

Nordenskiöld (Adolfo Enrico), della R. Accademia delle Scienze di . . . . *Stoccolma*

Daubrée (Gabriele Augusto), dell'Istituto di Francia, Direttore della Scuola Nazionale delle Miniere . . . . *Parigi*

Zirkel (Ferdinando), Professore di Petrografia a . . . . *Lipsia*

Des Cloizeaux (Alfredo Luigi Oliviero Legrand), dell'Istituto di Francia . . . . *Parigi*

Capellini (Giovanni), Professore nella R. Università di . . . . *Bologna*

Stoppani (Antonio), Professore di Geologia e Geografia fisica nel R. Istituto tecnico superiore di *Milano*

Tschermak (Gustavo), Professore di Mineralogia e Petrografia nell'Università di . . . . *Vienna*

Arzruni (Andrea), Professore di Mineralogia nell'Istituto tecnico superiore (tecnische Hochschule) *Aachen* (Aix-la-Chapelle)

Mallard (Ernesto), Professore di Mineralogia alla Scuola nazionale delle Miniere di Francia . *Parigi*

SEZIONE

DI BOTANICA E FISIOLOGIA VEGETALE

Trévisan de Saint-Léon (Conte Vittore), Corrispondente del R. Istituto Lombardo . . . . *Milano*

Candolle (Alfonso De), Professore di Botanica. *Ginevra*

Gennari (Patrizio), Professore di Botanica nella R. Università di . . . . *Cagliari*

Tulasne (Luigi Renato), dell'Istituto di Francia *Parigi*

Caruel (Teodoro), Professore di Botanica nell'Istituto di studi superiori pratici e di perfezionamento in . . . . *Firenze*

Ardissone (Francesco), Professore di Botanica nella R. Scuola Superiore d'Agricoltura in . . . *Milano*

Saccardo (Andrea), Professore di Botanica nella R. Università di . . . . *Padova*

Hooker (Giuseppe Dalton), Direttore del Giardino Reale di Kew . . . . *Londra*

Sachs (Giulio von), Prof. nell'Università di . *Würzburg*

Naegli (Carlo), Prof. nell'Università di . *Monaco* (Baviera)

Delpino (Federico), Prof. nella R. Università di *Padova*

SEZIONE

DI ZOOLOGIA, ANATOMIA E FISIOLOGIA COMPARATA

De Selys Longchamps (Edmondo) . . . . *Liegi*

Burmeister (Ermanno), Direttore del Museo pubblico di . . . . *Buenos Aires*

Philippi (Rodolfo Armando) . . . . . *Santiago* (Chill)

Owen (Riccardo), Direttore delle Collezioni di Storia naturale al *British Museum* . . . *Londra*

Koelliker (Alberto), Professore di Anatomia e Fisiologia . . . . *Würtzburg*

Golgi (Camillo), Professore di Istologia, ecc. nella R. Università di . . . . *Pavia*

Haeckel (Ernesto), Professore nell'Università di . . . . *Jena*

Sclater (Filippo Lutley), Segretario della Società Zoologica di . . . . *Londra*

Fatio (Vittore), Dottore . . . . *Ginevra*

Kowalewski (Alessandro), Professore di Zoologia nell'Università di . . . . *Odessa*

Ludwig (Carlo), Professore di Fisiologia nell'Università di . . . . *Lipsia*

Brücke (Ernesto), Professore di Fisiologia e Anatomia nell'Università di . . . . *Vienna*

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Direttore

Peyron (Bernardino), Professore di Lettere, Bibliotecario Onorario della Biblioteca Nazionale di Torino, Comm. ✠, Uffiz. ⊕.

Segretario Perpetuo

Gorresio (Gaspare), Senatore del Regno, Prefetto della Biblioteca Nazionale, già Professore di Letteratura orientale nella R. Università di Torino, Membro dell'Istituto di Francia, Socio nazionale della R. Accademia de' Lincei, Socio corrispondente della Reale Accademia della Crusca, e della R. Accademia di Scienze e Lettere di Palermo, Membro Onorario della Reale Società Asiatica di Londra, della Società accademica *Indo-Cinese* di Parigi, ecc., Vice-Presidente della Società di Archeologia e Belle Arti per la Provincia di Torino, Comm. ✠, Gr. Uffiz. ⊕; ✿, Comm. dell'O. di Guadal. del Mess., e dell'O. della Rosa del Brasile, Uffiz. della L. d'O. di Francia, ecc.

Accademici residenti

Gorresio (Gaspare), *predetto.*

Fabretti (Ariodante), *predetto.*

Peyron (Bernardino), *predetto.*

Vallauri (Tommaso), Senatore del Regno, Professore di Letteratura latina e Dottore aggregato alla Facoltà di Lettere e

Filosofia nella R. Università di Torino, Membro della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria, Socio corrispondente della R. Accademia della Crusca, del R. Istituto Veneto Scienze, Lettere ed Arti, e dell'Accademia Romana di Archeologia, Comm. ✠, e Gr. Uffiz. ✿, Cav. dell'Ordine di S. Gregorio Magno.

Flechia (Giovanni), Professore di Storia comparata delle lingue classiche e neolatine e di Sanscrito nella R. Università di Torino, Socio nazionale della R. Accademia de'Lincei, Uffiz. ✠, Comm. ✿; ✣.

Claretta (Barone Gaudenzio), Dottore in Leggi, Socio e Segretario della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria, Membro della Società di Archeologia e Belle Arti e della Giunta conservatrice dei monumenti d'Antichità e Belle Arti per la Provincia di Torino, Comm. ✠ e ✿.

Promis (Vincenzo), Dottore in Leggi, Bibliotecario e Conservatore del Medagliere di S. M., Membro della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria, R. Ispettore dei monumenti, ✠, Comm. ✿, Gr. Uffiz. dell'O. di Francesco Giuseppe d'Austria, Comm. dell'O. di S. Michele di Baviera e della Corona di Rumenia.

Rossi (Francesco), Vice Direttore del Museo d'Antichità, Professore d'Egittologia nella R. Università di Torino, Membro ordinario dell'Accademia orientale di Firenze, e Socio Corrispondente della R. Accademia dei Lincei, ✿.

Manno (Barone D. Antonio), *predetto*.

Bollati di Saint-Pierre (Barone Federigo Emanuele), Dottore in Leggi, Soprintendente agli Archivi piemontesi e Direttore dell'Archivio di Stato in Torino, Consigliere d'Amministrazione presso il R. Economato generale delle Antiche Provincie, Membro della R. Deputazione sopra gli studi di Storia patria per le Antiche Provincie e la Lombardia, Socio corrispondente della Società Ligure di Storia Patria, della Società Colombaria Fiorentina, della R. Deputazione di Storia patria per le Provincie della Romagna, della Società per la Storia di Sicilia, ecc., Uffiz. ✠, ✿,

Schiaparelli (Luigi), Dottore aggregato, Professore di Storia antica nella R. Università di Torino, Membro del Collegio degli Esaminatori, Comm. ✱ e ⊜.

Pezzi (Domenico), Dottore aggregato e Professore straordinario nella Facoltà di Lettere e Filosofia della R. Università di Torino, ⊜.

Ferrero (Ermanno), Dottore in Giurisprudenza, Dottore aggregato alla Facoltà di Lettere e Filosofia nella R. Università di Torino, Professore nell'Accademia Militare, Membro della Regia Deputazione sovra gli studi di Storia patria per le Antiche Provincie e la Lombardia, e della Società d'Archeologia e Belle Arti per la Provincia di Torino, Membro corrispondente della R. Deputazione di Storia patria per le Provincie di Romagna, e dell'Imp. Instituto Archeologico Germanico, fregiato della Medaglia del merito civile di 1ª cl. della Rep. di S. Marino, ⊜.

Carle (Giuseppe), Dottore aggregato alla Facoltà di Leggi, Professore della Filosofia del Diritto nella R. Università di Torino, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Comm. ⊜.

Nani (Cesare), Dottore aggregato alla Facoltà di Giurisprudenza, Professore di Storia del Diritto nella R. Università di Torino, Membro della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria, ⊜.

Berti (Domenico), Deputato al Parlamento nazionale, Professore emerito delle RR. Università di Torino, di Bologna e di Roma, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio corrispondente della R. Accademia della Crusca e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Membro delle RR. Deputazioni di Storia patria del Piemonte e dell'Emilia, Gr. Uffiz. ✱, Gr. Cord. ⊜; ✠, Gr. Cord. della Legion d'O. di Francia, e dell'Ordine di Leopoldo del Belgio.

Cognetti De Martiis (Salvatore), Prof. di Economia politica nella R. Università di Torino, Socio corrispondente della R. Accademia dei Lincei, ✱, ⊜.

Graf (Arturo), Professore di Letteratura italiana nella R. Università di Torino, Membro della Società romana di Storia patria, ⊜.

Boselli (Paolo), Dott. aggregato alla Facoltà di Giurisprudenza della R. Università di Genova, già Prof. nella R. Università di Roma, Socio Corrispondente dell'Accademia dei Georgofili, Presidente della Società di Storia patria di Savona, Socio della R. Accademia di Agricoltura e Presidente del Consiglio provinciale di Torino, Deputato al Parlamento nazionale, Ministro dell'Istruzione Pubblica, Comm. ✠, Gr. Uffiz. ✠, Gr. Uffiz. O. di Leop. del B., Uffiz. della Cor. di Pr., della L. d'O. di Fr. e C. O. d'I. Catt. di Sp.

Accademici Nazionali non residenti

Carutti di Cantogno (Barone Domenico), Consigliere di Stato, Presidente della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria, Socio e Segretario della R. Accademia dei Lincei, Membro dell'Istitnto storico Italiano, Socio straniero della R. Accademiia delle Scienze Neerlandese, e della Savoia, Socio corrispondente della R. Accademia delle Scienze di Monaco in Baviera, della R. Accademia Lucchese, del R. Istituto Veneto, della Pontaniana di Napoli, Socio onorario della R. Società Romana di Storia patria, dell'Ateneo di Scienze, Lettere ed Arti di Bergamo, Brescia, Palermo, ecc., Corrispondente delle RR. Deputazioni di Storia patria Veneta, Toscana e di Romagna, e della Società di Storia della Svizzera Romanda, Membro del Consiglio degli Archivi, e del Contenzioso Diplomatico, Gr. Uffiz. ✠, Gr. Uffiz. ✠, Cav. e Cons. ✠, Gr. Cord. dell'O. del Leone Neerlandese e dell'O. d'Is. la Catt. di Sp. e di S. Mar., Gr. Uffiz. dell'O. di Leop. del B., dell'O. del Sole e del Leone di Persia, e del Mejidiè di 2ª cl. di Turchia, Gr. Comm. dell' Ord. del Salv. di Gr., ecc.

Amari (Michele), Senatore del Regno, Membro del Consiglio Superiore dell'Istruzione pubblica, Professore emerito della R. Università di Palermo e del R. Istituto di studi superiori di Firenze; Dottore in Filosofia e Lettere delle Università di Leida, di

Tubinga e di Strasburgo; Socio nazionale della Reale Accademia dei Lincei in Roma, Socio delle RR. Accademie delle Scienze in Monaco di Baviera e in Copenaghen; Socio straniero dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere), Socio corrispondente dell'Accademia delle Scienze in Palermo, della Crusca, dell'Istituto Veneto, della Società Colombaria in Firenze, della R. Accademia d'Archeologia in Napoli, delle Accademie di Scienze, Lettere ed Arti in Lucca e in Modena, della R. Deputazione di Storia patria per le Provincie Parmensi, di quella per le Provincie Toscane, dell'Umbria e delle Marche, delle Accademie imperiali di Pietroburgo e di Vienna, dell'Ateneo Veneto, dell'Ateneo orientale in Parigi e dell'Istituto Egiziano in Alessandria; Socio onorario della R. Società Asiatica di Londra, della Società orientale di Germania, della Società letteraria e storica di Sioux city Jowa (America), della Società geografica italiana, delle Accademie di Padova e di Gottinga; Presidente onorario della Società Siciliana di Storia patria, Socio della Romana, Socio onorario della Ligure, della Veneta è della Società storica di Utrecht; Gr. Cord. ●, e Gr. Croce ●, Cav. e Cons. ✠, Cav. dell'Ord. Brasiliano della Rosa; Cav, dell'Ordine *pour le mérite* di Prussia.

Reymond (Gian Giacomo), già Professore di Economia politica nella R. Università di Torino, ●.

Ricci (Marchese Matteo), Socio residente della Reale Accademia della Crusca, Uffiz. ●.

Minervini (Giulio), Professore onorario della Regia Università di Napoli, Socio di molte Accademie italiane e straniere; Uffiz. ●, e Comm. ●, e decorato di varii ordini stranieri.

De Rossi (Comm. Giovanni Battista), Socio straniero dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere), e della R. Accademia delle Scienze di Berlino e di altre Accademie, Presidente della Pontificia Accademia Romana d'Archeologia.

Canonico (Tancredi), Senatore del Regno, Professore, Consigliere della Corte di Cassazione di Roma e del Consiglio del Con-

tenzioso diplomatico, Socio della R. Accademia delle Scienze del Belgio, Uffiz. ●, e Gr. Uffiz. ●, Comm. dell'Ordine di Carlo III di Spagna, Gr. Uffiz. dell'ordine di Sant' Olaf di Norvegia.

CANTÙ (Cesare), Membro del R. Istituto Lombardo e di quello di Francia, e di molte Accademie, Direttore dell'Archivio di Stato di Milano, e Sopraintendente degli Archivi Lombardi, Gr. Uffiz. ● e Comm. ●, Cav. e Cons. ✠, Comm. dell'O. di C. di Port., Gr. Uffiz. dell'O. della Guadalupa, ecc., Officiale della Pubblica Istruzione e della L. d'O. di Francia, ecc.

TOSTI (D. Luigi), Abate Benedettino Cassinese.

Accademici Stranieri

MOMMSEN (Teodoro), Professore di Archeologia nella Regia Università e Membro della R. Accademia delle Scienze di Berlino, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere).

MÜLLER (Massimiliano), Professore di Letteratura straniera nell' Università di Oxford, Socio straniero dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere).

BANCROFT (Giorgio), Corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze morali e politiche).

DE WITTE (Barone Giovanni Giuseppe Antonio Maria), Membro dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere).

GREGOROVIUS (Ferdinando), Membro della R. Accademia Bavarese delle Scienze in Monaco.

MEYER (Paolo), Professore delle lingue e letterature dell'Europa meridionale nel Collegio di Francia, Direttore dell'*Ecole des Chartes*, Cav. della L. d'O. di Francia.

WHITNEY (Guglielmo), Professore nel Collegio Yale a New-Haven.

CORRISPONDENTI

I. — SCIENZE FILOSOFICHE.

RENDU (Eugenio) . . . . *Parigi*

BONATELLI (Francesco), Professore di Filosofia teoretica nella R. Università di . . . . . *Padova*

FERRI (Luigi), Professore di Filosofia teoretica nella R. Università di . . . . *Roma*

BONGHI (Ruggero), Prof. emerito della R. Università di . . . . *Roma*

II. — SCIENZE GIURIDICHE E SOCIALI.

LAMPERTICO (Fedele), Senatore del Regno . *Roma*

SERAFINI (Filippo), Professore di Diritto romano nella R. Università di . . . . *Pisa*

SERPA PIMENTEL (Antonio di), Consigliere di Stato . . . . *Lisbona*

RODRIGUEZ DE BERLANGA (Manuel) . . . *Malaga*

SCHUPFER (Francesco), Prof. nella R. Università di . . . . *Roma*

COSSA (Luigi), Prof. nella R. Università di . *Pavia*

III. — SCIENZE STORICHE.

KRONE (Giulio) . . . . *Vienna*

SANGUINETTI (Abate Angelo), della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria . . . *Genova*

CHAMPOLLION-FIGEAC (Amato) . . . . . *Parigi*

ADRIANI (P. Giambattista), della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria . . . . *Cherasco*

DAGUET (Alessandro) . . . . *Neuchâtel* (Svizzera)

PERRENS (Francesco) . . . . *Parigi*

HAULLEVILLE (Prospero DE) . . . . *Brusselle*

VILLARI (Pasquale), Professore nell'Istituto di studi superiori pratici e di perfezionamento in . *Firenze*

GIESEBRECHT (Guglielmo), dell'Accademia bavarese delle Scienze in . . . . *Monaco*

DE LEVA (Giuseppe), Professore di Storia moderna nella R. Università di . . . . *Padova*

SYBEL (Enrico Carlo Ludolfo von), Direttore dell'Archivio di Stato in . . . . *Berlino*

WALLON (Alessandro), Segretario perpetuo dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere) . . . . *Parigi*

TAINE (Ippolito), dell'Istituto di Francia . *Parigi*

WILLEMS (Pietro), dell'Università di . . . *Lovanio*

BIRCH (Walter de GRAY), del Museo Britannico di . . . . *Londra*

IV. — ARCHEOLOGIA.

WIESELER (Federico) . . . . *Gottinga*

PALMA di CESNOLA (Conte Luigi) . . . . *New-York*

RAWLINSON (Giorgio), Professore nella Università di . . . . *Oxford*

FIORELLI (Giuseppe), Senatore del Regno . *Roma*

CURTIUS (Ernesto), Professore nell' Università di . . . . *Berlino*

MASPERO (Gastone), dell'Istituto di Francia a *Parigi*

LATTES (Elia), Prof. nella R. Accademia scientifico-letteraria di . . . . *Milano*

POGGI (Vittorio), Maggiore di Fanteria a . *Pavia*

PLEYTH (Guglielmo), Conservatore del Museo Egizio a . . . . *Leida*

V. — GEOGRAFIA.

NEGRI (Barone Cristoforo), Console generale di prima Classe, Consultore legale del Ministero per gli affari esteri. . . . . *Torino*

KIEPERT (Enrico), Professore nell'Università di *Berlino*

PIGORINI (Luigi), Professore di Paleoetnologia nella Regia Università di . . . . *Roma*

VI. — LINGUISTICA E FILOLOGIA ORIENTALE.

KREHL (Ludolfo) . . . . *Dresda*

RÉNAN (Ernesto), dell'Istituto di Francia . *Parigi*

SOURINDRO MOHUN TAGORE . . . . *Calcutta*

ASCOLI (Isaia Graziadio), Professore nella R. Accademia scientifico-letteraria di. . . . . . . *Milano*

WEBER (Alberto), Professore nell'Università di *Berlino*

KERBAKER (Michele), Professore di Storia comparata delle lingue classiche e neo-latine nella R. Università di . . . . *Napoli*

MARRE (Aristide) Membro della Società Asiatica *Parigi*

VII. — FILOLOGIA, STORIA LETTERARIA E BIBLIOGRAFIA.

LINATI (Conte Filippo), Senatore del Regno . *Parma*

COMPARETTI (Domenico), Professore nell'Istituto di Studi superiori pratici e di perfezionamento in . *Firenze*

BRÉAL (Michele) . . . . *Parigi*

NEGRONI (Carlo), della R. Deputazione sovra gli Studi di Storia patria . . . . *Novara*

D'ANCONA (Alessandro), Professore nella R. Università di . . . . *Pisa*

NIGRA (S. E. il Conte Costantino), Ambasciatore dell'Italia . . . . *Vienna*

RAJNA (Pio), Prof. nell'Istituto di Studi superiori pratici e di perfezionamento in . . . *Firenze*

MUTAZIONI

avvenute nel Corpo Accademico
dal 1° *Marzo* 1888 *al* 1° *Gennaio* 1889

ELEZIONI

SOCI

GENOCCHI (Angelo), rieletto Presidente dell'Accademia nella adunanza dell'8 aprile, e approvato con Decreto Reale del 17 maggio 1888.

FABRETTI (Ariodante), rieletto Vice-Presidente dell'Accademia nell'adunanza del 17 giugno, e approvato con Decreto Reale dell'8 luglio 1888.

COSSA (Alfonso), rieletto Direttore della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali nell'adunanza del 27 maggio, e approvato con Decreto Reale dell'8 luglio 1888.

BASSO (Giuseppe), eletto Segretario della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali nell'adunanza del 2, e approvato con Decreto Reale del 13 dicembre 1888.

MORTI.

26 Maggio 1888.

Sobrero (Ascanio), Socio e Segretario della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali.

24 Agosto 1888.

Clausius (Rodolfo), Corrispondente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Matematica applicata, e Scienza dell'Ingegnere civile e militare).

21 Novembre 1888.

Ballada di S. Robert (Conte Paolo), Socio Nazionale non residente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali.

17 Dicembre 1888.

Riant (Conte Paolo), Corrispondente della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche (Sezione di Scienze storiche).

. . . .

De-Siebold (Carlo Teodoro), Corrispondente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Zoologia, Anatomia e Fisiologia comparata).

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOL. XXIV, DISP. 1ª, 1888-89

TORINO
ERMANNO LOESCHER
Libraio della R. Accademia delle Scienze

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 18 Novembre 1888.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA
DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Soci: LESSONA, SALVADORI, BRUNO, BERRUTI, BASSO, BIZZOZERO, FERRARIS, NACCARI, MOSSO, SPEZIA, GIBELLI, GIACOMINI.

Il Presidente inaugura le tornate accademiche dando il benvenuto ai Soci, e fa leggere l'atto verbale dell'adunanza precedente, il quale viene approvato.

Fra le pubblicazioni presentate in omaggio all'Accademia vengono segnalate le seguenti:

1° « *Sui fenomeni elettrici provocati dalle radiazioni* », Memoria del Prof. Augusto RIGHI, Socio Corrispondente della Classe, presentata dal Socio Segretario Prof. Giuseppe BASSO;

2° « *Die hauptsächlichsten Theorien der Geometrie in ihrer früheren entwickelung*; ecc. », libro del sig. Dott. Gino LORIA, Professore nella R. Università di Genova, presentato dal Socio Segretario Giuseppe BASSO per incarico del Socio D'OVIDIO, assente per ragioni d'ufficio. Questo libro è la traduzione tedesca fatta dal sig. Federico SCHÜTTE, della Monografia storica « *Il passato e il presente delle principali teorie geometriche* », del

Prof. Gino LORIA, che l'Accademia accolse già nelle sue *Memorie*. Questa traduzione è preceduta da una prefazione del chiaro Geometra R. STÜRM, Professore a Münster, nella quale sono messi in rilievo i pregi del lavoro e indicate le aggiunte che l'Autore vi ha recate in occasione della riproduzione di esso;

3° « Ritratto in incisione del compianto Socio Quintino SELLA », presentato dal Socio MOSSO per incarico dell'Onorevole Filippo MARIOTTI, Sottosegretario di Stato per la Pubblica Istruzione.

Le letture e le comunicazioni si succedono nell'ordine seguente:

1° « *Commemorazione del Socio Corrispondente Rodolfo Clausius* »; del Socio Segretario Giuseppe BASSO;

2° « Geometria sulle curve ellittiche »; Nota del Dott. Guido CASTELNUOVO, Assistente alla Cattedra di Algebra complementare e Geometria analitica nella R. Università di Torino; presentata dal Socio COSSA a nome del Socio D'OVIDIO;

3° « *Elettrometro ad emicicli, sua storia e sue applicazioni come wattometro, amperometro e voltometro per correnti continue ed alternative* »; dell'Ing. Ettore MORELLI, Assistente alla Scuola di Elettrotecnica presso il Museo Industriale di Torino; Memoria presentata dal Socio FERRARIS;

4° « *Effemeridi del Sole e della Luna per l'orizzonte di Torino e per l'anno* 1889 », calcolate dal Dott. Francesco PORRO, incaricato della direzione dell'Osservatorio astronomico di Torino; presentate dal Socio NACCARI.

LETTURE

In commemorazione di Rodolfo Clausius.

Parole del Prof. G. Basso.

Rodolfo Clausius, uno dei più eminenti fisici contemporanei, il quale l'Accademia nostra si onorava di avere a suo socio corrispondente dall'anno 1882, mancò ai vivi nella città di Bonn il 24 agosto ultimo scorso.

Nato il 2 gennaio 1822 a Cöslin in Pomerania, Clausius studiò successivamente a Stettin, a Berlino e a Halle, fino a che, ritornato a Berlino nel 1850, vi inaugurò la sua carriera d'insegnamento come libero docente all'Università, professando nello stesso tempo alla Scuola di Artiglieria e Genio. Chiamato poscia ad insegnare fisica nel Politecnico e nella Università di Zurigo, egli dimorò in questa città dal 1855 al 1867; fu in seguito professore per due anni nella Università di Würzburg; trasferitosi infine a Bonn, tenne in quella Università la cattedra di fisica fino ai suoi ultimi giorni.

Troppo lunga sarebbe qui l'enumerazione, per quanto rapida, dei lavori scientifici di Clausius. Basti ricordare che, oltre a parecchie monografie sulla meteorologia ottica, sulla teoria del potenziale e sulla teoria dell'elasticità, la scienza deve a lui importantissimi studi sulla termologia in relazione colla meccanica, i quali, pubblicati quasi tutti ed in epoche diverse negli Annali di Poggendorf, vennero poscia raccolti in due volumi col titolo di *Memorie sulla teoria meccanica del calore.* Gli scritti sulla forza motrice del calore e sue leggi, quelli sul secondo principio di termodinamica, i lavori sull'applicazione della teoria meccanica del calore alle macchine a vapore, sull'applicazione della stessa teoria ai fenomeni elettrici, sulla dottrina matematica dell'elettricità, sui movimenti molecolari in cui consiste il calore e specialmente sulla teoria cinetica dei gas, pon-

gono indubitabilmente il loro Autore fra i precipui fondatori della termodinamica, ed il nome di Clausius sarà perpetuamente vincolato ad una delle maggiori conquiste della fisica moderna, qual'è il principio della conservazione dell'energia.

Geometria sulle curve ellittiche;

Nota di Guido Castelnuovo

Sopra una curva algebrica si trovi un sistema *(serie)* $g_n^{(r)}$ di gruppi di n punti, tale che r punti dati ad arbitrio sulla curva appartengano ad un numero finito di gruppi del sistema; chiameremo n *l'ordine* della serie, r la *molteplicità*, o *specie*, o *dimensione*. Quando gli r punti individuano *un* gruppo, il sistema si dirà una *involuzione* $I_n^{(r)}$.

I gruppi di una $g_n^{(r)}$ si potranno riferire univocamente ai punti di una varietà ad r dimensioni di uno spazio lineare; ed i caratteri invariantivi della varietà (il genere per $r = 1$) daranno i caratteri (il *genere*) di $g_n^{(r)}$. Così diremo che $g_n^{(r)}$ è *razionale*, quando i suoi gruppi si potranno riferire univocamente ai punti dello spazio lineare S_r ad r dimensioni.

Le curve algebriche possono classificarsi a seconda delle serie razionali che esse contengono; e poichè dall'esistenza di alcune serie segue l'esistenza di infinite altre, collocheremo in una stessa classe tutte le curve, per le quali il minimo ordine delle involuzioni razionali di prima specie in esse contenute, è lo stesso. Così dopo le curve razionali *(involuzione minima* d'ordine 1), si presentano le curve *iperellittiche* (invol. min. d'ord. 2), e così via.

Ciascuna classe potrà dividersi in sottoclassi, tenendo conto dell'involuzione di ordine più basso che giace sulla curva oltre all'involuzione minima. Per esempio le curve iperellittiche si dividono in curve *ellittiche* (una seconda involuzione quadratica), curve di *genere* 2 (involuzione cubica), ... curve di genere r (involuzione d'ordine $r+1$).

Due curve riferite univocamente appartengono sempre a una stessa suddivisione fondata su questo concetto.

Per le serie razionali di gruppi di punti vale l'importante teorema:

Se sopra una curva C *si trova una serie razionale* r *volte infinita di gruppi di* n *punti, nello spazio ad* r *dimensioni si può costruire una curva* C' *d'ordine* n *riferita univocamente a* C (r > 1) (1).

I gruppi della serie $g_n^{(r)}$ siano rappresentati dai punti dello spazio S_r. Agli ∞^{r-1} gruppi di $g_n^{(r)}$ che contengono uno stesso punto M, corrispondono in S_r i punti di una varietà a $r-1$ dimensioni V_{r-1}, imagine di M. Le ∞^1 varietà corrispondenti ai punti di C formano un sistema tale, che per ogni punto di S_r passano n varietà, ed r varietà V_{r-1} hanno in comune (oltre ai punti fissi) un numero finito (diverso da zero) di punti variabili. Quindi il sistema lineare più basso di varietà che contiene le ∞^1 V_{r-1}, sarà di molteplicità $s \geq r$. Si rappresentino le varietà di questo sistema lineare sui punti dello spazio S_s; alle ∞^1 V_{r-1} corrispondono punti di una curva C'' d'ordine n riferita univocamente a C. Ora se $s = r$ il teorema è dimostrato; se $s > r$ basta proiettare C'' in S_r da uno spazio S_{s-r-1}.

Il caso $s = r$ si presenta quando $g_n^{(r)}$ è una involuzione, e solo allora. La $g_n^{(r)}$ involutoria sopra C'' è determinata dagli spazi S_{r-1} di S_r; quindi: *L'involuzione razionale* $I_n^{(r)}$ *sopra una curva ha le stesse proprietà dell'involuzione determinata sopra una curva d'ordine* n *di* S_r *dagli spazi* S_{r-1}, *quando le due curve siano riferite univocamente.*

In particolare: *I gruppi di* $n-\rho$ *punti che insieme a* ρ *punti fissi danno gruppi di una* $I_n^{(r)}$ *razionale, appartengono ad una* $I_{n-\rho}^{(r-\rho)}$ *razionale.*

Se r è la massima dimensione di una serie razionale d'ordine n giacente sopra una curva, non può essere $s > r$; quindi:

Se r *è la massima dimensione di una serie razionale d'ordine* n *giacente sopra una curva, questa serie è involutoria.* Se r non è la massima dimensione, esiste una involuzione $I_n^{(s)}$ che contiene $g_n^{(r)}$.

Un importante corollario del teorema fondamentale è il seguente: *Se tutti i gruppi di* n *punti di una curva formano una serie razionale, la curva è razionale.*

---

(1) Sono escluse quelle serie nelle quali un gruppo passante per $r-1$ (o meno) punti arbitrari è costretto a contenere altri punti della curva.

Involuzioni razionali sopra le curve ellittiche.

1. Diciamo che *una curva è ellittica o di genere* 1, *quando essa contiene due involuzioni minime razionali di prima specie, d'ordine* 2.

Dalla definizione segue subito che ogni curva ellittica può riferirsi univocamente ad una curva piana generale del terzo ordine. Infatti basta in un piano riferire proiettivamente due fasci di raggi T, T' alle due involuzioni giacenti sulla curva, avendo cura che il raggio TT' rappresenti due coppie delle involuzioni con un punto comune. Ad ogni raggio del fascio T corrispondono due punti della curva, quindi due coppie della seconda involuzione e due raggi di T'. I fasci T, T' sono in corrispondenza (2, 2) col raggio TT' unito, e la curva del terzo ordine generata dai fasci è riferita univocamente alla curva data.

Le due involuzioni $I_2^{(1)}$ giacenti sulla curva non possono avere una coppia comune, perchè altrimenti la curva del terzo ordine acquisterebbe un punto doppio, e sulla curva si troverebbe una involuzione razionale di primo ordine contro l'ipotesi.

Sopra una curva ellittica si trovano infinite involuzioni razionali $I_2^{(1)}$ *non aventi a due a due coppie comuni* (1).

2. *Si può sempre costruire una curva ellittica d'ordine* n + 1 *che appartenga ad uno spazio a* n *dimensioni, e sia riferita univocamente ad una data curva ellittica.* Il teorema sia vero per S_r, e sia C^{r+1} una curva ellittica di questo spazio. Se rappresentiamo le coppie di punti di una $I_2^{(1)}$ della curva sui punti di una retta g, non avente nessun punto comune con S_r, le rette che congiungono i punti di g alle coppie omologhe di punti della $I_2^{(1)}$, formano una rigata d'ordine $r+3$ contenuta in un S_{r+2}, colla direttrice g doppia. Uno spazio S_{r+1} che passi per una generatrice della rigata, senza contenerne altre, sega la rigata in una curva ellittica d'ordine $r+2$, che non giace in un S_r, e quindi *appartiene* ad S_{r+1}; questa curva è riferita univocamente a C^{r+1}.

---

(1) La definizione data di curva ellittica può essere sostituita da questa: *È ellittica una curva che contenga due* $I_2^{(1)}$ *razionali non aventi coppie comuni.*

Siccome $n+1$ è il minimo ordine di una curva ellittica *appartenente* ad S_n, una tal curva si dirà *curva ellittica normale* di S_n.

3. *Sopra una curva ellittica esistono* ∞^1 *involuzioni razionali* $I_n^{(n-1)}$, *ciascuna individuata da uno dei suoi gruppi.* Un gruppo di n punti della C^{n+1} ellittica normale di S_n determina un S_{n-1} che taglia ancora la curva in un punto. La stella di spazi S_{n-1} avente in esso il centro, sega sulla curva la $I_n^{(n-1)}$. Se due $I_n^{(n-1)}$ avessero un gruppo di n punti comune, $n-2$ di questi insieme coi gruppi di due $I_2^{(1)}$ darebbero gruppi delle $I_n^{(n-1)}$; e queste due $I_2^{(1)}$ avrebbero una coppia comune, il che non può accadere.

La serie delle $I_n^{(n-1)}$ *può riferirsi univocamente alla curva sostegno.*

Una $I_n^{(r)}$ *razionale sopra la* C^{n+1} *normale ellittica determina coi suoi gruppi infiniti spazi* S_{n-1}, *i quali passano per uno stesso* S_{n-r-1} *avente un punto comune con* C^{n+1}.

Infatti poichè la $I_n^{(r)}$ è contenuta in una $I_n^{(n-1)}$, questi spazi passano per uno stesso punto della curva; e ciascuno di essi è individuato da r dei suoi punti.

Se sopra la curva ellittica normale C^{n+1} *si trova una* $I_m^{(r)}$ *razionale* $(r<m<n+1)$, *gli spazi* S_{n-1} *determinati dai gruppi dell'involuzione e da* $n-m$ *punti fissi (arbitrari) di* C^{n+1} *passano per uno stesso* S_{n-r-1}, *che sega la curva in un punto ulteriore.*

Ogni $I_m^{(m-1)}$ sopra la curva ellittica normale C^{n+1} $(m<n+1)$ determina una $I_{n-m+1}^{(n-m)}$ (residuale), i cui gruppi giacciono in spazi S_{n-1} con ciascun gruppo dell'involuzione primitiva.

4. Una involuzione razionale $I_n^{(r)}$ sopra una curva ellittica ha un numero finito di gruppi con un punto multiplo secondo $r+1$; e il numero di questi gruppi è il numero degli spazi S_{r-1} iperosculatori ad una C^n ellittica di S_r, od anche il numero dei flessi della curva determinata sopra un piano dagli spazi S_{r-2} osculatori a C^n. Questa osservazione dà un mezzo per calcolare il numero richiesto (1); noi però seguiremo una via più semplice limitandoci al caso di $r=n-1$, e dimostreremo che:

---

(1) Applicando le formole di Plücker alla curva piana si trova: *Una* $I_n^{(r)}$ *razionale sopra una curva ellittica contiene* $n(r+1)$ *gruppi con un punto multiplo secondo* $r+1$.

Una $I_n^{(n-1)}$ *razionale sopra una curva ellittica ha* n^2 *punti multipli secondo* n. Il teorema sia vero per ogni $I_r^{(r-1)}$ razionale, quando $r < n$; allora per un punto di una C^n ellittica normale passano $(n-1)^2$ spazi S_{n-2} osculatori altrove alla curva. Preso ad arbitrio un gruppo G_{n-2} di $n-2$ punti sulla curva, ad uno spazio S_{n-2} passante per essi facciamo corrispondere nel fascio stesso i due spazi S'_{n-2} proiettanti i punti, in cui C^n è segata dai due spazi a $n-2$ dimensioni osculatori a C^n nei punti di S_{n-2}.

Reciprocamente ad ogni S'_{n-2} corrispondono $2(n-1)^2$ spazi S_{n-2}: quindi accade $2\{(n-1)^2+1\}$ volte che un S_{n-2} coincida con un S'_{n-2} corrispondente. Ora una coincidenza si presenta quando S_{n-2} sega C_n in due punti T, T' dei quali uno sia punto di iperosculazione, oppure uno T' si trovi nello spazio a $n-2$ dimensioni osculatore nell'altro T. In questo ultimo caso il punto T contato $n-2$ volte dà un gruppo dell'involuzione $I_{n-2}^{(n-3)}$ individuata dal gruppo G_{n-2}, e reciprocamente ogni punto T multiplo secondo $n-2$ nell'ultima involuzione appartiene ad una tal coppia T, T'. Sicchè le coincidenze (S_{n-2}, S'_{n-2}) provenienti da tali coppie T, T' sono $(n-2)^2$, e le rimanenti

$$2\{(n-1)^2+1\}-(n-2)^2=n^2$$

sono dovute ai punti di iperosculazione di C^n; quindi ammessa l'ipotesi, la $I_n^{(n-1)}$ ha n^2 punti multipli secondo n. Ma il teorema è vero per $n=2$; dunque, ecc.

5. Due curve normali ellittiche C^{n+1}, C'^{n+1} siano punteggiate univocamente; per due punti dell'una e per gli omologhi dell'altra si conducano due spazi S_{n-1}, S'_{n-1}, che seghino le due curve in due gruppi di $n-1$ punti giacenti risp. in S_{n-2}, S'_{n-2}. Allora ogni spazio S_{n-1} passante per S_{n-2} sega la prima curve in due punti, i cui omologhi giacciono in un S'_{n-1} con S'_{n-2}; e gli spazi S_{n-1}, S'_{n-1} descrivono due fasci proiettivi. Infatti questo appunto si verifica nelle due cubiche piane proiezioni delle curve proposte da $n-2$ loro punti giacenti risp. in S_{n-2}, S'_{n-2}.

Scelti ad arbitrio n spazi S_{n-2} secanti di C^{n+1} (in $n-1$ punti ciascuno) e gli spazi S'_{n-2} secanti di C'^{n+1}, che sono cogli S_{n-2} nella relazione considerata, la corrispondenza univoca fra le due curve determina la corrispondenza proiettiva fra i fasci S_{n-2} e gli omologhi S'_{n-2}, e quindi una corrispondenza birazionale fra gli spazi a cui appartengono le due curve, per la quale si cor-

rispondono due punti S_0, S_0' che siano proiettati risp. da ciascuno degli spazi S_{n-2} e dall'omologo S'_{n-2} mediante spazi omologhi. Quindi:

Due curve ellittiche normali di S_n, S'_n *riferite univocamente determinano infinite corrispondenze birazionali fra i due spazi, per le quali i punti di una delle curve corrispondono agli omologhi dell'altra.*

Scegliendo opportunamente gli spazi S_{n-2}, S'_{n-2} si dimostra che: *Se due curve ellittiche normali di* S_n, S'_n *sono riferite univocamente in guisa che a un gruppo particolare di* $n+1$ *punti dell'una situati in un* S_{n-1} *corrispondano nell'altra* $n+1$ *punti di un* S'_{n-1}, *le due curve si corrispondono in una collineazione di* S_n, S'_n (1).

6. Le corrispondenze univoche che si possono stabilire fra i punti di una stessa curva ellittica sono di due specie (2).

In una corrispondenza di 1ª specie due punti omologhi appartengono a una coppia di $I_2^{(1)}$ razionale; ogni corrispondenza di 1ª specie è involutoria ed ha quattro punti doppi.

Una corrispondenza di 2ª specie è il prodotto di due corrispondenze di 1ª specie; essa non è involutoria che eccezionalmente. Una corrispondenza di 2ª specie non ha punti doppi, a meno che ogni punto non coincida col corrispondente *(identità)*.

Una coppia di punti *a, b* della curva individua *una* corrispondenza di 1ª specie ed *una* di 2ª specie, in ciascuna delle quali al punto *a* corrisponde il punto *b*.

Però con $[a, b]$ indicheremo la corrispondenza di 2ª specie determinata dalla coppia *a, b* (3).

Ogni corrispondenza di 1ª specie trasforma la $[a, b]$ nella $[b, a]$, quindi ogni corrispondenza di 2ª specie trasforma una corrispondenza di 2ª specie in se stessa.

Il prodotto di più corrispondenze di 2ª specie è una corrispondenza di 2ª specie, e gode la proprietà commutativa, ossia è indipendente dall'ordine in cui si combinano le corrispondenze proposte. Come definizione di prodotto serve l'*uguaglianza*

$$[a, b]\ [b, c]\ [c, d]\ \ldots\ [l, m] = [a, m]\,;$$

(1) L'ultimo teorema si trova nel lavoro del sig. SEGRE, *Sur les transformations des courbes elliptiques* (Math. Ann., Bd. 27).

(2) WEYR, *Ueber eindeutige Beziehungen* (Wien, Sitzb., Bd. 87).

(3) KÜPPER, *Ueber die Steinerschen Polygone* (Math. Ann., Bd. 24).

si ha poi

$$[a, b]\ [b, a] = \textit{identità} = 1 \quad \text{(definizione)}.$$

Se a, b *ed* a', b' *sono due coppie di una* $I_2^{(1)}$ *razionale il prodotto delle due corrispondenze* [a, a'], [b, b'] *è la identità.*

7. *Se due spazi* S_{n-1} *di* S_n *segano la curva ellittica normale* C^{n+1} *nei gruppi* $(a_1, a_2 \ldots a_{n+1})$, $(a_1', a_2' \ldots a'_{n+1})$, *il prodotto delle corrispondenze* $[a_1, a'_1]$, $[a_2, a'_2] \ldots [a_{n+1}, a'_{n+1}]$ *è l'identità.*

Infatti lo spazio $(a_1 a_2 \ldots a_{n-1} a'_{n+1})$ incontri ancora C_{n+1} in α_n; se il teorema vale per una curva ellittica normale d'ordine n (la proiezione di C^{n+1} da a'_{n+1} in un S_{n-1}), si ha

$$[a_1, a_1'] \ [a_2, a'_2] \ \ldots \ [a_{n-1}, a'_{n-1}] \ [\alpha_n, a'_n] = 1;$$

e d'altra parte per il lemma precedente

$$[a_n, \alpha_n] \ [a_{n+1}, a'_{n+1}] = 1.$$

Moltiplicando le due *identità*, poichè

$$[\alpha_n, a'_n] \ [a_n, \alpha^n] = [a_n, a'_n],$$

si ottiene

$$[a_1, a'_1] \ [a_2, a_2'] \ \ldots \ [a_{n+1}, a'_{n+1}] = 1.$$

Ora partendo dal lemma precedente si può dimostrare con analogo procedimento che il teorema vale per $n = 2$; quindi è vero qualunque sia l'intero n.

Reciprocamente: *Se sopra una curva ellittica normale* C^{n+1} *le* n *corrispondenze* $[a_1, a'_1]$, $[a_2, a'_2] \ldots [a_n, a'_n]$ *danno per prodotto la identità, gli spazi* $(a_1 a_2 \ldots a_n)$, $(a'_1 a'_2 \ldots a'_n)$ *incontrano ancora* C^{n+1} *in uno stesso punto.*

Questo teorema fondamentale può enunciarsi così: *La condizione necessaria e sufficiente affinchè due gruppi di* n *punti* $(a_1 a_2 \ldots a_n)$, $(a'_1 a'_2 \ldots a'_n)$ *sopra una curva ellittica appartengano ad una stessa* I_n^{n-1} *è che le corrispondenze* $[a_1, a_1']$, $[a_2, a'_2] \ldots [a_n, a'_n]$ *diano per prodotto l'identità* (1).

---

(1) Fissato un punto *o (origine)* sulla curva, si chiami *parametro* di un punto *a* della curva la corrispondenza [*o*, *a*], e alla parola *prodotto* (di corrispondenze) si sostituisca la parola *somma* (di parametri); e sia 0 il parametro

Involuzioni ellittiche.

8. Sopra una curva generale del terzo ordine sia data una involuzione J_n di ordine n, semplicemente infinita. Proiettandone i gruppi da un punto S della curva, si ottiene un sistema di ∞^1 gruppi di n raggi; ed ogni gruppo di J_n determina *un* gruppo del fascio S.

Ora possono presentarsi due casi. O esiste un punto S, dal quale due qualisivogliano gruppi distinti di J_n sono proiettati mediante gruppi distinti di raggi, oppure, qualunque sia il punto S sulla curva, i raggi che proiettano un gruppo di J_n incontrano di nuovo la curva in un secondo gruppo di J_n. Nel primo caso gli ∞^1 gruppi del fascio S formano una serie razionale (perchè d'indice 2), alla quale è riferita univocamente l'involuzione J_n. Nel secondo caso gli elementi (gruppi) di J_n si possono accoppiare in ∞^1 involuzioni quadratiche razionali, ciascuna determinata da un centro S di proiezione; e due involuzioni quadratiche, relative a due punti S, S' (non appartenenti a uno stesso gruppo di J_n), non hanno coppie comuni; quindi la J_n per definizione [1, nota] è ellittica.

Sopra una curva ellittica le involuzioni semplicemente infinite sono o razionali, o ellittiche; nel secondo caso la involuzione è trasformata in se stessa da ogni corrispondenza univoca di 1ª e (quindi) di 2ª specie. Nel seguito J_n indicherà una involuzione ellittica semplicemente infinita d'ordine n (1).

9. Per l'ultimo teorema se $G=(a_1 a_2 \dots a_n)$, $G'=(b_1 b_2 \dots b_n)$ sono due gruppi di una J_n, la corrispondenza $[a_1, b_1]$ muta ogni punto di G in un punto di G'; se ad es. il punto a_i si

della identità. Allora l'ultimo teorema si traduce nel noto teorema di ABEL: *La somma dei parametri dei punti di ciascun gruppo di una* $I_n^{(n-1)}$ *razionale sopra una curva ellittica è (congrua ad) una costante* (congrua a zero per una particolare scelta dell'origine). Nel seguito si vedrà come le considerazioni sintetiche dell'ultimo paragrafo conducano colla medesima semplicità a proposizioni, che comunemente si dimostrano ricorrendo alla notazione parametrica e alle funzioni ellittiche.

(1) Delle involuzioni ellittiche parlano brevemente il KÜPPER ed il WEYR nei lavori citati; le involuzioni sono implicitamente contenute nei poligoni di STEINER.

porta in b_i, diremo a_i e b_i punti *omologhi* dei due gruppi (nella corrispondenza $[a_1, b_1]$).

La corrispondenza $[a_1, a_2]$ muta il gruppo G in se stesso; quindi se cerchiamo il corrispondente a_3 di a_2, il corrispondente a_4 di a_3, e così via, dopo un certo numero di operazioni si deve giungere ad un punto coincidente con a_1. Ora se dato a_1, si può determinare nel gruppo un punto a_2 tale, che la corrispondenza $[a_1, a_2]$ applicata n volte conduca da a_1 una volta sola a ciascun punto del gruppo, e finalmente ad a_1, diremo che il gruppo G è *semplice* e che $[a_1, a_2]$ è una *trasformazione primitiva* (d'ordine n); in caso contrario G sarà un gruppo composto.

Ogni corrispondenza (di 2ª specie) che trasformi un gruppo di J_n *in se stesso, trasforma ogni gruppo di* J_n *in se stesso.* Perchè applicare la trasformazione $[a_1, a_2]$ a G' vuol dire applicare a G prima $[a_1, b_1]$ e poi $[a_1, a_2]$, o, ciò che fa lo stesso, prima $[a_1, a_2]$ e poi $[a_1, b_1]$. Segue che se un gruppo di J_n è semplice, tutti i gruppi di J_n sono semplici, e la involuzione potrà dirsi *semplice.* Quando non si dichiari il contrario, intenderemo che J_n sia una involuzione semplice.

10. Siano $(a_1 a_2 \ldots a_n)$, $(b_1 b_2 \ldots b_n)$, ... $(l_1 l_2 \ldots l_n)$ n gruppi di J_n e $a_i, b_i \ldots l_i$ siano elementi omologhi. Di più sia $[a_1, a_2]$ una trasformazione primitiva; la *potenza* $n.^{ma}$ di $[a_1, a_2]$ sarà la identità.

Ora poichè il prodotto delle n corrispondenze $[a_1, a_2]$, $[b_1, b_2]$... $[l_1, l_2]$ (tutte eguali ad $[a_1, a_2]$) è la identità, segue [7] che i gruppi di punti $(a_1 b_1 \ldots l_1)$, $(a_2 b_2 \ldots l_2)$, e similmente $(a_3 b_3 \ldots l_3)$ ... $(a_n b_n \ldots l_n)$ appartengono ad una stessa $I_n^{(n-1)}$ razionale.

Se sopra una curva ellittica normale di S_n *si trovano* n *gruppi di una stessa* J_n $(a_1 a_2 \ldots a_n)$, $(b_1 b_2, \ldots b_n) \ldots (l_1 l_2 \ldots l_n)$, *ed* a_i, $b_i \ldots l_i$ *sono elementi omologhi di questi gruppi, gli spazi* $(a_1 b_1 \ldots l_1)$, $(a_2 b_2 \ldots l_2)$, ... $(a_n b_n \ldots l_n)$ *incontrano ulteriormente la curva in uno stesso punto.*

In particolare (se $[a_1, b_1] = [a_1, c_1] = \ldots [a_1, l_1] =$ ident.),

Gli spazi S_{3-1} *osculatori alla curva ellittica normale di* S_n *nei punti di un gruppo di una* J_n *incontrano ulteriormente la curva in uno stesso punto.*

Gli n^2 spazi S_{n-1} osculatori alla curva passanti per uno dei suoi punti, danno coi loro punti di contatto n gruppi di J_n (1);

(1) Ad ogni punto della curva ellittica corrispondono adunque n elementi (gruppi) di J_n; e questi gruppi di n elementi di J_n formano una serie involutoria d'or-

quindi fra i gruppi di una J_n sopra una curva ellittica normale di S_{n-1}, n sono costituiti dai punti di iperosculazione della curva.

Le considerazioni che ci condussero agli ultimi teoremi, danno anche il seguente: Se sopra una curva normale ellittica C^n (n dispari) si trova una J_n, lo spazio S_{n-1} osculatore a C^n in un punto di un gruppo e lo spazio passante per i rimanenti $n-1$ punti del gruppo, incontrano ulteriormente C^n in uno stesso punto.

11. Quante diverse involuzioni ellittiche d'ordine n si trovano sopra una curva ellittica?

Sia anzitutto n un numero primo; allora ogni corrispondenza determinata da due punti di un gruppo di J_n è primitiva; e due gruppi di punti di due *diverse* J_n non possono avere due punti comuni.

La curva sostegno sia la C^{n+1} ellittica normale di S_n. Poichè due punti a_1, a_2 appartengono ad un gruppo di una J_n solo quando gli spazi S_{n-1} osculatori a C^{n+1} in a_1, a_2 incontrano ulteriormente la curva in uno stesso punto, segue che dato a_1 si possono determinare n^2-1 punti a_2 tali, che la potenza $n.^{ma}$ di $[a_1, a_2]$ sia la identità. Queste n^2-1 corrispondenze appartengono a $n+1$ gruppi di $n-1$ corrispondenze, ponendo in un gruppo due corrispondenze, una delle quali sia potenza dell'altra; ciascun gruppo dà una determinata involuzione J_n. Quindi:

Se n *è un numero primo, sopra una curva ellittica si trovano* n + 1 *involuzioni ellittiche d'ordine* n (1).

12. Se n non è primo, siano $\alpha, \beta, \gamma \ldots$ i divisori primi di n, ed indichi $\varphi(n)$ quanti fra i numeri minori di n sono primi con n. Un gruppo di una J_n si trasforma in se stesso per $\varphi(n)$ corrispondenze di 2ª specie, primitive. Sicchè se $\psi(n)$ è il numero delle diverse trasformazioni primitive d'ordine n, $\Psi(n) = \frac{\psi(n)}{\varphi(n)}$ è il numero delle diverse J_n.

Per calcolare $\psi(n)$ notiamo che se i_1, i sono due punti di iperosculazione della C^n ellittica normale, la trasformazione $[i_1, i]$

---

dine n, ellittica, il cui sostegno è J_n. Da ciò il teorema: Se due curve ellittiche C, C' sono così riferite che ad ogni punto di C corrispondano n punti di C', ma ad ogni punto di C' un solo punto di C, allora le due curve si possono anche riferire in guisa che ad ogni punto di C' corrispondano n punti di C, ma ad ogni punto di C un solo punto di C'.

(1) CLEBSCH-LINDEMANN, *Vorlesungen über Geometrie*, pag. 616.

è primitiva o per l' ordine n, o per un divisore di n. E reciprocamente ogni trasformazione primitiva il cui ordine sia n, o un divisore di n, muta un punto di iperosculazione in un altro punto di iperosculazione. E poichè i punti di iperosculazione sono n^2-1 oltre ad i_1, si ha:

$$\Sigma\psi(\delta)=n^2-1 ,$$

dove la somma si estende a tutti i divisori δ di n, n incluso. Di qui e dal paragrafo precedente, sia direttamente, sia approfittando di una osservazione di Dirichlet (1), si deduce subito

$$\psi(n)=n^2\left(1-\frac{1}{\alpha^2}\right)\left(1-\frac{1}{\beta^2}\right)\left(1-\frac{1}{\gamma^2}\right)\ldots,$$

e quindi:

$$\Psi(n)=n\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)\left(1+\frac{1}{\beta}\right)\left(1+\frac{1}{\gamma}\right)\ldots$$

numero totale delle involuzioni semplici, distinte J_n, che si trovano sopra una curva ellittica.

13. Sopra una C^n ellittica normale si trovi una J_n, e sia E una trasformazione primitiva di questa J_n. Per la E ad n punti $a_1, b_1 \ldots l_1$ di C^n situati in uno spazio S_{n-1} corrispondono n punti $a_2, b_2 \ldots l_2$, di un nuovo S_{n-1}, perchè il prodotto delle corrispondenze $[a_1, a_2]$, $[b_1, b_2] \ldots [l_1, l_2]$ è l'identità [7].

Quindi [5] la corrispondenza E determina in S_{n-1} una collineazione, che muta ogni punto della curva nel suo corrispondente.

Ogni involuzione ellittica d'ordine n *sopra una curva ellittica normale di* S_{n-1} *determina in questo spazio* $\varphi(n)$ *collineazioni cicliche d'ordine* n, *ciascuna delle quali trasforma in se stesso ogni gruppo dell'involuzione.*

Una curva ellittica normale di S_{n-1} è trasformata in se stessa da $\psi(n)$ collineazioni cicliche d'ordine n di S_{n-1} (2).

Siano $a_1, a_2 \ldots a_n$ i punti di C^n che si trovano in uno spazio unito della collineazione; essi devono formare un gruppo di J_n.

---

(1) Dirichlet, *Teoria dei numeri*, appendice VII.

(2) Una collineazione che trasformi C^n in se stessa è ciclica secondo un divisore di n (n incluso), oppure è una delle n^2 involuzioni relative a corrispondenze di 1ª specie. (Su queste vedi Segre, *Sur les transformations des courbes elliptiques*).

Sia α_1 il punto in cui lo spazio S_{n-2} osculatore in a_1 sega di nuovo C^n (il *tangenziale* di a_1). Allora il prodotto

$$[a_1, a_2]\,[a_1, a_3]\,\dots\,[a_1, a_n]\,[a_1, a_1]=[a_1, a_2]^{\frac{n(n-1)}{2}}[\alpha_1, a_1]$$

dà la identità. Perciò se n è dispari, α_1 coincide con a_1, e se n è pari $[\alpha_1, a_1]^2=$ ident.

Dunque:

Per n *dispari ciascuno degli* n *spazi uniti di una collineazione ciclica d'ordine* n *che muti* C^n *in se stessa, sega* C^n *in* n *punti di iperosculazione.*

Per n *pari ogni punto di* C^n *giacente in uno spazio unito ed il punto tangenziale danno una coppia di una* J_2 *sulla curva.*

In una J_n sopra la C^n normale si trovano n gruppi situati in spazi S_{n-2}; quindi: Gli spazi S_{n-1} contenenti i gruppi di una J_n sopra la C^{n+1} ellittica normale formano un fascio ellittico d'ordine $n+1$.

14. Fra le involuzioni ellittiche composte noteremo quella H_{n^2} d'ordine n^2, i cui gruppi sono costituiti dai punti n . upli delle ∞^1 $I_n^{(n-1)}$ giacenti sopra la curva ellittica. Se questa è la C^{n+1} normale di S_n, ogni gruppo di H_{n^2} è dato dai punti di contatto degli spazi S_{n-1} osculatori condotti per un punto della curva.

I gruppi della H_{n^2} *si possono riferire univocamente ai punti della curva; ogni gruppo è costituito da* n *gruppi di ciascuna delle* J_n *giacenti sulla curva;* questi n gruppi appartengono ad una stessa $I_n^{(n-1)}$ razionale.

Ogni corrispondenza univoca sulla curva muta la H_{n^2} in se stessa.

Ogni trasformazione collineare della C^{n+1} *normale ellittica in se stessa trasforma ciascun gruppo della* H_{n^2} *in se stesso* (proprietà caratteristica).

15. Studiate le involuzioni ad una dimensione, dovremmo occuparci delle involuzioni non razionali a più dimensioni. Il seguente teorema ce ne dispensa.

Per le involuzioni d'ordine n ad r dimensioni $J_n^{(r)}$ qui considerate, ammetteremo che i gruppi di $n-i$ punti che con i ($\leq r$) punti fissi della curva danno gruppi di $J_n^{(r)}$, formino una $J_{n-i}^{(r-i)}$ (*coniugata* ai punti fissi), e che due involuzioni coniugate a due gruppi indipendenti di i punti, siano distinte. Con queste restrizioni vale il teorema:

Una involuzione d'ordine n *ad* r *dimensioni sopra una curva ellittica è razionale, quando* $n>r>1$.

Il teorema sia vero per le involuzioni ad $r-1$ dimensioni; la curva sostegno sia la C^{n+1} normale ellittica. Ad un punto A' della curva è coniugata nella $J_n^{(r)}$ una $J_{(n-1)}^{(r-1)}$ *razionale*, i cui gruppi, insieme con A', determinano spazi S_{n-1} passanti per un S'_{n-r}; questo sega C^{n+1} in A' e in un secondo punto B' [3].

Così a un nuovo punto A'' di C^{n+1} corrisponderà un S''_{n-r}, secante la curva in A'' e in un secondo punto B''. I gruppi della $J_{n-2}^{(r-2)}$ coniugata alla coppia A', A'', determinano con questa coppia spazi S_{n-1} passanti per uno stesso S_{n-r+1}, il quale contiene S'_{n-r}, S''_{n-r}. Dunque gli ∞^1 S_{n-r} relativi ai punti A di C^{n+1} giacciono a due a due in un S_{n-r+1}, e quindi o giacciono tutti in uno stesso S_{n-r+1}, o passano tutti per uno stesso S_{n-r-1}. Il primo caso contraddice le restrizioni fatte. Nel secondo caso in ogni S_{n-1} passante per S_{n-r-1} si trova un gruppo di $J_n^{(r)}$, e reciprocamente; perciò la $J_n^{(r)}$ è razionale, e S_{n-r-1} sega C^{n+1}in un punto [3]. La dimostrazione qui data vale anche per $r=2$, perchè le $J_{n-1}^{(1)}$ coniugate ai punti della curva non possono essere ellittiche in virtù delle restrizioni fatte (1).

Alcune serie non involutorie.

16. Ci proponiamo di cercare una varietà ad n dimensioni contenuta in uno spazio lineare, i cui punti rappresentino univocamente i gruppi di n punti di una curva ellittica.

Per $n=2$ la questione è già risoluta; una osservazione del signor Segre (2) permette di affermare che *le coppie di punti di una curva ellittica si possono rappresentare sui punti di una rigata ellittica riferita univocamente alla curva.* I raggi della rigata rappresentano le ∞^1 $I_2^{(1)}$ razionali sulla curva C. E se la rigata è d'ordine dispari $2k+1$, appartenente a S_{2k}, della specie più generale (queste rigate indicheremo nel seguito con Γ_2^{2k+1}), ciascuna delle ∞^1 curve minime d'ordine $k+1$ rappresenta un punto di C (o meglio quelle coppie che contengono quel punto).

---

(1) Come conseguenza dei paragrafi precedenti e in particolare della nota al n° 10, diamo qui il seguente teorema: *Le curve ellittiche semplici di una rigata ellittica che segano* n *volte i raggi della rigata, possono dividersi in* $\nu(n)$ *famiglie; due curve di una stessa famiglia possono riferirsi univocamente.*

(2) *Ricerche sulle rigate ellittiche*, n° 19 (Atti dell'Acc. delle Sc. di Torino, V. XXI).

Questa proprietà si estende facilmente.

I gruppi di n *punti di una curva ellittica possono rappresentarsi sui punti di una varietà ad* n *dimensioni composta di una serie* ∞^1 *ellittica di spazi* S_{n-1}, *riferita univocamente alla curva.* Ogni spazio S_{n-1} della serie rappresenta una $I_n^{(n-1)}$ della curva ellittica.

Dimostriamo il teorema per la varietà normale Γ_n^{nk+1} composta di ∞^1 S_{n-1} in S_{nk} (k qualunque); di questa sola varietà parleremo nel seguito.

Nella Γ_n^{nk+1} della specie più generale, k elementi S_{n+1} determinano uno spazio S_{nk-1}, il quale sega ulteriormente la varietà in una analoga varietà $\Gamma_{n-1}^{(n-1)k+1}$ di $S_{(n-1)k}$; ed ogni S_{nk-1} passante per un tale $S_{(n-1)k}$ contiene k elementi della varietà primitiva. La varietà primitiva contiene ∞^1 di queste $\Gamma_{n-1}^{(n-1)k+1}$, le quali formano una serie ellittica riferita univocamente alla proposta, e tale che per ogni punto di Γ_n^{nk+1} passano n varietà $\Gamma_{n-1}^{(n-1)k+1}$, ed n tali varietà, scelte ad arbitrio, si segano in un punto. Se quindi ai punti della curva ellittica si fanno corrispondere le varietà $\Gamma_{n-1}^{(n-1)k+1}$ di Γ_n^{nk+1}, ogni gruppo di n punti di C ha per imagine un punto di Γ_n^{nk+1}, e reciprocamente.

17. Sopra una curva ellittica C sia data una serie $g_n^{(1)}$ a una dimensione. Molte proprietà della $g_n^{(1)}$ dipendono da due numeri *(indici)*, il *primo* dei quali i ci dice quanti gruppi della $g_n^{(1)}$ contengono un punto arbitrario di C, il *secondo* j quanti gruppi della $g_n^{(1)}$ appartengono ad una $I_n^{(n-1)}$ arbitraria di C; la serie sarà caratterizzata dal simbolo $g_n^{(1)}\{i, j\}$. Per esempio la $I_n^{(1)}$ razionale ha per indici 1, 0, la J_n ellittica 1, n.

La $g_n^{(1)}\{i, j\}$ è rappresentata sopra la Γ_n^{nk+1} di S_{nk} da una curva d'ordine $i+kj$, che sega ogni S_{n-1} elemento di Γ in j punti; e reciprocamente.

Considereremo soltanto le $g_n^{(1)}$ senza gruppi doppi, vale a dire quelle serie le cui curve imagini sulla Γ_n^{nk+1} non hanno punti doppi. In tale ipotesi una formula del sig. Segre (1) ci conduce subito a questa:

$$\pi = \frac{(j-1)(ni-j)}{n(n-1)} + 1\,,$$

la quale dà il genere π della $g_n^{(1)}\{i, j\}$.

(1) *Sulle varietà algebriche composte di una serie semplicemente infinita di spazi* (Rend. Lincei, Atti 87).

Varie conseguenze derivano dalla formula. Anzitutto non può essere $\pi = 0$, ed è $\pi = 1$ solo quando $j = 1$, oppure $j = ni$; nel primo caso i gruppi di $g_n^{(1)}$ possono riferirsi univocamente ai punti di C.

Poi: *Se due curve ellittiche sono in corrispondenza* (n, n) *ciascuna delle due curve può riferirsi univocamente all'altra, oppure ad una involuzione ellittica d'ordine* n^2 *giacente sull'altra* (1).

Il teorema è contenuto in questo: *Se fra due curve ellittiche passa una corrispondenza* (m, n), *ciascuna delle curve può riferirsi univocamente all'altra, oppure a una involuzione ellittica d'ordine* mn *giacente su questa.*

18. Limitiamoci alle serie di coppie di punti. *Una* $g_2^{(1)}\{i, j\}$ *contiene in generale* $4\,i - 2\,j$ *punti doppi.* Per dimostrarlo basta applicare il principio di corrispondenza al fascio che proietta da un punto di una cubica piana generale i gruppi di una $g_2^{(1)}$, riguardando come corrispondenti due raggi determinati da punti di una coppia.

La rappresentazione delle coppie di punti della curva C sopra una rigata ellittica Γ_2^{2k+1} di S_{2k} ci dà un mezzo per studiare *tutte* le serie $g_2^{(1)}$, per le quali $j = 1$. Infatti si assuma il numero k (che è in nostro arbitrio) uguale ad i; allora la $g_2^{(1)}$ ha per imagine sulla Γ_2^{2i+1} una curva d'ordine $2\,i$, e reciprocamente. Quindi (2):

Sopra una curva ellittica si trovano $\infty^{2i-1}\,g_2^{(1)}$ *di indici* $i, 1$; $2i - 1$ *coppie di punti appartengono a due tali serie.*

Ciascuna di queste serie è evidentemente ellittica, anzi può riferirsi univocamente a C; la serie possiede $2\,(2\,i - 1)$ punti doppi, ed ha $2\,i - 1$ coppie comuni con una involuzione ellittica J_2. Due serie $g_2^{(1)}\,\{i,\ 1\}$ hanno $2\,i - 1$ gruppi comuni.

19. Fermiamoci in particolare sulle serie $g_2^{(1)}$ che hanno per primo indice $i = 2$, (*corrispondenze simmetriche* (2, 2)). La formula del n° 17 ci dice che sono possibili i quattro casi

$$j=1, \pi=1\,;\; j=2, \pi=2\,;\; j=3, \pi=2\,;\; j=4, \pi=1.$$

Ma per provare che questi casi realmente si presentano, ci conviene indagare quali siano le rigate costituite da corde di

---

(1) Questa involuzione sarà sempre la H_{n^2} del n° 14? In tal caso (e così avviene per $n = 2$) la prima parte del teorema sarebbe sufficiente.

(2) Segre, *Ricerche sulle rigate ellittiche*, n° 18.

una quartica gobba di prima specie C^4, per le quali la curva è doppia. Se n, π sono ordine e genere di una tale rigata, δ l'ordine dell'ulteriore curva doppia C^δ avente ν punti comuni con C^4, e μ è l'ordine di molteplicità di C^δ in ciascuno dei quattro vertici O di coni quadrici proiettanti la quartica, valgono le relazioni

$$3\delta - \nu - \mu = 2(n-4) ,$$

$$2\delta - \nu = (n-4)^2 ,$$

$$\mu = \frac{(n-4)(n-5)}{2} .$$

Da queste

$$\delta = (n-4)^2 , \qquad \nu = (n-4)^2 ,$$

e se la rigata non ha raggi doppi

$$\pi = \frac{(n-1)(n-2)}{2} - (n-4)^2 - 4 .$$

Si hanno quindi da considerare i seguenti quattro casi.

I. Rigata ellittica del quinto ordine costituita dalle corde di C^4 che si appoggiano ad una retta unisecante C^4.

La serie $g_2^{(1)}\{2, 1\}$ *si ottiene facendo corrispondere, in ogni gruppo di una* $I_3^{(1)}$ *razionale, a ciascun punto gli altri due;* essa ha sei punti doppi, ed i suoi gruppi possono riferirsi univocamente alla curva.

II. Rigata del sesto ordine di genere 2, costituita dalle corde comuni a C^4 e ad un'altra quartica ellittica quadrisecante C^4; ciascuna delle due quartiche contiene i quattro vertici di coni quadrici proiettanti l'altra. La seconda quartica può anche scindersi in una retta passante per uno dei punti O, ed in una cubica piana passante per gli altri tre punti O.

La serie $g_2^{(1)}\{2, 2\}$ *è di genere* 2, *e si ottiene stabilendo in una* $I_2^{(1)}$ *razionale sulla curva una involuzione quadratica, e facendo corrispondere ad ogni punto, i due punti del gruppo di* $I_2^{(1)}$ *coniugato a quello a cui appartiene il primo punto;* quattro punti doppi.

III. Rigata del settimo ordine e genere 2, avente una ulteriore curva doppia del nono ordine con quattro punti tripli (nei punti O) e secante in nove punti C^4.

Questa ulteriore curva doppia può scindersi in una conica passante per tre punti O (unisecante C^4) e in una curva del

settimo ordine; oppure in tre cubiche gobbe giacenti a due a due in coni quadrici aventi uno stesso raggio comune; (in questo caso la rigata acquista un raggio doppio e diventa ellittica).

La serie $g_2^{(1)}\{2, 3\}$ *ha il genere* 2 *(che si abbassa ad* 1 *se la serie contiene un gruppo doppio), e possiede due punti doppi.*

IV. Rigata dell'ottavo ordine di genere 1, avente una ulteriore curva doppia del 16° ordine con quattro punti sestupli, la quale si scinde in quattro curve piane del quarto ordine razionali; ciascuna sega C^4 in quattro punti (1).

La serie $g_2^{(1)}\{2, 4\}$ *è ellittica ed è costituita dalle coppie di punti omologhi in una corrispondenza di* 2ª *specie* (non involutoria); la serie può riferirsi univocamente ai punti della curva; i quattro gruppi della serie giacenti in una $I_2^{(1)}$ hanno un rapporto anarmonico costante. Se la serie ha un punto doppio, essa ne ha infiniti e diventa l'identità.

20. Siano .... 1, 2, 3 .... r, $r+1$ .... punti di una curva ellittica così disposti, che a ciascuno corrispondano il precedente ed il seguente in una $g_2^{(1)}\{2, j\}$; noi diciamo che la $g_2^{(1)}$ è *ciclica* di ordine r, se $r+1$ coincide con 1, e quindi $r+2$ con 2, ecc. E in ogni caso diremo serie *derivata* della proposta quella $g_2^{(1)}\{2, j'\}$, nella quale sono coppie 1, 3; 2, 4; 3, 5; ....; r, $r+2$; .... Per trovare la relazione fra j ed j' diciamo c, c' i numeri dei punti doppi della serie proposta e della derivata: c' è anche il numero dei gruppi della proposta che hanno un punto comune coi gruppi infinitamente vicini. Applicando la nota formola di corrispondenza di Zeuthen alla curva sostegno e alla serie proposta, di generi risp. 1, π, e considerando come corrispondenti punto e gruppo che si appartengano, si ottiene

$$c'-c=4(\pi-1),$$

ossia

$$j-j'=2(\pi-1).$$

Da questa e dalle considerazioni del n° precedente segue:

La serie derivata della $g_2^{(1)}\{2, 1\}$ *è la serie stessa; la* $g_2^{(1)}\{2, 1\}$ *è ciclica del terzo ordine.*

La serie derivata della $g_2^{(1)}\{2, 2\}$ *è una involuzione razionale* $I_2^{(1)}$ *contata due volte; la* $g_2^{(1)}\{2, 2\}$ *è ciclica del quarto ordine.*

---

(1) Le interessanti proprietà di questa rigata sono studiate dall'Harnack (Math. Ann., Bd. 12) e dal Weyr (*Ein Beitrag zur Gruppentheorie.* Sitzb. Wien, Bd. 88).

La serie derivata della $g_2^{(1)}\{2, 3\}$ *è una* $g_2^{(1)}\{2, 1\}$; *la* $g_2^{(1)}\{2, 3\}$ *è ciclica del sesto ordine.* Per costruire una $g_2^{(1)}$ $\{2, 3\}$, si stabilisca sulla curva una $I_3^{(1)}$, la quale sia trasformata in se stessa da una data $I_2^{(1)}$, e ad ogni punto della curva si facciano corrispondere quei due punti, che formano un gruppo di $I_3^{(1)}$ col punto coniugato al primo in $I_2^{(1)}$.

La serie derivata della $g_2^{(1)}\{2, 4\}$ *è un'altra* $g_2^{(1)}\{2, 4\}$; la proposta non è ciclica che in casi particolari.

L'esistenza e le proprietà delle quattro famiglie di $g_2^{(1)}$ conducono subito all'esistenza e alle proprietà delle quattro famiglie di curve di una rigata ellittica Γ_2^{2k+1} di S_{2k}, che segano due volte ogni curva minima della rigata.

21. Abbandoniamo l'analoga ricerca per le $g_2^{(1)}$ di indici $i=3, 4 \ldots .$, che, a quanto crediamo, sarebbe poco fruttuosa.

Preferiamo di terminare questo lavoro con una formula che può ricevere qualche applicazione.

La serie $g_n^{(r)}\{i, j\}$ *contiene*

$$(r+1)(ni-rj)$$

gruppi con punti multipli secondo $r+1$ (1).

Dimostreremo il teorema per $r=1$; per giungere al caso generale si proceda da r a $r+1$.

La $g_n^{(1)}$ giaccia sopra la C^{n+2} ellittica normale Gli ∞^1 spazi S_{n-1} determinati dai gruppi $g_n^{(1)}$ costituiscono una varietà F_n^{2i+j} a n dimensioni, d'ordine $2i+j$.

D'altra parte le corde di C^{n+2} che incontrano uno spazio R_{n-1} $n-$ secante la curva, formano una rigata d'ordine n Γ_2^n. Questa rigata sega F_n^{2i+j} lungo una curva d'ordine $n(2i+j)$, che si scinde nella C^{n+2} contata i volte, in un certo numero y di rette, e poi in certe curve d'ordine $n-1$ sezioni della Γ_2^n con quegli spazi S_{n-1} che appartengono a F_n^{2i+j}, e nel tempo stesso sono secanti di Γ_2^n.

Ora questi ultimi spazi sono in numero di j, perchè gli spazi secanti di Γ_2^n determinano sulla C^{n+2} una $I_n^{(n-1)}$, la quale ha j gruppi comuni con $g_n^{(1)}$; quindi

$$n(2i+j)=i(n+2)+y+j(n-1);$$

(1) i indica quanti gruppi di $g_n^{(r)}$ contengono r punti dati, j quanti gruppi appartengono ad una $I_n^{(n-r)}$ razionale.

di qua
$$y=(n-2)\,i+j\ ,$$
che dà il numero delle coppie di una $I_2^{(1)}$ contenute in un gruppo di $g_n^{(1)}$. Ora se c è il numero richiesto dei punti doppi si ha subito mediante il principio di corrispondenza di Chasles (cfr. n° 18)
$$c=4\,(n-1)\,i-2y\ ,$$
e finalmente
$$c=2\,(n\,i-j)\ .$$

Venezia, luglio 1888.

ELETTROMETRO AD EMICICLI

Teoria
ed applicazioni come wattometro, voltometro ed amperometro per correnti continue ed alternative;

Nota dell'Ing. Ettore Morelli

Questo apparecchio è una modificazione dell'elettrometro a quadranti fatta collo scopo principale di ottenere un wattometro elettrostatico per correnti continue ed alternative; esso però si presta pure a tutti gli usi come voltometro ed amperometro per correnti continue ed alternative a cui serve l'elettrometro a quadranti, rappresentandone per alcuni riguardi un perfezionamento.

Descrizione e teoria dell'apparecchio. — Si immagini un elettrometro a quadranti qualunque, per esempio quello di Mascart, del quale si siano riuniti elettricamente due a due i quadranti contigui 1.2′ ed 1′.2, e si sia diviso l'ago in due parti uguali 3.3′ mediante un taglio rettilineo normale all'asse maggiore di simmetria (fig. 1); le due coppie di quadranti contigui comunichino con due morsetti I. II, e le due parti dell'ago con altri due morsetti III. III′, per esempio mediante due coppie di asticciuole conduttrici attaccate alle due parti dell'ago ed ai due morsetti e pescanti in due recipienti isolati contenenti acqua acidulata (fig. 2). Tutti gli altri particolari relativi al sostegno, all'intelejatura, alla sospensione, al sistema di spegnimento delle oscillazioni, al modo di lettura delle deviazioni, rimangano invariati.

Vedremo che la forma di apparecchio risultante da questa descrizione non è la più conveniente, cioè che converrà fondere assieme in due scatole ad emicicli i quadranti contigui $1,2'$; $2,1'$ ed allargare l'ago nel senso normale all'asse maggiore (fig. 3); si ottiene così una forma nelle parti principali che giustifica il nome di *elettrometro ad emicicli;* ma intanto ciò che si è detto è utile per collegare la descrizione e la teoria di questa forma migliore dell'apparecchio a quelle dell'elettrometro a quadranti.

1. — *Proponiamoci di ricavare l'equazione di equilibrio dell'ago;* supponiamo dapprima isolati i quattro quadranti $1.2.1'.2'$ (figura 1) e tenuti i quadranti e le due parti $3.\ 3'$ dell'ago a potenziali elettrici costanti V_1, V_2, V_1', V_2', V_3, V_3'; inoltre immaginiamo l'ago nella posizione iniziale di simmetria rispetto ai quadranti; ogni quadrante e la parte di ago corrispondente costituisce un condensatore nel quale bisogna distinguere due parti; quella ad una distanza non piccolissima dal piano di separazione dei quadranti e dal lembo dell'ago, per la quale si può ammettere che la distribuzione dell'elettricità sia uniforme, cioè la *parte a distribuzione regolare;* e quella che sta in vicinanza degli orli dell'ago e dei quadranti, per la quale si ha una distribuzione non uniforme dell'elettricità, cioè la *parte a distribuzione irregolare;* sappiamo che la 1ª parte è molto maggiore della 2ª; perciò si può ammettere che per causa di una rotazione $d\vartheta$ dell'ago, le parti a distribuzione regolare si spostino semplicemente senza variare, e che quindi il solo effetto sia quello di far variare proporzionalmente a $d\vartheta$ la grandezza angolare della parte a distribuzione regolare di ogni condensatore; detta c la capacità per unità d'angolo, ammetteremo che la rotazione di $d\vartheta$ abbia per effetto soltanto di far variare di $c d\vartheta$ la capacità di ogni condensatore.

Sotto l'azione delle forze elettriche l'ago si sposta, cioè il sistema si deforma; la deformazione facendosi per ipotesi a potenziali costanti, sarà applicabile il teorema pel quale *il lavoro delle forze elettriche è uguale all'aumento di energia del sistema così deformato.*

Orbene, tutto essendo simmetrico rispetto all'asse verticale di rotazione, le forze elettriche che tendono a far girare l'ago attorno all'asse stesso si riducono ad una coppia di momento M agente nel piano di rotazione dell'ago; dunque il lavoro delle forze elettriche durante una rotazione $d\vartheta$ è dato da $M d\vartheta$. —

Calcoliamo l'aumento dw di energia del sistema in funzione dei potenziali e delle dimensioni dell'apparecchio, supponendo, per fissare le idee, che l'ago ruoti nel verso delle lancette di un orologio, cioè che la capacità dei condensatori $\overline{1.3}$, $\overline{1'3'}$ diminuisca, e quella dei condensatori $\overline{2.3}$, $\overline{2'3'}$ aumenti; si ottiene evidentemente:

$$dw = \frac{1}{2} c\,d\delta \left[(V_2 - V_3)^2 - (V_1 - V_3)^2 + (V_2' - V_3')^2 - (V_1' - V_3')^2 \right]$$

$$= c\,d\delta \left[\left(V_1 - V_2)(V_3 - \frac{V_1 + V_2}{2} \right) + (V_1' - V_2') \left(V_3' - \frac{V_1' + V_2'}{2} \right) \right],$$

In forza del teorema enunciato si ha quindi:

$$(1)\ M = c \left[(V_1 - V_2) \left(V_3 - \frac{V_1 + V_2}{2} \right) + (V_1' - V_2') \left(V_3' - \frac{V_1' + V_2'}{2} \right) \right].$$

Nei limiti di approssimazione fra i quali si può ammettere che c sia costante, questa relazione ci dimostra che M si mantiene costante mentre δ varia, cioè che in tutte le posizioni che l'ago prende ruotando, rimane sollecitato sempre da una stessa coppia il cui momento costante M ha l'espressione ora scritta; ne segue che l'ago girerà finchè la torsione della sospensione dia luogo ad una coppia antagonista di momento M; ammessa la proporzionalità fra δ ed il momento di torsione, si può esprimere questo momento con $k\delta$ dove k è una costante relativa alla sospensione; si concluderà che l'ago ruoterà di quell'angolo δ per cui $M = k\delta$ cioè, ponendo $K = \frac{c}{k}$ = costante, che:

$$(2)\ \delta = K \left[(V_1 - V_2) \left(V_3 - \frac{V_1 + V_2}{2} \right) + (V_1' - V_2') \left(V_3' - \frac{V_1' + V_2'}{2} \right) \right].$$

Nell'elettrometro descritto i quattro quadranti non sono isolati, come supponemmo finora, ma 2 ed 1' sono riuniti fra loro, ed 1.2' pure, cioè

$$V_2 = V_1' \qquad V_1 = V_2'.$$

Perciò:

$$\delta = K \left[(V_1 - V_2) \left(V_3 - \frac{V_1 + V_2}{2} \right) + (V_2 - V_1) \left(V_3' - \frac{V_2 + V_1}{2} \right) \right],$$

cioè

$$(3) \ldots\ldots \qquad \delta = K(V_1 - V_2)(V_3 - V_3').$$

È questa la formola fondamentale per la teoria e per l'uso dell'apparecchio. Appare ora evidente come fondendo assieme i quadranti contigui 1.2′ e 2 1′ in due scatole semicircolari, ed allargando l'ago nel senso normale all'asse maggiore di simmetria, si migliori l'apparecchio; inquantochè sopprimendo alcuni orli ed allontanando i rimanenti, sono certo con maggiore approssimazione verificate le ipotesi relative alle distribuzioni regolare ed irregolare dell'elettricità che hanno servito di base a questa teoria. Ne segue che si avrà una maggiore approssimazione ammettendo per l'elettrometro a emicicli la $\delta = K(V_1 - V_2)(V_3 - V_3')$, di quella che si abbia ammettendo questa formola per l'elettrometro a quadranti modificato secondo la (fig. 1), oppure ammettendo, come si suole, la nota relazione

$$\delta = 2K(V_1 - V_2)\left(V_3 - \frac{V_1 + V_2}{2}\right)$$

per l'elettrometro a quadranti ordinario.

La modificazione dell'elettrometro a quadranti di cui abbiamo parlato, riguarda le parti essenziali dell'apparecchio e quindi ne cambia le proprietà fondamentali; è indipendente dalla costruzione di tutti i particolari relativi all'intelajatura, alla sospensione, allo spegnitore, alla lettura delle deviazioni; perciò essa è applicabile a tutte le forme dell'elettrometro a quadranti.

2. — La teoria esposta rende conto delle proprietà essenziali dell'apparecchio, ma, per le ragioni indicate, essa è soltanto approssimata. È possibile fare una teoria più completa procedendo in modo analogo a quanto fece il signor Gouy in una sua pregevole memoria relativa all'elettrometro a quadranti (*Journal de Physique*, Mars 1888).

Consideriamo l'elettrometro ad emicicli sotto la forma indicata dalla fig. 1, e supponiamo per ora isolati i quattro quadranti. I due quadranti contigui 1, 2 unitamente alla parte 3 dell'ago, formano un mezzo elettrometro a quadranti a cui possiamo applicare, con piccole modificazioni, i risultati della teoria del signor Gouy; le forze elettriche le quali agiscono sulla parte 3 dell'ago tendendo a farla girare attorno all'asse verticale di rotazione, si riducono a due; i loro momenti rispetto a questo asse, sono espressi da G e $G_1\delta$ dove:

$$\begin{cases} G = \frac{1}{2}\gamma(V_1^2 - V_2^2) + \mu V_3(V_1 - V_2) \\ G_1 = \alpha V_3^2 + \chi(V_1^2 + V_2^2) + 2\upsilon V_3(V_1 + V_2) + 2\beta V_1 V_2 . \end{cases}$$

In queste espressioni, α, β, γ, ν, χ, μ, indicano delle costanti caratteristiche dell'apparecchio, le quali si riferiscono ai quadranti 1, 2 ed alla parte 3 dell'ago, anzichè alle due coppie di quadranti opposti ed all'ago intiero.

Lo stesso si può dire per la coppia 1' 2' di quadranti contigui e per la parte 3' dell'ago; anzi è evidente che le costanti α, β, γ, ν, χ, μ, sono uguali nei due casi; sulla parte 3' dell'ago agiscono adunque tendendo a farla girare, due forze i cui momenti sono uguali a G' e $G'\delta$ dove:

$$\left\{\begin{array}{l} G'=\frac{1}{2}\gamma(V_1'^2-V_2'^2)+\mu V_3'(V_1'-V_2') \\ G_1'=\alpha V_3'^2+\chi(V_1'^2+V_2'^2)+2\nu V_3'(V_1'+V_2')+2\beta V_1'V_2'. \end{array}\right.$$

Queste quattro forze agenti sull'ago, si compongono in due forze le quali tendono a deviare la sospensione dalla direzione verticale, ed in due coppie di momenti $G+G'$ e $(G_1+G'_1)\delta$; queste ultime soltanto, si hanno a considerare rispetto alla rotazione dell'ago; ora, se si suppongono riuniti i quadranti contigui 1, 2' ed 1' 2, cioè: $V_1'=V_2$ e $V_1=V'_2$ si ricava:

$$(4)\ldots\quad\left\{\begin{array}{l} G+G'=\mu(V_1-V_2)(V_3-V_3') \\ G_1+G_1'=\alpha(V_3^2+V_3'^2)+2\chi(V_1^2+V_2^2) \\ \quad+2\nu(V_1+V_2)(V_3+V_3')+4\beta V_1V_2. \end{array}\right.$$

La coppia di momento $G+G'$ è indipendente da δ, e tende a deviare l'ago nel verso dei δ positivi se $G+G'>0$, nel senso contrario se $G+G'<0$.

La coppia di momento $(G_1+G_1')\delta$ cambia di segno con δ, e si annulla per $\delta=0$; essa tende a ricondurre l'ago a zero da qualunque parte se ne allontani se $G_1+G'_1<0$, e ad allontanarnelo sempre se $G_1+G_1'>0$. È questa la *coppia direttrice elettrica* che si unisce alla coppia direttrice dovuta alla sospensione, complicando notevolmente l'equazione di equilibrio dell'ago; di essa non si tiene conto nella teoria elementare prima esposta. — Le considerazioni fatte dal signor Gouy per concludere che sensibilmente:

$$\alpha=\nu=o\,;\qquad \chi=-\beta\,;\qquad \gamma=-\mu$$

sono applicabili qui, allo stesso titolo; si ricavano adunque le espressioni approssimate seguenti:

$$(5)\ldots \quad \begin{cases} G + G' = -\gamma (V_1 - V_2)(V_3 - V_3') \\ G_1 + G_1' = 2\chi (V_1 - V_2)^2 \end{cases}$$

Indichiamo con $k\delta$ il momento della coppia direttrice dovuta alla sospensione; l'ago sarà in equilibrio per quel valore di δ per cui la somma dei momenti delle coppie direttrici è uguale al momento della coppia deviatrice; cioè pel valore di δ dato dalla:

$$k\delta - (G_1 + G_1')\,\delta = G + G'$$

giacchè è $G_1 + G'_1 < 0$ quando la coppia direttrice elettrica cospira con quella di torsione per ricondurre l'ago allo zero. Ammesse le considerazioni relative ai coefficienti α, β, γ, χ, ν, μ, si deduce adunque da questa teoria che l'equazione di equilibrio dell'ago è:

$$(6)\ldots \qquad \delta = \frac{-\gamma (V_1 - V_2)(V_3 - V_3')}{k - 2\chi (V_1 - V_2)^2}\ .$$

Queste formole dimostrano che la coppia deviatrice $G + G'$ ha ancora la stessa espressione data dalla teoria elementare; ma che la coppia direttrice elettrica modifica notevolmente la formola di equilibrio quando la coppia direttrice della sospensione non è abbastanza grande per renderla trascurabile.

I risultati di questa teoria possono essere controllati coll'esperienza, nel modo seguente. Le espressioni generali (4) di $G + G'$ e $G_1 + G_1'$ per $V_3 = V_3' = 0$ e $V_1 = -V_2$ dànno $G + G' = 0$ $G_1 + G_1' = 4\,V_1^2(\chi - \beta)$ cioè approssimativamente $G + G' = 0$ e $G_1 + G_1' = 8\,\chi\,V_1^2$. In una prima esperienza si riducono gli spegnimenti per quanto è possibile, tenendo ago ed emicicli a terra, e si misura la durata θ_0 di una oscillazione semplice dell'ago soggetto così all'azione della sola sospensione. Quindi in una serie di esperienze, facendo ancora $V_3 = V'_3 = 0$, si caricano i due emicicli simmetricamente con una pila di un numero variabile n di elementi, e si misura ad ogni volta il valore θ della durata dell'oscillazione semplice. Il momento della coppia direttrice elettrica è proporzionale ad $\dfrac{1}{\theta^2} - \dfrac{1}{\theta_0^2}$; quindi se è vero quanto si deduce

dalla teoria precedente, cioè che la coppia direttrice elettrica è proporzionale al quadrato di n, deve risultare che:
$\frac{1}{n^2}\left(\frac{1}{\theta^2}-\frac{1}{\theta_0^2}\right)=$ cost. — Altre verifiche si possono fare con esperienze di deviazione; si tiene costante $V_3 - V'_3$ e si caricano simmetricamente i due emicicli con un numero n variabile di elementi; ricorrendo a sospensioni per le quali il momento di torsione k non sia trascurabile, si deve trovare che δ è proporzionale ad $\frac{n}{\lambda + An^2}$ dove $A =$ cost.

Nell' elettrometro ad emicicli sotto la forma indicata dalla fig. 3, l'ago è allargato molto di più di ciò che sia nell' elettrometro a quadranti, inoltre sono soppressi gli orli contigui dei quadranti 1, 2' ed 1', 2; perciò si può con maggiore approssimazione di quella relativa all'elettrometro a quadranti, ammettere che siano

$$\alpha=\beta=\chi=\upsilon=0 \quad \text{e} \quad \mu=-\gamma\,,$$

cioè che sia:

$$G_1+G_1'=0 \quad \text{e} \quad G+G'=-\gamma\,(V_1-V_2)\,(V_3-V_3')$$

e quindi che i risultati delle due teorie siano concordanti.

Applicazioni. — Il vantaggio principale che presenta l'elettrometro a emicicli sotto l'una o l'altra delle due forme descritte, e per raggiungere il quale esso venne ideato, è quello di poter servire direttamente come *wattometro-elettrostatico per correnti continue ed alternative*,

1. — Nel caso di correnti continue si ricorre alla disposizione di circuiti indicata dalla fig. 4; detti $V_A . V_B . V_a . V_b$ i potenziali nei punti $A . B . a . b$, si ha una deviazione:

$$\delta=K(V_A-V_B)(V_a-V_b)=\mathrm{K}\,(V_A-V_B)\,ir=Krw\,,$$

dove

$$K'=Kr=\text{cost.}$$

La deviazione δ è proporzionale all'energia w sviluppata nell'unità di tempo fra i punti $A . B$ del circuito percorso dalla corrente i. La costante K' può determinarsi, per esempio, attaccando i quattro fili provenienti dai morsetti III, III' ed I, II,

ai due poli di una pila, campione di forza elettromotrice nota e; si ha una deviazione $\delta' = Ke^2$ epperciò si ricava:

$$K = \frac{\delta'}{e^2}\ ,\ \text{cioè}\ K' = \frac{\delta' r}{e^2}\ .$$

Nel caso di corrente alternativa sinussoidale $i = \mathrm{I}\ \mathrm{sen}\frac{2\pi}{\mathrm{T}}t$, si ricorre alla stessa disposizione di circuiti (fig, 4) prendendo per r una resistenza senza self-induzione. Consideriamo un determinato istante del periodo T e diciamo m il momento della coppia che sollecita l'ago in quell'istante, $v_A . v_B . v_a . v_b$ i potenziali nei punti $A . B . a . b$ nell'istante stesso; si ha:

$$m = K(v_A - v_B)(v_a - v_b)\,.$$

Detto i il valore dell'intensità della corrente variabile nell'istante considerato, si ha $v_a - v_b = ir$, giacchè r è senza self-induzione; perciò:

$$m = K(v_A - v_B)\,ir = K'(v_A - v_B)\,i = K'w \quad \text{dove} \quad K' = Kr = \text{cost.}$$

In ogni istante del periodo T, adunque, il momento della coppia agente è proporzionale all'energia w sviluppata nell'unità di tempo nella parte AB di circuito. Se ne conclude che, se T è molto piccolo di fronte alla durata delle oscillazioni dell'ago, questo tende a rotare come se su di esso agisse una coppia costante con momento proporzionale al valor medio

$$\frac{1}{T}\int_0^T (v_A - v_B)\,i\,dt.$$

Ora, poichè le condizioni dell'apparecchio sono tali che la lettura δ è proporzionale al momento della coppia di rotazione, si ha:

$$\delta = k\frac{1}{T}\int_0^T (v_A - v_B)\,i\,dt = \mathrm{k}W\,,$$

dove k è una costante dipendente dalla costruzione dello strumento. e W l'energia media sviluppata nell'unità di tempo durante il periodo.

Attualmente per la misura di W si ricorre spesso all'impiego di wattometri elettrodinamici; a questi metodi nelle misure

esatte si muovono appunti. Anzitutto l'inserzione del wattometro altera le condizioni del circuito e quindi varia la quantità che si vuole misurare. Inoltre nel caso di correnti alternative sinussoidali si ha che:

$$W = J \,.\, V \,.\, \cos. \frac{2\pi}{T} \alpha,$$

essendo J l'intensità media nel tratto considerato, V la differenza di potenziali media ai due estremi di esso, $\frac{2\pi\alpha}{T}$ il valore angolare della differenza di fase fra J e V. D'altra parte la deviazione Δ al wattometro elettro-dinamico di cui si vuole avere W, è data da:

$$\Delta = K J \,.\, J' \cos. \frac{2\pi}{T} \alpha',$$

dove K è una costante, J l'intensità media nel tratto di circuito considerato e nella spirale amperometrica fissa, J' l'intensità media della corrente nella spirale voltometrica mobile dovuta alla differenza di potenziali V, infine $\frac{2\pi}{T} \alpha'$, la differenza di fase fra J ed J'. La spirale mobile voltometrica ha sempre una self-induzione non trascurabile nelle misure esatte, e quindi esiste sempre una differenza di fase fra la corrente che la percorre e la differenza di potenziali a cui questa è dovuta; cioè la differenza di fase $\frac{2\pi}{T} \alpha'$ fra le correnti di valori medii $J . J'$, è sempre diversa dalla differenza $\frac{2\pi}{T} \alpha$ fra J e V; perciò Δ, che è proporzionale ad $JJ' \cos. \frac{2\pi\alpha'}{T}$, non riesce più proporzionale ad $J\,V \cos \frac{2\pi\alpha}{T}$, cioè alla W che si vuole misurare, ed ammettendo questa proporzionalità si fa un errore.

Sono quindi migliori, specialmente nel caso di correnti alternative, i metodi basati sull'impiego dell'elettrometro a quadranti, per i quali evidentemente questi inconvenienti non esistono; sono tali i metodi di *Potier* e di *Ayrton* e *Perry*. Il primo di questi però, richiede due letture successive, perciò oltre alla compli-

cazione, introduce errore nei risultati di quelle misure dove la simultaneità delle osservazioni sopra diversi apparecchi ha grande importanza. Il secondo esige una sola lettura all'elettrometro, ma richiede o di trascurare un termine che figura nella formola del metodo, oppure di determinarne il valore con misure secondarie.

L'impiego dell'elettrometro a emicicli, appunto perchè conduce ad un metodo elettrometrico, ovvia agli inconvenienti accennati relativi ai wattometri elettro-dinamici e condivide tutti i pregi dei metodi di Ayrton e Perry e di Potier; siccome poi esige la lettura di una sola deviazione la quale è direttamente proporzionale all'energia che si vuole misurare, evita completamente le difficoltà indicate relativamente a questi metodi elettrometrici.

2. — L'apparecchio può servire come *voltometro ed amperometro per correnti continue.* Si ricorrerà alla disposizione di circuiti indicata dalla fig. 5; e rappresenta una pila costante, la quale può essere anche una semplice pila di Volta senza depolarizzante; si ha una deviazione:

$$\delta = K(V_a - V_b)e = K'(V_a - V_b) ;$$
$$\delta = K'ri = K''i ,$$

dove

$$\begin{cases} K' = Ke = \text{cost.} \\ K'' = K'r = \text{cost.} \end{cases}$$

La deviazione δ è proporzionale alla differenza di potenziali $V_a - V_b$ od alle intensità i che si vuole misurare, e per la misura occorre una sola lettura

L'elettrometro a emicicli, per il caso delle correnti continue, presenta adunque un vantaggio su quello a quadranti; questo infatti si suole adoperare o col metodo di Thomson, o con quello di Joubert, o con quello di Mascart; il 1° richiede un potenziale elevato e costante per l'ago e quindi accessorii che complicano notevolmente l'apparecchio, cioè la bottiglia di *Leida*, la *jauge*, ed il *replenisher;* il 2° conduce a poca sensibilità nel caso di correnti debolissime, perchè δ risulta in esso proporzionale al quadrato della quantità $V_a - V_b$ od i che si misura; il 3° richiede due letture successive e due potenziali uguali e contrari per le due coppie di quadranti opposti e quindi com-

plica la misura, introduce errori nei casi dove importa la simultaneità delle osservazioni sopra diversi apparecchi, ed esige una prova preliminare sulla pila che serve ad elettrizzare le due coppie di quadranti. Il metodo a cui conduce l'impiego dell'elettrometro a emicicli, non richiede accessorii che complichino l'apparecchio, si basa sulla proporzionalità della deviazione alla 1ª potenza della quantità che si misura, richiede una sola lettura, ed esige semplicemente di avere due potenziali differenti d'una quantità costante evitando così una prova preliminare ed una causa di errori.

3. — L'apparecchio può servire infine come *voltometro ed amperometro per correnti alternative sinussoidali.* Si ricorrerà alla disposizione di circuiti indicata dalla fig. 6, dove r indica nel caso dell'amperometro una resistenza senza self-induzione. Consideriamo un istante determinato del periodo T della corrente $i = I \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T} t$, e diciamo m il momento della coppia dovuta alle forze elettriche e che sollecita l'ago in questo istante, $v_a - v_b$ la differenza di potenziali fra i punti $a . b$ nell'istante stesso; si ha; $m = K(v_a - v_b)^2$. Questa relazione sussiste per ogni istante del periodo, perciò se T è molto grande di fronte alla durata delle oscillazioni dell'ago, questo tende a rotare come se su di esso agisse una coppia costante con momento proporzionale al valor medio $\frac{1}{T}\int_0^T (v_a - v_b)^2\, dt$; ora, poichè δ è proporzionale al momento della coppia di rotazione, si ha:

$$\delta = k \frac{1}{T}\int_0^T (v_a - v_b)^2\, dt = kV,$$

dove k è una costante e V il valor medio della differenza di potenziali $(v_a - v_b)$. — Dunque δ è proporzionale al valor medio V della differenza di potenziali fra a e b che si vuole misurare. Se r è senza self-induzione, si ha $V = Jr$, essendo J l'intensità media della corrente i che si vuole misurare; cioè $\delta = k'J$ dove $k' = kr =$ cost. Dunque δ è proporzionale al valor medio J che si vuole avere della intensità della corrente che percorre il tratto $AabB$ di circuito.

4. — Cerchiamo infine quale sia la sensibilità dell'elettrometro a emicicli rispetto a quella dell'elettrometro a quadranti nelle diverse

sue applicazioni come wattometro, voltometro ed amperometro. Supponiamo di avere un elettrometro a quadranti ordinario ed un altro elettrometro identico a questo per forma e dimensioni, in cui però sia stata fatta la modificazione indicata dalla fig. 1 relativamente alle comunicazioni fra i quadranti ed alla separazione delle due parti dell'ago; le equazioni di equilibrio dell'ago pei due elettrometri si deducono dalla eq. (2) supponendo rispettivamente: $V_1 = V_1'$; $V_2 = V_2'$; $V_3 = V_3'$ e $V_1 = V_2'$; $V_2 = V_1'$; esse sono perciò:

$$\delta_1 = 2K(V_1 - V_2)\left(V_3 - \frac{V_1 + V_2}{2}\right) \quad \text{e} \quad \delta_2 = K(V_1 - V_2)(V_3 - V_3').$$

Nella 1ª equazione $V_1 . V_2 . V_3$ sono i potenziali delle due coppie di quadranti opposti e dell'ago, e nella 2ª, $V_1 . V_2 . V_3 . V_3'$ sono i potenziali delle due coppie di quadranti contigui e delle due parti dell'ago; K è nei due casi una stessa costante $K = \frac{c}{k}$, giacchè nell'ipotesi fatta, $c . k$ sono due costanti inerenti alla forma e dimensioni dei quadranti ed alla sospensione, che sono uguali nei due casi.

Orbene supponiamo di applicare il 1° elettrometro alla misura dell'energia w sviluppata in ogni unità di tempo in un tratto $A'B'$ di un circuito percorso da una corrente continua od alternativa; facendo uso del metodo di Potier si disporrà in serie ad $A'B'$ una resistenza nota $AB = r$, senza self-induzione nel caso di correnti alternative; si uniranno le due coppie di quadranti opposti rispettivamente in $A . B$ e l'ago successivamente in $A' . B'$ facendo due letture α, β.
Si dimostra che $\alpha - \beta = 2Kr . w = K'w$ dove $K' = 2Kr = \text{cost.}$

Applichiamo il 2° elettrometro alla misura della stessa energia w, secondo quanto indica la fig. 4, facendo uso di un'uguale resistenza r; avremo una deviazione: $\delta = Kr . w$. Dunque $\delta = \frac{\alpha - \beta}{2}$ cioè la sensibilità è uguale alla metà.

Per applicare il 1° elettrometro col metodo di Thomson, alla misura di una differenza di potenziali $V_1 - V_2$, si farà V_3 elevatissimo, tanto elevato che si possa scrivere con approssimazione sufficiente, che $\delta_1 = 2K(V_1 - V_2)V_3$. Misurando la stessa differenza $V_1 - V_2$ col 2° elettrometro, nel modo indicato dalla

fig. 5, si avrà: $\delta_2 = K(V_1 - V_2)(V_3 - V_3')$. Se adunque si suppongono uguali le differenze ausiliarie $V_3 - o$, $V_3 - V_3'$ di cui si fa uso nei due casi, si ha $\delta_2 = \frac{\delta_1}{2}$.

Volendo misurare una differenza di potenziali $V_3 - V_3'$ col 1° elettrometro adoperato col metodo di Mascart, si farà $V_1 = - V_2$, e si faranno due letture δ_1, δ_1'; si avrà $\delta_1 - \delta_1' = 2K(V_1 - V_2)(V_3 - V_3')$. Misurando la stessa differenza $V_3 - V_3'$ col 2° elettrometro nel modo indicato dalla fig. 5, si ha ancora $\delta_2 = K(V_1 - V_2)(V_3 - V_3')$; quindi se si suppone uguale nei due casi la differenza di potenziali costante $V_1 - V_2$, si ha $\delta_2 = \frac{\delta_1 = \delta_1'}{2}$.

Infine, se si adopera il 1° elettrometro col metodo di Joubert per misurare una differenza $V_1 - V_2$, si ha $\delta_1 = K(V_1 - V_2)$; col 2° elettrometro adoperato come vuole la figura 6, si ha $\delta_2 = K(V_1 - V_2)^2 = \delta_1$, cioè una sensibilità uguale.

Si deduce che a parità di forma e dimensioni di tutte le parti dell'apparecchio, ed a parità di potenziali ausiliarii di cui si fa uso, i metodi di misura relativi all'impiego dell'elettrometro ad emicicli conducono ad una sensibilità uguale o metà di quella dei metodi corrispondenti relativi all'elettrometro a quadranti. L'elettrometro ad emicicli, adunque, si presta a tutti gli usi come wattometro, voltometro ed amperometro per correnti continue ed alternative a cui serve l'elettrometro a quadranti, rappresentandone un'utile modificazione.

Esperienze. — Queste considerazioni mi hanno indotto a far costruire un apparecchio di prova; in un elettrometro a quadranti di Mascart costrutto dal Carpentier, ho sostituito all'ago ordinario un ago diviso in due parti isolate fornitomi dal Tecnomasio Italiano; messe in comunicazione con due morsetti esterni III . III' le due parti dell'ago, mediante due appendici che pescano in due recipienti contenenti acido solforico puro, ho collegato i quattro quadranti fra di loro in modo da formarne due coppie di quadranti contigui I . II comunicanti mediante fili isolati con altri due morsetti esterni I, II.

Per mettere in stazione l'apparecchio, si è girato il sostegno della sospensione sino a disporre approssimativamente l'asse maggiore di simmetria dell'ago, parallelo alla linea di separazione delle due coppie di quadranti contigui; quindi si è collocato sulla

Fig. 3. Fig. 4.

Fig. 5. Fig. 6.

a
b
r
III
I
1
2
II
e
III'
b
B
i
r
III
2
II
III

scatola cilindrica il coperchio che sostiene i quadranti e la sospensione, volgendo lo specchio verso la finestra appositamente praticata nella scatola, cioè verso la scala trasparente. In seguito, collo scopo di verificare esattamente la condizione anzidetta del parallelismo, si sono elettrizzate successivamente le due parti 3, 3' dell'ago, e le due coppie 1 . 2 di quadranti, con una serie di 100 elementi Leclanché; e si è girato l'ago rispetto ai quadranti fino ad ottenere nei due casi una deviazione nulla, come vuole la $\delta = K(V_1 - V_2)(V_3 - V_3')$ per $V_1 - V_2 \gtrless 0$, $V_3 - V_3' = 0$, e per $V_1 - V_2 = 0$, $V_3 - V_3' \gtrless 0$.

Con questo apparecchio così disposto ho fatto la seguente serie di esperienze.

Mi sono servito di quattro serie di 10. 30. 30. 30 elementi Léclanché, ed ho verificata anzitutto l'uguaglianza approssimativa delle differenze di potenziali ai morsetti delle tre ultime; a quest'uopo le due parti dell'ago sono state elettrizzate colla 1ª serie, e le due coppie di quadranti contigui successivamente colle altre tre, trovando per le tre deviazioni valori medii uguali nelle unità.

Dopo questa esperienza preliminare, ho fatto la serie di osservazioni indicate dalla tabella; le differenze di potenziali sono espresse prendendo per unità quella ai morsetti di un elemento Léclanché in circuito aperto; ogni deviazione indicata poi, è la media di quattro letture fatte invertendo ad ogni esperienza le comunicazioni fra le pile e le parti corrispondenti dell'elettrometro:

$$\left\{\begin{array}{lll} V_1 - V_2 = 30\ ; & V_3 - V_3' = 10\ ; & \delta_1 = 15,75 \\ \quad « \quad = 60\ ; & \quad « \quad = 10\ ; & \delta_2 = 31,25 \\ \quad « \quad = 90\ : & \quad « \quad = 10\ ; & \delta_3 = 46,75 \end{array}\right.$$

Si ha

$$\delta_1 : \delta_2 : \delta_3 = 30 : 60 : 90$$

come vuole la

$$\delta = K(V_1 - V_2)(V_3 - V_3').$$

$$\left\{\begin{array}{ll} V_1 - V_2 = V_3 - V'_3 = 10\ ; & \delta_1' = 5,5 \\ \quad « \qquad « \quad = 30\ ; & \delta_2' = 50 \\ \quad « \qquad « \quad = 60\ ; & \delta_3' = 200,50\,. \end{array}\right.$$

Si ha:

$$\delta_1' : \delta_2' : \delta_3' = 10^2 : 30^2 : 60^2$$

come vuole la $\delta = K(V_1 - V_2)^2$; le piccole differenze sono dovute essenzialmente all'imperfezione dello strumento di prova, quindi all'ineguaglianza delle tre ultime serie di pile, agli errori di lettura per deviazioni così disparate ed alle divergenze previste fra i risultati delle esperienze e quelli dedotti dalla teoria approssimata che abbiamo esposto.

Queste esperienze di orientamento, eseguite sopra un primo abbozzo dell'apparecchio descritto, hanno avuto il solo scopo di dimostrare che è effettivamente possibile il costrurre ed adoperare questo elettrometro colla stessa facilità con cui si costruisce ed adopera l'elettrometro a quadranti ordinario.

Torino, novembre 1888.

Effemeridi del Sole e della Luna per l'orizzonte di Torino e per l'anno 1889;

calcolate da FRANCESCO PORRO

Nell'intraprendere per il prossimo anno la compilazione delle Effemeridi Astronomiche relative all'orizzonte di Torino, io mi sono proposto di restringermi ai dati che più facilmente si presentano nella pratica applicazione, fuori dell'Osservatorio, reputando di favorire il divulgarsi di questo modesto lavoro fra coloro che ne possono abbisognare, coll'omettere le nozioni di mero interesse scientifico, e quelle che mediante calcoli elementari si possono, per l'uso della specola, dedurre dagli annuarii di Greenwich, di Parigi o di Berlino. Il lavoro si trova quindi ridotto ad un *Calendario Astronomico*, che noi abbiamo calcolato in base ai dati della *Connaissance des Temps* e del *Nautical Almanac*, attenendoci strettamente alle Istruzioni compilate per l'Osservatorio di Milano, quali risultano da un ottimo opuscolo del Dr. Michele Rajna (Milano, Hoepli, 1887). In particolare si è seguito il metodo svolto a pagina 37 e seguenti delle

citate *Istruzioni*, per calcolare il nascere ed il tramontare del Sole, ed il metodo indiretto (pag. 47 e successive) per gli analoghi calcoli relativi alla Luna.

Non credo fuori di proposito aggiungere per quest'anno le tavole ausiliarie preparate per questi calcoli, nella forma identica a quelle che per Milano si trovano nel citato opuscolo del dottore Rajna. Esse potranno servire ad agevolare la compilazione di consimili Effemeridi negli anni venturi, e sono ridotte in forma assai comoda, e tale da evitare per lo più le interpolazioni.

Debbo da ultimo avvertire che nel calcolo delle Effemeridi fui validamente aiutato dal signor ingegnere Tomaso Aschieri, assistente all'Osservatorio.

Gennaio 1889

GIORNO		TEMPO MEDIO DI ROMA												Età della Luna
		Il Sole						La Luna						
dell'Anno	del Mese	nasce		passa al meridiano		tramonta		nasce		passa al meridiano		tramonta		
		h	m	h	m	h	m	h	m	h	m	h	m	
1	1	7	59	12	23	4	46	7	25*a.*	11	57	4	31*p.*	1
2	2		59		23		47	8	28	1	1*p.*	5	35	2
3	3		59		24		48	9	22	2	2	6	46	3
4	4		59		24		49	10	5	2	59	7	59	4
5	5		59		25		50	10	40	3	51	9	10	5
6	6		59		25		51	11	9	4	40	10	19	6
7	7		59		26		52	11	36	5	26	11	24	7
8	8		59		26		53	12	1*p.*	6	9	—		8
9	9		58		27		55	12	25	6	52	12	28*p.*	9
10	10		58		27		56	12	48	7	35	1	30	10
11	11		58		27		57	1	14	8	18	2	31	11
12	12		57		28		58	1	43	9	3	3	32	12
13	13		57		28		59	2	15	9	49	4	31	13
14	14		56		28	5	1	2	54	10	37	5	29	14
15	15		56		29		2	3	39	11	27	6	25	15
16	16		55		29		3	4	30	—		7	16	16
17	17		54		29		4	5	27	12	17*p.*	8	2	17
18	18		54		30		6	6	29	1	8	8	42	18
19	19		53		30		7	7	34	1	58	9	18	19
20	20		53		30		8	8	40	2	47	9	48	20
21	21		52		31		10	9	49	3	35	10	17	21
22	22		51		31		11	10	58	4	22	10	44	22
23	23		50		31		12	—		5	9	11	10	23
24	24		49		31		14	12	9*a.*	5	58	11	38	24
25	25		48		32		15	1	21	6	50	12	8*p.*	25
26	26		47		32		16	2	36	7	42	12	43	26
27	27		46		32		18	3	50	8	39	1	24	27
28	28		45		32		19	5	3	9	33	2	14	28
29	29		44		32		21	6	9	10	41	3	14	29
30	30		43		33		22	7	7	11	42	4	20	30
31	31		42		33		24	7	55	12	41	5	32	1

FASI DELLA LUNA

1	Luna nuova	9^h	58^m	*pom.*
9	Primo quarto	1	30	*ant.*
17	Luna piena	6	27	*ant.*
14	Ultimo quarto	4	47	*pom.*
31	Luna nuova		59	*ant.*

Il giorno nel mese cresce di 0^h 55^m

12 La Luna è in Apogeo 6^h *pom.*
28 Id. Perigeo 8 *pom.*

Il Sole entra nel segno *Acquario* il giorno 19 ad ore 8 m. 28 *pom.*

Febbraio 1889

GIORNO		TEMPO MEDIO DI ROMA						Età della Luna
		Il SOLE			La LUNA			
dell'Anno	del Mese	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
		h m	h m	h m	h m	h m	h m	
32	1	7 41	12 33	5 25	8 34a.	1 37p.	6 47p.	2
33	2	40	33	26	9 7	2 28	7 58	3
34	3	39	33	28	9 36	3 16	9 6	4
35	4	38	33	29	10 2	4 2	10 13	5
36	5	36	33	31	10 26	4 46	11 16	6
37	6	35	33	32	10 50	5 29	—	7
38	7	33	33	34	11 16	6 13	12 19a	8
39	8	32	33	35	11 43	6 57	1 20	9
40	9	31	33	37	12 14p.	7 43	2 20	10
41	10	29	33	38	12 50	8 30	3 19	11
42	11	28	33	39	1 32	9 19	4 16	12
43	12	27	33	41	2 20	10 9	5 9	13
44	13	25	33	42	3 15	11 0	5 56	14
45	14	23	33	44	4 17	11 51	6 40	15
46	15	22	33	46	5 21	—	7 17	16
47	16	21	33	47	6 29	12 41p.	7 49	17
48	17	19	33	48	7 38	1 30	8 19	18
49	18	17	33	49	8 49	2 19	8 47	19
50	19	16	33	51	10 0	3 7	9 14	20
51	20	14	33	52	11 13	3 56	9 41	21
52	21	12	33	53	—	4 46	10 10	22
53	22	11	33	55	12a. 26	5 38	10 43	23
54	23	9	33	56	1 40	6 33	11 22	24
55	24	7	32	58	2 51	7 31	12 7p.	25
56	25	6	32	59	3 58	8 30	1 2	26
57	26	5	32	6 1	4 57	9 29	2 4	27
58	27	3	32	2	5 48	10 28	3 12	28
59	28	1	32	4	6 29	11 25	4 24	29

FASI DELLA LUNA

7 Primo quarto 9h 48m *pom.*

15 Luna piena 11 7 *pom.*

23 Ultimo quarto 0 45 *ant.*

Il giorno nel mese cresce di 1h 21m

9 La Luna è in Apogeo 2h *pom.*
24 Id Perigeo 4 *pom.*

Il Sole entra nel segno *Pesci* il giorno 18 ad ore 10 m. 58 *ant.*

Marzo 1889

GIORNO		TEMPO MEDIO DI ROMA												Età della Luna
		Il Sole						La Luna						
dell'Anno	del Mese	nasce		passa al meridiano		tramonta		nasce		passa al meridiano		tramonta		
		h	m	h	m	h	m	h	m	h	m	h	m	
60	1	6	58	12	31	6	5	7	5*a*	12	16*p*.	5	56*p*	1
61	2		57		31		7	7	35	1	6	6	46	2
62	3		55		31		8	8	1	1	53	7	54	3
63	4		53		31		9	8	26	2	38	9	0	4
64	5		51		31		11	8	50	3	22	10	4	5
65	6		50		30		12	9	16	4	6	11	7	6
66	7		48		30		13	9	42	4	50	—		7
67	8		46		30		15	10	12	5	36	12	8*a*.	8
68	9		44		30		16	10	46	6	22	1	9	9
69	10		42		29		17	11	24	7	11	2	6	10
70	11		41		29		18	12	10*p*.	8	0	3	0	11
71	12		39		29		20	1	2	8	50	3	50	12
72	13		37		29		21	2	0	9	41	4	34	13
73	14		35		28		22	3	4	10	31	5	14	14
74	15		33		28		24	4	11	11	21	5	48	15
75	16		31		28		25	5	21	—		6	19	16
76	17		29		27		26	6	32	12	10*a*.	6	48	17
77	18		27		27		27	7	42	12	59	7	15	18
78	19		26		27		29	9	0	1	49	7	42	19
79	20		24		27		30	10	15	2	40	8	11	20
80	21		22		26		31	11	31	3	33	8	43	21
81	22		20		26		33	—		4	29	9	20	22
82	23		18		26		34	12	44*a*.	5	26	10	4	23
83	24		16		25		35	1	52	6	25	10	56	24
84	25		14		25		36	2	54	7	24	11	56	25
85	26		12		25		38	3	46	8	22	1	1*p*	26
86	27		10		24		39	4	29	9	17	2	11	27
87	28		9		24		40	5	4	10	9	3	21	28
88	29		7		24		41	5	35	10	59	4	30	29
89	30		4		23		43	6	2	11	46	5	38	30
90	31		3		23		44	6	27	12	31*p*	6	44	1

FASI DELLA LUNA

1 Luna nuova	10h	50m	*pom.*
9 Primo quarto	6	49	*pom.*
17 Luna piena	12	37	*pom.*
24 Ultimo quarto	7	44	*ant.*
31 Luna nuova	12	27	*pom.*

Il giorno nel mese cresce di 1h 38m

9 La Luna è in Apogeo 11h *ant.*
21 Id. Perigeo 1 *ant.*

Il Sole entra nel segno *Ariete* il giorno 20 ad ore 11 m. 1 *ant.*

Aprile 1889

GIORNO dell'Anno	GIORNO del Mese	Il Sole nasce	Il Sole passa al meridiano	Il Sole tramonta	La Luna nasce	La Luna passa al meridiano	La Luna tramonta	Età della Luna
		h m	h m	h m	h m	h m	h m	
91	1	6 1	12 23	6 45	6 52*a*.	1 15	7 49*p*.	2
92	2	5 59	23	46	7 16	1 59	8 53	3
93	3	57	22	48	7 42	2 44	9 56	4
94	4	56	22	49	8 10	3 29	10 57	5
95	5	54	22	50	8 42	4 15	11 56	6
96	6	52	21	52	9 19	5 3	—	7
97	7	50	21	53	10 2	5 52	12 52*a*.	8
98	8	48	21	54	10 50	6 41	1 43	9
99	9	46	21	55	11 45	7 31	2 29	10
100	10	45	20	57	12 46*p*.	8 20	3 10	11
101	11	43	20	58	1 51	9 10	3 46	12
102	12	41	20	59	2 59	9 59	4 17	13
103	13	39	19	7 0	4 9	10 48	4 46	14
104	14	38	19	2	5 23	11 38	5 14	15
105	15	36	19	3	6 38	—	5 42	16
106	16	34	19	4	7 54	12 29*a*.	6 10	17
107	17	33	18	6	9 13	1 12	6 41	18
108	18	31	18	7	10 31	2 18	7 16	19
109	19	29	18	8	11 44	3 17	7 59	20
110	20	27	18	9	—	4 17	8 49	21
111	21	25	17	11	12 49*a*.	5 18	9 47	22
112	22	23	17	12	1 45	6 17	10 52	23
113	23	22	17	13	2 31	7 14	12 2*p*.	24
114	24	21	17	14	3 9	8 7	1 11	25
115	25	19	17	15	3 40	8 56	2 20	26
116	26	17	17	17	4 7	9 43	3 28	27
117	27	16	16	18	4 32	10 38	4 34	28
118	28	14	16	19	4 56	11 12	5 38	29
119	29	13	16	20	5 20	11 55	6 43	30
120	30	11	16	22	5 44	12 39*p*.	7 46	1

(Tempo medio di Roma)

FASI DELLA LUNA

8	Primo quarto	2h 37m	*pom.*
15	Luna piena	11 8	*pom.*
22	Ultimo quarto	2 46	*pom.*
30	Luna nuova	2 55	*ant.*

Il giorno nel mese cresce di 1h 30m

6 La Luna è in Apogeo 6h *ant.*
18 Id. Perigeo 3 *ant.*

Il Sole entra nel segno *Toro* il giorno 19 ad ore 10 m. 37 *pom.*

Maggio 1889

GIORNO		TEMPO MEDIO DI ROMA						Età della Luna
		Il SOLE			La LUNA			
dell'Anno	del Mese	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
		h m	h m	h m	h m	h m	h m	
121	1	5 10	12 16	7 23	6 11*a.*	1 24*a.*	8 47*p.*	2
122	2	8	16	24	6 41	2 10	9 48	3
123	3	7	16	25	7 16	2 57	10 45	4
124	4	5	16	27	7 56	3 46	11 38	5
125	5	4	16	28	8 42	4 35	—	6
126	6	3	15	29	9 35	5 24	12 26*a.*	7
127	7	1	15	30	10 32	6 13	1 9	8
128	8	0	15	31	11 34	7 1	1 46	9
129	9	4 59	15	33	12 39*p.*	7 49	2 18	10
130	10	57	15	34	1 47	8 37	2 47	11
131	11	56	15	35	2 58	9 25	3 14	12
132	12	55	15	36	4 11	10 15	3 40	13
133	13	53	15	37	5 27	11 7	4 7	14
134	14	52	15	38	6 46	—	4 36	15
135	15	51	15	40	8 5	12 2*a.*	5 10	16
136	16	50	15	41	9 24	1 0	5 49	17
137	17	49	15	42	10 37	2 2	6 37	18
138	18	48	15	43	11 39	3 5	7 33	19
139	19	47	15	44	—	4 8	8 39	20
140	20	46	15	45	12 30*a.*	5 7	9 49	21
141	21	45	15	46	1 11	6 3	11 1	22
142	22	44	15	47	1 44	6 54	12 11*p.*	23
143	23	43	16	48	2 13	7 42	1 20	24
144	24	42	16	49	2 38	8 28	2 26	25
145	25	41	16	50	3 2	9 11	3 31	26
146	26	40	16	51	3 25	9 54	4 34	27
147	27	40	16	52	3 49	10 37	5 37	28
148	28	39	16	53	4 14	11 21	6 39	29
149	29	39	16	54	4 43	12 7	7 41	1
150	30	38	16	55	5 16	12 54*p.*	8 39	2
151	31	37	16	56	5 54	1 42	9 33	3

FASI DELLA LUNA

8 Primo quarto 7^h 32^m *ant.*
14 Luna piena 7 32 *ant.*
21 Ultimo quarto 10 43 *pom*
29 Luna nuova 6 9 *pom.*

Il giorno nel mese cresce di 1^h 8^m

3 La Luna è in Apogeo 10^h *pom.*
16 Id. Perigeo 8 *ant.*
31 Id. Apogeo 7 *ant.*

Il Sole entra nel segno *Gemelli* il giorno 20 ad ore 10 m. 34 *pom.*

Giugno 1889

GIORNO dell'Anno	GIORNO del mese	Il Sole nasce h m	Il Sole passa al meridiano h m	Il Sole tramonta h m	La Luna nasce h m	La Luna passa al meridiano h m	La Luna tramonta h m	Età della Luna
152	1	4 37	12 17	7 57	6 38*a.*	2 31*p.*	10 23*p.*	4
153	2	36	17	58	7 28	3 20	11 8	5
154	3	36	17	59	8 23	4 8	11 46	6
155	4	35	17	59	9 23	4 56	—	7
156	5	35	17	8 0	10 27	5 43	12 19*a.*	8
157	6	35	17	1	11 32	6 30	12 49	9
158	7	34	18	1	12 39*p.*	7 16	1 16	10
159	8	34	18	2	1 49	8 3	1 42	11
160	9	33	18	2	3 2	8 53	2 8	12
161	10	33	18	3	4 16	9 45	2 34	13
162	11	33	18	4	5 35	10 41	3 4	14
163	12	33	18	4	6 55	11 41	3 39	15
164	13	32	18	5	8 12	—	4 22	16
165	14	32	19	5	9 21	12 45*a.*	5 15	17
166	15	32	19	6	10 20	1 49	6 18	18
167	16	32	19	6	11 7	2 53	7 29	19
168	17	32	20	6	11 45	3 52	8 43	20
169	18	32	20	7	—	4 47	9 57	21
170	19	33	20	7	12 16*a.*	5 38	11 8	22
171	20	33	20	7	12 43	6 25	12 16*p.*	23
172	21	33	21	8	1 7	7 10	1 22	24
173	22	34	21	8	1 31	7 53	2 27	25
174	23	34	21	8	1 54	8 37	3 30	26
175	24	34	21	8	2 19	9 20	4 32	27
176	25	34	21	8	2 46	10 5	5 33	28
177	26	35	22	8	3 17	10 51	6 32	29
178	27	35	22	8	3 53	11 39	7 29	30
179	28	36	22	8	4 35	12 27*p.*	8 21	1
180	29	36	22	8	5 24	1 17	9 7	2
181	30	37	22	8	6 18	2 6	9 47	3

FASI DELLA LUNA

6	Primo quarto	8h 50m	*pom.*
13	Luna piena	2 48	*pom.*
20	Ultimo quarto	8 25	*ant.*
28	Luna nuova	9 43	

Il giorno nel mese cresce di 0h 2m

13 La Luna è in Apogeo 5 *pom.*
27 Id. Perigeo 10 *ant.*

Il Sole entra nel segno *Cancro* il giorno 21 ad ore 7 m. 0 *ant.*

Luglio 1889

GIORNO		TEMPO MEDIO DI ROMA												Età della Luna
		Il Sole						La Luna						
dell'Anno	del Mese	nasce		passa al meridiano		tramonta		nasce		passa al meridiano		tramonta		
		h	m	h	m	h	m	h	m	h	m	h	m	
182	1	4	37	12	23	8	8	7	17*a.*	2	54*p.*	10	22*p.*	4
183	2		38		23		8	8	19	3	41	10	53	5
184	3		38		23		7	9	23	4	27	11	20	6
185	4		39		23		7	10	28	5	12	11	45	7
186	5		40		23		7	11	35	5	58	—		8
187	6		40		24		7	12	45*p.*	6	45	12	9*a.*	9
188	7		41		24		6	1	56	7	36	12	37	10
189	8		42		24		6	3	10	8	26	1	3	11
190	9		42		24		5	4	28	9	23	1	34	12
191	10		43		24		5	5	45	10	23	2	12	13
192	11		44		24		4	6	58	11	27	2	58	14
193	12		45		24		3	8	10	—		3	55	15
194	13		46		24		3	8	56	12	32*a*	5	4	16
195	14		47		25		2	9	40	1	35	6	18	17
196	15		48		25		1	10	15	2	33	7	34	18
197	16		48		25		1	10	44	3	28	8	49	19
198	17		49		25		0	11	10	4	18	10	1	20
199	18		50		25	7	59	11	35	5	5	11	10	21
200	19		51		25		58	11	58	5	50	12	16*p*	22
201	20		52		25		57	—		6	34	1	21	23
202	21		53		25		56	12	22*a.*	7	18	2	24	24
203	22		54		25		55	12	49	8	2	3	25	25
204	23		55		25		54	1	20	8	48	4	26	26
205	24		56		25		53	1	54	9	35	5	23	27
206	25		57		25		52	2	33	10	23	6	16	28
207	26		59		25		51	3	20	11	13	7	5	29
208	27	5	0		25		50	4	12	12	2*p.*	7	41	30
209	28		1		25		49	5	10	12	51	8	25	1
210	29		2		25		48	6	11	1	39	8	56	2
211	30		3		25		47	7	16	2	25	9	25	3
212	31		4		25		45	8	21	3	11	9	50	4

FASI DELLA LUNA

6	Primo quarto	6h 49m	*ant.*
12	Luna piena	9 52	*pom.*
19	Ultimo quarto	8 35	*pom.*
28	Luna nuova	12 50	*ant.*

Il giorno nel mese diminuisce di 0h 50m.

12 La Luna è in Perigeo 3 *ant.*
24 Id. Apogeo 5 *pom.*

Il Sole entra nel segno *Leone* il giorno 22 ad ore 5 m. 55 *pom.*

Agosto 1889

GIORNO		TEMPO MEDIO DI ROMA						Età della Luna
		Il SOLE			La LUNA			
dell'Anno	del Mese	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
		h m	h m	h m	h m	h m	h m	
213	1	5 5	12 25	7 44	9 28*a.*	3 57*p.*	10 15*p.*	5
214	2	6	25	43	10 35	4 42	10 39	6
215	3	7	25	41	11 44	5 29	11 4	7
216	4	9	25	40	12 56*p.*	6 19	11 34	8
217	5	10	25	38	2 10	7 12	—	9
218	6	11	25	37	3 24	8 9	12 8*a.*	10
219	7	12	25	36	4 38	9 9	12 48	11
220	8	13	24	35	5 45	10 12	1 39	12
221	9	15	24	33	6 43	11 15	2 40	13
222	10	16	24	32	7 31	—	3 51	14
223	11	17	24	30	8 9	12 16*a.*	5 7	15
224	12	18	24	28	8 42	1 13	6 24	16
225	13	19	24	27	9 10	2 6	7 39	17
226	14	20	23	25	9 36	2 55	8 51	18
227	15	22	23	24	10 0	3 42	10 0	19
228	16	23	23	22	10 24	4 28	11 7	20
229	17	24	23	20	10 50	5 12	12 12*p.*	21
230	18	25	23	19	11 19	6 17	1 15	22
231	19	26	22	17	11 52	6 43	2 17	23
232	20	28	22	16	—	7 30	3 16	24
233	21	29	22	14	12 30*a.*	8 18	4 10	25
234	22	30	22	12	1 14	9 7	5 0	26
235	23	31	21	11	2 4	9 56	5 45	27
236	24	32	21	9	3 0	10 46	6 24	28
237	25	34	21	7	4 1	11 34	6 58	29
238	26	35	21	6	5 6	12 12*p.*	7 27	1
239	27	36	20	4	6 12	1 9	7 54	2
240	28	37	20	2	7 19	1 55	8 19	3
241	29	38	20	6 0	8 27	2 41	8 44	4
242	30	40	19	58	9 37	3 28	9 9	5
243	31	41	19	57	10 47	4 16	9 37	6

FASI DELLA LUNA

4 Primo quarto 2h 17m *pom.*

11 Luna piena 5 33 *ant.*

18 Ultimo quarto 11 41 *ant.*

26 Luna nuova 2 50 *pom.*

Il giorno nel mese diminuisce di 1h 25m.

9 La Luna è in Perigeo 8h *ant.*
21 Id. Apogeo 8 *ant.*

Il Sole entra nel segno *Vergine* il giorno 23 ad ore 12 m. 44 *ant.*

Settembre 1889

GIORNO		TEMPO MEDIO DI ROMA						Età della Luna
		Il Sole			La Luna			
dell'Anno	del Mese	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
		h m	h m	h m	h m	h m	h m	
244	1	5 42	12 19	6 55	10 0a.	5 8p.	10 8p.	7
245	2	43	18	53	1 13	6 2	10 46	8
246	3	44	18	51	2 26	7 0	11 32	9
247	4	46	18	49	3 33	8 0	——	10
248	5	47	17	47	4 33	9 1	12 27a.	11
249	6	48	17	45	5 23	10 1	1 32	12
250	7	49	17	44	6 5	10 59	2 44	13
251	8	50	16	42	6 39	11 53	4 0	14
252	9	52	16	40	7 8	——	5 16	15
253	10	53	16	39	7 35	12 44a.	6 28	16
254	11	54	15	36	7 59	1 32	7 40	17
255	12	55	15	34	8 24	2 19	8 49	18
256	13	56	15	32	8 50	3 4	9 56	19
257	14	58	14	30	9 18	3 50	11 1	20
258	15	59	14	28	9 49	4 36	12 4p.	21
259	16	6 0	14	27	10 25	5 23	1 5	22
260	17	1	13	25	11 7	5 11	2 3	23
261	18	2	13	23	11 55	7 0	2 55	24
262	19	4	13	21	——	7 49	3 41	25
263	20	5	12	19	12 49a	8 38	4 22	26
264	21	6	12	17	1 48	9 27	4 57	27
265	22	7	12	15	2 51	10 15	5 29	28
266	23	8	11	13	3 57	11 2	5 56	29
267	24	10	11	11	5 5	11 49	6 22	30
268	25	11	11	9	6 14	12 36p.	6 47	1
269	26	12	10	8	7 25	1 23	7 12	2
270	27	13	10	6	8 36	2 12	7 39	3
271	28	14	10	4	9 50	3 4	8 9	4
272	29	16	9	2	11 5	3 58	8 45	5
273	30	17	9	0	12 16p.	4 55	9 28	6

FASI DELLA LUNA

2	Primo quarto	8^h 24^m	*pom.*
9	Luna piena	2 42	*pom.*
17	Ultimo quarto	5 39	*ant.*
25	Luna nuova	3 32	*ant.*

Il giorno nel mese diminuisce di 1^h 33^m.

6 La Luna è in Perigeo 3^h *ant.*
18 Id. Apogeo 2 *ant.*

Il Sole entra nel segno *Libra* il giorno 22 ad ore 9 m. 28 *pom.*

Ottobre 1889

GIORNO		TEMPO MEDIO DI ROMA						Età della Luna
		Il Sole			La Luna			
dell'Anno	del Mese	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
		h m	h m	h m	h m	h m	h m	
274	1	6 18	12 9	5 58	1 27*p.*	5 54*p.*	10 20*p*	7
275	2	19	8	56	2 29	6 54	11 21	8
276	3	21	8	54	3 21	7 53	—	9
277	4	23	7	52	4 4	8 50	12*a* 30	10
278	5	24	7	51	4 40	9 44	1 43	11
279	6	25	7	49	5 10	10 37	2 57	12
280	7	26	7	47	5 36	11 23	4 10	13
281	8	27	6	45	6 1	—	5 20	14
282	9	28	6	43	6 25	12 10	6 30	15
283	10	29	6	42	6 50	12 56	7 38	16
284	11	31	6	40	7 16	1 42	8 45	17
285	12	32	5	38	7 46	2 28	9 50	18
286	13	33	5	36	8 20	3 15	10 54	19
287	14	34	5	35	8 59	4 3	11 53	20
288	15	36	5	33	9 45	4 52	12 48*p*	21
289	16	37	5	31	10 37	5 41	1 37	22
290	17	39	4	29	11 33	6 30	2 20	23
291	18	40	4	28	—	7 19	2 57	24
292	19	41	4	26	12 34*a.*	8 7	3 28	25
293	20	43	4	24	1 38	8 53	3 56	26
294	21	44	4	23	2 45	9 40	4 22	27
295	22	45	3	21	3 54	10 27	4 47	28
296	23	47	3	19	5 4	11 14	5 12	29
297	24	48	3	18	6 18	12 3*p.*	5 39	1
298	25	49	3	16	7 32	12 55	6 8	2
299	26	51	3	14	8 49	1 49	6 42	3
300	27	52	3	13	10 6	2 47	7 24	4
301	28	54	3	11	11 19	3 47	8 14	5
302	29	55	3	10	12 26*p.*	4 49	9 13	6
303	30	56	3	8	1 21	5 49	10 21	7
304	31	58	3	7	2 6	6 46	11 33	8

FASI DELLA LUNA

2 Primo quarto	2h 23m	*ant.*
9 Luna piena	2 16	*ant.*
17 Ultimo quarto	1 27	*ant.*
24 Luna nuova	3 16	*pom.*
31 Primo quarto	9 20	*ant.*

Il giorno nel mese diminuisce di 1h 34m.

1 La Luna è in Perigeo 5h *pom.*
15 Id. Apogeo 10 *pom.*
27 Id. Perigeo 5 *pom.*

Il Sole entra nel segno *Scorpione* il giorno 23 ad ore 5 m. 59 *ant.*

Novembre 1889

GIORNO		TEMPO MEDIO DI ROMA												Età della Luna
		Il SOLE						La LUNA						
dell'Anno	del Mese	nasce		passa al meridiano		tramonta		nasce		passa al meridiano		tramonta		
		h	m	h	m	h	m	h	m	h	m	h	m	
305	1	6	59	12	3	5	6	2	43p.	7	41p.	—		9
306	2	7	1		3		4	3	14	8	31	12	46a.	10
307	3		2		3		3	3	40	9	19	1	58	11
308	4		3		3		1	4	5	10	5	3	9	12
309	5		5		3		0	4	28	10	51	4	16	13
310	6		6		3	4	59	4	52	11	36	5	24	14
311	7		7		3		58	5	17	—		6	31	15
312	8		9		3		56	5	46	12	21a.	7	36	16
313	9		10		3		55	6	17	1	8	8	41	17
314	10		12		3		54	6	54	1	56	9	42	18
315	11		13		3		53	7	37	2	44	10	40	19
316	12		14		3		52	8	26	3	34	11	31	20
317	13		16		3		51	9	21	4	23	12	16p	21
318	14		17		4		49	10	20	5	12	12	56	22
319	15		19		4		48	11	23	5	59	1	29	23
320	16		20		4		47	—		6	46	1	58	24
321	17		21		4		47	12	27a.	7	31	2	24	25
322	18		23		4		46	1	33	8	17	2	49	26
323	19		24		5		46	2	42	9	3	3	13	27
324	20		25		5		45	3	52	9	50	3	37	28
325	21		27		5		44	5	6	10	40	4	5	29
326	22		28		5		43	6	23	11	34	4	37	30
327	23		29		6		42	7	42	12	31p.	5	15	1
328	24		30		6		42	9	0	1	33	6	2	2
329	25		32		6		41	10	13	2	36	7	0	3
330	26		33		7		40	11	15	3	39	8	7	4
331	27		34		7		39	12	5p.	4	40	9	20	5
332	28		35		7		39	12	45	5	37	10	35	6
333	29		37		8		38	1	19	6	29	11	48	7
334	30		38		8		38	1	46	7	18	—		8

FASI DELLA LUNA

7	Luna piena	4h 55m	*pom.*
15	Ultimo quarto	9 26	*pom.*
23	Luna nuova	2 33	*ant.*
29	Primo quarto	6 18	*pom.*

Il giorno nel mese diminuisce di 1h 9m.

---

12 La Luna è in Apogeo 6h *pom.*
24 Id. Perigeo 4 *pom.*

Il Sole entra nel segno *Sagittario* il giorno 22 ad ore 2 m. 49 *ant.*

Dicembre 1889

GIORNO		TEMPO MEDIO DI ROMA						Età della Luna
		Il SOLE			La LUNA			
dell'Anno	del Mese	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
		h m	h m	h m	h m	h m	h m	
335	1	7 39	12 8	4 37	2 11*p.*	8 4*p.*	1 0*a*	9
336	2	40	9	37	2 34	8 49	2 7	10
337	3	41	9	37	2 57	9 33	3 15	11
338	4	42	10	36	3 21	10 18	4 21	12
339	5	43	10	36	3 48	11 3	5 26	13
340	6	44	10	36	4 17	11 51	6 31	14
341	7	45	11	35	4 52	—	7 33	15
342	8	46	11	36	5 33	12 39*a.*	8 32	16
343	9	47	12	36	6 20	1 28	9 27	17
344	10	48	12	36	7 13	2 17	10 13	18
345	11	49	13	36	8 10	3 7	10 55	19
346	12	50	13	36	9 11	3 54	11 30	20
347	13	51	14	36	10 13	4 41	12 1*p.*	21
348	14	51	14	36	11 17	5 26	12 27	22
349	15	52	15	36	—	6 0	12 51	23
350	16	53	15	37	12 23*a.*	6 54	1 14	24
351	17	54	15	37	1 30	7 49	1 37	25
352	18	54	16	37	2 40	8 27	2 3	26
353	19	55	16	37	3 53	9 17	2 31	27
354	20	55	17	37	5 11	10 11	3 5	28
355	21	55	17	38	6 30	11 11	3 47	29
356	22	56	18	38	7 47	12 14*p*	4 40	1
357	23	56	18	38	8 57	1 20	5 44	2
358	24	56	19	39	9 55	2 24	6 57	3
359	25	56	19	39	10 41	3 25	8 15	4
360	26	57	19	40	11 18	4 22	9 32	5
361	27	57	20	41	11 49	5 13	10 47	6
362	28	57	21	42	12 16*p.*	6 2	11 59	7
363	29	58	21	43	12 39	6 49	—	8
364	30	58	22	44	1 3	7 32	1 6	9
365	31	58	22	45	1 26	8 17	2 13	10

FASI DELLA LUNA

7 Luna piena 10h 42m *ant.*

15 Ultimo quarto 3 48 *pom.*

22 Luna nuova 1 42 *pom.*

29 Primo quarto 6 6 *ant.*

Il giorno nel mese diminuisce di 0h 16m.

10 La Luna è in Apogeo 9 *ant.*
23 Id. Perigeo 3 *ant.*

Il Sole entra nel segno *Capricorno* il giorno 21 ad ore 3 m. 42 *pom.*

ECCLISSI

(1889)

Gennaio 1. — Ecclisse totale di Sole invisibile a Torino. La zona di totalità attraversa parte dell'Oceano Pacifico e dell'America Settentrionale.

Gennaio 17. — Ecclisse parziale di Luna, visibile a Torino.

Principio a	3^h	48^m	ant.
Metà a	5	20	»
Fine a	6	49	»

Grandezza dell'Ecclisse = 0,70 del diametro lunare.

Giugno 28. — Ecclisse annulare di Sole, invisibile a Torino; visibile nell'Africa Meridionale, in parte dell'Arabia, dell'India, dell'Arcipelago Indiano e del Pacifico.

Luglio 12. — Ecclisse parziale di Luna, visibile a Torino.

Principio a	8^h	33^m	pom.
Metà a	9	44	»
Fine	10	55	»

Grandezza dell'Ecclisse = 0,48 del diametro lunare.

Dicembre 22. — Ecclisse totale di Sole invisibile a Torino; visibile in parte dell'America Meridionale, dell'Atlantico, dell'Africa e dell'Arabia.

TAVOLA I.

Quantità di cui l'arco semidiurno è aumentato per effetto della rifrazione alla latitudine di 45° 4'.

Declinazione	Effetto della rifrazione
0° 0'	m
	3,3
6 15	
	3,4
11 26	
	3,5
15 0	
	3,6
17 10	
	3,7
19 21	
	3,8
21 0	
	3,9
22 26	
	4,0
23 51	
	4,1
25 10	

TAVOLA II.

Per ridurre la culminazione della luna dal meridiano di Greenwich a quello di Torino (Rajna, pag. 72).

Ritardo diurno della luna rispetto al sole	Riduzione al meridiano di Torino
m	
37,2	m
	— 0,8
39,8	
	— 0,9
44,4	
	— 1,0
49,1	
	— 1,1
53,8	
	— 1,2
58,5	
	— 1,3
63,2	
	— 1,4
67,8	
	— 1,5
68,5	

TAVOLA III.

Per ridurre l'equazione del tempo dal meridiano di Greenwich *a quello di Torino* (Rajna, *pag.* 55).

NA	Riduzione	NA	Riduzione	NA	Riduzione
0,000		0,439		0,887	
	0,00		0,23		0,46
0,010		0,458		0,906	
	0,01		0,24		0,47
0,029		0,478		0,926	
	0,02		0,25		0,48
0,049		0,497		0,945	
	0,03		0,26		0,49
0,068		0,517		0,965	
	0,04		0,27		0,50
0,088		0,536		0,984	
	0,05		0,28		0,51
0,107		0,556		1,004	
	0,06		0,29		0,52
0,127		0,575		1,023	
	0,07		0,30		0,53
0,146		0,595		1,043	
	0,08		0,31		0,54
0,166		0,614		1,062	
	0,09		0,32		0,55
0,185		0,634		1,082	
	0,10		0,33		0,56
0,205		0,653		1,101	
	0,11		0,34		0,57
0,224		0,673		1,121	
	0,12		0,35		0,58
0,244		0,692		1,140	
	0,13		0,36		0,59
0,263		0,712		1,160	
	0,14		0,37		0,60
0,283		0,731		1,179	
	0,15		0,38		0,61
0,302		0,751		1,199	
	0,16		0,39		0,62
0,322		0,770		1,218	
	0,17		0,40		0,63
0,341		0,790		1,238	
	0,18		0,41		0,64
0,361		0,809		1,257	
	0,19		0,42		0,65
0,380		0,828		1,277	
	0,20		0,43		0,66
0,400		0,848		1,296	
	0,21		0,44		0,67
0,419		0,867		1,316	
	0,22		0,45		
0,439		0,887			

TAVOLA IV.

Archi semidiurni degli Astri fra $-30°$ *e* $+30°$
alla latitudine di Torino $=+45° 4'$.

δ	t per $\delta<0$	t per $\delta>0$	diff.	δ	t per $\delta<0$	t per $\delta<0$	diff.	δ	t per $\delta<0$	t per $\delta>0$	diff.
	h m	h m			h m	h m			h m	h m	
0° 0′	6 0,0	6 0,0	7	4 0′	5 43,9	6 16,1	6	8° 0′	5 27,6	6 32,4	7
10	5 59,3	0,7	7	10	43,3	16,7	7	10	26,9	33,1	7
20	58,6	1,4	6	20	42,6	17,4	7	20	26,2	33,8	7
30	58,0	2,0	7	30	41,9	18,1	7	30	25,5	34,5	7
40	57,3	2,7	7	40	41,2	18,8	7	40	24,8	35,2	6
50	56,6	3,4	6	50	40,5	19,5	7	50	24,2	35,8	7
1 0	56,0	4,0	7	5 0	39,8	20,2	6	9 0	23,5	36,5	7
10	55,3	4,7	7	10	39,2	20,8	7	10	22,8	37,2	7
20	54,6	5,4	6	20	38,5	21,5	7	20	22,1	37,9	7
30	54,0	6,0	7	30	37,8	22,2	6	30	21,4	38,6	7
40	53,3	6,7	7	40	37,2	22,8	7	40	20,7	39,3	7
50	52,6	7,4	6	50	36,5	23,5	7	50	20,0	40,2	7
2 0	52,0	8,0	7	6 0	35,8	24,2	7	10 0	19,3	40,6	7
10	49,3	8,7	7	10	35,1	24,9	6	10	18,6	40,7	7
20	51,3	9,4	6	20	34,5	25,5	7	20	17,8	41,4	7
30	50,6	10,0	7	30	33,8	26,2	7	30	17,2	42,1	7
40	50,0	10,7	7	40	33,1	26,9	7	40	16,5	42,8	7
50	48,6	11,4	6	50	32,4	27,6	7	50	15,8	43,5	7
3 0	48,0	12,0	7	7 0	31,7	28,3	7	11 0	15,1	44,9	7
10	47,3	12,7	7	10	31,0	29,0	6	10	14,4	45,6	6
20	46,6	13,4	7	20	30,4	29,6	7	20	13,6	46,4	7
30	45,9	14,1	6	30	29,7	30,3	7	30	12,9	47,1	7
40	45,3	14,7	7	40	29,0	31,0	7	40	12,2	47,8	7
50	44,6	15,4	7	50	28,3	31,7	7	50	11,5	48,5	7

Segue TAVOLA IV.

Archi semidiurni degli Astri fra $-30°$ *e* $+30°$ *alla latitudine di Torino* $= +45° 4'$.

δ	t per δ<0	t per δ>0		δ	t per δ<0	t per δ>0		δ	t per δ<0	t per δ>0	
	h m	h m			h m	h m			h m	h m	
12°0'	4 10,8	7 49,2	7	16° 0'	4 53,2	7 6,8	8	20° 0'	4 34,4	4 34,4	8
10	10,1	49,9	7	10	52,4	7,6	7	10	33,6	26,4	8
20	9,4	50,6	8	20	51,7	8,3	8	20	32,8	27,2	8
30	8,6	51,4	7	30	50,9	9,1	8	30	32,0	28,0	9
40	7,9	52,1	7	40	50,1	9,9	7	40	31'1	28,9	8
50	7,2	52,8	7	50	49,4	10,6	8	50	30,3	29,7	8
13 0	6,5	53,5	8	17 0	48,6	11,4	7	21 0	29,5	30,5	9
10	5,7	54,3	7	10	47,8	12,2	7	10	28,6	21,4	8
20	5,0	55,0	7	20	47,1	12,9	8	20	27,8	32,2	8
30	4,3	55,7	7	30	46,3	13,7	8	30	27,0	33,0	9
40	3,6	56,4	8	40	45,5	14,5	7	40	26,1	33,9	8
50	2,8	57,2	7	50	44,8	15,2	8	50	25,3	34,7	9
14 0	2,1	57,9	7	18 0	44,0	16,0	8	22 0	24,4	35,6	8
10	1,4	58,6	7	10	43,2	16,8	8	10	23,6	36,4	9
20	5 0,6	6 59,4	7	20	42,4	17,6	8	20	22,7	37,3	8
30	4 59,9	7 0,1	7	30	41,6	18,4	8	30	21,9	38,1	9
40	59,2	0,8	8	40	40,8	19,2	8	40	21,0	39,0	9
50	58,4	1,6	7	50	40,0	20,0	8	50	20,1	39,9	8
15 0	57,7	2,3	8	19 0	39,2	20,8	8	23 0	19,3	40,7	9
10	56,9	3,1	7	10	38,4	21,6	8	10	18,4	41,6	9
20	56,2	3,8	8	20	37,6	22,4	8	20	17,5	42,5	9
30	55,4	4,6	7	30	36,8	23,2	8	30	16,6	43,4	8
40	54,7	5,3	8	40	36,0	24,0	8	40	15,8	44,2	9
50	53,9	6,1	7	50	35,2	24,8	8	50	14,9	45,1	9

Segue TAVOLA IV.

***Archi semidiurni degli Astri fra* — 30° e + 30°**
***alla latitudine di Torino* = + 45° 4'.**

δ	t per δ<0	t per δ>0		δ	t per δ<0	t per δ>0		δ	t per δ<0	t per δ>0	
	h m	h m			h m	h m			h m	h m	
24° 0'	4 14,0	3 46,0	9	26° 0'	4 2,9	7 57,1	9	28° 0'	3 51,2	8 8,8	10
10	13,1	46,9	9	10	2,0	58,0	10	10	50,2	9,8	11
20	12,2	47,8	9	20	1,0	59,0	9	20	49,1	10,9	10
30	11,3	48,7	9	30	4 0,1	59,9	10	30	48,1	11,9	10
40	10,4	49,6	9	40	3 59,1	8 0,9	10	40	47,1	12,9	11
50	9,5	50,5	10	50	58,1	1,9	10	50	46,0	14,0	10
25 0	8,5	7 51,5	9	27 0	57,1	2,9	9	29 0	45,0	15,0	11
10	7,6	52,4	9	10	56,2	3,8	10	10	43,9	16,1	10
20	6,7	53,3	9	20	55,2	4,8	10	20	42,9	17,1	11
30	5,8	54,2	10	30	54,2	5,8	10	30	41,8	18,2	11
40	4,8	55,2	9	40	53,2	6,8	10	40	40,7	19,3	11
50	3,9	56,1	10	50	52,2	7,8	10	50	39,6	20,4	10
								30 0	3 38,6	8 21,4	

TAVOLA V.

Per ridurre il nascere ed il tramonto della Luna dall'orizzonte di Parigi a quello di Torino.

Argomenti della tavola sono gli archi semidiurni (in tempo medio) che si ottengono dalla *Connaissance des temps*, prendendo la differenza fra i tempi del nascere (o del tramonto) e quelli della culminazione superiore al meridiano di Parigi. Applicando ai tempi del nascere (o del tramonto) le correzioni date dalla tavola, si hanno, *in tempo medio di Roma*, i tempi del nascere (o del tramonto) a Torino.

Nascere della Luna

Arco semidiurno	Riduzione a Torino	Arco semidiurno	Riduzione a Torino	Arco semidiurno	Riduzione a Torino
3h 31m		5h 18m		7h 25m	
	— 4m		+ 12m		+ 28m
3 37		5 25		7 32	
	— 3		+ 13		+ 29
3 43		5 33		7 39	
	— 2		+ 14		+ 30
3 48		5 41		7 46	
	— 1		+ 15		+ 31
3 54		5 48		7 54	
	∓ 0		+ 16		+ 32
4 0		5 56		8 1	
	+ 1		+ 17		+ 33
4 6		6 4		8 8	
	+ 2		+ 18		+ 34
4 13		6 12		8 14	
	+ 3		+ 19		+ 35
4 19		6 21		8 20	
	+ 4		+ 20		+ 36
4 26		6 29		8 26	
	+ 5		+ 21		+ 37
4 33		6 38		8 32	
	+ 6		+ 22		+ 38
4 40		6 46		8 38	
	+ 7		+ 23		+ 39
4 47		6 54		8 44	
	+ 8		+ 24		+ 40
4 55		7 2		8 50	
	+ 9		+ 25		+ 41
5 2		7 9		8 55	
	+ 10		+ 26		+ 42
5 10		7 17		9 0	
	+ 11		+ 27		
5 18		7 25			

Segue TAVOLA V.

Tramonto della Luna

Arco semidiurno	Riduzione a Torino	Arco semidiurno	Riduzione a Torino	Arco semidiurno	Riduzione a Torino
3h 30m		5h 16m		7h 23m	
	+ 41m		+ 25m		+ 9
3 35		5 24		7 31	
	+ 40		+ 24		+ 8
3 41		5 32		7 38	
	+ 39		+ 23		+ 7
3 47		5 39		7 45	
	+ 38		+ 22		+ 6
3 53		5 47		7 52	
	+ 37		+ 21		+ 5
3 59		5 55		7 59	
	+ 36		+ 20		+ 4
4 5		6 3		8 6	
	+ 35		+ 19		+ 3
4 11		6 11		8 13	
	+ 34		+ 18		+ 2
4 18		6 19		8 19	
	+ 33		+ 17		+ 1
4 24		6 28		8 25	
	+ 32		+ 16		± 0
4 31		6 36		8 31	
	+ 31		+ 15		− 1
4 38		6 44		8 37	
	+ 30		+ 14		− 2
4 46		6 52		8 43	
	+ 29		+ 13		− 3
4 53		7 0		8 49	
	+ 28		+ 12		− 4
5 1		7 8		8 54	
	+ 27		+ 11		− 5
5 8		7 16			
	+ 26		+ 10		
5 16		7 23			

L'Accademico Segretario
GIUSEPPE BASSO.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 25 Novembre 1888.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ARIODANTE FABRETTI
VICEPRESIDENTE

Sono presenti i Soci: B. Peyron, Direttore, G. Gorresio, Segretario della Classe, Flechia, Promis, Rossi, Bollati di Saint-Pierre, Schiaparelli, Pezzi, Carle, Nani, Cognetti, Graf.

Il Socio Segretario legge l'atto verbale dell'adunanza precedente, che viene approvato, e presenta alla Classe un volume « *Canti popolari del Piemonte* pubblicati da Costantino Nigra; Torino, 1888 », da lui offerto in cortese dono all'Accademia. L'Autore, egli dice, ha raccolto in questo volume con molta intelligenza e cura, e pubblicato cogli opportuni schiarimenti i vari canti popolari delle provincie piemontesi. Tutti conoscono l'importanza dei canti popolari, sia per la storia, sia per la conoscenza intima, psicologica delle idee, delle credenze, dei costumi del popolo nell'età a cui quei canti appartengono. Sotto tale aspetto è importante il libro del Conte Nigra.

Il Prof. A. Fabretti presenta colle opportune osservazioni le tre pubblicazioni: « *La vendita della gabella delle some grosse e del pedaggio, fatta dal Comune di Perugia negli anni* 1379, 1391, edita da Ariodante Fabretti; Torino, tipi privati dell'Editore, 1888 »; — *Documenti per servire alla storia del Museo d'Antichità di Torino*, editi da Ariodante Fabretti;

Torino, tipi privati dell'Editore, 1888; — *Atti della Società di Archeologia e Belle Arti per la provincia di Torino:* vol. V, fasc. 2°; Torino, 1888.

Lo stesso signor Vice-Presidente legge una lettera indirizzata da Venezia alla Presidenza dell'Accademia di Torino dagli editori dei Diari di Marino Sanuto, che annunziano all'Accademia di averle dedicato il ventesimo volume dei Diari; e notifica la morte del Conte Paolo di SAINT-ROBERT, Socio Nazionale non residente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali.

Il Socio NANI presenta, a nome dell'Autore Avv. E. PEVERELLI, un breve studio sul Consiglio di Stato nell'antica Monarchia di Savoia, e nota che il lavoro, condotto con diligenza, somministra un utile contributo alla Storia del diritto pubblico di questa provincia.

Il Socio Prof. Luigi CARLE presenta il nuovo lavoro dell'Avv. Giuseppe ORANO col titolo: « *Della revisione dei giudicati penali* », discorrendo brevemente del contenuto e dei pregi del medesimo.

Il Socio Prof. Luigi SCHIAPARELLI fa una lettura sulle Memorie Storiche della Repubblica di Biella, raccolte, esaminate, divise per materia e cronologicamente da Quintino SELLA. Il prof. SCHIAPARELLI, indicate sommariamente le vicende di quella grande collezione storica, ne espone i caratteri principali.

Il Socio V. PROMIS legge una breve Memoria su due monete da lui attribuite a G. A. FALLETTI, patrizio d'Alba del secolo XVI, e dà le ragioni per cui ritiene sicura questa sua attribuzione.

LETTURE

Una lettura sulle memorie storiche del Comune e sugli Statuti della Repubblica di Biella, raccolte, ordinate e in parte pubblicate da Quintino Sella (1),

di Luigi Schiaparelli

1). Che Quintino Sella fosse cultore valente delle scienze matematiche e geologiche in generale, e di fama più che europea nella Cristallografia in particolare, sapevasi da lungo tempo, come era notissima la sua capacità politica e amministrativa, congiunta ad una operosità instancabile; e specialmente la sua attitudine singolare a molteplici discipline, per cui poteva facilmente passare dall' una all' altra, anche d'indole diversa, e trattarne parecchie ad un tempo, senza mai smarrirsi o confondersi, un vero Leibnitz, di cui vi fu sempre in ogni tempo somma penuria. Ma, prima della magistrale pubblicazione della *cronaca d'Asti (codex astensis)* in quattro volumi in foglio (2) ignoravasi, che egli fosse eziandio un archeologo e paleografo di primo ordine, un raccoglitore diligentissimo e illustratore profondo di antiche scritture d'indole essenzialmente storica ed economica, relative all'antico Comune di Biella. Questo è quello,

(1) Quelle memorie riguardano un doppio periodo della storia di Biella. Il primo è circoscritto a meno di forse due secoli, in cui la terra si reggeva con forma libera, e il titolo di Repubblica le conviene esattamente nel significato ordinario del vocabolo; il secondo si richiama a quelli in cui, rinunziando spontaneamente alla sua autonomia, si dava all'Augusta Casa di Savoia

(2) *Codex Astensis qui de Malabayla comuniter nuncupatur.* Edidit *Quintinus Sella.* Romae ex typis Salviucci MDCCCXXX-XXXVII. Quel codice prezioso, una vera cronaca d'Asti nel medio evo, fu regalato al Sella dall' Imperatore Austro-Ungarico, come segno di stima e ammirazione verso l'illustre Italiano. Dei quattro volumi in-foglio il primo fu pubblicato l' ultimo e dopo la morte del Sella per cura del cav. prof. *Pietro Vayra*, uno dei più intelligenti ed operosi suoi cooperatori nelle ricerche e dichiarazioni archeologiche medioevali.

che pochi sapevano con qualche particolarità e che io mi ci propongo di far conoscere più ampiamente agli amici di quel nostro collega nell'Accademia, della quale fu una delle maggiori e più splendide illustrazioni.

2). Tutti sanno, come a motivo delle numerose e fiorenti industrie del circondario e della città di Biella, questa coi suoi 14,000 abitanti venga con qualche esagerazione battezzata col pomposo nome di *Manchester italiana* per una relativa analogia colla città inglese di questo nome, che novera più di 340,000 abitanti, ed è dopo Londra e Liverpool la più ricca e industriosa terra della Gran Bretagna (1). È però accertato, che codesto suo carattere industriale, in paragone di quello di altre terre del vecchio Piemonte e del Regno d'Italia le appartiene da parecchi secoli; poichè l'ordinamento di numerose arti e mestieri nel comune biellese, nei documenti che ce ne rimangono, sale oltre al secolo XII dell'êra volgare; e perciò la storia di quella repubblica nella seconda metà del medio evo è piena d'interesse non

(1) Questo titolo onorifico di *Manchester italiana* a Biella, nella seconda metà del presente secolo le conviene solamente esteso al circondario, anzi alla parte non piana del medesimo, nella quale si trova il maggior numero degli edifizi industriali, che però non mancano nel territorio della città. Ciò anticamente non si avverava per più motivi, conseguenza necessaria e inevitabile dell'idrografia, la quale vi favorisce l'industria delle terre fornite di forza motrice naturale, che abbonda maggiormente nel circondario che nella città. Ora è evidente che col perfezionamento delle macchine e l'uso del carbon fossile per metterle e mantenerle in azione, la ricchezza di forza motrice naturale è un elemento importante di prosperità dell'industria pel Biellese, e delle regioni che poterono profittarne.

Quintino Sella applicò felicemente questa verità economica a benefizio della città di Torino nella gravissima circostanza dell'improvviso trasferimento della capitale a Firenze; nella quale la popolazione Torinese, giustamente indignata del fatto e più ancora del modo con cui si svolse, nella sua dignità ricusava assolutamente qualunque indennità economica (*Torino non si vende!*). Era ministro delle finanze Quintino Sella, al quale dopo molti sforzi riuscì a far accettare al Comune una somma di parecchi milioni; dei quali però ebbe la perspicace oculatezza e quasi intuizione di proporne *l'impiego nello accrescere la forza motrice della città* per favorirne l'industria. Somigliante misura ebbe gran parte a sollevarla dal colpo improvviso e dallo squallore, in cui temporaneamente era caduta, ma dal quale energicamente seppe riscuotersi in modo, che i suoi 212 mila abitanti di Torino capitale nel 1864, malgrado le migliaia di cittadini portati via da Firenze prima e poi da Roma, nel presente anno ascesero a 300 mila.

solo dal lato dell'industria, ma eziandio del suo ordinamento politico e civile; sicchè il conoscerne i particolari della vita interna, e delle relazioni esterne fino alla sua volontaria dedizione definitiva alla Casa di Savoia, colle principali sue memorie, era cosa molto desiderabile per le classi civili di quel circondario e pei cultori della storia patria. Ma eravi poca speranza di ottenerlo per la somma penuria di indicazioni autentiche contemporanee o quasi contemporanee, conservate negli archivi della città e dei comuni del Biellese, dove pure abbondavano ancora sul fine del secolo passato; e d'onde andarono in buona parte malamente disperse, e vennero distrutte o vendute come carte inutili. Quindi il raccogliere le ancora superstiti, che avevano un interesse storico od economico, classificarle, ordinarle per tempi e per materia, collocarle in apposito archivio che rimanesse aperto agli studiosi della storia municipale; curarne diligentemente l'ortografia e pubblicarne le meno note e più importanti ad utile comune, con note spiegative, classificazioni, indici e riassunti; riempire le numerose lacune, correggerne non pochi errori, di cui non mancano le varie storie di Biella fin qui pubblicate; era opera difficile, lunga e fastidiosissima ad un tempo, per quanto grande utilità ne potesse venire alla storia del circondario e più specialmente della biellese repubblica; e che avrebbe bastato ad onorare l'animoso archeologo e paziente paleografo, che avesse la voglia e l'attitudine d'intraprendere e la costanza di compiere l'immane, noioso e ingrato lavoro.

3). Ora, questo grande benefizio ed altri molti alla sua patria rese su larghe proporzioni Q. Sella. Il quale, seguendo l'esempio dei grandi uomini di Stato, specialmente inglesi e francesi, che durante gli ozi parlamentari e gli intervalli, in cui lasciano ai loro avversari politici o ai loro amici il governo, sogliono attendere a lavori letterari e scientifici che paiono talvolta in contraddizione diretta coll'indole dei loro studi e delle loro occupazioni officiali, si addossò il grave e fastidiosissimo còmpito di provvedere alla storia primitiva della biellese repubblica ed a quella del comune nei tempi che la precedettero e seguirono. Ed è appunto nei primi anni, in cui lasciò più d'una volta la suprema direzione della finanza del regno, che Quintino Sella, seguìto da qualche amico, percorreva personalmente i comuni del circondario, esaminandone diligentemente e scrutandone gli archivi, e portandone seco le carte che potevano giovare al com-

pimento della sua impresa, le quali i comuni furono sollecitamente cortesi di mettere a sua disposizione nell'interesse generale del circondario. Nè parendogli ancora sufficiente la messe archeologica raccolta in quelle escursioni, Q. Sella mise a contribuzione ed esaminò gli archivi privati delle illustri famiglie biellesi più antiche, e quelle delle città finitime, degli enti morali, delle case feudali che avevano avute relazioni politiche e religiose colla biellese repubblica, trovando in ogni luogo uguale cortesia nei proprietari attuali. Con questo procedimento, non risparmiando danaro e fatiche, riuscì in pochi anni a raccogliere numerosissime memorie di varia indole relative alla repubblica, al comune di Biella più specialmente, le quali dal secolo XI salgono fino al XVII, e di cui pochissime si trovano ora pubblicate nei monumenti di storia patria, alcune inviatevi da lui stesso.

4). Ma, dopo avere adunato un cumulo di pergamene, di carte e di libri, che empievano quasi letteralmente una capace stanza, cominciava a pena il lavoro più spinoso, lento e naturalmente fastidioso per un uomo della operosità instancabile e febbrile di Quintino; quello cioè di esaminare sommariamente i documenti, insieme riuniti e confusi, escludendone prima quelli di minima importanza ed estranei al suo scopo; quindi separando i superstiti per materie, classificandoli cronologicamente col rispettivo indice, ed ordinandoli in modo, che potessero facilmente essere adoperati a compiere le lacune e correggere le inesattezze nella storia civile e politica di Biella; che per la sua eccellenza nelle industrie e più particolarmente pei suoi ordinamenti interni venuti in luce corrette per opera del Sella, è in tutto degna di avere un nuovo storico, pur rispettando quelli che fino ad ora se ne occuparono. E questa ingrata ed improba fatica sostenne ancora Quintino Sella, per cui gli venne fatto di creare quasi d'incanto un vero archivio storico del circondario e della città di Biella, che ognuno è ammesso colle dovute cautele consultare nella biblioteca della scuola professionale, la quale ne conserva il prezioso deposito. Sono la bellezza di duecento e venti (dico 220) cassette in forma di volumi in foglio, collocati in eleganti scaffali, anche questi regalo del Sella, e diligentemente divisi per materie e cronologicamente.

5). Ciascuna di quelle cassette contiene un numero maggiore o minore di documenti di un'indole particolare, quasi tutti anteriori al secolo XVI e che salgono fino all'XI, abbracciando un

periodo oscurissimo di quattro o cinque secoli; col relativo indice analitico generale, fatto di mano del Sella medesimo a comodo di chi avesse desiderio o bisogno di consultarli. Dei quali 220 volumi, o cassette in forma di volumi, *nove* contengono codici e scritti relativi agli statuti ; *diciotto* comprendono una serie di carte di varia natura ma diligentemente classificate ed anteriori al secolo XIV.

Ve ne hanno tredici di ordinati; e in *trentasette* sono riposti numerosi e diversi atti di corpi morali. *Ventuno* riguardano i catasti e le decime, *trentanove* conservano atti di varia natura, dedizioni di terre, franchigie, privilegi, ricognizioni feudali, giuramenti di fedeltà e quistioni di giurisdizione. *Dieci* sono pieni di conti e rendiconti della cosa pubblica e della finanza, fra cui è singolare un *imprestito* fatto alla repubblica dai cittadini, del quale rimangono tuttavia le cedole e le note relative al medesimo (1); dal che si vede che la mala consuetudine degli accatti è antica anche in Italia e degenerata in una piaga insanabile; ai quali però nella republica biellese erano singolarmente, se non esclusivamente obbligati a prendere parte gli usurai e prestatori di danaro della città e del contado, tassativamente indicati dallo Statuto (Art. 12), senza che potessero opporre scuse o indugi. *Nove* volumi contengono atti privati, *trentacinque* atti di liti e di processi, fra cui è famoso e degno di essere conosciuto uno del 1470, seguìto da un decreto del Santo Offizio; per cui venne frustata, martoriata ed arsa pubblicamente una povera donna del contado, incolpata di avere avute relazioni nientemeno che col demonio. *Ventisette* sono pieni di notulari, anteriori al 1600; *tre* di carte relative ai commerci e alle arti; *quattro* si riferiscono all'archivio, ed un *ultimo* rinchiude diversi documenti, che sfuggono ad una classificazione ben determinata.

6). Tutta codesta collezione, esame, ripartimento ed ordinamento regolare nei 220 volumi testè ricordati, fece Q. Sella nello spazio di pochi anni, ancorchè distratto dalle cure parlamentari. È un lavoro veramente erculeo sull'esempio di quelli del Muratori, di cui gli studiosi delle costituzioni medioevali in generale ed in particolare i Biellesi, amanti delle cose loro, debbono sapere e

(1) Gli atti relativi a quell'imprestito furono già pubblicati a parte da Quintino Sella, e tenuti nella debita estimazione dagli intelligenti di tali cose.

avergli grado. Con tutto ciò il Sella non tardò a convincersi per argomenti di fatto, che la sua collezione, della quale tutti quelli che la visitavano gli facevano molti complimenti, sarebbe rimasta presso che inutile nell'archivio. Perciocchè pochissimi recavansi a consultarla, e gli scrittori di storie continuavano a ripetere la favola della *cittadinanza* concessa dagli abitanti di *Lione* a quelli di Biella, ed altre somiglianti spiritose invenzioni, che dai documenti del nuovo archivio erano apertamente negate e radicalmente distrutte.

A questo punto del suo lavoro il Sella, che non era avvezzo a fare le cose a metà per lasciarle cadere, si decise di pubblicare egli medesimo colle stampe i principali documenti, cominciando dagli statuti della Repubblica e da quelli delle Arti, che nella sua mente dovevano formare tre giusti volumi in ottavo grande. Una somigliante pubblicazione esigeva nuova e lunga fatica, e per giunta una spesa considerevole. Poichè bisognava anzitutto copiare in schietti caratteri romani tutte quelle memorie vergate in un gergo volgarissimo latinizzato ad arbitrio, talora alla macheronica, e con una scrittura leggibile soltanto da un valente paleografo, che sappia interpretarne gli sgorbi e le cancellature e riempierne le frequenti lacune; quindi farle stampare a proprie spese, colla certezza di non ricuperarne un centesimo, considerato il piccolo numero degli acquisitori di somiglianti scritti, e l'indole generosa del Sella, che non avrebbe mancato di farne dono agli amici ed agli archivi tutti del circondario, alle accademie, agli archivi ed ai cultori più noti delle patrie storie secondo il suo costume.

Questa doppia difficoltà della fatica e della spesa, che avrebbero per avventura messo in riguardo ogni altra persona, furono per Q. Sella una ragione di più per colorire il suo disegno. E dopo l'ultimo suo ritiro dalla suprema direzione della finanza del Regno, assumendo egli medesimo per la massima parte l'ingrato uffizio di paleografo e di copista, ordinò la stampa di quei documenti per conto proprio , affinche pervenissero sollecitamente nel dominio delle accademie e dei dotti, che di tali studi sogliono occuparsi, e divenissero accessibili ai Biellesi, studiosi di conoscere la storia del periodo più glorioso della patria loro.

7). La pubblicazione comincia naturalmente dagli statuti più antichi della Repubblica biellese, che fanno parte del primo volume, stampato su bellissima carta con caratteri elzeviriani nuovissimi, e di cui mi studierò di riassumere nella presente lettura le parti

principali, premesse alcune considerazioni generali sul carattere complessivo dei medesimi, che verrò corroborando con indicazioni speciali degli statuti medesimi (1).

La prima osservazione, che anche una fuggevole lettura di quegli statuti suggerisce alla mente, è quella del carattere serio, ma sommamente vario, mutabile, e diciamo pure di una discreta confusione nella natura e nell'ordine delle prescrizioni e delle leggi; siccome quelli, che ad una deliberazione del più alto interesse politico, civile e giudiziario, fanno precedere o seguirne altre di indole economica od igienica talvolta di menoma importanza; quantunque i 386 articoli di quel codice siano ripartiti in ventitrè rubriche, ognuna delle quali tratta di argomenti distinti, se non sempre diversi. Poichè sarebbe un gravissimo errore il credere di poter trovare in un codice di una piccola repubblica del medio evo del secolo XII o XIII quella divisione regolare e precisa delle prescrizioni legali, che riguardano le parti principali della cosa pubblica, in codici o almeno in divisioni rigorosamente speciali di legislazione civile, penale, militare, giudiziaria, amministrativa, ecc.

8). Un somigliante regolare ripartimento di materie dissimili è il risultamento, a cui giunsero solo negli ultimi tempi le nazioni moderne più avanzate nella civiltà, ma si desidera invano nella legislazione dell'antichità e in quella del medio evo. Non vi mancano quindi spesse ripetizioni e talvolta contraddizioni vere ed apparenti; conseguenza necessaria della consuetudine che i consoli e la credenza avevano di sempre aggiungere nuovi statuti agli antichi, relativi non di rado alla stessa materia, e che per le cambiate circostanze più a quelli non s'accordavano (*art.* 31); essendo uno degli obblighi del primo console di farvi inserire le nuove disposizioni legislative e le aggiunte fatte alle antiche durante l'anno del suo consolato (*a.* 20).

Era però inconveniente preveduto, e possibilmente riparato nella pratica, collo inserire fra i fogli scritti degli statuti altri fogli in bianco, nei quali si notavano successivamente le riforme e le nuove provvisioni della repubblica. Con tutto ciò in quegli

(1) Numerosi e interessanti particolari bibliografici e il contenuto dei medesimi in generale trovansi nella ben meditata monografia dell'avvocato Cesare Poma (*Gli Statuti* del comune di Biella. Biella 1885); ma la pubblicazione intiera e genuina è dovuta a Quintino Sella.

statuti, fra molteplici piccole misure d'interesse locale, abbondano disposizioni legislative, piene di civile e politica sapienza, di cui terrebbesi onorato il codice di molte altre repubbliche medioevali molto più ricche e potenti che non fosse quella di Biella. La quale tuttavia in quel periodo doveva essere una città più ricca, popolata ed estesa, che nol sia attualmente; e, relativamente ai tempi, anche più fiorente per industria e commercio. Una seconda riflessione si offerisce spontanea alla nostra mente, ed è quella di uno spirito gretto e mercantesco, che misura ogni cosa col danaro, punisce ogni mancanza grave e leggera di qualsivoglia natura, tranne le accuse di fellonìa, colle multe; di ciò studioso solamente che la multa, o la parte di essa che spetta al comune sia pagata ad ogni modo. Al quale spirito pubblico è congiunto un municipalismo così assolutamente esclusivo, meschino ed insolente, che riservava ogni attribuzione e diritto ai soli abitanti di Biella; un egoismo deplorabile, che anche in pieno medio evo mi sembra un fatto degno di biasimo come lo è il carattere del governo, lasciato intieramente all'arbitrio della maggioranza del consiglio di credenza in carica, senza eccezioni e senza riserve.

9). Consideriamo ora con qualche attenzione le principali disposizioni di quegli statuti, per formarcene un giusto concetto, ed anche per rendere ragione delle osservazioni e delle conclusioni, che sul loro carattere generale abbiamo premesse; lasciando il fatto, che riputiamo di piccola importanza, del principiare di quel codice da una vera invocazione religiosa al nome di G. C., di M. V., e dei S.S. protettori speciali della Repubblica, che intendesi agevolmente essere uso generale e conforme all' indole dei tempi. Crediamo tuttavia degno di nota l'aggiunta: *ad onore del padre vescovo di Vercelli,* prima che si faccia pure menzione nè della repubblica nè dei cittadini. Poichè quel vescovo non solo vi aveva giurisdizione religiosa, ma teneva rappresentanti della sua autorità anche nell'amministrazione della giustizia. La quale autorità però non riguardava che alcuni reati speciali, ed era nel fatto più di nome che di sostanza, per la somma gelosia che aveva la repubblica della sua sovranità anche su questo punto, quantunque la prima clausola del giuramento dei nuovi consoli fosse di *mantenere incolume la chiesa e il vescovo di Vercelli;* (art. 1°) e facciasi menzione di uno statuto, relativo alle vendite e doti confermate dal medesimo (art. 267), che è di un municipalismo esagerato, incredibile. E quando il

vescovo di Vercelli volle sostenere i suoi diritti colle armi ne nacque una guerra che preparò i Biellesi a darsi alla Casa di Savoia nel 1379 (1).

10). La somma dell'autorità e della sovranità della repubblica si riuniva nella *Credenza o consiglio di credenza*, i cui membri non dovevano in verun caso eccedere il numero di 60; e potevano anche non raggiungerlo, ma non era permesso di supplire i mancanti fino alle nuove elezioni. Erano parte nobili e parte borghesi, ma le cariche principali riservate ai primi. Si ripartivano poi in parecchie giunte, varie di numero e con attribuzioni speciali secondo le esigenze della cosa pubblica. Venivano eletti da una commissione apposita di dodici *Savi*, i quali facevano parte della credenza in officio, ed era condizione inesorabile, per essere eleggibile, la qualità di cittadino di Biella di purissimo sangue (a. 49), come diremo più avanti. Le deliberazioni di quel consiglio, in cui ogni cosa decidevasi a maggioranza di voti, erano sovrane e senza appello; e tutti i cittadini, compresi i consoli, vi si dovevano religiosamente rassegnare (a. 48). E quantunque soggiungasi, che decisioni ed ordini della credenza e dei consoli debbano sempre essere ragionevoli (rationales a. 63), tuttavia siccome l'interpretazione di qualsivoglia legge e deliberazione della repubblica, come pure di contratti coi privati, dipendeva esclusivamente dalla credenza e dal governo (a. 377), così era quella una riserva senza sanzione efficace. Quegli ordini e quelle deliberazioni si dovevano eseguire ad ogni patto, *quand'anche durissime e contrarie ad altre leggi esistenti* (a. 377). Eranvi bensì alcuni casi, in cui si convocavano i capi di casa dei due principali quartieri della città, ma solo per motivi economici, e collo scopo determinato di stabilire di fare doni a nome del comune, eccedenti il valore di 40 libre (a. 366); e, approvandosi la proposta della maggioranza, la somma maggiore si ripartiva fra i capi di casa che l'avevano votata, nè si potevano obbligare a parteciparvi quelli, che avevano ricusato il loro voto.

---

(1) L'età storica della repubblica non sale oltre il secolo XII, e il nome del primo console o clavario nominato in ordine di tempo è dall'anno 1201; quello degli altri consoli del 1215; e il diploma imperiale di Federigo Barbarossa, che permette la costruzione di un castello (*Platz*) nella parte elevata della città, chiamata *Piazzo* è dell'anno 1160.

11). La credenza e i consoli della repubblica non avevano autorità di dar pranzi e feste e di scialarla a spese dei contribuenti, come usano fare troppo spesso e troppo largamente i municipii e i consigli di amministrazione dell'età presente; ma, se alcuni dei cittadini, fossero uomini pubblici o privati, volevano ciò fare, dovevano farlo per conto loro particolare ed a loro proprie spese (a. 366). La diligenza e la disciplina della credenza nelle sue adunanze avrebbero potuto e potrebbero servire di lodevole esempio ai municipi moderni, ai consigli provinciali ed anche ai parlamenti.

I consiglieri si convocavano al suono della maggior campana o per invito personale: e il loro intervento non solo era obbligatorio, ma fioccavano loro addosso le multe se mancavano, anzi se vi giungevano quando la seduta già era aperta; se interrompevano alcuno degli oratori; se si ostinavano a parlare quando il console aveva loro imposto silenzio, o turbavano in qualche modo l'ordine e il procedimento dell'adunanza. Alle interpellanze ed alle istanze i consoli, e in generale i membri delle commissioni della credenza non dovevano mai dare una immediata risposta, senza essersi prima consigliati fra loro sul tenore della medesima; e se la dessero, incorrevano in una multa (a. 45-48).

A capo dello Stato, e col debito riguardo alla sovranità della *credenza*, stavano i *consoli* in numero di quattro, due del *Piazzo* e due del *Piano*, su cui primeggiava il *Clavarius*, che era il personaggio principale della repubblica, e dal quale dipendevano la finanza del comune e la direzione della amministrazione della giustizia, a cui partecipava personalmente sedendo *omni die juridica pro tribunali*, per vegliare che giustizia fosse fatta ad ognuno senza riserva. Nel quale uffizio veniva surrogato da un collega, quando era chiamato ad altre cure (a. 35), egli aveva sotto i suoi ordini immediati il notaio del comune, carica di non piccola importanza, ed altri officiali pel pronto disbrigo delle numerose sue attribuzioni. Il quartiere del *Vernato* non partecipava al consolato della repubblica; il *Clavarius* si alternava fra il *Piazzo* ed il *Piano*, ma tutti i consoli dovevano essere Biellesi di Biella.

Prima cura dei consoli, dopo prestato il giuramento d'obbligo assoluto, era di scegliere buoni funzionari di ordine inferiore ed installare ciascuno al suo posto. L'elezione dei consoli e dei principali impiegati facevasi nella credenza. Una giunta

di dodici consiglieri, riceveva il mandato di eleggere i consoli dal suo seno, ed otto formavano la maggioranza legale, se convenivano nella scelta, la quale però non poteva cadere sopra alcuno degli otto; e questi erano obbligati a mettersi d'accordo nel breve periodo, in cui ardeva una candela della lunghezza di un piede per rendere difficili gl'intrighi e le consorterie (a. 53-55). Se non riuscivano ad intendersi, il diritto della elezione ritornava alla credenza che davane il mandato ad altri.

12). I consoli e gli altri funzionari di qualche conto duravano in carica un anno, e non erano rieleggibili prima che fossero passati quattro anni compiuti: ma niuno poteva ricusare l'uffizio sotto qualunque pretesto. Chi insisteva nel non accettarlo incorreva in una multa, e poi doveva rassegnarsi ad assumerlo; perchè non ammettevasi su questo punto veruna esenzione o privilegio, tranne per gli inservienti, che, governandosi male, si multavano ad arbitrio dei consoli e del loro Consiglio (a. 105 e 108). Era poi singolare la consuetudine, anzi l'obbligo assoluto imposto dalla legge in termini precisi a chiunque era eletto console la prima volta di *imbandire* un pranzo luculliano (*unum bonum prandium*) ai consoli uscenti, ai nuovi colleghi e ad alcuni funzionari tassativamente indicati, e di cui era tenuto a fare esso le spese. Quella obbligazione non ammetteva eccezioni nè indugi (a. 5), ed ogni settimana di ritardo importava nuova multa. In tutt'altra circostanza era interdetto ai tavernieri di dare cibo o bevanda ai consoli e funzionari del comune (a. 56).

L'ufficio dei consoli non era assolutamente gratuito, e ricevevano una piccola indennità, dieci libre pei consoli semplici e dodici pel clavarius; partecipavano ad alcune multe, ed avevano qualche altro leggiero compenso pecuniario di poca entità nelle confische, e negli affitti delle proprietà rurali della repubblica, e per ogni sentenza anche il segretario riceveva una indennità di tre libre (1). Del resto il potere dei consoli non era eccessivo, soggetti quali erano all'autorità e al sindacato della credenza oltre la breve durata dell'ufficio, e il veto della rielezione per quattro anni successivi: e mentre le esigenze del pubblico erano molte anzi troppe, non era poi straordinaria nè grande la riverenza e la fi-

(1) Qual sia il valore corrispondente di nostra moneta alla libra della repubblica biellese non è ben chiaro: variano le indicazioni, ma non pare fosse notevole.

ducia, che aveva pei consoli. I quali non parrebbe nemmeno che fossero sempre stati tutti fiore di galantuomini, vedendo negli statuti inflitte, almeno comminate pene ai consoli prevaricatori, ai consoli che non erano esatti nell'adempimento delle loro molteplici obbligazioni, e punite con doppio castigo le loro mancanze con multe in danaro. Ciò non darebbe un concetto troppo sublime della loro moralità ed onestà politica e della loro diligenza; o almeno delle esigenze della repubblica, la quale esercitava sopra i consoli un sindacato severo, specialmente nella gestione del pubblico danaro; di cui ogni menoma somma doveva essere scrupolosamente registrata, coll'obbligo di renderne conto rigoroso e minutissimo, tranne quelle destinate allo spionaggio e spesa nei trattati segreti (a. 10, 40).

13). D'altra parte gli ordini dati da uno dei quattro consoli, dovevano essere inesorabilmente eseguiti, ed erano solidarii reciprocamente, nè potevansi dagli uni annullare le prescrizioni degli altri (a. 8, 29). Se trattavasi di multe, il *solve et repete* era di assoluto rigore e senza riserve. Le istanze dei puniti ed i richiami erano poi esaminati e giudicati senza appello da una giunta nominata dai consoli in seno della credenza, e che sedeva in un'epoca determinata dell'anno (a. 65 e altrove).

Saremmo infiniti, se dovessimo tutte indicare le molteplici occupazioni dei consoli, la cui giurisdizione estendevasi a tutto ciò che riguardava non solo la cosa pubblica, ma anche i privati cittadini, dalle deliberazioni della più alta politica importanza alle più umili e minute disposizioni della pubblica economia e dell'igiene nell'interno della città.

Era anche loro attribuzione leggere pubblicamente gli statuti prima di Natale, fare la ispezione delle armi difensive dei cittadini una volta all'anno, e colpivano di multa quelli che non ne avessero la debita cura (a. 19); come pure la visita dei pesi e delle misure secondo i campioni del comune, che si bollavano annualmente col marchio del medesimo, e doveva essere compiuta prima di Natale da ufficiali designati con nome speciale sotto la sorveglianza e responsabilità dei consoli e di quattro *sapientes*. Il comune si componeva essenzialmente di tre quartieri: *Piazzo*, *Piano* e *Vernato;* l'ultimo dei quali però non godeva di una compiuta e perfetta isonomia coi due primi, da cui si toglievano esclusivamente i quattro consoli. Anche dall'adunanza dei capi di famiglia per alcuni casi straordinari erano esclusi quelli del Ver-

nato (a. 366), il quale viene più volte nominato a parte e quasi mai cogli altri due quartieri, su cui primeggiava senza confronto quello del *Piazzo* per più riguardi. Anzitutto ivi era la sede del governo, e non tardò ad essere la sede delle famiglie distinte per nascita e ricchezza. Ivi tenevansi tutti i mercati in giorni stabiliti e in luoghi determinati, quale per le biade, per gli ortaggi, pel bestiame grosso e minuto, per i pesci (1), quello del pollame, della selvaggina, del sale, e così via via; alcuni dei quali si tengono ancora attualmente nelle medesime località, quantunque tutti gli uffizi pubblici e privati, il commercio e il grosso della popolazione siano migrati nel quartiere del Piano.

14). Ad allettare gli estranei ai mercati, non solo la repubblica li proteggeva nelle persone, ma non permetteva che veruna mercatanzia potesse staggirsi dall'ora nona di mercoledì alla sera di venerdì (a. 60), tranne il caso di merci rubate. Non havvi dubbio che la scelta della sede del governo sul Piazzo era sommamente opportuna per la sicurezza, salubrità e bellezza della sua topografica situazione. Quel quartiere di Biella è fabbricato sopra un'altura naturale, isolato da ogni suo lato, e dalla quale si gode a levante ed ostro di vastissima e stupenda prospettiva che dalle Alpi Pennine si estende nel piano sull'agro vercellese e novarese sopra una parte della Lombardia; ed a chi si accosta alla città da quella parte presentasi ancora attualmente con un aspetto non meno imponente che gradevole.

Era cinto da palizzate e da muraglie, che verso levante erano tutte di pietra e sostenevano case e palagi, fra cui era ragguardevole l'antico della repubblica; che, mezzo abbandonato qual è e passato in mani di privati, rivela ancora la sua antica magnificenza, che fa un singolare contrasto cogli edifizi pubblici degli altri quartieri della città; e ancora attualmente esistono sul

---

(1) La pesca era regolata da leggi speciali e severe, e pare che doveva essere assai abbondante in quel periodo nei torrenti prossimi alla città e nel circondario. I pesci vi erano abbondanti di qualità eccellente in quelle acque, ma l'abbandono assoluto da parte del governo e dei comuni, la corruzione dell'acqua a motivo delle fabbriche di panni, cappelli e sopratutto l'uso e l'abuso, che impunemente vi si fa del cloro e della dinamite vennero sempre più deteriorando anzi distruggendo quel ramo di pubblica ricchezza, che, ancora mezzo secolo fa, non era senza importanza, e potrebbe nuovamente rifiorire, se parlamento, consigli provinciali e comuni se ne occupassero seriamente.

Piazzo delle case occupate in parte da numerosi telai, le quali per la loro costruzione dimostrano essere una volta state sede di opulenti famiglie. E sebbene i suoi portici, spesse volte ricordati negli statuti, siano ben poca cosa in paragone dei tempi nostri, tuttavia, considerato il secolo a cui appartengono, sono indizio non spregevole del benessere degli abitanti e della cura che i governanti si davano delle comodità dei cittadini. Quel quartiere godeva di non pochi privilegi d'ordine economico, e fino al 1600 eravi esclusivo il pubblico macello. Anche nella decadenza e nel successivo prevalere del Piano, il quartiere del Piazzo continuò ad albergare gli ultimi discendenti delle famiglie nobili e più antiche della città, e fin quasi alla metà del presente secolo conservò quello di essere sede esclusiva degli uffizi governativi, dal Comando militare in fuori, che già aveva migrato nel Piano; dove finalmente, pel maggior comodo dei cittadini e del commercio, nella prima metà del presente secolo si ridussero tutti gli uffizi. Una sola cosa mancava al Piazzo, la sicurezza di buona acqua potabile, che allora come adesso, è recata in copia da un acquedotto o piuttosto da una roggia, alimentata dall'Oropa; e che, in caso di ostilità, poteva con somma facilità essere tagliata fuori. La rubrica, ad essa relativa, entra in minutissimi particolari che provano la somma cura che il comune ne aveva nell'interesse diretto di tutti i cittadini.

15). La repubblica poi non tollerava nel suo seno società di verun ordine indipendenti, nè pubbliche, nè segrete (a. 249); e le corporazioni stesse delle arti dovevano far approvare i loro statuti particolari dalla credenza, che aveva autorità di correggerli e di modificarli ad arbitrio (a. 263); e solo a quelle condizioni diventavano obbligatori pei membri stessi di quelle corporazioni e venivano inseriti nei codici della repubblica. In essi troviamo loro imposte norme e prescrizioni, che non potevano violare impunemente. Pei *drappieri*, ad esempio, riguardavano la tintura e la qualità delle lane da impiegarsi e da escludersi nella fabbricazione delle stoffe (a. 251); i *fabbri-ferrai*, i *conciatori*, ecc., avevano pure gli statuti dell'arte loro. Sembra che gli ultimi avessero le loro officine specialmente nel quartiere del *Vernato*, che abbiamo detto non aver parte nel governo e nella credenza in quegli antichi tempi, ed essere tenuto in minor conto dagli altri due. Dai cenni dello Statuto (a. 281)

apparisce che le concerie dovevano essere numerose in quel quartiere, dove ne esistono parecchie ancora ai dì nostri.

Dello spirito esclusivo e grettamente municipale, uno dei caratteri di quegli statuti, le prove abbondano e si ripetono quasi ad ogni pagina. Gli estranei alla città di Biella non solo non erano ammessi a veruna carica ed esclusi dalla credenza, ma interdetto loro d'intervenire alle adunanze pubbliche (a. 383). La repubblica teneva in grandissimo conto il diritto di borghesia e non l'accordava che con parsimonia, con riserve e molte cautele (a. 240). La permanenza decennale continua nella città colla famiglia (a. 243-259), il pagarvi imposte e trovare un cittadino che rispondesse per lui, erano condizioni assolute ed inesorabili; e non bastavano neppure cento anni e molte generazioni (a. 243) di dimora, se di quel diritto non erano investiti nelle forme legali e con atto pubblico del comune, che non sempre era disposto a confermarlo. Che anzi vi furono dei tempi, in cui venne pubblicamente interdetto di dare la cittadinanza a qualsivoglia straniero per venti anni avvenire, come negli statuti dell'anno 1323; proibizione rinnovata per ugual tempo dieci anni dopo (a. 260 e 270) con qualche riserva.

16). Gli estranei, che abitavano nella città, erano soggetti a giuramenti di fedeltà, ad aggravi ed a sorveglianza rigorosa (a. 261); e sono punti su cui gli statuti tornano più volte. Non era permesso neppure di vendere ad un estraneo beni immobili; e, avverandosi il caso, lo stabile cadeva nel fisco, ed i contraenti erano per giunta colpiti di atimia essi e i figli loro (a. 244). Agli stranieri non si potevano neppure dare in affitto i prati di determinate regioni, non vendere l'erba delle Alpi, non ammetterne ai pascoli pubblici il bestiame minuto senza una licenza esplicita della credenza (a. 286). Era perfino interdetto vendere nel mercato selvaggina a chi intendeva esportarla dalla città, e il prezzo medesimo del macinamento dei cereali, fisso pei cittadini, lasciavasi ad arbitrio del mugnaio per gli estranei. Questo spirito esclusivo appariva anche nei matrimonii: perchè la giovine, che andava a marito fuori di Biella, doveva pagare una specie d'imposta proporzionata alla dote (a. 345). Della quale erano esenti le fanciulle che dal quartiere del Piano andavano spose in quello del Piazzo e viceversa, mentre pel Vernato eravi qualche riserva.

Quasi mai vi si parla delle donne, che pare fossero esclusi-

vamente destinate al governo della famiglia; e durante il puerperio non era lecito il visitarle, tranne alle figliuole, sorelle, alla madre e cognata, nè di portare ad esse cibi o doni di qualunque natura (a. 381). Le donne non erano ammesse personalmente nei tribunali, in cui dovevano mandare un procuratore (a. 112), e la loro azione ed influenza pare vi fosse circoscritta alla famiglia.

17. Abbiamo già ricordato come un fatto singolare, che la repubblica di Biella convertiva o riduceva tutte indistintamente le sanzioni penali in multe di danaro, senza eccezione in ordine ai privati, comprese le punizioni dei furti e delle ferite di sangue, anche seguite da morte (a. 98), ciò che dà un concetto singolare del codice penale di quella repubblica. Per le ultime però, quando seguivano in Biella per mano di estranei, i colpevoli venivano consegnati agli agenti del vescovo di Vercelli (a. 101). Questo sistema penale, sommamente benigno, poteva per avventura trovare una spiegazione nella moralità della grande maggioranza dei cittadini in quel periodo: ma non dovettero molto tardare a convincersi della sua imperfezione e insufficienza in una società politica, in cui il guadagno era uno dei principali fini e incoraggiamenti all'industria, causa principale, anzi elemento necessario alla esistenza dello Stato ed alla sussistenza dei cittadini in un paese naturalmente sterile in buona parte del suo territorio. Quelle prescrizioni mitissime presentano però un singolare contrasto col rigore degli statuti del secolo XIV della stessa repubblica, dei quali non ci rimangono che dei frammenti pubblicati anch'essi nel primo volume di cui ora trattiamo (pag. 93 e seguenti).

Nel *furto*, ad esempio, alla multa in danaro univasi talvolta, ed in ogni caso supplivasi con pene corporali abbastanza gravi. Un primo furto punivasi con semplice multa, ma se il colpevole ricusava o non era in grado di pagarla, veniva condotto intorno e frustato per tutta la città (a. 128). Per un secondo furto la multa si raddoppiava; e, non soddisfacendosi dal condannato, alla fustigazione pubblica si aggiungeva la pena della berlina per un giorno. La terza volta accrescevasi ancora la multa, ed al ladro che non la scontava *tagliavasi un piede;* e finalmente ad una nuova recidiva il reo impendevasi senz'altro per la gola, finchè fosse morto, a salutare esempio degli altri cittadini. Qual fu la causa di così radicale cambiamento in meno

di un secolo e mezzo? Probabilmente la eccessiva mitezza degli statuti del secolo XIII, di cui abusando i cittadini, provocarono in quelli del XIV un rigore ugualmente eccessivo.

Vi troviamo delle punizioni d'ordine morale assai gravi, ma disgiunte sempre da pene corporali; e riguardavano specialmente i casi di disobbedienza agli ordini dei consoli confermati dalla credenza (a. 63) ed il rifiuto di pagare le multe e le imposte o qualunque obbligo di danaro verso le finanze della republica, che su questo punto era inesorabile (a. 376). Quelli, ad esempio, che camminavano per la città armati di spade, di stocchi e portavano coltelli di lunga misura (a. 350), i falsarii e gli spergiuri (a. 363), si consideravano come *fuori della legge*. Niuno doveva più commerciare con essi e non avere relazioni di sorta, nè venire loro in aiuto in qualunque bisogno. Perdevano i diritti civili e politici (a. 307) e tutti li fuggivano come appestati, non volendoli per amici nè per conoscenti. Ma la colpa più grave verso la repubblica era quella di mantenere relazioni colle terre nemiche e ribelli, fra cui è nominativamente indicata per due volte quella di Salussola, posta a meno di 12 chilometri da Biella, nella quale era interdetto anche il solo recarsi personalmente. Queste colpe mettevano il cittadino fuori della legge e lo esponevano ad essere insultato, derubato impunemente, senza speranza di riabilitazione o di revoca della condanna: a cui aggiungevasi il sequestro dei beni immobili e mobili ad un tempo, se fosse andato a rifugiarsi ed abitare in Salussola, con cui Biella nutriva in quel periodo un odio implacabile (a. 373 e 374). Veramente negli statuti non ne è indicato il motivo, che pare fosse provocato dal fatto, che nelle quistioni coi Vercellesi gli uomini di Salussola si fossero collegati con essi.

18). Ma negli statuti del secolo XIV (1326) le pene minacciate dalla legge per fellonìa sono tremende. Poichè il traditore coi complici o in alcun modo partecipi del suo delitto, cadendo in mano della repubblica, oltre la confisca dei beni, erano trascinati a coda di cavallo per la città e poscia impesi per la gola finchè fossero morti; se contumaci erano banditi nel capo, confiscate le loro sostanze, dipinti essi medesimi sul palazzo del comune ad eterna infamia del loro nome. Era lecito ad ognuno di ucciderli impunemente: chiunque li consegnasse in mano della repubblica vivi aveva un compenso di 200 fiorini d'oro *(boni acri)* e 100 se morti; perfino il parlare con tali banditi punivasi con gravis-

sima multa, se non ne avevano avuta licenza del *podestà:* ed *è la prima volta che si fa menzione di questa carica in Biella.* Ogni buon biellese, incontrandoli, doveva dare l'allarme ed inseguirli come bestie feroci (a. 150-154, pag. 108) sotto pena di grave multa, e la sentenza colpiva anche i discendenti in perpetuo. Le loro case dovevano essere abbattute, disertati i campi da rimanere incolti, estirpate le piante e tagliate le viti.

Le cause, che davano motivo ai bandi dei cittadini in generale erano molte: ma non importavano tutte punizioni uguali, e parrebbe che i cittadini colpiti del semplice bando non ne soffrissero i danni con uguale misura, considerata forse la maggiore o minore gravità della causa medesima. Poichè, per incorrere in quella condanna bastava non curare gli ordini dei consoli (*a.* 157) e non avere mezzi di pagare le multe, che s'imponevano con molta facilità; nè davasi esecuzione alla sentenza fintanto che avevano sostanze per soddisfarle. Questi banditi però cadevano in condizioni deplorevoli, e chiunque loro desse rifugio od alimenti, era egli stesso colpito di multa che crescevasi della metà per ogni settimana dell'accordata ospitalità, finchè si conciliassero col comune (*a.* 162), cioè pagassero la multa; la quale per ricettatori di ladri, di banditi, di furti e di pubbliche meretrici era considerevole. Codesto bando tuttavia non pare che importasse necessariamente anche l'esclusione dalla città (*a.* 173, 174), nel cui interno dovevano tenersi esclusivamente tutti i mercati (*a.* 178), ma non sono prescrizioni chiare abbastanza.

19) Non mancano ordinamenti d'indole religiosa. La bestemmia, ad esempio, punivasi con multa; nelle domeniche ed altre numerose feste era interdetto il lavoro, e colpivasi di multa tanto chi lo eseguiva quanto chi lo comandava. Proibito di salire sui tetti di alcune chiese indicate, tranne per riparazione; vietato di condurre ragazzi con meno di dodici anni alle sagre e feste patronali nei dintorni della città senza permesso dei consoli (*a.* 74); nelle quali solennità religiose pare che anche allora si facesse non di rado uso ed abuso delle coltella. Si leggono prescrizioni sulle confraternite, che sembra fossero istituti di qualche conto, dipendenti però dal comune; ed ogni capo di casa doveva intervenire e prender parte a certe salmodie nelle vigilie di alcuni santi, o almeno mandarvi un rappresentante sopra i vent'anni, previa licenza del console. Gli uffizi vi erano elettivi, compreso quello del priore, che ne era il principale.

Vi erano misure rigorose contro il giuoco: e punivansi quelli che vi prendevano parte, non meno di quelli presso cui si teneva. Giuocare la notte importava una punizione tre volte maggiore dell'ordinaria. Alla prima mancanza si sospendeva ogni commercio alla casa di giuoco, alla seconda si toglieva la porta, e per un anno più non si poteva abitare. Pochi i giuochi permessi e pubblici, fra cui quello degli *scacchi* e delle *dame;* proibiti gli altri, anche il pari e caffo o la morra, e puniti i tavernieri che lo permettessero. Ai quali inoltre erano imposte restrizioni nell'esercizio del loro mestiere e fissato perfino la forma e la capacità dei recipienti del vino con minaccia di multe.

20). Le misure relative alla proprietà erano minute e severe, affidate specialmente ai *forestarii*, due di numero e largamente retribuiti dal governo. La loro sorveglianza estendevasi specialmente ai boschi, la cui conservazione tenevasi in gran conto. Nel periodo dei vari raccolti mantenevasi una vigilanza continua, e non perdonavasi il più piccolo furto, neppure di un ramo di ciliegie; e, se fatto di notte, punivasi tre volte più di quello di giorno. Quegli statuti comprendono altre numerose prescrizioni relative agli obblighi dei cittadini e ai loro diritti, le quali dimostrano un senno pratico, non comune a tutti gli statuti delle republichette italiane. L'interpretare le leggi, proporne delle nuove o modificare le antiche era diritto esclusivo dei consoli in carica: e quando pure le conclusioni fossero in contraddizione con quelle dei consoli anteriori, si dovevano rigorosamente eseguire. Ai casi non preveduti dalla legge provvedevasi ad arbitrio dei consoli e dei *sapientes*, che non è ben chiaro se formassero una magistratura o formassero un semplice aiuto ai consoli, od una giunta; nè quali le loro attribuzioni ordinarie, benchè vi siano spesso ricordati.

21). Coll'articolo 386 terminano gli statuti del secolo XIII, che vennero approvati con grande solennità, e stabilita sotto gravi pene l'osservanza perpetua dei medesimi. Ad essi però nel secolo XIV altri se ne aggiunsero, e si fecero correzioni agli antichi, di cui rimangono frammenti, che vengono subito dopo gli statuti. La maggior parte riguarda una più minuta esplicazione di quelli del secolo XIII, dei quali sono più precisi e rigorosi in molte cose, come nei mercati, nell'economia interna nei pesi e nelle misure, nella conservazione e nell'uso della roggia; la quale provvedeva l'acqua potabile alla cittadinanza, ad alcune industrie ed all'agricoltura di luoghi parziali, ma doveva profittare esclusiva-

mente agli abitanti del territorio della republica. Vi erano statuti che regolavano i molini e la fabbricazione del pane, e che andarono perduti. Altri relativi al fitto delle case, ai debiti ed ai crediti, alla contabilità pubblica, alle entrate ed alle spese; delle quali, i consoli tre volte all'anno, dovevano rendere strettissimo conto oltre un rendimento generale in gennaio dell'amministrazione dell'anno scaduto. Altre disposizioni accennavano a provvedimenti igienici, molto particolareggiati e lodevoli; alle osterie, alle strade pubbliche, su cui le provvisioni erano assai circonstanziate, specialmente nell'interno della città; come lo erano quelle relative agli incendi ed alle cause dei medesimi; all'amministrazione della giustizia, alle denunzie ed alle accuse. Nelle quali non mancavano per l'imputato le debite guarentigie di prove e di testimoni, e nelle cause criminali richiedevasi il parere dei *sapientes*, una specie di *giurìa*, di cui non sono ben noti i particolari. Il falso testimonio era punito gravemente, e trattandosi di scritture pubbliche o private, se non pagava la multa, al colpevole era tagliata la mano o l'orecchio secondo la natura del falso. Ai soli traditori della patria non v'era perdono, nè vivi nè morti.

Le aggiunte state pubblicate sono comprese in 196 articoli, oltre i quali non havvi indicazione nella parte stampata.

22). Agli statuti è unito un repertorio o indice del contenuto dei singoli articoli, con richiami a quegli altri che si riferiscono ad argomenti analoghi; il che conferisce notabilmente alla chiara ed esatta intelligenza dell'intiero testo, essendo quell'indice sommario composto con singolare diligenza e precisione. A quelli del comune vanno uniti gli *Statuti delle arti*, dei quali però sono pubblicati soltanto quelli dei drappieri e lanaiuoli, che formavano la corporazione più numerosa e importante, e sono compresi in dieci articoli. Cominciano essi pure colla solita invocazione divina ad onore di Maria Vergine, di tutti i Santi e tutte le Sante; e consideravasi come parte degli statuti della repubblica.

Il collegio dei drappieri aveva due consoli, uno dei quali prestava giuramento nelle mani della credenza del comune. Eleggibili erano solamente i membri del Piazzo e del Piano, a cui dovevano obbedienza anche i drappieri del Vernato. Prima di uscire di carica si nominavano i successori e due consiglieri, destinati al consolato dell'anno successivo (*a.* 1). L'obbligo di non adoperare lane scadenti, già contemplato negli statuti del comune,

era rigoroso, e ai trasgressori imponevasi una multa; la quale si tripartiva fra il collegio, il comune ed i denunziatori; il cui nome era tenuto segreto, ed ai quali prestavasi fede come ad accusa officiale (*a.* 3 e 4); il che non fa molto onore alla repubblica, se giudichiamo secondo il diritto moderno, e ne conferma lo spirito e il carattere gretto e sospettoso in gran parte giustificato dall'amore della patria, del lavoro, della frugalità e del risparmio, che furono lungamente doti di quel circondario.

A niuno, che non avesse prima giurati gli statuti dei drappieri, era permesso di fabbricare panni. Il tempo e il modo di essere inscritti nel collegio erano determinati, e gli ammessi si obbligavano per sè e pei figli loro, che restavano di pien diritto membri del medesimo, ad eseguire tutte le prescrizioni degli statuti compresi quelli del comune (*a.* 6). Poichè, sebbene il collegio godesse di una certa autonomia interna, nelle deliberazioni relative alla corporazione, e questa avesse il diritto di mandare deputati a sostenere le sue ragioni nel consiglio della credenza, tuttavia l'assoluta sua dipendenza dal comune era chiaramente espressa nella legge. Ai consoli dei drappieri, con alcuni membri a ciò destinati, spettavano il diritto e l'obbligo di sorvegliare e visitare le officine almeno una volta al mese; affinchè vi si fabbricasse esclusivamente mercatanzia di buona qualità, e punivano i contraffattori con multe (*a.* 8). Perciocchè la repubblica, gelosissima della sua sovranità, non tollerava nello Stato corporazioni indipendenti dal governo; e gli statuti antichi dei drappieri, con quelli che il loro collegio farebbe in avvenire, avevano autorità legale e venivano inscritti negli statuti della repubblica coll'espressa condizione (*a.* 10), che ai consoli del comune ed ai savi rimanesse sempre l'autorità di farvi le correzioni ed aggiunte che crederebbero convenienti (*arbitrio et voluntate consulum comunis Bugelle et sapientium dicti comunis*).

23). Q. Sella aveva una speciale affezione a questi statuti, e non lasciò cura nè spesa, perchè passassero nel dominio del pubblico ordinati, corretti con osservazioni e richiami fatti di sua mano in buon latino. Ma la immatura sua morte non gli permise di compiere la pubblicazione degli statuti di Biella, sui quali intendeva di fare egli medesimo uno speciale lavoro. Giova tuttavia sperare che, come venne compiuto il primo volume (*uscito l'ultimo e postumo*) dell'opera sul *Codex Astensis* coll'aiuto del cav. Pietro Vayra, così possa per cura dei figli o degli amici compiersi anche

la pubblicazione degli statuti e delle principali memorie della repubblica e del comune di Biella.

Non havvi dubbio che i meriti e la eccellenza di Quintino Sella, come uomo di Stato e di governo verso l'Italia, sono incomparabilmente superiori e più importanti di quelli ch'egli ebbe come archeologo e storico del circondario e della città di Biella, a lui debitrice di molteplici benefizi, di cui discorro in altro scritto di maggior mole. Ma in ordine ai primi tante furono e così compiute le commemorazioni in sua lode, che oramai poco o nulla vi sarebbe da aggiungere. Gioverà tuttavia ricordare in fra le altre degne di memoria quella del grande chimico alemanno *Hoffmann*, del più operoso e fedele suo cooperatore nel governo della finanza *Costantino Perazzi*, e sopra tutte il *Quintino Sella* di *Alessandro Guiccioli*. Il quale con quello stupendo lavoro innalzò al nostro grande collega un monumento non meno durevole di quello bellissimo di bronzo, opera lodata dello scultore *Bortone*, che gli dedicarono nella maggiore loro piazza i Biellesi. I quali, se di lui vivo e sovranamente benefico e promotore di ogni loro utile istituzione non furono entusiasti, nè troppo teneri, morto lo desiderano con ardenti voti, e ne celebrarono la memoria con grandi e sincere dimostrazioni di onore e di affetto nella inaugurazione della sua statua monumentale; inaugurazione resa più splendida e memorabile dalla spontanea presenza del *Re d'Italia*, *Umberto I*, accompagnato dal *Principe ereditario*, e che ebbe sempre per Q. Sella una speciale benevolenza e grandissima estimazione. E non havvi dubbio, che lo spirito immortale di lui (1) dovette esultare di giusta

(1) In ordine ai grandi problemi che si legano all'avvenire dopo la morte, negli ultimi tempi parlandone con grande altezza di pensiero e serenità di mente, conchiudeva « *poichè su queste materie esiste il dubbio ed ho libera la scelta fra la negazione e l'affermazione, io preferisco l'ultima che reputo più giovevole alla educazione morale della gioventù* » (Guic.); pensiero sublime e veramente degno di Q. Sella, che in ogni periodo della sua vita pubblica e privata fece sempre grandissimo conto della educazione morale della gioventù, a cui diceva riservato l'obbligo di conservare il presente e l'onore di accrescere la prosperità avvenire della nazione.

Questo appare luminosamente anche dalla collezione dei suoi discorsi, espressione spontanea e sincera della elevatezza dell'animo suo; e la cui pubblicazione è dovuta a *Filippo Mariotti* (*), il quale con quella presta un

(*) *Discorsi parlamentari di Quintino Sella* (due grossi volumi). Roma, 1887-88

compiacenza e meritato orgoglio al vedere onorata l'inaugurazione del suo monumento, e visitata nella modesta sua abitazione la vedovata consorte dall'augusto suo Re, per cui sempre professò rispettosa affezione ed ineffabile venerazione.

---

omaggio di ammirazione all'estinto amico, e che nella prefazione al primo volume non dubita di chiamare il principale uomo di Stato della generazione successiva a quella di Cavour. Sono pubblicati i due primi volumi di quasi novecento pagine ciascuno, corredati di doppio indice, delle cose e delle persone; aiuto grande, anzi quasi indispensabile nei libri d'indole storica di qualche mole, coadiuvato ancora da un preambolo che indica le circostanze in cui ogni discorso fu pronunciato e di cui gli amici e ammiratori di Q. Sella gli sono e saranno riconoscenti.

Monete di Gio. Battista Falletti Conte di Benevello;
Memoria di Vincenzo Promis

Nella rara Tariffa stampata a Gand nel 1546 (1) è riportata per la prima volta, a quanto mi risulta, una curiosa moneta d'oro che fu sinora un enigma pei numismatici italiani ed esteri. A pagina 95 tra altre *Croonen* e coll'indicazione di *Beneventen* si dà il disegno del nostro scudo. Ha nel diritto l'aquila bicipite con grande corona imperiale ed in giro ✱ CAROLUS ✱ IMPERATOR ✱, e nel rovescio una croce fiorata nel campo, somigliante a quella che scorgesi su alcune monete d'oro contemporanee di Carlo V come re di Spagna e delle Due Sicilie, con attorno la leggenda ▲ IO ✱ ANTO ✱ FA ✱ COMES ✱ BENE preceduta da uno scudetto caricato di due leoni passanti a destra. Trovai susseguentemente questo pezzo riportato in altre due Tariffe di Gand del 1552 (2), in quella di Amsterdam del 1566 (3) ed in quelle di Anversa del 1575 (4), 1589 (5),

(1) Der Cooplieden Hanbouckkin. Ghedruckt te Ghend by Ioos Lambrecht M. D. XLVJ. in 12°, pag. 95.

(2) Ordonnance, statut, et permission de l'imperiale M. des especes d'aur et d'argent, ayant cours au païs de par deça. Publiée l'an M. D. XLVIIJ. Le XVIJ de Juillet. Imprimé à Gand, par Josse Lambert, Tailleur de lettres. L'an mille D. LIJ. in 12°, pag. 33.

Le Billon d'aur et d'argent, de plusieurs Royaumes, Ducés, Contés, Seigneuriës, Païs et villes. Imprimé à Gand, par Josse Lambert Taylleur de lettres. Anno M. D. LII, in 12°, pag. 46.

(3) Ordonnantie, statuyt, ende permissie der K. M. vanden gouden, ende silveren pinninghen cours ende gauck kebbende over alle sine Landen van herwaerdts over Gepublice erdt int Jaer M. D acht enveertich den XVIJ dack Julij. (Aemstelredam (1566), in 12°, pag. 33.

(4) Dongheualverde gouden ende silveren Munte van diveersche Coninckrijscken et Tantwerpen, By Christoffel Plantijn, inden gulden Passer, 1575, in-8° piccolo, pag. 80

(5) Het Thresooroft schat van alle de specien, figuren en sorten van gouden ende silveren munten et Gheprint Tantwerpen op die Lombaerde veste, inden Gulden Pellicaen by Guillaem van Parijs. M. D. LXXX. in-8° piccolo, pag. 149.

1627 (1) 1633 (2), queste due ultime coll'indicazione di *Pistolet de Benevente.* L'Hoffmann (3) ripubblicò scorrettamente questo ducato sulla fine del secolo XVII, indicandolo semplicemente come *Gold Krone Italienische.* Sul disegno di una delle Tariffe di Gand del 1552 e su quello dell'Hoffmann descrisse nel secolo scorso il pezzo in questione Gio. Tobia Köhler nel volume II del suo *Ducaten Cabinet* (4), a pag. 830, N. 2608, aggiungendovi l'attribuzione seguente; « Vermuthlich ist dieser « Ducate von dem Grafen von Bene, oder Bena, nahe am Ta- « naro in Piemontesischen. » Finalmente il Rentzmann nel suo *Numismatisches Legenden - Lexicon* (5), sotto la indicazione di *Iohannes Antonius mit Familiennamen*, cita: « Io. Ant. Fa. - Bene. »

Malgrado tutto questo, l'incertezza continuava sempre, e le lettere BENE, principio certo di un titolo feudale che dapprima non si indicava se tedesco od italiano ed in seguito si attribuiva alla nostra Penisola, non conducevano ad alcuna plausibile spiegazione. Il tipo della moneta era comune alla Germania ed all'Italia; il piccolo stemma non si poteva blasonare in modo sicuro; l'aquila imperiale, come sul nostro pezzo, si trova pure su molti altri battuti per concessione dell'imperatore ed anche su numerose contraffazioni. Occorreva quindi attendere che qualche nuova scoperta valesse a gettar lume sulla questione; restandosi sempre pel passato nel dubbio se questo bello scudo d'oro si avesse a classificare tra le monete italiane o non si dovesse piuttosto attribuire a qualche zecca ignota di Germania. Questo fu il motivo per cui non osai inserirlo nelle mie *Tavole Sinottiche* (6).

Se non prendo abbaglio, ritengo poter finalmente presentare una soddisfacente soluzione della leggenda suesposta. Nei primi

(1) Placcart du Roy nostre Sire contenant deffence du cours des Florins d'or d'Allemaigne, et de quelques aultres especes. Anvers, chez Hierosme Verdussen etc. 1527, in 4°, pag. 75.

(2) Ordonnance et Instruction pour les Changeurs. Anvers, chez Hierosme Verdussen, etc. 1633, in 4°, pag. 67.

(3) Alter und Neuer Münz-Schlüssel etc. Nürnberg, 1692, in-4°. Tav. 12, annessa a pag. 288, n. 125.

(4) Hannover, 1760, in-8°.

(5) Erster Theil. Alphabetisch-chronologische Tabellen der Münzherren und verzeichniss der auf Münzen vorkommenden Heiligen. Berlin, 1865, in-8°, pag. 96.

(6) Torino, 1868, in-4°.

mesi del corrente anno acquistai pella Collezione del Re un pezzo d'argento, di titolo alquanto basso e del peso di grammi 2.900, nel quale, pur ravvisando una certa relazione collo scudo d'oro delle antiche Tariffe, scoprivo poi una nuova difficoltà nella diversità dello stemma incisovi. Porta nel diritto nel campo sotto la data 1537 uno scudo caricato di una banda scaccheggiata di tre tiri senza i colori, ed attorno leggesi: ✠ MONETA ∘ NOVA ∘ IO ∘ ANT ∘ FA ∘ CO ∘ BE. Nel rovescio scorgesi un'aquila bicipite con corona imperiale e caricata in petto dello scudetto austriaco d'argento ad una fascia di rosso, eziandio senza indicazione degli smalti, con in giro: ✠ ∘ KAROLVS ∘ ROMANORꝶ IMPERA ∘ La data 1537 che vi è inscritta ha una grande importanza perchè stabilisce pure l'età del ducato summenzionato sinora sconosciuto in originale e solo noto pei disegni delle Tariffe ed opere che più sopra ho indicate. Fissata l'epoca cui appartener dovevano i due pezzi in questione, occorreva ancora scoprire a quale personaggio potessero esattamente adattarsi le prime lettere del nome e cognome IO. ANT. FA.; quale fosse il feudo che in Italia (poichè italiane si volevano le nostre due monete) cominciasse con BENE, e portasse titolo comitale; a chi appartenessero i due stemmi che ho descritti; dove i medesimi pezzi possano essere stati coniati; e finalmente in quale occasione ed in forza di quale diritto.

Quasi impossibile cosa era il rispondere alla prima questione quando non si conosceva che il ducato d'oro senza data, il quale in ogni caso però chiaramente appariva imitazione di monete note e contemporanee. Mai ho potuto trovare una spiegazione plausibile dello stemma dei due leoni che vi si scorge, come non la trovavo pel nome del Casato e pel feudo, che sempre ritenni essere tutt'altra cosa che la nostra *Bene Vagienna*, secondo la supposizione del Köhler. Fui però ognora convinto trattarsi di monete lavorate non in Italia ma in Germania. Quella in argento or ora acquistata venne a confermare pienamente la mia opinione col genere di intaglio che ci presenta, e mi fissò sulla data lasciandomi ancora dubbioso sulle altre questioni. Sempre col pensiero che, secondo l'idea generalmente accolta, il pezzo con BENE. fosse italiano e forse anche piemontese, in seguito a nuove indagini mi accorsi che lo stemma della banda scaccata poteva corrispondere alle iniziali FA. del nome qualora si potesse stabilire che i FALLETTI, nobili d'Alba, in qualche circo-

stanza avessero avuto il diritto di zecca. Continuando le ricerche più in manoscritti che in libri a stampa, riescii a formare un piccolo albero genealogico di questa illustre famiglia, nota nei documenti sin dal secolo XII, e che, a datare dal fine del decimoterzo, fu investita successivamente nei vari suoi rami dei feudi di Pocapaglia, Ruffia, Racconigi, La Volta, La Morra, Barolo, Villa, Votignasco, Villanova, ecc. Il primo di questo casato che risulta in modo certo come stipite dei diversi rami, ridotti attualmente al solo dei conti di Villafalletto discendenti da Simondino o Simonino signore di Villa e Votignasco nel 1337, è Giacomo, che nel 1300 aveva la signoria di Pocapaglia, e che ebbe tra altri figli Pietrino, da cui i marchesi di Barolo, Leone signore di Ruffia, Simondino suddetto ed Emanuele signore di Villanova. Trovai poscia che nel secolo XV alcuni discendenti di Leone di Ruffia acquistarono dai loro parenti del ramo di Pietrino di Barolo e La Morra alcuni punti della giurisdizione di Benevello, pure nel contado d'Alba, la quale posteriormente si riunì in gran parte nel 1451 nella persona di Bernardo, padre di Filippo, il cui figlio Gio. Antonio assunse il titolo di conte di Benevello. Ritengo perciò le enigmatiche leggende possano spiegarsi: IO*annes* AN*tonius* FA*lettus* COMES BENE*velli* e MONETA NOVA IO*annis* ANT*onii* FA*letti* CO*mitis* BE*nevelli*.

Passo ora agli altri dubbi. Gio. Antonio Falletti, consignore di Pocapaglia, conte di Benevello e signore di Mombarchero, nato verso la fine del secolo XV, compare col titolo comitale in documenti del 1520, 1528, 1530 e già era passato ad altra vita nel 1554, nel quale anno trovasi Gio. Battista figlio del fu Gio. Antonio, ed esso pure conte di Benevello. Monsignor Francesco Agostino Della Chiesa nella sua inedita *Descrizione del Piemonte* (1) ci porge lume per sciogliere la questione. Parlando egli di vari feudi dei Falletti, dice di due di essi: « Borgomale e Benevello furono prima quello d'alcuni che de « Borgomale si dicevano, e questi della casa de Revello, onde « che trovasi qualmente Manfredo detto Piola e Ottone fratelli « de Revello vendeteno nel 1270 la loro portione di Benevello « ad Alberto consignore di Borgomale, ma essendo poi tanto « l'uno che l'altro in potere de' marchesi Del Carretto signori

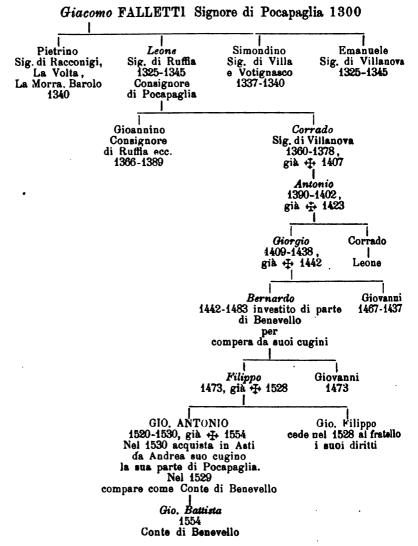
(1) Autografo nella Biblioteca di S. M. Tomo I, foglio 215 recto.

« di Cortemiglia, passare ne facevano costoro la fedeltà al co-
« mune d'Asti, onde furono indi fra quelle terre compresi, le
« quali il marchese Oddone in compagnia di Manfredino suo
« figliuolo dal Conte Amedeo di Savoia come signore d'Asti, in
« virtù del privilegio fattoli da Henrico settimo imperatore, ri-
« conobbe; ma passarano poi a' sudetti Faletti figliuoli di Pe-
« trino signore della Morra, de' quali Antonio (1) che Bene-
« vello con titolo di Contado possedeva, avendo seguito l'armi
« francesi con cui trovossi in molte segnalate fattioni contro
« gl'Imperiali, fu di quel suo Castello dagli Spagnuoli privato
« donandolo l'imperatore Carlo quinto con Mombarchero, ch'era
« parimente dell'istesso conte Antonio, a D. Alvaro di Sanchies
« spagnuolo. Ma essendo indi venuto in potere di certo Zuccone,
« l'ha così ceduto agli Asinari signori di Casasco, che hoggidì
« lo possedono (cioè sulla metà del secolo XVII), prettentendovi
« però ragioni il conte di Poccapaglia come prossimiore agnato
« nella successione del conte Antonio che ne fu spogliato. »
Meglio chiarisce il fatto il Casalis nel suo *Dizionario corografico degli Stati Sardi* (2), dicendo che Carlo V tolse Benevello e Mombarchero ad Antonio Falletti perchè abbandonato il servizio dell'imperatore, nel cui esercito comandava un reggimento di fanti italiani, passò a quello di Francia. Ciò deve essere avvenuto poco dopo il 1550.

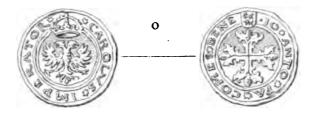
Riassumendo quanto sopra, credo che l'unica spiegazione possibile di questo fatto curiosissimo nella storia numismatica piemontese sia la seguente. Giovanni Antonio Falletti, recatosi come tanti altri della nobiltà piemontese all'estero per ivi prendere servizio militare, quando nei calamitosi tempi del duca Carlo II la nostra infelice patria era da un capo all'altro scorrazzata e malmenata da amici e da nemici, si pose agli stipendi dell'imperatore Carlo V, per cui comandò un corpo di Italiani. Probabilmente egli si distinse tanto da entrare in modo affatto

(1) A questo punto il Della Chiesa si sbaglia, poichè il nostro Gio. Antonio non discende da Pietrino della Morra e di Barolo, ma da Leone suo fratello e signore di Ruffia, come egli stesso dimostra nel vol. II a foglio 819 recto. Appare però che i rami suddetti di questi illustri casati avevano giurisdizione in comune su alcuni dei loro antichi feudi, sebbene il solo Gio. Antonio e suo figlio abbiano preso il titolo di *conti* di Benevello.

(2) Vol. II, BENEVELLO.

speciale nelle grazie dell'imperatore, sino al punto di ottenere dal medesimo qualche diploma onorifico così ampio da permettergli l'uso di moneta segnata al proprio nome. Ciò sarebbe stato verso il 1537, data che si legge sulla moneta d'argento. Dove questa e l'altra in oro siano state battute non risulta in modo chiaro; ritengo però che i loro conii siano opera di quegli artefici girovaghi, i quali si mettevano al servizio di chiunque intendesse di far lavorare principalmente pezzi contraffatti alla moneta che in un dato luogo aveva miglior corso, cercando solo che e tipo e leggende fossero combinate in modo da lasciar travedere il meno possibile l'inganno, cosa che, se ora è difficile ad ottenere, era assai facile nell'epoca di cui trattiamo. Più che un vero diploma di concessione della zecca, sino a prova contraria credo però si tratti d'un puro abuso d'un diritto sovrano, spediente questo di cui forse il nostro Falletti si valse per poter più facilmente mantenere i soldati che aveva a' suoi ordini, sapendosi in modo preciso che in Francia ed in Spagna a que' tempi le paghe correvano tutt'altro che regolarmente, e le truppe per lo più vivevano a spese delle popolazioni vinte, quando non trattavano con eguale imparzialità amici e nemici. Ma che più probabilmente siano i pezzi in discorso usciti da officine di Germania ed ivi abbiano avuto corso, mettendovi talora lo stemma vero dal casato e talora uno immaginario come sull'oro (se pure non è un quarto dello stemma dei Caresana di Carisio, di Vercelli, coi quali forse potè il nostro Falletti aver vincolo di parentela), ne ho una prova nel fatto che lo scudo che solo sinora si conosceva non trovasi inserto se non in Tariffe dei dominii di Carlo V, quali Gand, Anversa e Amsterdam, e la moneta d'argento ora per la prima volta ci viene da quella regione, e nulla ha che fare con quella di puro tipo italiano, mentre si accosta alle numerose contraffazioni tedesche e svizzere. Ciò proverebbe pure la loro rarità, come accade per altre di consimile provenienza; rarità che sarebbe confermata dall'aver il Falletti verso il 1550 abbandonato il servizio imperiale per passare a quello di Francia, cadendo così in totale disgrazia presso Carlo V, che tosto lo privò dei due principali suoi feudi di Benevello e Mombarcaro, dei quali fu gratificato il capitano spagnuolo Alvaro de Sanchez.

(*NB.* Questa genealogia, tutta tratta da documenti e da manoscritti, contiene solamente le persone che provano la discendenza ed i possessi di Giacomo Falletti sino al figlio di Gio. Antonio, in cui pare la linea sua siasi estinta).

L' Accademico Segretario
GASPARE GORRESIO.

Tav. II.

Torino Lit. Salussolia

DONI

FATTI

ALLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

E

OPERE ACQUISTATE PER LA SUA BIBLIOTECA

dal 1° Luglio al 1° Novembre 1888.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

NB. Le pubblicazioni notate con un asterisco si hanno in cambio; quelle notate con due asterischi si comprano; quelle senza asterisco si ricevono in dono

	Donatori
* On Insects and Arachnids by Adam T. Bruce (a memorial vol.) Baltimore, 1887; in-4°.	Università J. Hopkins (Baltimora).
* Natuurkundig Tijdschrift voor Nederlandsch-Indië.; etc; Deel XLVII, achtste Serie, Deel VIII. Batavia, 1888; in-8°.	Accademia di Arti e Scienze di Batavia.
— Verhandelingen van het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen; Deel XLV, Aflevering 2. Batavia, 1888; in-8° gr.	Id.
— Tijdschrift voor Indische Taal- Land-en Volkenkunde, etc.; Deel XXXII, Aflevering 4. Batavia, 1888; in-8°.	Id.
— Notulen van de Algemeene en Bestuurs-Vergaderingen, etc.; Deel XXVI, Aflevering 2 Batavia, 1888; in-8°.	Id.
* Sitzungsberichte der k. Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin; 1888, 26 Apr.-26 Juli, XXI-XXXVII. Berlin; in-8° gr	R. Accademia delle Scienze di Berlino.
— C. W. Borchardt's Gesammelte Werke; auf Veranlassung der k. Preussischen Akademie der Wissenschaften, herausg. von G. Hettner. Berlin, 1888; 1 vol in-4°.	Id.

La Direzione (Berlino). * Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik begründet von Carl OHRTMANN, etc.; Band XVII, Heft. 3. Berlin, 1888; in-8°.

Berlino. * * Die Fortschritte der Physik im Jahre 1882; Dargestellt von der physikalischen Gesellschaft zu Berlin; XXXVIII Jahrgang, 2 Abtheilung. Berlin, 1888; in-8°.

Berlino. * * Abhandlungen zur geologischen Specialkarte von Preussen und den Thüringischen Staaten: Band VIII, Heft 3. Berlin, 1888; in-8° gr.

Società Elvetica di Sc. naturali (Berna). * Neue Denkschriften der allgemeinen schweizerischen Gesellschaft für die gesammten Naturwissenschaften; Band XXX, Abth. 1. Zürich, 1888; in-4°.

Società Med.-chirurgica di Bologna. * Bollettino delle Scienze mediche pubblicato per cura della Società Medico-chirurgica di Bologna, ecc.; serie 6ª, vol. XXI, fasc. 5, 6; vol. XXII, fasc. 1-4. Bologna, 1888; in-8°.

Collegio degli Ingegneri ed Architetti di Bologna. Archiginnasio di Bologna — Omaggio del Collegio degli Ingegneri ed Architetti di Bologna agli scienziati commemoranti l'ottavo centenario dello Studio bolognese; Monografia di sette tavole e testo illustrativo del Prof. Cav. R. FACCIOLI. Bologna, 1888; 1 fasc. in-fol.

Società di Storia natur. (Boston). * Memoirs of the Boston Society of nat. History; vol. IV, n. 1-6. Boston, 1886-88; in-4°

Società belga di Microscopia (Bruxelles). * Bulletin de la Société belge de Microscopie; t. XIV, n. 7, 8 et 9. Bruxelles, 1888; in-8°.

Accad. nazionale delle Scienze in Cordova (Buenos Aires) * Buletin de la Academia nacional de Ciencias en Córdoba; t. X, entrega 2; t. XI, entrega 1. Buenos Aires, 1887; in-8°.

Soc. scientifica Argentina (Buenos Aires). * Anales de la Sociedad cientifica Argentina, etc.; t. XXV, entrega 5, 6. Buenos Aires, 1888; in-8°.

Società Asiatica del Bengala (Calcutta). * Journal of the Asiatic Society of Bengal; part II, vol. LVI, n. 4; vol. LVII, n. 1. Calcutta, 1888; in-8°.

Id. — Proceedings of the Asiatic Society of Bengal, etc., n. 2, 3, February, March 1888. Calcutta; in-8°.

Id. * Records of the geological Society of India; vol. XXI, part 2, 3. Calcutta, 1888; in-8° gr.

Museo indiano di Calcutta. A Catalogue of the Moths of India, compiled by E. C. COTES and C. SWINHOE. Calcutta, 1888; 1 vol. in-8°.

Accad. Americana d'Arti e Scienze (Cambridge). * Memoirs of the american Academy of Arts and Sciences: centenial vol., vol. XI, part 5, n. 6. Cambridge, 1887; in-4°.

Bulletin of the Museum of comparative Zoölogy at Harward College in Cambridge; vol. XIII, n. 9, 10; vol. XIV, XV (Three cruises of the « Blake », etc. by Alexander AGASSIZ, vol. I and II): vol. XVII, n. 1. Cambridge, Mass., 1888; in-8°. — Assoc. Americana di Arti e Scienze di Cambridge.

* Atti dell'Accademia Gioenia di Scienze naturali di Catania; serie 3ª, t. XX. Catania 1888; in-4°. — Accad. Gioenia delle Sc. naturali di Catania.

* Anales de la Oficina meteorologica Argentina, por su Director Gualterio G. DAVIS; t. VI. Buenos Aires, 1888; in-4°. — Osserv. Meteor. Argentino (Cordova).

* Mémoires de la Société nationale des Sciences naturelles et mathématiques de Cherbourg, ecc., t. XXV (3ª série, t. V). Cherbourg, 1887; in-8°. — Società nazionale delle Scienze di Cherbourg.

* Jornal de Sciencias mathematicas e astronomicas, publicado pelo Dr. Fr. GOMES TEIXEIRA; vol. VIII, n. 5. Coimbra, 1887; in-8°. — F. GOMES TEIXEIRA (Coimbra).

* Mémoires de l'Académie R. de Copenhague, etc.; 6ª série, Classe des Sciences, vol. IV, n. 6, 7. Copenhague, 1888; in-4°. — Reale Accademia delle Scienze di Copenaghen.

* Forhandlinger i Videnskabs-selskabet i Christiania, aar 1887. Christiania, 1888; 1 vol. in-8° — Acc. delle Scienze di Cristiania.

* Annales de l'École polytechnique de Delft; t. IV, 1ª et 2ª livrais. Leide, 1888; in-8°. — Scuola politecnica di Delft.

* The Transactions of the R. Irish. Academy; vol. XXIX, parts 1, 2. Dublin, 1887; in-4°. — R. Acc. Irlandese delle Scienze (Dublino).

— « CUNNINGHAM Memoirs »; n. IV – Dinamics and modern Geometry, etc. Dublin, 1887; in-4°. — Id.

— List of the Papers published in the Transactions, CUNNINGHAM Memoirs, and Irish Manuscript series of the R. Irish Academy between the years 1786 and 1886, etc. Dublin, 1887; in-4°. — Id.

Proceedings of the R. Irish Academy (Science); Ser. 2, vol. IV, n. 6. Dublin, 1888; in-8°. — Id.

* The Scientific Transactions of the R. Dublin Society; Ser. 2, vol. III, n. 14; vol. IV, n. 1. Dublin, 1887-88; in-4°. — Reale Società di Dublino.

— The Scientific Proceedings of the R. Dublin Society; new Ser, vol. V, parts 7, 8; vol. VI, parts 1, 2. Dublin, 1887-88; in-8°. — Id.

* Transactions of the R. Society of Edinburgh; vol. XXX, part 4, vol. XXXI; vol. XXXII, parts 2, 3, 4; vol. XXXIII, parts 1, 2. Edinburgh, 1883-88; in-4° — Società Reale di Edimborgo.

Reale Società di Edimborgo.

Proceedings of the R. Society of Edinburgh; vol. XII-XIV. Edinburgh, 1883-1887; in-8°.

R. Accademia dei Georgofili di Firenze.

* Atti della R. Accademia economico-agraria dei Georgofili di Firenze; 4ª serie, vol. XI, disp. 2ª, 3ª. Firenze, 1888; in-8°.

Società Senkenbergiana, di Francoforte.

* Abhandlungen herausg. von der Senckenbergischen Naturforschenden Gesellschaft: XV Band, 3 Heft. Frankfurt a. M., 1888; in-4°.

Id.

* Bericht über die Senckenbergische Naturforschende Gesellschaft in Frankfurt am Main; 1888. Frankfurt a. M., 1888; in-8°.

Società di Scienze nat. Friborgo i. B.

* Berichte der Naturforschenden Gesellschaft zu Freiburg i. B.; I und II Band; IV Band, 1 und 2 Heft. Freiburg i. B., 1886-88; in-8°.

Società Olandese di Scienze naturali (Harlem).

* Archives Néerlandaise des Sciences exactes et naturelles, etc.; t. XXII, 4e et 5e livraison. Harlem, 1888; in-8°.

Comitato geol. della Pensilvania (Harrisburg).

Annual Report of the geological Survey of Pennsylvania for 1886; parts I, II. Harrisburg, 1887; in-8°.

Id.

Annual Report of the geological Survey of Pennsylvania for 1886; in four parts: part I, Pittsburg Coal Region; part II, Oil and Gas Region; part III, Anthracite Coal Region; part IV, Miscellaneous Reports. Harrisburg, 1887; 1 vol. in-8°.

Id.

— Atlas Bucks and Montgomery Counties, C7; — Atlas Western Middle Anthracite Field, part II; — Atlas annual Report 1886, part III, Anthracite Coal Region; ripiegati in 3 vol. in-8°.

Società delle Sc. di Finlandia (Helsingfors).

* Acta Societatis Scientiarum Fennicae; tomus XV. Helsingforsiae, 1888; in-4°.

Id.

— Bidrag till kännedom af Finlands Natur och Folk: utgifna af Finska Vetenskaps-Societeten; Häftat 45, 46, 47. Helsingfors, 1887-88; in-8°.

Id.

— Oefversigt af Finska Vetenskaps-Societetens Förhandlingar; XXVIII, XXIX, 1885-86, 1886-87. Helsingfors, 1886-87; in-8°.

Id.

— Finska Vetenskaps Societeten, 1838-1888, dess Organisation ach Verksamhet; af A. E. Arppe, Soc. SF.D. Sekreterare. Helsingfors, 1888, 1 fasc. in-8°.

Società di Med. e St. nat. di Jena.

* Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaft herausgegeben von der medizinisch-naturwissenschaftlichen Gesellschaft zu Jena; XXII Band, neue Folge XV, Heft 1 bis 4. Jena, 1888; in 8°.

* Scriften der physikalisch-Oekonomischen Gesellschaft zu Königsberg i. Pr.; XXVII Jahrgang, 1887. Königsberg, 1888; in-4°.	Società di Sc. fisico-econ. di Konisberga.
* Mittheilungen des Vereins für Erdkunde zu Leipzig; 1887. Leipzig, 1888; 1 vol. in-8°.	Soc. di Geografia (Lipsia).
Report of the scientific results of the voyage of H. M. S. Challenger during the years 1873-76, etc.; Zoology, vol. XXIII, XXIV text and plates, XXV, XXVI, XXVII. London, 1888; 4 vol. in-4°.	Il Governo inglese (Londra).
* Proceedings of the R. Society of London; vol. XLIV, n. 268, 268, 271. London, 1888; in-8°.	Società Reale di Londra.
* Memoirs of the R. astronomical Society of London; vol. XLVIII, n. 8: XLIX, part 1. London, 1888; in-4°.	Reale Società astronomica di Londra.
* Transactions of the Zoological Society of London; vol. XII, parts 3, 7. London, 1886-88; in-4°.	Soc. Zoologica di Londra.
Proceedings of the scientific meetings of the Zoological Society of London for the year 1886; part II; for the year 1887, part IV, 1888, part. I. London, 1886-88; in-8°.	Id.
* The quarterly Journal of the geological Society of London; vol. XLIV, n. 175. London, 1888; in-8°.	Società geologica di Londra.
* Journal of the Microscopical Society of London; 1888, parts 4, 5. London; in-8°.	Soc. microscopica di Londra.
Transactions of the Manchester geological Society, etc.; vol XIX, part 22. Manchester, 1888; in-8°.	Soc. geologica di Manchester.
* Memorias de la Sociedad cientifica « Antonio Alzate »; t. I, cuaderno 12. México. 1888; in-8°.	Società scientifica « Antonio Alz. » (Messico).
Observatorio meteorologico-magnetico central de México — Buletin mensual, etc.; Suplemento al n. 5, correspondiente al mes de Mayo de 1888; t. I, n. 1, 6, 7. México, 1888; in-4°.	Osserv. meteor. del Messico.
* Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere; serie 2ª, vol. XXI, fasc. 13, 14, 15, 16. Milano; 1888; in-8°.	R. Istit. Lomb. (Milano).
Memorie del R. Istit. Lomb. ecc.; Classe di Scienze matematiche e naturali; vol. XVI, 7 della serie 3ª. Milano, 1882; in-8°.	Id.
* Pubblicazioni del R. Osservatorio di Brera in Milano —, n. XXXIII: — Osservazioni sulle stelle doppie, serie 1ª comprendente le misure di 465 sistemi eseguite col Refrattore di otto pollici di Merz negli anni 1875-1885, da G. V SCHIAPARELLI. Milano, 1888; in-4°.	R. Osservatorio di Brera in Milano.

R. Accad. di Modena. * Memorie della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti in Modena; serie 2ª vol. V. Modena, 1887; in-4°.

Società dei Naturalisti di Modena. * Atti della Società dei Naturalisti di Modena — Memorie —, serie 3ª, vol. VII, fasc. 1. Modena, 1888, in-8°.

Società Imperiale de' Naturalisti di Mosca. * Bulletin de la Société imp. des Naturalistes de Moscou, etc.; année 1888, n. 1. Moscou, 1888; in-8°.

Id. — Meteorologische Beobachtungen ausgeführt am meteorologischen Observatorium der Landwirthschaftlichen Akademie bei Moskau, etc.; 2ª ser., t. I, Moskau, 1887.

Soc. delle Scienze di Nancy. * Bulletin de la Société des Sciences de Nancy, etc.; série 2ª, t. IX, fasc. 22.

Società Reale di Napoli. * Atti della R Accademia delle Scienze fisiche e matematiche; serie 2ª, vol. I, II. Napoli, 1888; in-8°.

Id. * Rendiconti dell'Accademia delle scienze fisiche e matematiche (Sezione della Società R. di Napoli); serie 2ª, vol. II, fasc. 6, 7. Napoli, 1888; in-4°.

Staz. Zoologica di Napoli. * Mittheilungen aus der Zoologischen Station zu Neapel, etc.; VIII Band, 2 Heft. Berlin, 1888; in-8°.

R. Accademia Medico-chirurg. di Napoli. Resoconto delle adunanze e dei lavori della R. Accademia Medico-chirurgica; di Napoli; fasc. II, aprile e dicembre 1887. Napoli, 1887; in-4°.

Acc. di Sc. ed Arti di Connecticut (New-Haven). * Transactions of the Connecticut Academy of Arts and Sciences; vol. VII, part 2. New Haven, 1888; in-8°.

Gli Editori (New-Haven). * The american Journal of Sciences; Editors James D. and Edward S. Dana, etc.; vol. XXXIV, n. 204, 205; vol. XXXV, n. 207-210. New Haven, 1888; in-8°.

Accademia delle Scienze di Nuova York * Transactions of the New York Akademy of Sciences, vol. VI, 1886-87, vol VII, n. 1, 2. New York, 1887-88; in-8°.

Id. Annals of the New York Academy of Sciences, late Lyceum of Nat. History vol. IV, n. 3, 4. New York, 1888; in-8°.

Società di Storia natur. di Norimberga. * Jahresbericht der Naturhistorischen Gesellschaft zu Nürnberg. Nürnberg, 1888; 1 fasc. in 8°.

Id. — Festschrift zur Begrüssung das XVIII, Kongresses in deutschen Anthropologischen Gesellschaft in Nürnberg. Nürnberg, 1887; 1 vol. in-8° gr.

La Direzione (N. Orléans). Comptes-rendus de l'Athénée Louisianais, etc.; 3ª série, t. 5, livraison 5ª. Nouvelle Orléans, 1888; in-8°.

* Bollettino della Società Veneto-Trentina di Scienze naturali.; t. IV, n. 2. Padova, 1888; in-8°. — Società Veneto-Trentina di Scienze nat. (Padova).

Bollettino mensile di Bachicoltura diretto da E. QUAJAT e E. VERSON; ser 2ª, annata VI, n. 5-9. Padova, 1888; in-8°. — La Direzione (Padova).

* Gazzetta chimica italiana; anno XVIII, fasc. 6. Palermo, 1888; in-8°. — La Direzione (Palermo).

* Rendiconti del Circolo matematico di Palermo; t. II, fasc. 3-5. Palermo, 1888; in-8° gr. — Circolo Matem. di Palermo.

* Atti del Collegio degli Ingegneri e degli Architetti in Palermo; anno XI, 1888; Gennaio-Agosto. Palermo, 1888; 2 fasc. in-8° gr. — Collegio degli Ing. ed Arch. in Palermo.

Mission scientifique du Cap Horn; 1882-1883: t. I, Histoire du voyage, par L. F. MARTIAL. Paris, 1888; in-4°. — Governo francese (Parigi).

Collection des anciens Alchimistes Grecs publiée sous les auspices du Ministère de l'Instruction Publique par M. BERTHELOT, etc.; 2° livrais. comprenant les œuvres de ZOZIME, text grec et traduction française, avec variantes, notes et commentaires. Paris, 1888; 1 vol. in-4°. — Id.

* Nouvelles Archives du Muséum d'Histoire naturelle, etc.; 2° série, t IX, 1 fasc.; t. X, 1 fasc. Paris, 1887; in-4°. — Museo di Storia naturale (Parigi).

* Bulletin de la Société philomatique de Paris, etc.; 7° série, t. XII, n. 3, 1887-88. Paris, 1888; in-8°. — Soc. filomatica di Parigi.

* La Lumière électrique — Journal universel de l'Électricité hebdomadaire, etc.; t. XXIX, n. 26-44. Paris, 1888; in-4°. — La Direzione (Parigi).

* Revue internationale de l'Électricité, etc.; t. VII, n. 60-69; t. VII, n. 67-70. Paris, 1888; in-4°. — Id

Annales des maladies de l'oreille, du larynx, du nez et du pharynx, fondées par MM. ISAMBERT, etc., publiées par A. GOUGUENHEIM; t. XIV, n. 9, 10. Paris, 1888; in-8°. — Id.

* Bulletin de la Société géologique de France, etc.; 3° série, t. XVI, n. 2-5. Paris, 1888; in-8°. — Società geologica di Francia (Parigi).

* Mémoires de la Société Zoologique de France pour l'année 1888; 1 vol., 1, 2 et 3 parties; — s. XIII, n. 2, 3, 4, 5 et 6. Paris, 1888; in-8°. — Soc. zoologica di Francia (Parigi).

La vie et la correspondance de Charles Darwin, avec un chapitre autobiographique publiés par son fils M. Francis Darwin; traduit de l'anglais par H. C. de VARIGNY; t. II. Paris, 1888; in-8°. — Parigi. * *

Università di Perugia.

* Annali dell'Università libera di Perugia; anno III, 1887-88, vol. II (Facoltà Medico-chirurgica). Perugia, 1888; in-8° gr.

Accademia imp. delle Scienze di Pietroborgo.

* Mémoires de l'Académie imp. des Sciences de St.-Pétersbourg; 7e série, t. XXXV, n. 8-10. St.-Pétersbourg, 1887; in-4°.

Id.

— Bulletin de l'Académie imp des Sciences de St.-Pétersbourg; t. XXXII, n. 1 St.-Pétersbourg, 1887; in-4°.

Id.

Repertorium für Meteorologie herausgegeben von der k. Akademie der Wissenschaften, etc.; Band XI. S.-Petersburg, 1888; in-4°.

Soc. fisico-chim. di Pietroborgo.

Journal de la Société physico-chimique russe à l'Université de St.-Petersbourg; t. XX, n. 5, 6, 7. St.-Pétersbourg, 1888; in-8°.

R. Oss. astronom. di Praga.

* Magnetische und meteorologische Beobachtungen an der k. k. Sternwarte zu Prag im Jahre 1887; XLVIII Jahrgang. Prag, 1888; in-4°.

Osservat imp. di Rio Janeiro.

* Annales de l'Observatoire imp. de Rio de Janeiro, publiées par A. Cruls, Directeur; t. III, Observations du passage de Vénus en 1882. Rio de Janeiro, 1887; in-4°.

Id.

— Annuario publicado pelo imp. Observatorio do Rio de Janeiro; 1885, 1886, 1887. Rio de Janeiro, 1884-86; 3 vol. in-16°.

Id.

Revista do Observatorio — Publicaçao mensal do imp. Observatorio do Rio de Janeiro; anno III, n. 3, 6, 8. Rio de Janeiro; 1888; in-4°.

R. Accademia dei Lincei (Roma).

* Memorie della R. Accademia dei Lincei; anno CCLXXXIII, 1886, serie 4a (Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali; vol. III. Roma, 1886; in-4°.

Id.

Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, ecc.; vol. IV, 1° sem. 1888, fasc. 13; vol. IV, 2° sem., fasc. 1-9. Roma, 1888; in-8° gr.

La Direzione (Roma).

* Rivista di Artiglieria e Genio; vol. II, Giugno: vol. III, Luglio-Agosto e Settembre 1888. Roma; in-8°.

Società generale dei viticolt. ital. (Roma).

Bollettino della Società generale dei Viticoltori italiani; anno III, n. 12-21. Roma, 1888: in-8° gr.

Municipio di Roma.

* Bullettino della Commissione speciale d' Igiene del Municipio di Roma; anno IX, fasc. 1-7. Roma, 1888; in-8°.

R. Comitato geol. d'Italia (Roma).

* Bollettino del R. Comitato geologico d' Italia; 2a serie, vol. IX, n. 5-8. Roma, 1888; in-8°.

Id.

— Anno 1887, fasc. di Supplemento, A. Issel — Il terremoto del 1887 in Liguria. Roma, 1888; in-8°.

* Accademia pontificia de' Nuovi Lincei; anno XLI, Sess. 6, 7, 8, 15 aprile, 20 maggio e 18 giugno 1888. Roma; in-16. — Acc. Pontificia de' Nuovi Lincei (Roma).

Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani raccolte per cura di P. Tacchini; vol. XVII, disp. 4-9. Roma, 1888; in-4°. — Società degli Spettr. ital. (Roma).

* Proceedings of the American Association for the advancement of Science; thirty sixth Meeting, held at New York, August 1887. Salem, 1888; 1 vol. in-8°. — Assoc. Americana per il progresso delle Scienze (Salem).

* Bulletin of the California Academy of Science; vol. II, n. 8. San Francisco, 1885; in-8°. — Acc. delle Scienze di California (San Francisco).

Publications of the Lick Observatory of the University of California, etc.; vol. I, 1887. Sacramento, 1887; in 8°. — Osser. dell'Univ. di California (San José).

* Journal and Proceedings of the R. Society of New South Wales, etc. vol. XXI. Sydney, 1888; in-8°. — Reale Società della N. Galles del Sud (Sydney).

* R. Accademia dei Fisiocritici di Siena — Bollettino della Sezione dei cultori delle Scienze mediche, ecc.; anno VI, fasc. 5-7. Siena, 1888; in-8°. — R. Accademia de' Fisiocritici di Siena.

Palaeontographica — Beiträge zur Naturgeschichte der Vorzeit herausgegeben von K. A. von Zittel, etc.; Band XXXV, 1 Lieferung. Stuttgart, 1888; in-4°. — Stoccarda. * *

* Meteorologische Beobachtungen des Tifliser physikalischen Observatoriums im Jahre 1886 herausg. von. J. Mielberg. Tiflis, 1888; 1 vol. in-8° gr. — Osservatorio di Tiflis.

* The Journal of the College of Science, imp. University Japan; vol. II, parts 2, 3. Tōkiō, Japan; 1888; in-8° gr. — Facoltà medica dell'Univers. imp di Tokio (Giappone).

Mittheilungen aus der medicinischen Facultät der k. Japanischen Universität; Band I, n. 2. Tokio, 1888; in-4°. — Id.

Transactions of the seismological Society of Japan; vol. XII, 1888. Yokohama; in 8°. — Soc. sismologica del Giappone (Tokio).

* Giornale della R. Accademia di Medicina di Torino, ecc.; anno LI, n. 4-7. Torino; 1888; in 8°. — R. Acc. di Medic. di Torino.

* Annali della R. Accademia d'Agricoltura di Torino; vol. XXX, 1887. Torino, 1888; in-8°. — R. Accademia d'Agricoltura di Torino.

Città di Torino — Ufficio d'Igiene premiato con medaglia d'oro alla VI Esposizione Medica del XII Congresso dell'Associazione Medica italiana in Pavia nel settembre 1887 — Rendiconto statistico per l'anno 1886 e Sunto del 1887. Torino, 1888; 1 vol. in-4°. — Municipio di Torino.

Municipio di Torino.	Bollettino medico-statistico, ecc ; anno XVII, n. 17-30. Torino, 1888; in-4°
Id.	Consiglio Comunale di Torino, ecc.; 1888, XXIII, XXIV. Torino, 1888; in-4°.
Soc. Meteor. ital. (Torino).	* Bollettino mensuale della Società meteorologica italiana, ecc.; serie 2ª, vol. VIII, n. 6-10. Torino, 1888; in-4°.
Il Club alp. ital. (Torino).	* Rivista mensile del Club alpino italiano, ecc.; vol. VII, n. 6-10. Torino 1888; in 8°.
Torino. * *	Archives italiennes de Biologie; Revues, Résumés, Reproductions des travaux scientifiques italiens, sous la direction de A. Mosso, Prof. de Physiologie à l'Université de Turin; t. X, fasc. 1. Turin, 1888; in-8°.
La Direzione (Venezia).	* Notarisia — Commentarium phycologicum; Rivista trimestrale consacrata allo studio delle alghe, ecc.; anno III, n. 11, 12. Venezia, 1888; in-8°.
Accad. d'Agr. Arti e Comm. di Verona.	Memorie dell'Accademia d'Agricoltura, Arti e Commercio di Verona; serie 3ª, vol. LXIII. Verona, 1886; in-8°.
Accademia Imp. delle Scienze di Vienna.	* Denkschriften der k. Akademie der Wissenschaften (mathematisch-naturw. Classe); LIII Band. Wien, 1887; in-4°.
Id.	— Sitzungsberichte der k. Akademie d. W. etc., 1 Abth., XCV Band, 1bis 5 Heft; XCVI Band, 1bis 5 Heft; — 2 Abth., XCV Band, 3, 4, 5 Heft; XCVI Band, 1bis 5 Heft; — 3 Abth., XCV Band, 1bis 5 Heft; XCVI Band, 1bis5 Heft. Wien, 1887-88; in-8°.
Id.	Almanach der k. Akademie der Wiss.; XXXVII Jahrgang, 1887. Wien, 1887. 1 vol. in-16.
Imp. Istit. geolog. di Vienna.	* Verhandlungen der k. k. geologischen Reichsanstalt, etc.; 1888, n. 9-13 Wien, in 8°.
Id.	Jahrbuch der k. k. geologischen Reichsanstalt; Jahrg. 1888, XXXVIII Band, 1-3 Heft. Wien, 1888; in-8° gr.
Vienna. * *	Verhandlungen der k. k. zoologischen-botanischen Gesellschaft in Wien, etc.; Jahrg 1888, XXXVIII Band, 2, 3 Quartal. Wien, 1888; in-8°.
Governo degli St.Un.d'Am. (Washington).	* Report of the Superintendent of the U. S. Coast and geodetic Survey, etc., June 1886; part I, Text; part II, Sketches. Washington, 1887; in-4°.
Ist. Smithsoniano (Washington).	* Annual Report of the Board of Regents of the Smithsonian Institution, etc.; 1885, part II. Washington, 1886; in-8°.
Id.	Smithsonian Miscellaneous Collections; vol. XVXI. Washington, 1888; in-8°.

Report of the year 1886-87, and 1887-88 by the Board of Menagers of the Observatory of Yale University to the President and Fellows; in-8°. — Osserv. dell'Univ. di Yale.

Gazzetta delle Campagne, ecc.; Direttore il signor Geometra Enrico BARBERO; anno XVII; n. 18-19. Torino, 1888; in-4°. — E. BARBERO.

* Filippo PARLATORE — Flora italiana continuata da Teodoro CARUEL; vol. VIII. parte 1ª; Campanulacee - Jasminacee - Oleacee —; per Enrico TANFANI. Firenze, 1888; in 8°. — T. CARUEL.

Zoologischer Anzeiger herausg. von Prof. J. Victor CARUS in Leipzig; XI Jahrg., n. 283-292. Leipzig, 1888; in-8°. — J. V. CARUS.

Bollettino del Museo di Zoologia della R. Università di Roma; vol. I, 1888: disp. 1-8 (Fauna locale). Roma; in-8°. — Il Prof. Cav. A. CARRUCCIO.

R. Università di Roma. — Delle principali collezioni pervenute e disposte durante il quinquennio scolastico 1883-88 nel Museo di Zoologia: Fauna generale, disp. 1ª (Estratto dallo *Spallanzani*, diretto dal Prof. A. CARRUCCIO. Roma, 1888); in-8°. — Id.

Mélanges mathématiques par E. Ch. CATALAN; t. III. Bruxelles, 1888; in-8°. — L'Autore.

Notes on economic Entomology — A preliminary of the wheat and rice weevil in India: The experimental introduction of insecticides into India, with a short account of modern insecticites and methodos of applying them; by E. C. COTES. Calcutta, 1888; n. 1, 2, in-8°. — L'A.

Réfutation des recherches sur la fièvre jaune faites par M. P. Gibier à la Havane; par le Dr. Domingos FREIRE. Rio Janeiro, 1888; 1 fasc. in-8°. — L'A.

* Morphologisches Jahrbuch; Eine Zeitschrift für Anatomie und Entwickelungsgeschichte, herausgegeben von C. GEGENBAUR; XIV Band, 2 Heft. Leipzig, 1888; in-8°. — C. GEGENBAUR.

Résumé météorologique de l'année 1887 pour Genève et le Grand Saint-Bernard; par N. KAMMERMANN. Genève, 1888; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Die Entwicklung des menschlichen Nagels; von A. KÖLLIKER (Sep.-Abd. aus: *Zeitschrift für wiss. Zoologie*, Band XLVII, 1 Heft; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Dosimetria — per il Dott. S. LAURA libero Insegnante di Clinica delle malattie dei bambini, ecc.; anno VI, n. 7-10. Torino, 1888; in-8°. — S. LAURA.

Untersuchungen zur Naturlehre des Menschen un der Thiere, herausgegeben von Jac. MOLESCHOTT; XIII Band, 6 Heft. Giessen, 1888; in-8°. — Il Socio Senatore Jac. MOLESCHOTT.

L'Autore. — Studi sulla comparazione degli Anemometri, del Prof. Domenico RAGONA. Roma, 1888; 1 fasc. in-4°.

L'A. — Le date della pubblicazione « *Iconografia della Fauna italiana* » del Bonaparte, ed Indice delle specie illustrate in detta opera; per Tommaso SALVADORI. Torino, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. — — Il *Sirratte* in Italia nella primavera del 1888; per Tommaso SALVADORI. Torino. 1888; 1 fasc. in-8°.

L'A. — On cases of Instability in open structures; by E. SANG. Edinburg, 1888; 1 fasc. in-4°.

L'A — Catalogue raisonné des Orthoptères et des Nevroptères de Belgique, par de SELYS-LONGCHAMPS. Bruxelles, 1888; 1 fasc. in 8°.

L'A. — Franc. Paolo Camillo SIRAGUSA — Ricerche sul geotropismo. Palermo, 1888; 1 fasc. in-8°.

L'A. — Bradismi pliocenici della regione Sabina; del Prof. G. TUCCIMEI Roma, 1888; 1 fasc. in-8° gr.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dall'8 Luglio al 1° Novembre 1888

Donatori

Acc. di Sc. ed Arti degli Slavi merid. (Agram). — * Rad Iugoslavenske Akademije Znanosti i Umietnosti, etc.; Knjiga LXX-XCI (Razredi filolog.-hist., i filosof.-juridicki). U Zagrebu, 1887-88; in-8°.

Società Archeol. di Agram. — * Viestnik hrvatskoga arkeologickoga Druztva: Godina X, Br. 3, 4. U. Zagrebu, 1888; in-8°.

R. Accademia delle Scienze di Berlino. — * Abhandlungen der k. Akademie der Wissenschaften zu Berlin; aus dem Jahre 1887. Berlin, 1888; in 8°.

Id. — Politische Correspondenz Friedrich's des Grossen; XVI Band. Berlin, 1888, in-8°.

Berlino. * * — Allgemeine Geschichte in Einzeldarstellungen, etc. — IV, 1; Das zeitalter der Revolution, des Kaiserreiches und der Befreiungskriege; von Dr. W. ONCKEN, I und II Band. Berlin, 1884-1886; in-8°.

Id. — — I, 1. - Geschichte des alten Aegyptens, von Dr. E. MEYER. Berlin, 1887; 1 vol. in-8°.

Id. — — II, 6. - Staatengeschichte des Abendlandes im Mittelalter von Karl d. Grossen bis auf Maximilian; von Dr. H. PRUTZ, II Band, Berlin, 1887; in-8°.

— II, 2. - Urgeschichte der germanischen und romanischen Völker: von Dr. F. DAHN, III Band. Berlin, 1883; in-8°. — Berlino. * *

Jahresberichte der Geschichtwissenschaft im Auftrage der historischen Geselschaft zu Berlin, etc.; VII Jahrg. 1884. Berlin, 1888; in-8°. — Id.

Bibliotheca philologica classica, etc. 1887, 4 Quartal. Berlin, 1888; in-8°. — Berlino. * *

Bulletin de la Société de Géographie commerciale de Bordeaux, etc.; 2e série, XIe année, n. 13-20. Bordeaux, 1888; in-8°. — Società di Geogr. comm. di Bordeaux.

* Documenta privitóre la Istoria Romånilor culese de Ludoxiu de HURMAZAKI; vol. III, partea 2 (1576-1600). Bucuresci, 1888; in-4°. — Accad. Rumena delle Scienze (Bukarest).

* Bibliotheca indica, a Collection of oriental works published by the Asiatic Society of Bengal; new series, n. 638-656; old series, n. 263-264. Calcutta, 1887-88; in-8°. — Società asiatica del Bengala (Calcutta).

* Recherches historiques sur le Décanat de Saint-André (t. VI et VII, 3e série, des *Mémoires de l'Academie de Savoie*); par M. le Chanoine TREPIER; Pièces justificatives. Chambéry, 1888; in-8°. — Accad. delle Sc., della Savoia (Chambéry).

* Proceedings of the R. Irish Academy (polite Literature and Antiquities): ser. 2a, vol. II, n. 8. Dublin, 1888; in-8°. — R. Accad. Irland. (Dublino).

* Proceedings of the american philosophical Society held at Philadelphia, etc., vol. XXV, n. 127. Philadelphia, 1888; in-8°. — Società filosofica di Filadelfia).

* Vocabolario degli Accademici della Crusca; 5a impressione, vol. VI, fasc. 2; FODERO-FREDDO). Firenze, 1888; in-4°. — R. Accademia della Crusca (Firenze).

Biblioteca nazionale centrale di Firenze — Bollettino delle Pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa; 1888, n. 61-68. Firenze, in-8° gr. — Bibl. nazionale di Firenze.

Archivio storico italiano, ecc.; serie 5a, t. I, disp. 3a. Firenze, 1888; in-8°. — Firenze. * *

* Bulletin de la Société d'Études des Hautes-Alpes; 7e année, Janv.-Mars 1888. Gap, 1888; 1 fasc. in-8°. — Soc. di Studi delle Alte Alpi (Gap).

* Giornale della Società di Letture e Conversazioni scientifiche di Genova; anno XI, 1° sem., fasc. 5-6. Genova, 1888; in-8°. — Soc. di Letture e convers. scien. di Genova.

* Bulletin de l'Institut national Genevois, etc. t. XXVIII. Genève, 1888; in-8°. — Istituto nazionale di Ginevra

Dr. A. Petermanns Mitteilungen aus Justus Perthes' geographischer Anstalt, herausgegeben von Prof. Dr. A. SUPAN; XXXIV Band, n. 7, 8, 9, 10 Ergänzungsheft, n. 10. Gotha, 1888; in-4°. — Gotha. * *

Gottinga. * * — Bibliotheca historica: — Vierteljärliche Systematisch geordnete Uebersicht der auf dem Gebiete der gesammeten Geschrichte in Deutschland und dem Auslande neue erschienenen Schriften und Zeitschriften, etc.; neue Folge, Jahrg. 1887, 4 Heft. Göttingen, 1888; in-8°.

Università di Inspruk. — Akademische Behörden, Personalstand in Vorlese-Ordnung an der k. k. Leopold-Franzens-Universität zu Innsbruck in Winter-Semester 1888-85. Innsburck, 1868; 1 fasc. in-8°.

R. Soc. Sassone delle Scienze (Lipsia). — * Abhandlungen der philologisch historischen Classe der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften; Band X, n. 9; Band. XI, n. 1. Leipzig, 1888; in-8° gr.

R. Accademia di Storia (Madrid). — * Boletin de la R. Academia de la Historia; t. XII, cuaderno 4; t. XIII, cuad. 1-4. Madrid, 1888; in-8°.

Società letteraria e filosofica di Manchester. — Memoirs of the Manchester literary and philosophical Society; third series, vol. X, London, 1887; in-8°.

Id. — — Proceedings of the Manchester literary and philosophical Society; vol. XXV. XXVI. Manchester, 1886-87; in-8°.

Società Storica Lombarda (Milano). — * Archivio storico lombardo — Giornale della Società storica lombarda; serie 2ª, fasc. 17-8. Milano, 1888; in-8°.

R. Accademia di Sc., Lett. ed Arti di Padova. — * Atti e Memorie della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti in Padova; nuova serie, vol. I, II, III. Padova, 1885; in-8°.

Governo della Rep. Franc (Parigi). — Inventaire sommaire des Archives départementales antérieures à 1790, etc.; archives civiles, série B, Nord, t. VI; série E, Eure-et-Loir, t. II, 1ère partie; serie C, D, E, et E Supplément (1ère partie), Loir-et-Cher; série E, Supplément, 2e partie, t. V. Morbihan. Lille, Chartres, Blois, Vannes, 1884-88; in-4°.

Id. — — Archives ecclésiastiques; série G, t. I, Vosges; séries G, H et I, t. IV, Ardennes; série G, t. IV, Seine-Inférieure, Épinal, Charleville, Paris, 1887-88; in-4°.

Soc. di Geografia (Parigi). — * Bulletin de la Société de Géographie, etc.; 7e série, t. IX, 1 et 2 sem. 1888; Paris, in-8°.

Id. — Compte rendu des séances de la Commission centrale de la Société de Géographie, etc.; 1888, n. 14, pag. 369-444. Paris; in-8°.

Parigi. * * — Le moyen age — Bulletin mensuel d'Histoire et de Philologie: n. 8, Aout-Sept. 1888; Paris, in-8°.

Memorie e documenti per la Storia della Università di Parma nel medio evo; vol. I. Parma, 1888; in-4°. — R. Università di Parma.

* Annali dell'Università libera di Perugia; anno III, 1887-88, vol. II (Facoltà giuridica). Perugia, 1888; in-8° gr. — Università di Perugia.

Revista trimestral do Instituto historico e geographico brasileiro, fundado no Rio de Janeiro debaixo da immediata protecção de S. M. I. O. Sr. D. Pedro II; t. I, 1-4 folheto de 1887. Rio de Janeiro, 1887; in-8°. — Istituto storico di Rio Janeiro.

Bollettino di Legislazione e Statistica doganale e commerciale; anno V, 1° sem., giugno; 2° sem. luglio-sett. 1888. Roma, in-8°. — Ministero di Agr., Ind. e Comm. (Roma).

— Statistica del commercio speciale di importazione e di esportazione dal 1° gennaio al 30 settembre 1888. Roma; 4 fasc. in-8° gr. — Id.

Relazione sull'amministrazione delle gabelle per l'esercizio 1886-87. Roma, 1888; 1 vol. in-8°. — Id.

Annali di Statistica — Statistica industriale; fasc. XI, — Notizie sulle condizioni industriali dell'Isola di Sardegna (Prov. di Cagliari e Sassari) fasc. XII, Notizie sulle condizioni industriali della provincia di Salerno: fasc. XIII, Notizie sulle condizioni industriali delle provincie di Forlì e di Ravenna. Roma, 1888; in-8°. — Id.

— Elenco delle Pubblicazioni statistiche fatte dal Ministero d'Agr., Ind. e Comm. dal principio del 1861 a tutto il 1887, ecc. Roma, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Statistica giudiziaria penale per l'anno 1886. Roma 1888; 1 vol. in-8° gr. — Id.

Statistica giudiziaria civile e commerciale per l'anno 1886. Roma, 1888; 1 vol. in-8° gr. — Id.

— Statistica della emigrazione italiana nell'anno 1887. — Compendio delle leggi e regolamenti sull'emigrazione vigenti in varii Stati d'Europa. Roma, 1888; 1 vol. in-8° gr. — Id.

Bollettino di notizie sul Credito e la Previdenza, ecc.; anno VI, n. 8, 9, 10: 11. Roma, 1888; in-8° gr. — Id.

Movimento della Navigazione nei Porti del Regno nell'anno 1887. Roma, 1888; 1 vol. in-4°. — Id.

Statistica dell'Istruzione secondaria e superiore per l'anno 1885-86. Roma 1887; 1 vol. in-8° gr. — Id.

— Statistica dell'Istruzione elementare per l'anno scolastico 1884-85. Roma, 1887; 1 vol. in-8° gr. — Id.

Camera dei Deputati (Roma).

Atti Parlamentari — Legislatura XVI, Sess. 1886-87; Atti interni della Camera; Disegno di legge, vol. 1-9 (dall'1 al 239); — Documenti, vol. 10, 11 (dal 1 al XXX): — Discussioni, vol. 1-5 (10 giugno 1886 al 6 luglio 1887): — Legislatura VIII (1863-64), Documenti, vol. 6; — Discussioni, vol. 1-4 (25 maggio 1863 al 3 febbraio 1864). Roma; in-4°.

Id.

— Discorsi parlamentari di Quintino SELLA raccolti e pubblicati per deliberazione della Camera dei Deputati; vol. I, II. Roma, 1887-88; in-8°.

Id.

— Discorsi parlamentari di Marco MINGHETTI, ecc., vol. I. Roma, 1888; in-8°.

R. Accademia dei Lincei (Roma).

* Memorie della R. Accademia dei Lincei, ecc.; serie 4ª, Classe di Scienze morali, storiche e filologiche, vol. II, parte 1ª, 1886; vol. IV, parte 2ª, Notizie degli Scavi: gennaio, marzo, aprile. Roma, 1888, in-4°.

Istituto internaz. di Statistica (Roma).

Bulletin de l'Institut international de Statistique; t. III, 2ª livrais., année 1888. Rome, 1888; in-8° gr.

Id.

— Carta altimetrica e batometrica dell'Italia costrutta e disegnata da G CORA; scala 1:2.000.000, etc. (À annexer au *Bulletin de l'Institut international*, etc., t. III, 2ª livrais.): 1 fasc. in-4°.

Accad di Conf. storico-giuridiche (Roma).

* Studi e documenti di Storia e Diritto — Pubblicazione periodica dell'Accademia di Conferenze storico-giuridiche; anno IX, fasc. 2, 3. Roma, 1888; in-4°.

Bibliot. nazionale Vitt. Emanuele in Roma.

Biblioteca nazionale Vittorio Emanuele in Roma — Bollettino delle opere moderne straniere acquistate dalle Biblioteche pubbliche governative del Regno d'Italia; vol. II, 1887; vol. III, n. 1-3, gennaio-giugno 1888. Roma, 1888; in-8°.

Roma. * *

Bollettino ufficiale dell'Istruzione, ecc.; anno XIV, n. 8, agosto 1888. Roma; in-4°.

La Direzione (Spalato).

* Bollettino di Archeologia e Storia dalmata; anno XI, n. 5. Spalato, 1888.

L'Unione Tipogr.-editrice (Torino).

Pietro CERETTI (Theophilus Eleutherus). — Saggio circa la ragione logica di tutte le cose (Pasaelogices specimen); versione dal latino dal prof. Carlo BADINI; vol. I, parte 1ª e 2ª — Prolegomeni. Torino, Unione tip.-editrice, 1888; in-8°.

Cassa di risparmio di Torino.

Cassa di Risparmio di Torino — Resoconto finanziario per l'esercizio 1887, approv. dall'Amministrazione in seduta del 27 giugno 1828. Torino; 1 fasc. in-4°.

* Rivista storica italiana — Pubblicazione trimestrale, diretta dal Prof. C. Rinando, ecc.; anno V, fasc. 3. Torino, 1888; in-8°. (Roma).

* Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti; serie 6ª, t. VI, disp. 6-9. Venezia, 1888; in-8°. R. Istit. Veneto (Venezia).

L'Ateneo Veneto — Rivista mensile di Scienze, Lettere ed Arti, diretta da A. S. De Kiriaki e L. Gambari; serie 12ª, vol. II, n. 1. Venezia, 1888; in-8°. Ateneo Veneto (Venezia).

I diarii di Marino Sanuto, ecc.; t. XXIII, fasc. 104-106; t. XXXIV, fasc. 107, 108. Venezia, 1888; in-4°. Venezia.

Municipio di Vercelli — — — Intorno alle condizioni della Biblioteca civica ed alla sua attività nel corso dell'anno 1887; Relazione alla Commissione municipale di vigilanza. Vercelli, 1888; 1 fasc. in-8°. Municipio di Vercelli.

La Biblioteca comunale e gli antichi Archivi di Verona nell' anno 1887. Verona, 1888; 1 fasc. in-4°. Bibliot. comun. di Verona.

* Denkschriften der k. Akademie der Wissenschaften (philos.-hist. Classe; XXXVI Band. Wien, 1888; in-4°. Imp. Accademia delle Scienze di Vienna.

— Sitzungsberichte der k. Akademie, etc.; philos.-hist. Classe; CXIV Band, 2 Heft; CXV, 3 Heft. Wien, 1887-88; in-8°. Id.

Archiv für österreichische Geschichte; herausg. von der zur Pflege vaterländischer Geschichte aufgestellten Commission der k. Akademie der Wiss., etc.; LXXI Band, 1 und 2 Hälfte; LXXII Band, 1 Hälfte. Wien, 1887-88; in-8°. Id.

* Mittheilungen der kais. kön. geographischen Gesellschaft in Wien; XXX Band (der neuen Folge XX). Wien, 1888; in-8°. Soc. geografica di Vienna.

Senato del Regno — Legislatura XVI Sessione 2ª — Progetto di Codice penale; Relazione della Commissione speciale del Senato Roma, 1888; 1 vol. in-4°. T. Canonico Relatore.

Un Consulto d'Azone dell'anno 1205 ora per la prima volta pubblicato da Luigi Chiappelli e Lodovico Zdekauer. Pistoia, 1888; 1 fasc. in-4°. Gli Autori.

Italia diplomatica tra i mari ed i monti; Argomento sulla internazionalità economico-politica. — Studio dell'Avv. Michele Cifarelli. Bari, 1888; 1 fasc. in-8°. L'A.

Dott. Costantino Coda — Studi sopra F. Petrarca proposti ai Licei. Torino, 1888; 1 fasc. in-16°. C. Coda.

G. Cora. * Cosmos — Comunicazioni sui progressi più recenti e notevoli della Geografia e delle Scienze affini; del Prof. G. Cora; vol. IX, n. 6, 7. Torino, 1888; in-8° gr.

F. Cristofori. Miscellanea storica romana od Archivio di Storia medioevale ed ecclesiastica; Rivista periodica compilata dal Conte F. Cristofori O. S. M. G.; serie 1ª, vol. I, fasc. 1, 2. Siena, 1886; in-8°.

L'A. L'élection des Évêques de Lausanne depuis le XVIe siècle, jusqu'au commencement du XIXe, Notes d'un laïque, par Alexandre Daguet. Neuchâtel, 1888; 1 fasc. in-4°.

Id. Machiavel et les Suisses (1506). - Étude d'histoire nationale et étrangère par Alexandre Daguet. Neuchâtel, 1877; 1 fasc. in-4°.

L'A. Monnaies inédites d'Italie figurées dans le livre d'essais de la monnaie de Zurich, par Eug. Demole. Bruxelles, 1888; 1 fasc. in-8° gr.

L'A. Albisola. - Appunti archeologici, storici ed artistici di Vittorio Poggi; parte 1ª. Savona; in-8°.

L'A. Vincenzo Promis. - Moneta inedita di Pietro di Savoia, e pochi cenni sulla Zecca primitiva dei Principi Sabaudi. Torino, 1888; 1 fasc. in-8°.

Il Comm. G. B. De Rossi. * Bullettino di Archeologia cristiana del Comm. G. B. De Rossi; serie 4ª, anno IV, Supplemento. Roma, 1886; 1 fasc. in-8° gr.

L'A. Adria e le sue antiche epigrafi illustrate dal Dott. Vincenzo De Vit; vol. I, II. Firenze, 1888; in-8°.

L'A. Isidoro Marchini — Paolo Boselli; Cenni biografici. Torino, 1888; 1 fasc. in-8°.

C Nigra. Canti popolari del Piemonte pubblicati da Costantino Nigra. Torino, 1888; 1 vol. in-8°.

La Casa Editrice G. B. Paravia e C. Giudizi della stampa sull'opera *Girolamo Morone e i suoi tempi;* Studio storico del Dott. Carlo Gioda. Torino, 1888; 1 fasc. in-8°.

L'A. Il Cippo miliare di Sanbruson e le vie consolari *Annia* ed *Emilia* nella Venezia; di Federico Stefani. Venezia, 1888; 1 fasc. in-8°.

Torino, Stamperia Reale della Ditta G. B. Paravia e C.
2511 (850) 7-1-89.

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 18 Novembre 1888 . . . . Pag.

BASSO — Commemorazione di Rodolfo CLAUSIUS . . . . »

CASTELNUOVO — Geometria sulle curve ellittiche . . . . »

MORELLI — Elettrometro ad emicicli - Teoria ed applicazioni come wattometro, voltometro ed amperometro per correnti continue . . »

PORRO — Effemeridi del Sole e della Luna . . . . »

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 25 Novembre 1888 . . . . Pag.

SCHIAPARELLI — Una lettura sulle memorie storiche del Comune e sugli statuti della repubblica di Biella, raccolte, ordinate e in parte pubblicate da Quintino Sella . . . . »

PROMIS — Monete di Gio. Battista Falletti Conte di Benevello . . . »

DONI fatti alla R. Accademia delle Scienze dal 1° Luglio al 1° Novembre 1888 (*Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali*) Pag.

DONI fatti alla R. Accademia delle Scienze dall'8 Luglio al 1° Novembre 1888 (*Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche*) . . »

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. XXIV, Disp. 2ª, 1888-89

TORINO
ERMANNO LOESCHER
Libraio della R. Accademia delle Scienze

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 2 Dicembre 1888.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ARIODANTE FABRETTI
VICEPRESIDENTE

Sono presenti i Soci: Cossa, Lessona, Salvadori, Bruno, Berruti, Basso, D'Ovidio, Bizzozero, Ferraris, Naccari.

Letto ed approvato l'atto verbale dell'adunanza precedente, il Presidente commemora alla Classe la morte del Socio nazionale, non residente, Conte Paolo Ballada di Saint-Robert, avvenuta il giorno 21 dello scorso novembre, e con parole di vivo rimpianto ne ricorda le alte benemerenze scientifiche. Incarica il Socio Basso di redigerne una Commemorazione da leggersi in una prossima adunanza, e nello stesso tempo incarica il Socio Cossa di elaborare il discorso commemorativo per il compianto Socio e Segretario perpetuo della Classe Ascanio Sobrero.

Si legge una lettera del Segretario del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, nella quale si esprimono all'Accademia i sensi di condoglianza dell'Istituto stesso per la perdita del Socio Saint-Robert.

Le letture e le comunicazioni si succedono nell'ordine seguente:

1° « *Sulle ghiandole tubulari dell'intestino e sui rapporti del loro epitelio coll'epitelio di rivestimento* »; del Socio Bizzozero.

2° « *Sull'azione difensiva dei parafulmini* »; Nota del Socio Naccari.

In quest'adunanza il Socio Basso è eletto alla carica triennale di Segretario della Classe, in sostituzione del compianto Socio Comm. Prof. Ascanio Sobrero.

LETTURE

Sulle ghiandole tubulari del tubo gastro-enterico e sui rapporti del loro epitelio coll'epitelio di rivestimento della mucosa

Nota 1ª - del Socio Prof. Giulio Bizzozero

(Tav. III)

In alcuni miei antecedenti lavori (1) io, notando come le cellule epiteliali in via di scissione cariocinetica siano numerose nelle ghiandole tubulari dell'intestino e nelle fossette gastriche, mentre mancano affatto nell'epitelio di rivestimento della corrispondente mucosa, era stato indotto a supporre che queste mitosi servissero, non già a compensare un eventuale consumo di cellule causato dalla loro attività funzionale, ma sì invece a sostituire le cellule dell'epitelio continuamente desquamantisi. La rigenerazione di tale epitelio avrebbe, quindi, luogo non già nell'epitelio stesso, ma nelle ghiandole tubulari (rispettivamente: ghiandole di Galeati e fossette gastriche). Fin d'allora aveva raccolti dei dati atti a convalidare la mia supposizione. — Dopo d'allora ho continuato le mie indagini, estendendole a parecchie specie di ghiandole; e siccome i risultati ottenuti sono pienamente concordanti fra loro, e d'altra parte sono venute in luce alcune nuove particolarità di costituzione chimica ed istologica di queste ghiandole, così reputo ora conveniente di dar comunicazione de' miei studi in alcune note che verrò presentando alla nostra Accademia. E comincierò, oggi, col descrivere le ghiandole tubulari del retto e del colon di coniglio. — Alla fine dirò brevemente dei metodi usati in queste indagini, ed esporrò alcune considerazioni generali sull'argomento.

(1) Bizzozero e Vassale, *Archivio per le Scienze med.*, vol. XI, 1887, p. 248. — Bizzozero, *Atti del Congresso medico di Pavia*, 1887, vol. I, p. 134. — *Gazzetta degli Ospitali*, 1888, n. 36.

I.

Ghiandole del retto di coniglio.

Nella mucosa del retto le ghiandole sono corte, tutte press'a poco della stessa lunghezza, disposte a palizzata, terminanti il più delle volte con un solo fondo cieco, e collocate assai vicine l'una all'altra, sicchè i loro sbocchi sono del pari vicinissimi, e di conseguenza la superficie libera della mucosa rettale è molto piccola ed ha la configurazione di una rete, le maglie della quale sono costituite appunto dagli sbocchi ghiandolari.

L'epitelio della superficie libera, esaminato in sezioni verticali di preparati induriti, appare di un solo strato, costituito d'alte cellule cilindriche, terminate nella estremità che guarda il lume intestinale da un orlo lucente, e finamente striato, simile a quello delle cellule del tenue, ma più sottile. L'altra loro estremità è pure tronca e s'impianta sulla mucosa. La linea di confine fra le cellule epiteliche e la mucosa è netta e spiccata, ed esclude qualunque idea di penetrazione di prolungamenti di quelle nello spessore di questa. Ciò appare specialmente nei preparati induriti nell'alcool e colorati con picrocarmino, poichè in questi il protoplasma giallognolo, granuloso dell'epitelio si vede cessare bruscamente verso la mucosa, che è invece incolora e assai trasparente, essendo costituita d'un tessuto connettivo molto delicato, reticolare e spugnoso. — Il nucleo è ovale, allungato nel senso stesso della cellula, ed è collocato un po' più vicino alla estremità libera che a quella d'impianto della cellula stessa sulla mucosa. Talora si osservano delle cellule contenenti due nuclei, od anche tre, l'uno addossato all'altro. — In alcune cellule, poi, si scorgono, immersi nel protoplasma, dei granuli pallidi, rotondi, di svariata grossezza (da meno di 1μ a 2μ e più), i quali si imbevono intensamente colle sostanze coloranti la cromatina nucleare. Questi granuli sono, come vedremo più tardi, in rapporto colla distruzione di una parte di quelle cellule amiboidi, che stanno nello spessore dello strato epiteliare, e che sono numerose tanto in quest'ultimo, quanto negli strati superficiali del connettivo della mucosa. In tutto il tubo gastro-enterico si vedono queste cellule amiboidi nell'epitelio. Quello che mi parve caratterizzi l'epitelio

del retto di coniglio è, che vi sono frequenti le cellule amiboidi a protoplasma abbondante e a nucleo allungato e aggomitolato. Di queste cellule nessuno, trovandole nello spessore dello strato epiteliare, potrebbe credere che fossero cellule di ricambio (Ersatzzellen), tanto è facile, alla forma del loro nucleo, riconoscerne la natura.

Fra le cellule cilindriche protoplasmatiche si trovano abbastanza frequenti delle cellule contenenti muco. Ma di queste ci occuperemo più avanti.

Nell'epitelio di rivestimento del retto, per quanto io variassi i metodi d'indagine, non ho mai trovato alcun indizio di moltiplicazione per cariocinesi.

Debbo considerare come straordinarie eccezioni le due sole cellule in mitosi che vi osservai nel lungo corso delle mie indagini.

E tuttavia anche normalmente ha luogo, in varia misura nei diversi animali, una esfogliazione cellulare. Come, adunque, queste cellule si riproducono? La risposta verrà data dallo studio delle ghiandole.

Spetta a *G. Klose* (1), scolaro di Heidenhain, il merito di aver posto in evidenza la notevole differenza che passa fra le ghiandole tubulari del tenue e quelle del retto. Queste si distinguono da quelle tanto per la natura del loro secreto, che è prevalentemente mucoso, quanto per la costituzione del loro epitelio, nel quale predominano le cellule mucipare; nel coniglio, anzi, non ci sarebbero quasi che queste, mentre nel cane le cellule mucipare si alternano colle protoplasmatiche (2).

È facile persuadersi dell'esattezza delle osservazioni di *Klose*; ma, impiegando nello studio i nuovi metodi di ricerca introdotti nella scienza, è facile altresì riconoscere altri fatti sfuggiti alla sua accurata osservazione.

Innanzi tutto, nei preparati colorati coll'ematossilina (3) si può constatare, che le ghiandole del retto di coniglio contengono un certo numero di cellule epiteliche in via di cariocinesi. Non

(1) Klose, *Beitrag zur Kenntniss der tubulösen Darmdrüsen*. Diss.-Inaug. Breslau 1880.

(2) Klose, *l. c.* pag. 17.

(3) Si deve dare la preferenza all'ematossilina sulle altre sostanze coloranti i nuclei in mitosi, perchè queste ultime, come si vedrà, colorano assai fortemente il muco, e quindi le mitosi non si scorgono facilmente.

sono molto numerose, trovandosene 1 all'incirca ogni due o tre ghiandole; ma sono costanti anche nell'animale adulto o vecchio. Le mitosi stanno a preferenza in due punti: nel cul di sacco, e poco lontano dallo sbocco ghiandolare; non mancano, però, nel resto del tubulo. — I nuclei in mitosi, come nelle altre ghiandole, si trovano anche in queste più vicini al lume ghiandolare che non i nuclei in riposo.

Un secondo punto in cui debbo modificare la descrizione data da *Klose* è questo, che, trattando i preparati con certe sostanze coloranti, le cellule ghiandolari non si comportano tutte allo stesso modo. Ciò sfuggì a *Klose*, perchè egli usò colorare soltanto col picrocarmino, coll'ematossilina e col carmino allume (l. c. pag. 18), con sostanze, cioè, che rendono poco o nulla evidente il fatto di cui parlo. — Se, invece, una sezione verticale di mucosa rettale previamente *indurita nell'alcool assoluto*, viene colorata colla vesuvina, poi, lavatala per qualche minuto nell'alcool assoluto, viene passata nell'olio di garofani e poi chiusa nella damar, si scorge (fig. 1ª) che l'epitelio ghiandolare è costituito da due forme cellulari alternantisi fra loro dall'uno all'altro capo della ghiandola; nell'una il corpo della cellula è fortemente colorato, nell'altra è rimasto incoloro. Questa differenza spicca, più che altrove, verso la metà del tubulo; quivi le cellule colorate appaiono (quantunque la ghiandola sia stata sezionata parallelamente al suo asse maggiore) sotto forma di piramide, colla base alla periferia, e coll'apice, leggermente tronco, limitante il lume ghiandolare. Il loro nucleo è ovale, alquanto appiattito, e schiacciato all'esterno, contro la membrana ghiandolare. Il corpo cellulare è tutto occupato dalla sostanza colorata, in cui si scorgono numerosi vacuoli, sicchè la sostanza stessa assume l'aspetto di reticolo a grosse trabecole (1). In moltissime cellule, poi, si può constatare come esse siano proprio cellule mucose secernenti; infatti nel lume ghiandolare si scorge un cordoncino irregolare, che offre le stesse reazioni del contenuto delle cellule anzidescritte (materiale mucoso secreto, raggrinzato dai liquidi che servirono per l'indurimento), e che è in connessione con esse per mezzo di un filuzzo di sostanza della stessa natura (fig. 1).

(1) Credo conveniente di notare che questa struttura reticolare si riferisce a preparati induriti nell'alcool. Nel fresco il corpo delle cellule in discorso è, come in tante altre cellule mucipare, a grossi granuli.

Le cellule chiare occupano tutto lo spazio lasciato libero dalle precedenti, posseggono un nucleo ovale spinto verso la periferia, e la sostanza che costituisce il loro corpo si distingue, oltre che per la scarsa o nessuna affinità per la vesuvina, per essere pallida, omogenea, ed attraversata in tutto il suo spessore da un sottile reticolo.

Una differenza di colore così bella come quella della vesuvina si ottiene col verde di metile, conservando, poi, i preparati in glicerina. La ottenni pure, ma un po' meno spiccata, col metodo all'acido cromico (1), colla fucsina, colla safranina e coll'ematossilina preparata secondo la formola che io ho dato nel mio *Manuale di microscopia clinica* (2), mentre quella preparata secondo la formola di *Stöhr* colora meno il corpo cellulare e più i nuclei (3).

Del resto, non c'è bisogno di colorazione per dimostrare la differenza che corre fra queste due specie di cellule ghiandolari; si può giungere allo stesso scopo esaminando le sezioni, non colorate, nell'alcool assoluto. Col microtomo si fa una sezione sottilissima della mucosa inclusa in paraffina, e la si mette in poche goccie di trementina per liberarla dalla paraffina; dopodichè la si lava nell'alcool assoluto, e la si esamina in una goccia pure di alcool. Appaiono bene le due specie di cellule: le une chiare, pallide, attraversate da un fino reticolo, le altre a forma di piramide, e con un corpo incoloro, ma splendente e vacuolizzato. Se ora ad uno dei lati del coproggetti si depone una goccia d'acqua, o di soluzione di picrocarmino, si vede che, man mano che la soluzione penetra, tutte e due le specie di cellule si gonfiano, e, nel far ciò, quelle splendenti (mucose) dapprima diventano più omogenee, poi impallidiscono fortemente, e lascian vedere un reticolo a sottili trabecole che attraversa il loro corpo cellulare. A questo modo diventano quasi eguali alle cellule pallide, sicchè solo un occhio che tenne dietro a questa loro trasformazione, può distinguerle ancora, perchè conservano ancora qualche accenno della

(1) BIZZOZERO, *Zeitschr. f. wiss. Mikr.*, vol. III, 1886, p. 24.

(2) 3ª ediz. italiana pag. 36. — 2ª ediz. tedesca pag. 31.

(3) Le tinture d'ematossilina preparate con diverse formole hanno diversa affinità pel muco. Ciò spiega come KLEIN colorasse coll'ematossilina le cellule caliciformi, mentre KLOSE (*l. c.*), meravigliandosi di ciò, dice che egli le ottenne sempre « hell und ungefärbt. »

rifrangenza primitiva. Queste modificazioni dipendono puramente da ciò, che la sostanza mucosa cromatofila contenuta nelle cellule, a contatto dell'acqua o di soluzioni acquose, si gonfia ed impallidisce; non è già conseguenza di una trasformazione chimica. Infatti, se ad un preparato così trattato si sostituisce di nuovo all'acqua una goccia d'alcool, il preparato, man mano che il primo scaccia la seconda, riacquista l'aspetto primitivo, e la differenza fra le due specie di cellule ritorna evidentissima. E così il giuoco si può ripetere parecchie volte.

Oltre che coll'alcool, la differenza fra le due specie di cellule si dimostra anche coll'acido acetico. Questo quando agisca a forte concentrazione, mentre rende pallidissime e a poco a poco invisibili le cellule chiare e in genere tutti gli altri elementi del preparato, mentre fa impallidire, fin quasi a renderli invisibili, i nuclei delle cellule mucose, non altera la sostanza splendente contenuta in queste ultime; la quale, anzi, frammezzo al resto del tessuto impallidito appare più splendente e spiccata. — Questa reazione dell'acido acetico è di molta importanza, perchè ci dimostra che il contenuto delle cellule splendenti è rappresentato da vera sostanza mucosa, com'è vero muco la sostanza cromatofila contenuta nel lume delle ghiandole; mentre le cellule incolore non danno traccia della reazione della mucina.

Quanto finora dissi dell'epitelio ghiandolare *si riferisce specialmente a quello che si osserva verso il terzo medio della ghiandola*; nel terzo esterno e nell'interno si notano delle differenze di cui importa assai tener conto, quando si voglia ben conoscere la vita delle cellule ghiandolari che stiamo esaminando.

Nel *terzo profondo*, vale a dire nel fondo cieco, mentre le cellule chiare hanno press'a poco lo stesso aspetto che nel terzo medio, le cellule cromatofile si distinguono dalle corrispondenti del terzo medio per una minore affinità per le sostanze coloranti. Se, p. es., osserviamo un preparato in vesuvina, vediamo che le cellule cromatofile, pur essendo tutte colorate, lo sono tanto meno intensamente quanto più ci avviciniamo all'apice del cul di sacco; se invece il preparato è al verde di metile (fig. 3ª), la colorazione diminuisce di tanto, che nel fondo cieco è appena sensibile, sicchè qui le cellule cromatofile quasi non si distinguono dalle incolore. E parimenti, se trattiamo un preparato coll'alcool, ovvero coll'acido acetico, troviamo che le cellule cromatofile, man mano ci avviciniamo all'apice del cul di sacco, diventano sempre meno

splendenti. Risultati consimili ci danno anche gli altri già menzionati coloranti del muco. — Appare, quindi, evidente che le cellule cromatofile, procedendo dal fondo cieco verso il terzo medio della ghiandola, vanno man mano arricchendosi di quella sostanza mucosa che resiste all'acido acetico, ed a cui debbono la loro grande colorabilità.

Nel terzo profondo delle ghiandole, come dissi, le mitosi sono relativamente frequenti. Se ne vedono in tutti gli stadi; la massa nucleare filamentosa è relativamente piccola, il corpo cellulare è costituito da sostanza pallida ed omogenea, attraversata da un reticolo a sottili trabecole (fig. 2ª). Stante la poca differenza che qui c'è tra le due forme cellulari, non si saprebbe decidere se le mitosi appartengano piuttosto alle cellule chiare, alle cellule mucose o ad entrambe.

Le cellule tappezzanti il *terzo superficiale* delle ghiandole da una parte si continuano con quella del terzo medio, dall'altra trapassano nell'epitelio di rivestimento. Nè verso una parte, nè verso l'altra troviamo un limite netto; gli elementi si modificano gradatamente, e la modificazione ha luogo in ambe le specie di cellule.

Infatti, esaminando le cellule cromatofile in preparati induriti nell'alcool, sezionati di parafina, coloriti col verde di metile e conservati in glicerina (fig. 4ª), si vede che il blocco piramidale di muco che le riempie nel terzo medio della ghiandola (fig. 4ª *a*), quanto più si procede verso lo sbocco di essa diventa piccolo, si allontana dal nucleo e si porta verso l' estremità interna della cellula (*b*); con altre parole, la cellula continua ad emetter muco senza produrne del nuovo. Tali cellule si riscontrano anche in corrispondenza dell'orificio ghiandolare ed al dintorno di esso nell'epitelio di rivestimento dell'intestino, ma sono molto modificate; esse sono allungate, compresse dalle cellule circonvicine (*c*); il loro nucleo, non più schiacciato dalla gocciola di muco, si è portato un po' più verso il mezzo della cellula, ove sta circondato da protoplasma granuloso, e, infine, il blocco di muco, assai ridotto in volume, occupa parte dell'estremità libera della cellula, e in parte sporge da essa, trovandosi così libero alla superficie della mucosa. Il blocco ha, a questo modo, la figura di un 8, e la strozzatura dell'8 corrisponde allo stretto orificio della cellula pel quale il muco sta passando. La cellula è così diventata una cellula caliciforme dell'epitelio di rivestimento. — In un ul-

timo stadio, che si compie quando le cellule formano già parte dell'epitelio di rivestimento dell'intestino, le cellule possono svuotarsi di tutto il muco, ed allora, tanto pel nucleo quanto pel corpo, assomigliano alle cellule epiteliche comuni, salvo che mancano di orlo lucente. Non ho potuto accertare se un certo numero di esse possa, acquistando quest'orlo, trasformarsi in complete cellule protoplasmatiche.

Figure assai istruttive di questo processo di evoluzione delle cellule mucipare si ottengono eziandio da pezzi *induriti nel liquido di Flemming*, ridotti in paraffina in sezioni sottilissime, le quali vengono poi colorate colla safranina e conservate in dammar. È con questo metodo che si ottenne la fig. 5ª che rappresenta uno sbocco ghiandolare. La sostanza mucosa spicca assai perchè viene fortemente colorata dalla safranina; non presenta, però, evidente quella forma reticolare, ch'essa, invece, manifesta, come si disse, quando è indurita coll'alcool. Il liquido di Flemming la rende di aspetto omogeneo; soltanto coi migliori obbiettivi si può accertare che essa è attraversata da un fino reticolo.

Nella figura è disegnata porzione del terzo superficiale della ghiandola. Nella sua parte inferiore si vede che le cellule hanno ancora forma piramidale, e che al loro sbocco nel lume ghiandolare presentano un piccolo zaffo di muco più intensamente colorato. Andando verso lo sbocco della ghiandola, le cellule si impiccioliscono alquanto, e tendono a diventar sferiche; il nucleo è sempre schiacciato alla periferia. In uno stadio più avanzato la cellula impicciolisce ancora, e quella parte in cui sta il nucleo tende, vista di coltello, ad assumere forma triangolare, e s'imbibisce fortemente della sostanza colorante. — In corrispondenza dello sbocco ghiandolare le cellule, in conseguenza evidentemente della forte pressione che soffrono in quella loro metà che è fissata sulla mucosa, hanno già acquistato la forma di calice; il muco, cioè, forma un globo nella metà superficiale della cellula, e in parte fuoresce da essa; la metà profonda dell'elemento invece è appiattita, è fortemente colorata colla safranina, e contiene un nucleo pure schiacchiato, e colorato con intensità anche maggiore. — In un ultimo periodo le cellule entrano a far parte dell'epitelio dell'intestino, e si distinguono dalle antecedenti soltanto per questo, che il globo di muco che contengono si è impicciolito ancora di più.

Nello studiare le modificazioni di forma che presenta la metà profonda delle cellule è da tener presente, che la pressione che

le determina non si esercita in tutte le direzioni; la pressione viene esercitata dalle cellule che stanno nel lume ghiandolare verso le cellule dell'epitelio di rivestimento; vale a dire nella direzione che assumerebbe il prolungamento dell'asse longitudinale della ghiandola s'esso si curvasse per decorrere parallelo alla superficie dell'intestino. Ne consegue, che la metà profonda delle cellule caliciformi diventa *appiattita;* sicchè vista di coltello appare sottile col nucleo allungato, vista di fronte è larga, e presenta il nucleo di forma ovale. Ne consegue pure che le figure di coltello si hanno soltanto in quei punti della sezione in cui essa passa nel piano mediano longitudinale delle ghiandole (come nella più parte delle cellule della fig. 5ª), mentre negli altri punti si hanno figure di sbieco o di fronte (*a* della fig. 5ª).

Noteremo di passaggio che (come appare dalla stessa figura), nei preparati induriti col liquido di Flemming e colorati con safranina, l'intensità di colorazione del muco diminuisce gradatamente andando dalle cellule ghiandolari a quelle caliciformi dell'epitelio di rivestimento. In queste ultime, poi, nell'interno del muco si scorgono dei corpicciuoli rotondi od ovali, intensamente colorati. — Noteremo ancora, che anche nei preparati induriti nel liquido di Flemming le cellule mucose si imbevono assai intensamente colla vesuvina; quest'ultima, anzi, è preferibile alla safranina quando si vogliano far spiccar le cellule caliciformi dell'epitelio di rivestimento.

Anche le cellule chiare si modificano procedendo verso lo sbocco ghiandolare. Già ad una notevole distanza da questo il reticolo che attraversa il corpo cellulare va facendosi sempre più fitto, mentre progressivamente la sostanza omogenea che sta fra le sue maglie diminuisce; la cellula impicciolisce di alquanto, e, pel continuo impicciolirsi delle maglie del reticolo, alfine acquista aspetto granuloso, simile a quello dell'epitelio di rivestimento; al par di questo, eziandio, acquista la proprietà di colorarsi in giallognolo col picrocarmino, mentre prima vi rimaneva incolora. Il nucleo, dapprima schiacciato all'estremità profonda del corpo cellulare, si dispone col suo asse più lungo parallelo a quello della cellula, e s'avanza fino a trovarsi nella metà superficiale del corpo di questa. Infine a non grande distanza dallo sbocco la linea limitante la estremità libera delle cellule, dapprima sottile e liscia, va diventando un po' più grossa e finamente striata, e, così, in corrispondenza dell'orificio della ghiandola arriva a presentare l'aspetto

dell'orlo lucente e striato proprio dell'epitelio di rivestimento. — Dopo questa descrizione, che ho dato, dell'epitelio delle ghiandole rettali parmi si possa dare una risposta alla domanda: come si rigenera l'epitelio dell'intestino? E non credo che la risposta possa essere altra che questa: esso non si rigenera per moltiplicazione de' suoi propri elementi; la sua continuità è conservata dal successivo e proporzionato trasformarsi in cellule epiteliche superficiali delle cellule rivestenti le ghiandole tubolari. — Infatti: 1° nell'epitelio di rivestimento non esistono cellule in mitosi, mentre esse esistono costantemente in quello delle ghiandole; 2° tra l'uno e l'altro epitelio non esiste un limite netto; c'è un passaggio graduato dall'epitelio ghiandolare a quello della superficie libera; 3° trattandosi di ghiandole *adulte*, le mitosi del loro epitelio, se non servissero alla conservazione dell'epitelio di rivestimento, dovrebbero necessariamente servire a sostituire cellule ghiandolari distruggentisi durante la secrezione. Ora, in nessuno de' miei numerosissimi preparati io ho trovato la traccia di elementi in distruzione nè nell'epitelio secernente, nè nel lume ghiandolare; e si noti che questo lume è piccolo, e quindi sarebbe facile la constatazione del fatto; 4° il variare dell'aspetto delle cellule mucose a seconda del punto della ghiandola in cui si considerano dimostra che, non solo le mitosi vicine all'orificio, ma sì ancora quelle residenti nel fondo cieco contribuiscono a conservare l'integrità dell'epitelio di rivestimento. E per vero, noi abbiamo veduto che, di queste cellule, alcune sono distese da molto muco poco colorabile, altre sono distese da un blocco piramidale di muco molto colorabile, altre, infine, hanno buona parte del loro corpo di natura protoplasmatica, e non contengono più che un piccolo blocco di muco, di cui sono prossime a svuotarsi del tutto. Ora, questi diversi aspetti delle cellule cromatofile non possono corrispondere a diversi stadi della loro attività funzionale, perchè, se così fosse, cellule con l'uno o l'altro di questi aspetti dovrebbero indifferentemente trovarsi in qualsivoglia punto della ghiandola; e, invece, ciò non s'osserva mai, giacchè, come dissi, le cellule a muco poco colorabile sono tutte nel terzo profondo, le cellule piramidali nel terzo medio, e le cellule caliciformi nel terzo superficiale della ghiandola. E neppure si può accogliere la supposizione che ogni ghiandola sia costituita da tre porzioni, aventi ciascuna cellule mucose proprie e particolari, giacchè feci già notare che dalle cellule cromatofile a muco quasi non colorabile

le quali stanno nel fondo cieco, si passa, per una serie graduata di cellule a muco sempre più colorabile, alle cellule piramidali, intensamente colorate del terzo medio della ghiandola; e da queste, pure per gradazioni successive, alle cellule in via di svuotarsi di tutto il loro muco che stanno all'orificio della ghiandola e nell'epitelio intestinale che lo circonda. Tutto ciò non si può spiegare che ammettendo: 1° che i diversi aspetti delle cellule cromatofile corrispondono a diversi stadi della loro vita; 2° che le cellule cromatofile più giovani stanno nel fondo cieco, mentre le più vecchie risiedono all'orificio della ghiandola e nell'epitelio di rivestimento dell'intestino. Ammesso ciò, si deve ammettere implicitamente, che le cellule più profonde delle ghiandole, spostandosi gradatamente dal basso all'alto, vengono in ultimo a formar parte dell'epitelio di rivestimento dell'intestino.

Mi sono occupato anche di indagare qual rapporto esista fra le cellule cromatofile e le cellule chiare. La loro diversa costituzione e il diverso aspetto sono forse dovuti al fatto che le cellule, pur essendo tutte della stessa natura, sono in diverso stadio funzionale? La cellula chiara è forse una cellula già svuotatasi del muco secreto, mentre la cellula cromatofila che le sta vicina è ancora carica di muco; sicchè nel periodo immediatamente successivo quella, producendo nuovo muco, diventerà cromatofila, mentre questa, svuotandosi del suo, apparirà come cellula chiara, e così di seguito? Debbo confessare che questa fu la mia prima supposizione; e che furono i fatti che mi persuasero a concludere in modo diverso.

Se la supposizione fosse vera, noi dovremmo trovare tutte le forme di passaggio fra l'una e l'altra specie di cellule; come si trovano in tutte quelle ghiandole (salivari, gastriche, pancreatiche, ecc.) in cui l'osservazione anatomica dimostrò variazioni istologiche corrispondenti ai diversi stadi di attività funzionale; dovremmo vedere, cioè, cellule chiare con poco muco, altre che ne contengono di più, e così, progredendo, altre in cui il muco riempie quasi tutta la cellula, fino ad arrivare alle cellule cromatofile tipiche. Invece, nulla di tutto ciò. Se noi consideriamo un tratto del tubulo in cui ambe le specie di cellule sono nel loro pieno sviluppo, cioè il terzo medio della ghiandola, vediamo che le cellule cromatofile sono sempre fortemente distese dal muco, mentre le chiare non presentano neppur traccia di questa sostanza; fra quelle e queste, anzichè forme di passaggio, c'è un vivo e spic-

cato contrasto. Le due forme cellulari, adunque, debbonsi considerare come appartenenti a due specie distinte di elementi.

Ciò non consuona coi risultati ottenuti da *Klose* (1) e confermati da *Heidenhain* (2). Sottomettendo i conigli all'azione della pilocarpina, in modo da eccitare fortemente l'attività secretoria dell'intestino, essi videro succedere profonde modificazioni nelle cellule mucose delle ghiandole tubulari del coniglio; infatti, il muco ne esce, fino a non rimanerne più traccia, il nucleo s'arrotonda e si allontana dall'estremità della cellula, portandosi verso il mezzo di questa; il muco uscito viene sostituito da una sostanza granulosa, ricca di albumina, che si colora intensamente in rosso col carmino; in breve, le cellule diventano « vollkommen ähnlich den Zellformen, welche die typische Auskleidung der Dünndarmdrüsen bilden (3). » Secondo questi osservatori, adunque, le cellule mucose potrebbero, dopo un periodo di esagerata attività, riacquistare i caratteri di cellule protoplasmatiche.

Questi risultati m'hanno mosso a ricercare se per questa via io potessi modificare le cellule cromatofile in modo da renderle eguali alle cellule chiare. *Klose* ed *Heidenhain* non potevano pensare a ciò, perchè non riconoscevano nelle ghiandole che una sola forma cellulare; ma, una volta che fu dalle mie osservazioni accertato, che le cellule appaiono sotto due forme, era logico sospettare, che se la differenza fra esse dipende da ciò che l'una è carica, l'altra è vuota di muco, era logico sospettare, dico, che ogni differenza dovesse scomparire quando, per mezzo della pilocarpina, anche le cellule cromatofile si fossero liberate del loro materiale di secrezione.

A questo scopo produssi una profusa e prolungata secrezione delle ghiandole in conigli adulti del peso di 1800-2000 grammi, iniettando loro ipodermicamente in tre ore quattro siringhe di una soluzione di idroclorato di pilocarpina, in modo che in tutto ricevessero g. 0,03 di sale, ed uccidendoli mezz'ora dopo l'ultima iniezione. Le iniezioni dovettero essere così ripetute perchè i loro effetti, benchè intensi, sono passaggieri. La mucosa rettale venne indurita parte in alcool, parte nel liquido di Flemming.

Le sezioni dei pezzi induriti dimostrano già ad un esame

(1) *Loc. c.* p. 25.
(2) *Loc. c.* p. 166.
(3) Heidenhain, *l. c.* p. 166.

superficiale notevoli modificazioni. Innanzi tutto le ghiandole sono un po' più sottili delle ghiandole normali; infatti, paragonando quelle a queste in pezzi induriti collo stesso processo nel liquido di Flemming si trova che le prime hanno verso la metà della loro lunghezza una grossezza media di 44,25 μ, mentre le seconde misurano 52 μ. Questa piccola diminuzione è imputabile specialmente all'epitelio ghiandolare, poichè non mi parve che il lume fosse apprezzabilmente impicciolito. Ciò, però, che più spicca, è la modificazione delle cellule mucipare. La sostanza cromatofila che contenevano, in alcune (e sono le più numerose) è scomparsa del tutto, nelle altre è in via di scomparire. Nei preparati induriti nell'alcool e colorati con vesuvina è facile vedere come ciò succeda: le trabecole del reticolo formato dalla sostanza cromatofila (fig. 7ª) vanno facendosi sempre più sottili, poi diventano interrotte, ed alla fine si sottraggono alla vista. Il corpo della cellula, però, impicciolisce, come s'è detto, di poco, perchè il posto delle trabecole scomparse viene occupato dal crescere della sostanza incolora che riempiva i vacuoli da esse limitati. Com'era a supporsi, la sostanza cromatofila scompare per ultimo là dove essa era contenuta in maggior copia, cioè verso il mezzo della lunghezza della ghiandola. Noto di passaggio che il nucleo delle cellule, come già avevano osservato *Klose* ed *Heidenhain*, si arrotonda, e si porta verso il mezzo della cellula. Aggiungo, poi, che anche negli alti gradi di pilocarpinizzazione le ghiandole presentano delle mitosi, in un numero che non mi sembrò diverso dal normale.

Ad un esame superficiale si può credere che, scomparsa la sostanza cromatofila, non ci sia più differenza fra le due specie di cellule ghiandolari; ma nel fatto non è così. Il corpo delle cellule cromatofile, nei preparati induriti tanto in alcool quanto nel liquido di Flemming, e trattati sia colla vesuvina che colla safranina, si colora ancora, benchè assai leggermente e in modo diffuso; mentre nelle cellule dell'altra specie si conserva incoloro. Questa differenza si avverte bene nel mezzo della ghiandola; poco spiccata è, invece, nel cul di sacco. Inoltre, le cellule cromatofile mantengono la loro forma piramidale, e la loro regolare base d'impianto sulla membrana ghiandolare, mentre le cellule incolore sono obbligate, come nello stato normale, ad occupare gl'interstizi lasciati da esse, ed hanno, quindi, una forma affatto irregolare. Ciò appare chiaramente quando si esamini una ghiandola,

aggiustando il fuoco dell'obbiettivo non sul piano mediano di essa, ma su di un piano tangenziale, in modo da vedere i contorni delle superficie d'impianto delle cellule sulla membrana anista, come venne rappresentata nella figura 6ª; nella quale *a a* sono le cellule mucipare svuotatesi del loro muco, *b* le cellule chiare interposte. Nelle cellule *a' a'* il globo di muco non era ancora del tutto scomparso, e venne abbrunato dalla vesuvina; esso nella figura appare a contorni sfumati perchè sta nell'apice della cellula, in un piano inferiore a quello ove sta il nucleo, e quindi non si trova al fuoco dell'obbiettivo.

Interessante è, ancora, di studiare le alterazioni degli elementi nell'epitelio di rivestimento. Le cellule cilindriche protoplasmatiche vi appaiono con palese orlo lucente, piuttosto tumefatte, chiare, come fossero leggermente infiltrate di liquido sieroso. I loro nuclei, come già osservò *Klose*, si sono spinti verso la estremità libera della cellula, talvolta fin quasi a toccare l'orlo lucente. Quanto alle cellule mucipare non posso, per quanto riguarda il retto, sottoscrivere all'opinione di *Klose* (l. c. pag. 27) che nei conigli pilocarpinizzati scompaiano (die Schleimzellen verschwinden vollständig). Forse egli non le potè dimostrare coi metodi da lui usati. Ma se, invece, l'intestino s'indura colla miscela di Flemming, e le sezioni si esaminano in glicerina, oppure, dopo averle colorate con buoni reagenti delle cellule mucipare, come la safranina e (ancor meglio) la vesuvina, si osservano in vernice damar, non si dura fatica a riconoscerle. Ben poche di esse, però, contenendo ancora una piccola gocciola di muco, conservano la caratteristica forma di calice (fig. 8ª *a*). Nella più parte la gocciola di muco è scomparsa, e il corpo della cellula è avvizzito, e fortemente schiacciato, sicchè appare pallido e largo quando sia visto di fronte (*c*), stretto e più colorato quando sia visto di profilo (*d*). Esso si colora abbastanza intensamente colla safranina e la vesuvina, e pare costituito da una sostanza vacuolizzata (ben palese nella fig. *b*). Il nucleo delle cellule è pure fortemente appiattito, e si distingue a prima giunta da quello delle comuni cellule epiteliche, oltre che per questa sua forma e per la intensa colorazione, pel fatto che è collocato nella parte profonda dello strato epiteliale, in vicinanza del punto d'impianto della cellula che lo contiene. In conclusione, abbiamo dinanzi a noi degli elementi avvizziti a cagione della esagerata secrezione in essi indotta dalla pilocarpina.

Applicando questi risultati alla soluzione del quesito che ci eravamo proposto, e ricordando specialmente, che le cellule mucipare neppur quando siano prive della loro gocciola di muco diventano eguali alle cellule chiare interposte, abbiamo un nuovo argomento in mano per concludere, che le due forme cellulari rappresentano veramente specie diverse, non già due diversi stati funzionali di uno stesso elemento. Ciò vale per gli elementi adulti, per quelli, cioè, che troviamo verso il mezzo della ghiandola. Non oserei dire che valga anche per gli elementi del fondo cieco; poichè qui le cellule mucipare presentano meno spiccati i loro caratteri differenziali: contengono poco muco, trattengono assai meno vivacemente le sostanze coloranti, assomigliano in una parola assai più alle cellule chiare che le circondano. Questa minore differenza può far supporre che alcune delle cellule contenute in questo tratto della ghiandola costituiscano come degli elementi indifferenti, che nel successivo sviluppo si avviino in due direzioni divergenti, a capo delle quali stanno dall'una parte le cellule chiare, dall'altra le cellule mucipare. Lascio la soluzione del quesito (che non è facile, come non si trova facile quella che riguarda le due specie di cellule delle ghiandole del fondo gastrico) ad ulteriori ricerche.

Quello che risulta dalle indagini che ho finora esposto si è: che non si possono spiegare le modificazioni graduate di forma e di costituzione chimica, che si osservano nelle cellule mucipare andando dal fondo cieco ghiandolare fino all'epitelio di rivestimento, *se non ammettendo un'evoluzione progressiva ed uno spostamento delle cellule stesse dal fondo cieco fino alla superficie libera della mucosa.* È, adunque, nel fondo cieco che si trovano gli elementi mucipari più giovani, ed *ivi ha luogo la loro moltiplicazione per mitosi.* Quanto alle cellule chiare, esse devono naturalmente accompagnare le mucipare nella loro trasmigrazione; la loro moltiplicazione per scissione indiretta, però, *può aver luogo in tutta la lunghezza del tubulo ghiandolare.* Infatti, come dissi, sono frequenti le cellule chiare con nucleo in mitosi fin presso lo sbocco della ghiandola. Ciò spiega come nell'epitelio della superficie libera esse riescano ad essere assai più numerose delle cellule mucose.

II.

Ghiandole del colon di coniglio.

La mucosa del colon ha una superficie libera fittamente bernoccoluta, a cagione di numerose sporgenze a forma di capezzolo o di cono che stanno disposte l'una vicina all'altra. Queste sporgenze o papille alla loro base hanno una larghezza di 0,6 — 0,8 mm. verso il principio del colon, e di 0,3 — 0,4 mm. nel colon a circa 20 cm. di lontananza dal cieco. Si noti, però, che sono così strette una contro l'altra, che quando si esamina la superficie interna dell'intestino, non si può vedere che il loro apice; giacchè la superficie laterale di ogni papilla è per buona parte applicata contro le corrispondenti superficie laterali delle papille che immediatamente la circondano.

Le ghiandole del colon sono tubulari. Ora, siccome al pari di quelle del retto sono disposte a palizzata, e vanno a terminare direttamente alla superficie della mucosa, così ne consegue che hanno diversa lunghezza (fig. 9ª); le più lunghe sono quelle che vanno a sboccare all'apice delle papille, le più corte sono quelle che sboccano nel fornice fra una papilla e l'altra; quanto alle ghiandole che metton capo sulle superficie laterali delle papille, esse sono tanto più lunghe quanto più il loro sbocco è vicino al vertice di questa.

Esse attraversano leggermente ondulose tutto lo spessòre della mucosa, e terminano quasi a contatto della *muscolaris mucosae*, dalla quale non sono separate che da un sottilissimo strato connettivo. Di frequente, a poca distanza dalla loro terminazione, si biforcano, e danno origine così a due fondi ciechi. — Qua e là, poi, tra i fondi ciechi e la *muscolaris mucosae* si osservano degli accumuli di cellule linfatiche.

Lo stroma della mucosa è rappresentato da scarso connettivo reticolare, spugnoso, attraversato da fibrocellule muscolari liscie, che tengono un decorso parallelo a quelle delle ghiandole, e vanno spesso a terminare con una loro estremità proprio sotto l'epitelio di rivestimento. Nel connettivo stanno numerose cellule in parte fusiformi, in parte (e sono le più numerose) coi caratteri di leucociti.

L'*epitelio di rivestimento* della superficie dell'intestino è simile a quello del retto. Anche in esso si scorgono non rare le cellule con due o tre nuclei in riposo, e non si vedono mai cellule in mitosi. Esso pure è attraversato da numerosi leucociti, e nelle sue cellule (specialmente in quelle che rivestono il vertice delle papille) si notano non infrequenti quei granuli di sostanza cromatofila che considero come avanzi di nuclei di leucociti in via di disaggregazione. — Nell'epitelio di rivestimento del colon non mancano le cellule caliciformi; ed è degno di nota che esse non vi sono sparse uniformemente, ma presentano notevoli differenze a seconda della porzione della papilla su cui stanno; infatti sono rare al vertice, e vanno sempre più crescendo di numero quanto più discendiamo sulle superficie laterali, tantochè nei fornici fra due papille vicine sono in alcune porzioni del colon così copiose che eguagliano o superano di numero le cellule protoplasmatiche interposte (fig. 15ª). Relativamente, le cellule caliciformi sono più scarse al principio del colon, che in quella porzione di questo che si continua col retto.

Studiamo, ora, la struttura delle *ghiandole* (1). — A questo riguardo anzitutto è da notare, che essa varia alquanto, come vedremo, a seconda del punto del colon che prendiamo a considerare. Supponiamo, adunque, che l'esame sia fatto *sulla mucosa presa nella prima porzione del colon*, a circa 5 cm. dal cieco.

Se una sezione verticale di questo tratto d'intestino indurito nell'alcool vien colorato con picrocarmino ed esaminato in glicerina, la struttura delle ghiandole sembra semplicissima. Il tubulo ghiandolare nei suoi due terzi profondi pare tappezzato da uno strato di cellule epiteliari pavimentose tutte eguali fra loro; nel terzo superficiale invece a queste cellule si sostituiscono a poco a poco delle cellule cilindriche simili a quelle dell'epitelio di rivestimento, colle quali vanno a continuarsi in corrispondenza dallo sbocco ghiandolare. Se, invece, l'intestino indurito nell'alcool, ovvero (e ciò è meglio) fissato prima nel liquido di Flemming, poi indurito nell'alcool, viene colorato coi soliti colori d'anilina, si mettono in evidenza parecchie particolarità degne di

(1) Le ghiandole del colon del coniglio sono sede prediletta dei psorospermi che arrivano proprio fino al loro fondo.

nota. Per meglio precisare i fatti supporremo che l'indurimento sia stato ottenuto col liquido di Flemming.

Innanzi tutto si accerta che nell'epitelio ghiandolare sono in complesso piuttosto numerose le mitosi (fig. 12ª e 13ª). Sono relativamente scarse nel terzo medio della ghiandola, e nel terzo esterno (fondo cieco), relativamente abbondanti nel terzo interno (colletto ghiandolare); qui quasi ogni ghiandola ha una mitosi, e non rare sono quelle che ne contengono 2-3 fino 5. Il metodo col liquido di Ehrlich e l'acido cromico che ho altrove descritto (1) mette in chiaro assai bene queste differenze. — Anche qui, come altrove, i nuclei in cariocinesi stanno più verso il lume della ghiandola che quelli in riposo.

In secondo luogo è facile riconoscere, come le cellule ghiandolari siano di due specie, alternate fra loro, come nelle ghiandole rettali. Ciò si dimostra già coi preparati colorati colla vesuvina e la safranina, perche l'una specie di cellule si colora con discreta intensità, l'altra rimane scolorata; ma appare ancor meglio colorando le sezioni, che devono esser sottilissime, con una diluzione acquosa del liquido raccomandato da Ehrlich per la colorazione dei leucociti (2), poichè con questo trattamento tutto il corpo delle cellule cromatofile si colora intensamente in rosso violetto, e nell'interno delle cellule chiare (rimaste anche qui incolore) spicca il nucleo, ch'è colorato in rosso aranciato al pari degli altri nuclei del preparato.

Le cellule cromatofile sono grossi elementi, di figura irregolarmente cilindrica o piramidale, e coll'asse più lungo disposto perpendicolarmente all'asse della ghiandola; hanno il loro corpo attraversato da un reticolo a maglie piccole, e a trabecole sottili, e posseggono un nucleo fortemente colorabile e schiacciato e spinto contro quell'estremo della cellula che s'impianta sulla membrana propria ghiandolare.

---

(1) Bizzozero, *Zeitschr. f. wiss. Mikroskopie*, vol. III, 1886, p. 24.

(2) Ecco la costituzione del liquido di *Ehrlich* (Charité-Annalen IX, 1884, p. 107): Si mescolano 126 Cc. di soluzione satura di Orange G. e di soluzione satura acquoso-alcoolica (20 % di alcool) di fucsina acida (Säurefuchsin), si aggiungono 75 Cc. di alcool assoluto, e poi a poco a poco rimestando, 125 Cc. di una soluzione acquosa satura di verde di metile. — Io solevo mescolare 1 goccia di questo liquido a 20 goccie di acqua distillata; in questa miscela lasciavo le sezioni per 10-15 minuti, poi le lavavo per 1 minuto nell'alcool assoluto, le rischiaravo coll'olio di garofano e le chiudevo in damar.

Le cellule chiare, rinserrate, come sono, fra le cellule dell'altra specie, sono relativamente sottili e lunghe; non di rado, però, la loro estremità che guarda verso il lume è alquanto ingrossata a clava, sia perchè per avventura si trova fra due cellule cromatofile piramidali, sia perchè sporge alquanto, libera, nel lume. Il loro corpo è assai trasparente e non vi si scorge che qualche accenno di granuli e di fine trabecole; il nucleo è assai allungato, ovale, quasi a bastoncino, e disposto coll'asse più lungo perpendicolarmente all' asse maggiore della ghiandola. È di aspetto vescicolare, a contorno netto e continuo.

I reciproci rapporti fra le due specie cellulari si vedono assai bene esaminando queste sia di profilo (fig. 10ª), che di fronte (fig. 11ª) e si conservano inalterati press'a poco nei due terzi profondi della ghiandola. Avvicinandosi al colletto, invece, mutano rapidamente (fig. 13ª). Le cellule chiare si fanno assai numerose, sicchè, mentre prima non solo per volume, ma anche per numero erano inferiori alle cromatofile, nel colletto le superano per numero, e vanno eguagliandole per diametro. Esse acquistano una regolare forma cilindrica, il protoplasma si fa granuloso, e presenta alquanto maggiore affinità per le sostanze coloranti, il nucleo s'accorcia e diventa semplicemente ovale. — *Un certo numero di esse si presenta in processo di cariocinesi.* — A poca distanza dallo sbocco la loro estremità libera, che s'era fatta regolarmente tronca, si vede limitata, vista di profilo, da una linea che va ingrossando, e che alla fine acquista l'aspetto dell' orlo striato dell' epitelio di rivestimento, dalle cui cellule, a questo punto, le cellule chiare più non si saprebbero distinguere.

Notevoli sono pure le modificazioni delle cellule cromatofile: Già nel terzo medio della ghiandola il loro nucleo si gonfia, diventa rotondeggiante, ed assume meglio l'aspetto vescicolare; è segnato, cioè, da una linea di contorno continua, spiccata e regolare, e presenta un contenuto chiaro, in cui si notano due o tre nucleoli, e numerosi fini granuli. — Nel terzo superficiale le cellule, strette dalle cellule chiare moltiplicatesi, si assottigliano, dando così la figura di un cilindro allungato. Il loro nucleo, pur conservandosi nella estremità d'impianto, acquista una forma ovale, allungata nel senso stesso della cellula. Quanto al protoplasma, troviamo qui la stessa modificazione che nel retto; si divide in due porzioni: una porzione granulosa, che si colora in-

tensamente e che circonda il nucleo e si avanza nel terzo medio della cellula; ed una porzione più omogenea, che si colora un po' meno (ma pur sempre intensamente) ed occupa il terzo superficiale della cellula, e fuoresce alquanto dalla sua estremità. Con altre parole, l'elemento ha acquistato l'aspetto di cellula caliciforme. — Un passo ancora, e la cellula diventa una cellula caliciforme dell'epitelio di rivestimento.

Se, ora, paragoniamo le ghiandole del colon di coniglio testè descritte a quelle dal retto, troviamo delle differenze. Lasciando da parte le minori, noteremo le due seguenti: innanzi tutto le ghiandole coliche sono più lunghe; e questa loro maggior lunghezza si riflette specialmente su quella parte cui abbiamo dato il nome di colletto. Infatti, mentre nel retto l'epitelio ghiandolare si cambia rapidamente in quello di rivestimento, nelle coliche il passaggio è più graduato, sicchè abbiamo un discreto tratto della ghiandola tappezzato da cellule che per la forma, pel nucleo, e per essere infiltrate di leucociti ricordano assai quelle della superficie libera dell'intestino. Poi, quantunque anche nelle ghiandole coliche vi siano due specie di elementi, le cellule chiare e le cromatofile, queste seconde non presentano le stesse reazioni che nelle ghiandole rettali. — Noi abbiamo, infatti, veduto che nei due terzi superficiali delle ghiandole rettali le cellule cromatofile contengono un blocco di sostanza d'apparenza reticolata che è splendente nell'alcool, diventa ancora più splendente coll'acido acetico forte, e si colora intensamente col verde di metile, la vesuvina, la safranina, ecc. — Orbene, se noi facciamo una sezione di mucosa del colon *indurita nell'alcool* (l'indurimento in altri liquidi altera la delicatezza delle reazioni), e la esaminiamo direttamente in questo liquido, vediamo che le cellule cromatofile hanno il loro corpo attraversato da un reticolo, ma questo è a trabecole molto sottili, sicchè relativamente copiosa è la sostanza omogenea disposta nelle sue maglie. È ben vero che coll'acqua distillata le cellule si gonfiano come le cellule mucipare rettali; ma nelle coliche il rigonfiamento è minore, e, inoltre, aggiungendo acido acetico forte, il loro reticolo, anzichè diventar più splendente, impallidisce fino a diventare appena visibile coi migliori ingrandimenti. Per ultimo, esse sono insensibili al verde di metile; giacchè con questo reagente, anche prolungandone l' azione, si colorano leggermente soltanto quelle che sono vicine allo sbocco ghiandolare; e del pari sono

insensibili, o quasi, alla vesuvina, alla safranina, all'ematossilina (1).

Ad onta di queste differenze, io non dubito di ascrivere le cellule cromatofile delle ghiandole coliche alle mucipare. Il nome di muco comprende un complesso di sostanze la cui natura chimica non è ancora ben determinata, e di cui non sono fissati i caratteri distintivi; non credo ci sia nessuna reazione, neppure quella coll'acido acetico, che sia necessaria ed esclusiva delle sostanze mucose. Ora, il fatto che le cellule delle ghiandole coliche impallidiscono coll' acido acetico non basta a farle dichiarare di natura non mucipara, perchè questa reazione manca in altre specie di muco (2). E, del pari, tanto questa reazione quanto l'affinità pei colori basici di anilina sono poco accentuati anche nelle cellule dei fondi ciechi delle ghiandole rettali, ad onta che tali cellule, mediante i loro passaggi graduati alle tipiche cellule mucose del terzo medio della ghiandola, dimostrino la loro natura prettamente mucipara.

Si aggiunga, che le cellule delle ghiandole coliche, al pari delle vere cellule mucipare, offrono il nucleo schiacciato alla periferia, ed un reticolo che attraversa tutto il corpo cellulare; si gonfiano nell'acqua; e, per ultimo, secernono una sostanza molto omogenea, che si gonfia pure nell'acqua e riempie il lume della ghiandola, a cominciare proprio dalla sua porzione che sta nel fondo cieco.

Un'ulteriore conferma di ciò sta nel modo di comportarsi di questi elementi verso la safranina. Già *Paneth* (3) ha notato che questa sostanza impartisce al muco delle cellule mucipare del tritone, e talora anche del topo, un colore rosso-giallo. Io ho trovato accidentalmente questa reazione fin dal principio delle mie ricerche sulle ghiandole, ed ho studiato le condizioni più favorevoli al suo manifestarsi. Ciò mi pareva importante, perchè la

---

(1) La loro colorazione colla safranina e colla vesuvina, cui accennai più addietro, si ottiene nei pezzi *induriti nel liquido di Flemming*, ed è ben lontana dall'essere così intensa come quella delle ghiandole rettali. — Noto di passaggio che, trattando la mucosa colica, *indurita nell'alcool*, col liquido universale di Ehrlich, nelle cellule cromatofile, oltre al nucleo, si colora soltanto il loro sottile reticolo; la sostanza che sta nelle maglie di questo rimane scolorata.

(2) Manca in quello dello stomaco (Heidenhain, *Phys. der Absonderungsvorgänge*, p. 94.

(3) Paneth, *Arch. f. mikr. Anal.*, vol. 31, fasc. 2ª, p. 115.

reazione, quando riesce, è assai bella ed utile. Orbene, ho notato che la reazione in molte specie di cellule mucose non riesce, non già perchè manchi il coloramento giallo dato dalla safranina, ma perchè esso, pur essendosi prodotto, scompare per l'ulteriore trattamento cui assoggettasi il preparato. Ciò succede, infatti, sia che aggiungasi glicerina per conservare il preparato, oppure si tratti la sezione coll'alcool per disidratarla e conservarla in damar. Con altre parole, la colorazione gialla prodotta dalla safranina, in alcune specie di cellule mucipare (come in quelle dello stomaco del cane) resiste alla successiva azione dell'alcool, e rispettivamente della glicerina, in altre no (p. es. in quelle del crasso del cane). — Per ovviare a questo inconveniente ho trovato necessario di esaminare i preparati mentre si trovano nella safranina, anzi di tener dietro direttamente coll'occhio al microscopio all'azione di questa sostanza: le sezioni vengono deposte sul portoggetti in una goccia d'alcool (giacchè coll'alcool anche le sezioni più sottili stanno più facilmente distese, e il loro muco non è appiccaticcio), e coperte con un coproggetti che deve esser assai sottile, affinchè possa venir sollevato facilmente dai liquidi che devono bagnare il preparato; poi all'alcool si sostituisce dell'acqua distillata che fa gonfiare gli elementi mucipari, ed all'acqua, infine, si sostituisce la soluzione di safranina (1). Per l'azione di questa i nuclei tutti del preparato acquistano un colore rosso tirante al giallo, e il protoplasma delle cellule epiteliche e il corpo delle fibro-cellule muscolari liscie diventa di colore rosso-fucsina; *mentre le cellule mucose presentano il loro muco colorato in giallo.* — I preparati, quindi, sono elegantissimi. Sfortunatamente, come dissi, la glicerina non li conserva. Meglio di essa riesce una soluzione di acetato di potassa; la quale mantiene bene il color giallo del muco, ma danneggia il preparato in questo senso, che il color rosso-fucsina dell'epitelio, dei muscoli, ecc. diventa rosso-sporco sbiadito; e quindi diminuisce la vivacità del contrasto di colori.

Se, ora, trattiamo colla safranina nel modo testè descritto una sezione di mucosa rettale, vediamo che tutte le cellule mucipare, fin quelle dei fondi ciechi, diventano gialle. — Se, invece, trattiamo allo stesso modo la mucosa colica, vediamo in-

(1) Per questa non è necessaria una determinata concentrazione. Io usavo mescolare 3 goccie di una soluzione 0,5 % di safranina con 0,5 Cc. d'acqua.

giallire soltanto le cellule caliciformi dell'epitelio di rivestimento e quelle del colletto ghiandolare; mentre le cellule cromatofile delle ghiandole rimangono rosse. A prima giunta, adunque, parrebbe che queste ultime dovessero essere di natura tutt' altro che mucosa. — Se, però, noi, mettendo il preparato in una camera umida, lasciamo agire più a lungo la safranina, troviamo che dopo alcune ore la reazione si è prodotta anche *in tutte* le cellule cromatofile, con questa sola differenza che il loro giallo è un po' più pallido di quello delle cellule caliciformi del colletto ghiandolare. È superfluo aggiungere che, anche dopo questo tempo, le cellule cilindriche e i muscoli conservano immutato il loro colore rosso-fucsina. L'ingiallire delle cellule cromatofile, poi, succede gradatamente; dapprima ha luogo in quelle che stanno più vicine e più somigliano alle cellule mucipare del colletto; poi si estende man mano fino a quelle dei fondi ciechi.

Io non ho alcun dato per poter spiegare questa interessante reazione; ma ne ho parlato un po' estesamente, perchè mi pare confermi la natura mucipara delle cellule in questione, e dimostri come esse pure, andando dal fondo cieco verso lo sbocco della ghiandola, oltre al modificarsi anatomicamente, si modificano e, per così dire, si maturano chimicamente.

Del resto, che questa doppia modificazione veramente si effettui è dimostrato ancor meglio dall'esame della mucosa colica presa in punti più vicini al retto, p. es. a 20 cm. dal cieco. Se paragoniamo delle sezioni di questa a sezioni prese a 5 cm. dal cieco (quali erano quelle descritte finora), troviamo che nelle prime la mucosa è più sottile (ed ha quindi ghiandole più corte) e le sue sporgenze papillari sono più basse e non hanno forma conica, ma piuttosto rotondeggiante. Quanto alla costituzione delle ghiandole, noi troviamo che le cellule cromatofile sono press'a poco eguali nelle due mucose quando si esaminino nella metà profonda delle ghiandole. Se, invece, le esaminiamo nella metà superficiale, troviamo delle differenze degne di nota: mentre nella mucosa del principio del colon le cellule cromatofile andando nel colletto ghiandolare si allungano e diventano cilindriche, nella mucosa a 20 cm. del cieco esse, andando verso il colletto, diventano gradatamente sferiche (fig. 14ª), e il loro nucleo viene schiacciato più fortemente alla periferia, si colora intensamente e perde l'aspetto vescicolare che aveva nei due terzi profondi della ghiandola; il contenuto delle cellule si rigonfia più fortemente

coll'acqua, si colora intensamente colla vesuvina, ingiallisce rapidamente colla soluzione di safranina, e si raggrinza e diventa più splendente coll'acido acetico forte; in breve, le cellule acquistano i caratteri delle cellule mucipare che nelle ghiandole rettali si trovano a poca distanza dallo sbocco. Come in queste, poi, in corrispondenza dello sbocco ghiandolare le cellule si allungano, si assottigliano e si trasformano nelle cellule caliciformi dell'epitelio di rivestimento; e, come in esse, il lume del colletto è occupato da una notevole quantità di muco identico per le reazioni a quello che è contenuto nelle cellule, col quale, per mezzo di prolungamenti laterali, si vede direttamente continuarsi.

Come appare dal fin qui detto, le ghiandole coliche prese a 20 cm. dal cieco rappresentano come uno stadio di passaggio dalle ghiandole del principio del colon a quelle del retto; la loro metà profonda assomiglia di più a quella delle prime, la superficiale alla corrispondente delle seconde; e, andando dal retto verso l'intestino tenue, il muco secreto cambia gradatamente di costituzione chimica.

Riassumendo gli studi fatti sulle ghiandole coliche e richiamando i molti punti di somiglianza che hanno colle ghiandole rettali, dobbiamo anche per esse conchiudere, che non si possono spiegare le modificazioni graduate di forma e di costituzione chimica che si osservano nelle loro cellule mucipare andando dal fondo cieco ghiandolare fino all'epitelio di rivestimento, se non ammettendo un'evoluzione ed uno spostamento delle cellule stesse dal fondo cieco fino alla superficie libera della mucosa. Nel fondo cieco specialmente ha luogo la loro moltiplicazione per mitosi (fig. 12ª). — Nel colletto e nell'epitelio di rivestimento il rapporto numerico fra cellule chiare e cellule mucipare è assai diverso da quello che era nei due terzi profondi della ghiandola, giacchè colà le cellule chiare sono assai più numerose dell'altre; ma ciò trova, come nel retto, la sua spiegazione nelle numerose mitosi che si osservano nelle cellule epiteliche chiare tappezzanti il colletto ghiandolare.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

(I disegni vennero fatti con un microscopio di Zeiss)

FIG. 1ª Ghiandola del retto di coniglio adulto. Mucosa indurita coll'alcool, sezionata in paraffina. La sezione venne colorata in vesuvina e conservata in damar. Vi si vedono le cellule mucipare fortemente colorate; la colorazione va gradatamente diminuendo in quelle del fondo cieco. Nel colletto ghiandolare le cellule mucipare si trasformano in cellule caliciformi. — 270 d. (Obb. D, oc. comp. 4).

» 2ª Da ghiandola del retto di coniglio, a poca distanza dal fondo cieco. Si vedono tre cellule mucipare; una di esse in mitosi. In tutte è visibile il reticolo del protoplasma. = Alcool, paraffina, ematossilina. — Obb. 1/15 imm. omog. di Reichert, Oc. comp. 4.

» 3ª Da ghiandola del retto di coniglio, verso la sua metà. La sezione, presa da pezzo indurito nell'alcool, venne colorata col verde metilico, e conservata in glicerina. Vedonsi quattro cellule mucipare con interposte delle cellule chiare. Il corpo delle prime è costituito da vacuoli chiari immersi in una sostanza che si colora fortemente in verde; l'intensità di colorazione aumenta progressivamente dalle cellule che stanno più in basso a quelle più in alto (verso lo sbocco ghiandolare). = Apocr. 2 mm. N. A. 1,30, Oc. comp. 4 di Zeiss.

» 4ª Sbocco di una ghiandola del retto di coniglio. — Alcool, paraffina, verde metilico; conservazione in glicerina. Vedesi come nel colletto ghiandolare le cellule chiare si facciano più numerose, e si trasformino nelle cellule dell'epitelio di rivestimento, e come le cellule mucipare, col loro muco fortemente colorato in verde, si trasformino in cellule caliciformi. — Apocr. 2 mm., Oc. comp. 4.

FIG. 5ª Sbocco di una ghiandola del retto di coniglio. Indurimento col liquido di Flemming, paraffina, colorazione colla safranina, chiusura in damar. Vedesi la trasformazione graduata delle cellule mucipare delle ghiandole in cellule caliciformi dell'epitelio di rivestimento. In *a* la cellula ha il suo piede appiattito visto di fronte. — 500 d. (Obb. E, colla camera lucida Oberhauser).

» 6ª Da ghiandola del retto di coniglio pilocarpinizzato. La porzione qui disegnata corrisponde press'a poco verso il mezzo del tubo ghiandolare; il fuoco dell'obbiettivo era aggiustato su di un piano tangenziale al tubo stesso, sicchè si vedono di fronte le basi delle cellule ghiandolari. — Liquido di Flemming, vesuvina, damar. — *a* Cellule mucipare che hanno quasi completamente perduta la sostanza cromatofila; *a'* *a'* cellule mucipare contenenti ancora del muco sotto forma di blocchi colorati intensamente dalla vesuvina, i quali appaiono a contorni diffusi perchè si trovano sotto i rispettivi nuclei, in un piano inferiore a quello disegnato; *b* cellule chiare. — Obb. apocr. 2 mm., camera lucida.

» 7ª Due cellule di ghiandola rettale del coniglio pilocarpinizzato della figura antecedente; qui, però, la mucosa fu indurita nell'alcool. Vesuvina, damar. — Le cellule non contengono più che pochi avanzi del reticolo cromatofilo. — Obb. apocr. 2 mm., Oc. 4 comp.

» 8ª Cellule epiteliali della superficie libera del retto dello stesso coniglio pilocarpinizzato. — *a* Cellula caliciforme che contiene ancora una piccola gocciola di muco; *b*, *c*, *d* cellule caliciformi svuotatesi delle gocciole di muco che contenevano. Liquido di Flemming, safranina, damar; *a* e *b* a 450 d. circa, *c* e *d* disegnato coll'apocr. 2 mm. e Oc. comp. 4.

» 9ª Papille di colon di coniglio adulto. La mucosa venne presa a 5 cm. dal cieco. Alcool, liquido di Ehrlich, damar. *a* Ghiandole, di cui *a'* è biforcata in basso, *b muscolaris mucosae*, *c* sottomucoso. 50 d.

FIG. 10ª Dalla stessa mucosa, indurita nel liquido di Flemming, e colorata col liquido di Ehrlich. Porzione di tubo ghiandolare in vicinanza al fondo cieco. L'obbiettivo venne aggiustato in modo da vedere le cellule ghiandolari di profilo. Vedonsi le cellule mucipare e le cellule chiare. Nelle prime non venne disegnato il reticolo. — Nel lume ghiandolare scorgesi il materiale secreto. Obb. apocr. 2 mm., camera lucida.

» 11ª Lo stesso preparato della figura antecedente, allo stesso ingrandimento. Qui però si vede il fondo cieco della ghiandola, e l'obbiettivo è aggiustato in modo da vedere le basi delle cellule ghiandolari.

» 12ª Dalla stessa mucosa, pure indurita nel liquido di Flemming, ma colorata per ventiquattr'ore colla vesuvina; poi alcool, olio di garofani, damar. Si vede un fondo cieco glandolare, contenente cellule mucipare e cellule chiare. Una delle prime è in mitosi. — 500 d. (Obb. E, camera lucida).

» 13ª Dalla stessa mucosa, indurita nel liquido di Flemming, e colorata col liquido di Ehrlich. Sbocco di una ghiandola sulla superficie laterale di una papilla. *a* Cellule mucipare ghiandolari; *b b* loro stadio di trasformazione nelle cellule caliciformi *c* dell'epitelio di rivestimento; *d d* leucociti nell'epitelio; *e* cellule chiare in cariocinesi. Vedonsi le cellule chiare trasformarsi gradatamente nelle cellule dell'epitelio di rivestimento. 370 d. (Obb. D, camera lucida).

» 14ª Dalla mucosa del colon di coniglio, nella porzione vicina al retto. Indurimento nell'alcool, e conservazione in glicerina colorata con vesuvina (con questo procedimento il muco rimane incoloro). Venne disegnata una porzione di tubulo ghiandolare corrispondente a quella porzione di colletto che confina col terzo medio della ghiandola. Si vedono quattro cellule mucipare che versano il loro muco nel lume ghiandolare; fra esse delle cellule chiare in via di trasformarsi in cellule dell'epitelio di rivestimento. Obb. apocr. 2 mm., camera lucida.

Fig. 15ª Dalla mucosa antecedente, pure indurita nell'alcool: le sezioni vennero colorate con picrocarmino e conservate in glicerina. Il disegno venne tolto dall'epitelio di rivestimento che si trova in corrispondenza del fornice fra due papille vicine. Si vedono tre cellule mucipare con nucleo schiacciato alla periferia, e fra esse delle cellule epiteliali protoplasmatiche. *a* Leucocito che sta in una nicchia delle cellule epiteliali. Obb. 2 mm. apocr., camera lucida.

Sull'azione difensiva dei parafulmini

Nota del Socio Prof. Andrea Naccari

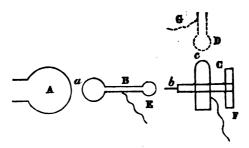
1. Nelle adunanze tenute quest'autunno a Bath dalla Società Britannica per il progresso delle scienze vi fu una vivace discussione intorno ai parafulmini. Oliviero Lodge aveva pubblicato poco innanzi una sua memoria sulla teoria dei parafulmini, teoria, di cui egli aveva verificato le conclusioni con alcune esperienze. (1). Il Preece combattè la nuova teoria, il Lodge e W. Thomson la difesero. Secondo le idee sostenute da quest'ultimi la scarica elettrica fra la nube e la terra avviene in tali condizioni che per fenomeni di autoinduzione, l'elettricità trova un ostacolo grandissimo a percorrere un conduttore di sezione non grande e di una certa lunghezza. Lord Rayleigh e O. Heaviside svilupparono la teoria matematica di questi fenomeni (2). Da questa e dalle esperienze risulta che quell'ostacolo non ha relazione diretta con la resistenza elettrica propriamente detta del conduttore. In conseguenza di tale impedimento, che si oppone al passaggio della elettricità verso il suolo, possono partire dalla parte superiore del parafulmine delle scariche laterali dannosissime all'edificio cui esso è applicato. Questa conclusione deve eccitare

(1) *Phil. Mag.* (5) XXVI, 217 (1888).
(2) Rayleigh, *Phil. Mag.* (5) XXI, 381 (1886).
Heaviside, *Phil. Mag.*, (5) XXII e seguenti.

ad applicare i parafulmini con grandi cautele e tenendo conto di ciò, che la teoria della scarica elettrica è molto più complicata di quello che credevasi un tempo.

In questa nota io descrivo alcune esperienze che fanno prova in favore della nuova teoria. Non ho potuto procurarmi lo scritto originale del Lodge, in cui devono trovarsi descritte le sue più recenti esperienze, ma dagli estratti, che ne ho veduto, mi pare che le mie esperienze sian fatte in condizioni diverse e quindi non riescano inutili.

2. *Azione della punta del parafulmine nel caso d' induzione improvvisa.*

Si rimproverò al Lodge di non aver fatto uso di punte e quindi d'essersi messo in condizioni diverse da quelle di un parafulmine, ma questo, com'è noto, impedisce la scarica soltanto allora, che la sua punta può agire sopra la nube che va caricandosi. Tutte le volte che la nube, sulla quale il parafulmine agisce, acquista improvvisamente un alto potenziale, l'azione preventiva del parafulmine non s'esercita più, anzi la presenza di esso facilita lo scoppio del fulmine.

Per verificare sperimentalmente le condizioni indicate applico al conduttore principale della macchina di Ramsden due bottiglie di Leida di mediocre grandezza e pongo di fronte alla sfera, con cui termina quel conduttore, un conduttore isolato.

Nella figura A rappresenta l'estremità del conduttore della macchina, *B* il conduttore isolato, *C* è un conduttore destinato a rappresentare il parafulmine; esso termina verso *B* con una punta. Questo conduttore è costituito da un pezzo cilindrico di ottone, attraverso il quale passa una vite micrometrica, la cui estremità porta la punta. La parte punteggiata della figura non si consideri per ora.

Se B è isolato, è manifesto che la punta in b deve agevolare la scarica; ma ciò succede anche se B è congiunto col suolo.

Il conduttore E sia costituito da una colonna d'acqua lunga 30 cm. e della sezione di tre cm.[2] Le estremità di questa colonna comunichino da una parte con B, dall'altra col suolo mediante brevi fili di rame. Essendo l'intervallo $a = 1$ cm, la scintilla scocca sempre in b, finchè b è minore di cm. 2, 2.

Se si sostituisce alla punta una pallina, la scintilla cessa di scoccare in b, quando questo intervallo giunge a cm. 1, 5.

Invece del conduttore liquido posi poscia in E un filo di rame rettilineo, del diametro di cm. 0, 05, lungo m. 3, 40; il capo di questo filo era congiunto col suolo mediante una catena d'ottone lunga 1 m. circa. Con la punta la scintilla cessa di scoccare quando $b = 1{,}2$ cm, con la palla quando $b = 0{,}9$ cm.

I due primi casi non differiscono essenzialmente da quelli che possono occorrere con un parafulmine. Fra la nube che va caricandosi di elettricità e il parafulmine può esservi una nube paragonabile a B quando è isolato. Può anche darsi che la nube si estenda molto lateralmente o sia congiunta con altre che presentino gran superficie; in tal caso le condizioni si possono ritenere simili a quelle dell'ultima esperienza. Non mi pare che i casi, che ho qui supposti, debbano raramente avverársi: in essi il parafulmine agevola e può determinare la scarica che altrimenti non avverrebbe. È quindi importantissimo ch'esso offra una via tale alla elettricità che non solo sia impedito il riscaldamento del conduttore, ma anche ogni scarica laterale.

3. *Sulle scariche laterali provenienti dalla sommità del parafulmini.*

Per mostrare con quanta facilità possano avvenire delle scariche laterali dal parafulmine riferisco queste esperienze.

Il pezzo cilindrico di ottone del conduttore C termina superiormente in una mezza sfera, il cui raggio è di cm. 1, 4. Vi sovrapposi una pallina d'ottone D, il cui raggio è 1,02 cm., sostenendola mediante un manico isolante ad una certa distanza dal conduttore sottoposto.

1ª *esperienza.* Il conduttore B era isolato. L'intervallo $a = 1, 5$ cm., l'intervallo $b = 0, 45$. In G v'era un filo lungo 60 cm. che metteva al suolo, in F un filo di rame del diametro di 0,05 cm., lungo 12 m. steso in linea retta per m. 3,40, il resto avvolto in una spirale del diametro di 3 cm, e con

l'estremità al suolo. La scintilla scoccò in *c* finchè quest'intervallo fu minore di 1, 1 cm.

2ª *esperienza.* Lasciando tutto immutato, posi in *F* un pezzo dello stesso filo di rame che v'era prima, rettilineo e lungo m. 3, 40. Ebbi sempre la scintilla in *c* finchè quest'intervallo fu minore di un centimetro.

3ª *esperienza.* In *F* posi un filo di rame del diametro di 0,025 e lungo quanto quello applicato in *G* cioè 60 cm. La scintilla scoccò sempre in *c* finchè la lunghezza dell'intervallo fu minore di 4 mm.

La scarica laterale in *c* si ha anche quando in *G* vi sia una resistenza non piccola. Ciò è dimostrato dalle seguenti esperienze.

4ª *esperienza.* Posi in *G* una colonna di una soluzione di solfato di zinco, colonna che aveva la sezione di cm^2 3, 5 e la resistenza di 420 Ohm. In *F* era il filo di rame prima nominato, lungo m. 3,40. La scarica avvenne in *c* finchè l'intervallo non superò i 2 mm.

5ª *esperienza.* Senza variare le altre condizioni posi in *G* una resistenza di 7000 Ohm prodotta da una colonna d'una soluzione di solfato di zinco, che aveva la sezione di mm^2 3, 5 e la lunghezza di 20 cm. Anche in questo caso s'ebbe la scintilla in *c* quando questo intervallo era di mezzo millimetro. Una simile scarica, benchè tenuissima, s'ebbe anche quando alle condizioni dell'ultima esperienza si fece questo solo mutamento, che al filo di m. 3,40 posto in *F* se ne sostituì uno dello stesso diametro e lungo 60 cm.

La scarica laterale cessò affatto quando in *G* si pose una colonna dello stesso liquido e della stessa sezione, ma di doppia lunghezza.

Certamente avviene in tutti questi casi una derivazione della scarica, nè io posso dare per ora dei numeri che indichino in qual rapporto avviene la ripartizione. Noto questo soltanto, che le scariche laterali varcavano, nei casi citati, degl'intervalli che non erano molto piccoli a paragone di quelli che nelle stesse condizioni avrebbe potuto varcare la scarica principale. Questa fra *C* e *D* non avrebbe superato l'intervallo se esso fosse stato maggiore di 15 mm.

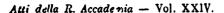
Poichè il conduttore *C* può nelle esperienze descritte rappresentare un parafulmine, si vede quanto sia facile che dalla sommità di esso partano delle scariche laterali e la elettricità

segua in parte una via diversa da quella tracciatale. Bisognerà quindi aver la massima cura perchè la sommità del parafulmini sia congiunta al suolo mediante conduttori in cui i fenomeni di autoinduzione sieno attenuati quanto è possibile, e legare con questi conduttori ogni altra parte metallica esistente dell'edificio, la quale potrebbe agevolare le scariche laterali.

Torino, 25 novembre 1888.

L'Accademico Segretario
GIUSEPPE BASSO.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 9 Dicembre 1888.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ARIODANTE FABRETTI
VICEPRESIDENTE

Sono presenti i Soci: B. Peyron, Direttore, G. Gorresio, Segretario della Classe, Flechia, V. Promis, Rossi, Manno, Pezzi, Nani.

Il Segretario legge l'atto verbale dell'adunanza precedente che viene approvato, e presenta alla Classe le seguenti opere offerte in dono dal Prof. Italo Pizzi: 1° *Dell'epopea persiana;* 2° *Chrestomathie persane;* 3° *Manuale della letteratura persiana;* 4° *Manuale della lingua persiana;* 5° *Il libro dei Re* di Firdusi: *Poema epico recato dal persiano in versi italiani.*

Il Socio Barone Manno presenta colle opportune osservazioni le seguenti opere: 1° *Gli ambasciatori di Lodovico il Moro e Bianca Maria in Germania; Storia su documenti nuovi*, di Felice Calvi, Recensione di Gaetano Sangiorgio, Torino 1888; 2° *Diarii di Marino Sanuto; Relazione di* Cesare Cantù: 3° *La riforma degli studi in Italia*, di Luigi Amedeo di Lamporo; Torino, 1888; 4° *Memoriale per la Consulta Araldica* (Legislazione nobiliare); Roma, 1888.

Il Prof. A. Fabretti presenta una statuetta in bronzo rappresentante la Vittoria, e trovata a Libarna. Egli fa intorno ad essa, al suo atteggiamento, alla sua espressione dotte osservazioni.

LETTURE

Il Socio Segretario G. Gorresio presentando come offerti in dono all'Accademia dall'Autore prof. Italo Pizzi alcuni lavori letterari, ne loda l'erudizione filologica e letteraria, la vasta conoscenza della lingua e della letteratura Persiana, e nota specialmente siccome degna di particolare lode la sua traduzione del *libro dei Re di Firdusi*, *poema epico recato dal persiano in versi italiani*. Discorrendo di questa traduzione del Pizzi, il Segretario crede che l'opera del Firdusi non si possa propriamente chiamare epopea, mancando in essa quell'unità d'azione che richiede l'epopea, ma che debba dirsi piuttosto una compilazione, un complesso di tradizioni epiche che comprendono lo spazio di più regni Iranici ed un periodo di più centinaia d'anni e che Firdusi ha raccolte in gran parte dalla bocca popolare, poeticamente abbellite e pubblicate nel suo *libro dei Re o Schanameh*. Questa opinione manifestata dal Socio Segretario dà luogo ad una breve discussione sulla natura dell'epopea antica e moderna.

Il Prof. Fabretti presenta alla Classe una statuetta di bronzo acquistata di recente dal Museo di Antichità di Torino, proveniente a quanto pare dal territorio dell'antica Libarna, la cui sede fu stabilita presso Serravalle-Scrivia. Parecchi bronzi e molti altri oggetti di antichità vennero fuori da quella regione, i quali si trovano descritti in due opuscoli pubblicati dallo scultore Santo

Varni. La statuetta di buonissimo stile, alta centim. 26, è mancante della testa e delle braccia: rappresentava una Vittoria volante, che recava probabilmente la palma nella destra. Si riconosce il punto di attacco delle ali, e più in basso quello di un sostegno, che doveva porre la Vittoria in attitudine di non toccare coi piedi la terra, *nudo suspenso pede*. Bella è la forma e fine il lavoro: la veste è gonfiata dal vento, e la tunica serrata al petto da farne meglio risaltare le forme, quantunque non abbia cintura, che la stringa alla vita.

L'Accademico Segretario
GASPARE GORRESIO.

DONI

FATTI

ALLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

E

OPERE ACQUISTATE PER LA SUA BIBLIOTECA

dal 1° Novembre al 2 Dicembre 1888.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

NB. Le pubblicazioni notate con un asterisco si hanno in cambio; quelle notate con due asterischi si comprano; quelle senza asterisco si ricevono in dono

Donatori

La Direzione (Berlino). — * Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik begründet von C. Ohrtmann, etc.; Band XVIII, Heft 1. Berlin, 1888; in-8°.

Berlino. ** — Geologische Karte von Preussen und den Thüringischen Staaten im Maafsstabe von 1:25,000; herausgegeben von der k. Preuss. geolog. Landesaustalt u. Bergahademie, etc., XXXVIII Lieferung: Grad-Abtheilung 43, n. 16, 17, 18, 22, 23, 24. Berlin, 1888; in-4°.

Id. — Erläuterungen zur geologischen Specialkarte von Preussen, etc., XXXVIII, Lieferung, Grad-Abth. 43, n. 16, 17, 18, 22, 23, 24. Berlin, 1888; in-8° gr.

R. Soc. geologica irlandese (Dublino). — * Journal of the R. geological Society of Ireland; vol. XVII, part 2; (new series) vol. VII, part 2, 1885-87. Dublin, 1887; in-8°.

Università di Giessen. — * Programm Sr. k. hoheit dem Grossherzoge von Hessen und bie Rhein Ludewig IV zum 25 August 1887 gewidmet von Rector und Senat der Landesuniversität: Phaenologische Untersuchungen, von Dr. H. Hoffmann. Giessen, 1887; 1 fasc. in-4°.

Personal-Bestand der Grossherzoglich Hessischen Ludewigs-Universität zu Giessen; Winter-Semester, von Oktober 1887 bis Ostern 1888; und Sommer-Semester, von Ostern bis Ende September 1888. Giessen; 2 fasc. in-8°. — Università di Giessen.

Verzeichniss der Vorlesungen welche auf der Grossherzoglich Hessischen Ludewigs-Univ. zu Giessen im Sommerhalbjahre 1888, und Winterhalbjahre 1888-89. Giessen, 1888; 2 fasc. in-8°. — Id.

Ueber Waldschutz und Schutzwald; Akademische Festrede zur Feier des Stiftungsfestes der Grossherzoglich Hessischen Ludewigs-Univ. am 21 Juli 1888 gehalten von dem derzeitigen Rektor Dr. R. Hess, ordentlichen Prof. der Forstwissenschaft. Giessen, 1888; 1 fasc. in-4°. — Id.

Zur Untersuchungsmethode über die Topographie der motorischen Innervationswege im Rückenmark der Säugethiere, mit besonderer Rücksicht auf das Halsmark des Kaninchens; Inauguraldissertation zur Erlangung der Doctorwürde der Hohen medicinischen Facultät der Grossherzoglich Hessischen Ludewigs-Universität zu Giessen, vorgelegt von E. Steffahny. Giessen, 1887; 1 fasc. in-4°. — Id.

Revision der Lehre von der reflectorischen Speichelsecretion zur Erlangung der Doctorw., etc. von R. Bust. Giessen, 1887; 1 fasc. in-4°. — Id.

Beiträge zur Casuistik der Embolie bei offenem Faramen ovale; Inaug.-Diss. etc. von H. Pothe. Giessen. 1887; 1 fasc. in-8°. — Id.

Zur Aetiologie und Therapie der Scrofulose; Inaug.-Diss. etc. von F. W. van Haeften. Giessen, 1887; 1 fasc. in-8°. — Id.

Das Verhalten des Magensaftes bei Carcinom; Inaug.-Diss. etc.; von R. Koch. Giessen, 1887; 1 fasc. in-8°. — Id.

Ueber ein grosses Teratom des Ovarium mit peritonealer Dissemination; Inaug.-Diss. etc.; von S. Lazarus. Giessen, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Ueber Verletzungen des n. opticus innerhalb der Orbita; Inaug.-Diss. etc.; von F. Schliephake. Giessen, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Ueber Amylenhydrat als Schlafmittel; Inaug.-Diss. etc.; von G. Avellis. Giessen, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Beitrag zur Lehre von der gëfasscontrahirenden Mitteln; Inaug.-Diss. etc.; von W. Streng. Giessen, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Ueber Lyssa humana; Inaug.-Diss. etc.; von L. Kesting. Giessen, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Università di Giessen. Ueber die Verwerthung des Salols in der Diagnostik der Magenkrankheiten; Inaug.-Diss. etc.; von F. Kullmann. Giessen, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Ueber den Einfluss des Druckes auf den Brechungsexponenten des Wassers, für Natriumlicht; Inaugural-Dissertation zur Erlangung der Doctorwürde bei der philosophischen Facultät, etc.; von L. Zehnder. Giessen, 1887; 1 fasc. in-8°.

Id. Die Diabascontactmetamorphose bei Weilburg a. d. Lahn; Inaug.-Diss. etc.; von G. Greim. Stuttgart, 1887; 1 fasc. in-8°.

Id. Ueber kristallisirte Halogenqueksilbersalze, Inaug.-Diss etc.; von W. Sievers. Giessen, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Experimentelle Beiträge zur Kenntnis des Vorgänge bei der Wasser-und Heizgasbereitung; Inaug.-Diss. etc.; von Dr. I. Lang. Leipzig, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Ueber Nichtvorkommen der Hypogäasäure im Erdnufsöl; Inaug.-Diss. etc.; von L. Schön. Giessen, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Untersuchungen über die niedersiedenden Producte, welche bei der trockenen Destillation von schweren sächsischen Braunkohlentheerölen unter einem Druck von drei bis sechs Atmosphären erhalten werden; Inaug.-Diss. etc., von C. Schneider. Grünberg, 1888; 1 fasc in-8°.

Id. Ueber eine neue Methode zur Darstellung von aromatischen Succinaminsäuren und Succinimiden; Inaug.-Diss. etc.; von F. Salsbury Earp. Bonn, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Können grössere Mengen gebundener Schwefelsäure nachteilig auf die Vegetation wirken? Inaug.-Diss. etc.; von G. Heuermann. Werl in Westfalen, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Zur Theorie der linearen homogenen Differentialgleichungen; Habilitationsschrift der philos. Fac. etc.; von Dr. L. Heffter. Leipzig, 1888; 1 fasc in-8°.

Id. Untersuchungen über die reciproke Verwandtschaft in der Ebene; Inaug.-Diss. etc.; von Ph. Bruckel. Giessen, 1888; 1 fasc. in-4°.

Id. Covarianten eines ebenen Systems, bestehend aus einem Kegelschnitt und mehreren Geraden; Inaug.-Diss. etc.; von K. E. J. Keil. Giessen, 1888; 1 fasc. in-4°.

Id. Ueber einige die binären und ternären Formen betreffende Aufgaben; Inaug.-Diss. etc., von E. Daub. Darmstadt, 1888; 1 fasc. in-4°.

* Bulletin of the Scientific Laboratories of Denison University, etc., vol I, 1885; vol. II, parts 1 and 2, 1887; vol. III, 1888. Granville, Ohio, 1885-88; in-8°. — Università Denis. (Granville, Ohio).

* Abhandlungen der mathematisch-physischen Classe der k. Sächsischen Gesellschaft der Wiss.; Band XIV, n. 9. Leipzig, 1888; in-8° gr. — R. Soc. Sassone delle Scienze (Lipsia).

* Memorias da Academia R. das Sciencias de Lisboa — Classe de Sciencias mathem., phys. e naturaes; nova serie, t. VI, parte 2. Lisboa, 1887; in-4°. — R. Accademia delle Scienze di Lisbona.

— Jornal de Sciencias mathematicas, physicas e naturaes, publicado sob os auspicios da Academia R. das Sciencias de Lisboa; n. XXX, Junho de 1881, n. XLVIII, Agosto de 1888. Lisboa; in-8°. — Id.

— Conferencias ácerca das infinitamente pequenos feita na Academia R. das Sc. de Lisboa pelo socio effectivo José Maria da PONTE HORTA em 5 de April de 1884. Lisboa, 1884; 1 fasc. in-8°. — Id.

Conferencia ácerca de circulaçao da materia feita na Academia R. das Sciencias de Lisboa pelo Socio effectivo José Maria da PONTE HORTA. Lisboa, 1886; 1 fasc. in-8°. — Id.

— Liçoes de pharmacologia e therapeutica geraes por Edoardo Augusto MOTTA. Lisboa, 1888; 1 vol. in-8°. — Id.

— Curso di Silvicultura por Antonio Xavier PEREIRA COUTINHO; t. I, Botanica florestal; t. II, Esboço de una Flora lenhosa portugueza. Lisboa, 1886-87; in-8°. — Id.

A electricidade — Estudo de algunas das suas principaes applicaçoes por Virgilio MACHADO. Lisboa, 1887; 1 vol. in-8°. — Id.

* The quarterly Journal of the geological Society of London, etc.; vol. XLIV, part 4, n. 176. London, 1888; in-8°. — Società geologica di Londra.

— List of the geol. Soc. of London, November. Ister, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

* Monthly Notices of the R. astronomical Society of London; vol. XLVIII, n. 9. London, 1888; in-8°. — R. Soc. astron. di Londra.

* Atti della Società italiana di Scienze naturali; vol. XXXI, fasc. 1, 2, fogl. 1-15. Milano, 1888; in-8°. — Società italiana di Sc. naturali (Milano).

* Rendiconto dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche (Sezione della Società Reale di Napoli); serie 2ª, vol. II, fasc. 9, 10, Sett. Ott. 1888. Napoli, 1888; in-4°. — Società Reale di Napoli.

Soc. di Naturalisti di Napoli. — Bollettino della Società dei Naturalisti in Napoli; serie 1ª, vol. II, anno II, fasc. 2, 1888. Napoli; in-8°.

La Direzione (Nuova Orléans). — Comptes-rendus de l'Athénée Louisianais, etc.; 3ª série, t. V, livrais. 4 6ª. Nouvelle-Orléans, 1888; in-8°.

La Direzione (Nuova York). — * The Journal of Comparative Medicine and Surgery, edited by W. A. Conklin, Director of Zool. Gardens, New York, vol. IX, n. 3, 4. Philadelphia, 1888; in-8°.

Comm. geologica e di Storia nat. del Canadà (Ottawa). — Commission géologique et d'Histoire naturelle du Canada, Alfred R. C. Selwin Directeur; Rapport annuel (nouvelle série); vol. II, 1886. Ottawa; 1 vol. in-8°.

Id. — — Mappes, n. 1-7, accompagnant le Rapp. annuel (nouv. série, vol. II, 1886; 1 fasc. in 8°.

R. Acc. di Scienze Lettere ed Arti (Padova). — Atti e Memorie della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti in Padova; nuova serie, vol. IV, 1887-88. Padova, 1888; in-8°.

Comitato intern. dei Pesi e Misure (Parigi). — Travaux et Mémoires du Bureau international des poids et mesures, publiés, sous l'autorité du Comité international, par le Directeur du Bureau; t. VI. Paris. 1888; in-4°.

La Direzione (Parigi). — Annales des maladies de l'oreille, du larynx, du nez et du pharynx, fondées par M. Isambert, etc., et publiées par A. Gouguenheim; t. XIV, n. 11. Paris, 1888; in-8°.

Soc. Toscana di Scienze nat. (Pisa). — * Atti della Società Toscana di Scienze naturali residente in Pisa; vol. IX. Pisa, 1888; in-8° gr.

Id. — — Processi verbali della Soc. Tosc. di Sc. nat. ecc.; vol. VI, pag. 1-140, in-8° gr.

La Direzione (Roma). — * Rivista di Artiglieria e Genio; vol. IV, ott. 1888. Roma; in-8°.

R. Uffiz. geolog. d'Italia (Roma). — R. Ufficio geologico — Memorie descrittive della Carta geologica d'Italia; vol. IV; — Descrizione geologico-mineraria dell'Iglesiente (Sardegna), di G. Zoppi. Roma, 1888; in-8° gr.

Id. — — Atlante annesso al vol. IV delle Mem. descrittive della Carta geol d'Italia. Roma, 1888; 1 fasc. in-8° gr.

Id. — — Carta geologico-mineraria dell'Iglesiente nella scala di 1 a 50,000 rilevata dagli Ing. nel R. Corpo delle Miniere G. Testore, G. Zoppi, e P. Deferrari, annessa al vol. IV delle Mem. descrittive della Carta geol. d'Italia. Roma, 1888; in-8° gr.

Bollettino della Società generale dei Viticoltori italiani; anno III, n. 22. Roma, 1888; in-8° gr. — Soc. generale dei viticol. ital. (Roma).

Anales del Museo Nacional — República de Costa Rica; t. I, Año de 1887. San José, 1888; in-8° gr. — Museo nazionale (San Josè)

Gazzetta delle Campagne, ecc., Direttore il signor Geometra Enrico BARBERO; anno XVII, n. 31. Torino, 1888; in-4°. — Il Direttore.

Das Bayerische Precisions-Nivellement; Ssebente Mitteilung von Carl Max von BAUERNFEIND. München, 1888; 1 fasc. in-4°. — L'A.

* Zoologischer Anzeiger herausg. von Prof. J. Victor CARUS in Leipzig; XI Jahrgang, n. 293. Leipzig, 1888; in-8°. — J. V. CARUS.

Saggio di Medicina eziologica del Dott. Giuseppe FINESCHI. Siena, 1888; 1 fasc. in-8°. — L'Autore.

Polémiques Alpines — Une rectification; de M. F. DE L. Gap, 1888; 3 pag. in-8°. — F. DE L.

Die hauptsächlichsten Theorien der Geometrie in ihrer früheren entwickelung; historische Monographie von Dr. Gino LORIA, Prof. der höheren Geometrie an der Univ. zu Genua; unter benutzung zahlreicher Zusätze und Verbesserungen seitens des Verfassers ins deutsche Üebertragen von Fritz SCHÜTTE; mit einem Vorworte von Prof. R. STURM. Leipzig, 1888; 131 pag. in-8°. — Il Dott. G. LORIA.

Ritratto di Quintino Sella disegnato ed inciso da Lodovico BIGOLA; in-4°. — Onorevole F. MARIOTTI Sotto Segr. di St.

Note à propos de « Canaux » de Mars; Annexe (Note V) de l'Aperçu élémentaire del Héliogénèse, etc., par L. MIRINNY. Paris, 1888; 1 fasc. in-16°. — L'A.

Sui fenomeni elettrici provocati dalle radiazioni; Memoria del Prof. Augusto RIGHI. Bologna, 1888; 1 fasc. in-4°. — L'A.

Silloge fungorum omnium hucusque cognitorum digessit P. S. SACCARDI; vol. VI, vol. VII, pars 2. Patavii, 1888; in-8°. — L'A.

Tellurico — Bacio e danza: La Terra a cui vien la gobba; Ragionamento sui terremoti, per VOLANTE Alessandro, Dottor Veterinario. Torino, 1888; 1 fasc. in-4°. — L'A.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dal 1° Novembre al 9 Dicembre 1888

Donatori

Donatori	
R. Accademia delle Scienze (Amsterdam).	* Verhandelingen der k. Akademie van Wetenschappen: Afdeeling Letterkunde, Deel XVII. Amsterdam, 1888; in-4°.
Id.	— Verslagen en Mededeelingen der k. Akad. etc., Afdeeling Letterkunde, derde Reeks, Deel IV. Amsterdam, 1888; in-8°.
Id.	Jaarboek van de k. Akad. etc. voor 1886, 1887. Amsterdam; 2 vol. in-8°.
Id.	Matris Querela et Esther — Carmina probata in certamine Hoeufftiano ab Academia Regia Disciplinarum Nederlandica. Amstelodami, MDCCCLXXXVII; in-8°.
Berlino. * *	Jahresberichte der Geschichtwissenschaft im Auftrage der historischen Gesellschaft zu Berlin, herausg. von J Jastrow; VIII Jahrg., 1885. Berlin, 1889; in-8°.
Berlino * *	Bibliotheca philologica classica; Verzeichniss der auf dem Gebiete der classischen Alterthumswissenschaft erschienenen Bücher, Zeitschriften, Dissertationen, Programm-Abhandlungen, etc.; III Quartal, 1888; Berlin, 1888; in-8°.
Società di Geogr. comm di Bordeaux.	Bulletin de la Société de Géographie commerciale de Bordeaux; XI° année, 2° série, n. 21. Bordeaux, 1888; in-8°.
Società Asiatica del Bengala (Calcutta).	* Journal of the Asiatic Society of Bengal; vol. LVII, part. I, n. 1, 2, 1888. Calcutta, 1888; in-8°.
Bibliot. nazionale di Firenze.	Biblioteca nazionale centrale di Firenze — Bollettino delle Pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa; 1888, n. 70. Firenze, 1888; in-8° gr.
Università di Giessen.	Die Polizeiaufsicht nach dem Reichsstrafgesetzbuche: Inaugural-Dissertation zur Erlangung der Doctorwürde bei der juristischen Facultät der Grotzerzoglich Hessischen Ludewigs-Universität zu Giessen; eingereicht von K. Fuhr. Giessen, 1887; 1 fasc. in-8°.
Id.	Vorname Familienname im Recht; Dissert. etc.; von S. Levi. Giessen, 1888; 1 fasc. in-8°.

De comparationibus translationibusque ex agricolarum pastorumque rebus ab Æschylo et Euripide desumptis: Dissertatio inauguralis quam ad summos in Philosophia honores ad ampliss. Philos. Ordine Gissensi rite impetrandos scripsit H. Briegleb. Gissae, 1888; 1 fasc. in-8°. — Università di Giessen

De genere dicendi xenophonteo, deque prioris Hellenicorum partis condicione quaestiones selectae; Diss.-inaug. etc., scripsit F. O. Wissmann. Gissae. 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Sophocles quemadmodum sui temporis res publicas ad describendam heroicam aetatem adhibuerit; pars prior; Diss inaug. etc., scripsit R. Becker. Gissae, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Lokalfarbung in Shakespeares Dramen (erster Theil); Inaug.-Diss. etc.; von C. Philips. Köln, 1888; 1 fasc. in-4°. — Id.

Die Reden des Buches Jeremia gegen die Heiden XXV, XLVI-LI untersucht; Inaug.-Diss. etc.; von F. Schwally. Giessen, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Des Nicolaus von Kues Lehre vom Kosmos; Inaug.-Diss. etc.; von J. Schaeffer. Mainz, 1887; 1 fasc. in-8°. — Id.

Sintactische Studien zu Jean Calvin; Inaug.-Diss. etc., von K. Grosse. Giessen, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Ueber die Sprache und den Dialekt des Joufrois; Inaug.-Diss. etc.; von J. Dingeldey. Darmstadt, 1888; 1 fasc. in 8°. — Id.

Dr. A. Petermanns Mitteilungen aus Justus Perthes geographischer Anstalt, herausg. von Prof. Dr. A. Supan; XXIV Band, 1888, n. 11. Gotha; 1888; in-4°. — Graz * *

Studien auf dem Gebiete des griechischen und der arischen Sprachen von, Joh. Baunack und Theod. Baunack; I Band, 2 Theil. Leipzig, 1888, in-8°. — Lipsia. * *

* Memorias da Academia R. das Sciencias de Lisboa — Classe de Sciencias moraes, politicas e Bellas-Lettras; nova serie, t. VI, parte 1. Lisboa, 1885; in-4°. — R. Accademia delle Scienze di Lisbona.

— Historia e Memorias da Academia R. das Sciencias, etc.; Classe de Sciencias moraes, etc.; nov. serie, t. V, parte 2. Lisboa, 1882; in-4°. — Id.

Portugaliae Monumenta historica a saeculo octavo post Christum usque ad quintumdecimum, iussu Academiae Scientiarum Olisiponensis edita: Inquisitiones — vol. I, fasc. I et II. Olisipone, typ. acad., MDCCCLXXXVIII, in-fol. — Id.

R. Academia delle Scienze di Lisbona. — Cartas de Affonso de Albuquerque seguidas de documentos que as elucidam publicadas de ordem da Classe de Sciencias moraes, etc.; t. I. Lisboa, 1884; in-4°.

Id. — Documentos remettidos da India, ou Livros das Monçoes publicados de ordem da Classe de Sciencias moraes, etc.; t. II, III.

Id. — Corpo diplomatico portuguez contendo os actos e relaçoes politicas e diplomaticas de Portugal com as diversas potencias de mundo, desde o seculo XVI até os nossos dias, publicado de ordem da Academia R. das Sc. de Lisboa por José da Silva Mendes Leal; t. VI, VII, VIII, IX. Lisboa, 1884-86; in-4°.

Id. Historia dos estabelecimentos scientificos literarios e artisticos de Portugal, nos successivos reinados da Monarchia por José Silvestre Ribeiro; t. X-XV. Lisboa, 1882-87; in-8°.

Id. Estudos sobre as provincias ultramarinas, por João de Andrade Corvo; vol. I-IV. Lisboa, 1883-87; in-8.

Id. Elogio historico de Sua Magestade el Rei o Senhor D. Fernando II, Presidente da Academia R. das Sc. de Lisboa, recitado na Sessão publica de 19 de dezembro de 1886 pelo Socio effectivo Visconde de Benalcanfor. Lisboa, 1886; 1 fasc. in-4°.

R. Acc. bavarese delle Scienze (Monaco). Abhandlungen der philosophisch-philologischen Classe der k. bayerischen Akademie der Wissenschaften; Band XVIII, 1 Abth. München, 1888, in-4°.

Ministero di Agr. Ind. e Comm. (Roma). Bollettino di notizie sul Credito e la Previdenza; anno VI, n. 12. Roma, 1888; in-8° gr.

R. Accademia dei Lincei (Roma). * Memorie della R. Accademia dei Lincei, ecc., Serie 4ª, Classe di Scienze morali, storiche e filologiche, vol. IV, parte 2ª, Notizie degli Scavi, maggio-luglio. Roma, 1888; in-4°.

Roma. * * Raccolta ufficiale delle Leggi e dei Decreti del Regno d'Italia; vol. LXXXVIII, n. 5163-5420; vol. LXXXIX; n. 5421-5513. Roma, 1888; in-8°.

Società d'Arch. e Belle Arti (Torino). Atti della Società di Archeologia e Belle Arti per la provincia di Torino; vol. V, fasc. 2. Torino, 1888; in-8°.

Ateneo Veneto (Venezia). * L'Ateneo Veneto — Rivista mensile di Scienze, Lett. ed Arti, ecc.; Serie 10, vol. II, n. 6. Venezia, 1888; in-8°.

A. Fabretti. La vendita della gabella delle some grasse e del pedaggio fatta dal Comune di Perugia negli anni 1379 e 1391, edita da Ariodante Fabretti. Torino, coi tipi dell'Editore, 1888; 1 fasc. in-8°.

Documenti per servire alla storia del Museo d'Antichità di Torino, edito da Ariodante Fabretti. Torino, coi tipi dell'Editore, 1888; 1 fasc. in-8°. — A. Fabretti.

I libri delle Leggi di M. T. Cicerone fatti volgari da Stefano Martini, con prefazione e note del traduttore. Sanremo, 1888; 1 vol. in-8°. — S. Martini.

Sulla revisione dei giudicati penali; Note dell'Avv. Giuseppe Orano. Roma, 1888; 1 fasc. in-8° — L'Autore.

Il Consiglio di Stato nella Monarchia di Savoia dal Conte Tommaso I di Moriana fino ad Emanuele Filiberto; Studio storico-giuridico del Dott. Emanuele Pene Vercelli. Roma, 1888; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Firdusi — Il libro dei Re; poema epico recato dal persiano in versi italiani da Italo Pizzi; vol. I-VIII. Torino, 1886-88; in-8°. — Italo Pizzi.

— L'epopea persiana, e la vita e i costumi dei tempi eroici di Persia; Studi e Ricerche di Italo Pizzi. Firenze, 1888; 1 vol. in-8° — Id.

— Manuale della lingua persiana: Grammatica, Antologia e Vocabolario del Dott. Italo Pizzi. Lipsia, 1883; 1 vol. in-8°. — Id.

— Chrestomathie avec un abrégé de la Grammaire et un Dictionnaire, par le Dr. Italo Pizzi. Turin, 1889; 1 vol. in-8°. — Id.

— Manuale di Letteratura persiana di Italo Pizzi. Milano, 1887; 1 vol. in-16°. — Id.

Torino, Stamperia Reale della Ditta G. B. Paravia e C.

2549 (350) 27-1-89.

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 2 Dicembre 1888 . . . . *Pag.* 109

BIZZOZERO — Sulle ghiandole tubulari del tubo gastro-enterico e sui rapporti del loro epitelio coll'epitelio di rivestimento della mucosa – Nota prima . . . . » 110

NACCARI — Sull'azione difensiva dei parafulmini . . . . » 137

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 9 Dicembre 1888 . . . . *Pag.* 143

GORRESIO — Discussione sull'epopea . . . . » 144

A. FABRETTI — Presentazione di una statuetta di bronzo rappresentante la Vittoria . . . . » [illegible]

DONI fatti alla R. Accademia delle Scienze dal 1° Novembre al 2 Dicembre 1888 (*Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali* *Pag.* 150

DONI fatti alla R. Accademia delle Scienze dal 1° Novembre al 9 Dicembre 1888 (*Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche*) . » 152

Torino — Tip. Reale-Paravia.

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE

Vol. XXIV, Disp. 3ª, 1888

TORINO
ERMANNO LOESCH
Libraio della R. Accademia delle Scienze

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 16 Dicembre 1888.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ARIODANTE FABRETTI
VICEPRESIDENTE

Sono presenti i Soci: Cossa, Lessona, Bruno, Basso, D'Ovidio, Bizzozero, Ferraris, Naccari, Mosso, Gibelli, Giacomini.

Letto ed approvato l'atto verbale dell'adunanza precedente, il Presidente, interprete del sentimento della Classe, deplora la recentissima morte di S. A. R. il Principe Eugenio di Savoia Carignano, e propone di far pervenire a S. M. il Re un telegramma di condoglianza per il luttuoso avvenimento che oggi colpisce la Casa Augusta alla quale l'Accademia deve la sua creazione. La proposta è unanimemente accolta. Il telegramma inviato al primo Aiutante di Campo di S. M. in Roma è del tenore seguente: « La Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali della Reale Accademia delle Scienze di Torino, riunita in seduta pubblica oggi 16 dicembre 1888, prega di significare a S. M. il Re d'Italia i suoi più vivi sentimenti di condoglianza per la morte di S. A. R. il Principe Eugenio di Savoia Carignano ».

Il Segretario legge una lettera giunta da Rio di Janeiro nella quale si annunzia la creazione di una Società sotto la denominazione di *Centro technico dos Electricistos Brasileios* al fine di promuovere gli studi così teorici come pratici relativi alla Elettrologia.

Le letture e le comunicazioni si succedono nell'ordine che segue:

« *Commemorazione del Professore Ascanio Sobrero* »; del Socio Direttore della Classe, Prof. Alfonso Cossa;

« *Il Covariante Steineriano di una forma binaria del sesto ordine* »; del Socio Prof. Enrico D'Ovidio;

« *Sulla misura diretta ed indiretta dei lati di una poligonale topografica* »: Nota del Prof. Nicodemo Iadanza, presentata dal Socio Naccari;

« *Azione delle Scintille elettriche sui corpi elettrizzati* »; del Socio Prof. Andrea Naccari.

In commemorazione di Ascanio Sobrero;

Parole del Socio Prof. Alfonso Cossa

Quando verso la fine del secolo passato la chimica sorse a nuova scienza, essa era rappresentata con onore a Torino dai generali Saluzzo, e Morozzo della Rocca. L'opera di questi illustri scienziati, che ebbero il vanto di lasciare una pagina memorabile nella storia militare del Piemonte ed in quella della nostra Accademia, fu luminosamente continuata dal Giobert, per il quale fu istituita per la prima volta una cattedra di chimica nella Università di Torino; ma dopo la morte del Giobert così nel Piemonte come nel resto d'Italia gli studi chimici declinarono alquanto, ed i giovani che vi si volevano dedicare dovevano rivolgersi a scuole straniere.

Nel laboratorio del Dumas si educava Raffaele Piria creatore fecondo della nuova scuola chimica italiana. L'epoca del primo risveglio dei buoni studi chimici nel Piemonte è segnata dai primi lavori di Ascanio Sobrero di cui deploriamo la perdita recente.

Ascanio Sobrero, nato a Casale nel Monferrato il 12 ottobre del 1812, studiò medicina nella Università di Torino e vi ottenne la laurea nel 1832. Dal 1836 al 1839 fu assistente del profes-

sore di chimica Michelotti, ma desiderando egli di dedicarsi intieramente alla chimica con speranza di un maggiore e più pronto profitto, lasciò il laboratorio di Torino, per attendere allo studio della scienza da lui prediletta nei laboratori di Giessen e di Parigi colla guida efficace di Liebig e Pelouze.

I primi suoi lavori scientifici datano dall'anno 1842 e si riferiscono allo studio di prodotti organici derivati da alcune resine ed essenze, ed il cui argomento è indicato nell'elenco completo degli scritti del Sobrero, che fa seguito a questa breve commemorazione. Alle pubblicazioni ora ricordate succedettero quelle ancora più pregevoli sui prodotti della sostituzione nitrica di alcune combinazioni organiche; ricerche che continuate con rara abilità e costanza lo condussero all'importante scoperta della nitroglicerina (1846), che il Nobel rese poi uno dei più facili e possenti mezzi di distruzione. Nella fabbrica di dinamite in Avigliana si conserva come un prezioso cimelio una certa quantità di nitroglicerina preparata per la prima volta dal Sobrero a Torino, e non già nel laboratorio di Pelouze a Parigi, come da alcuni fu erroneamente asserito.

Contemporaneamente agli studi teorici di chimica generale, il Sobrero attese con molta lode anche a quelli di chimica applicata, e ne sono prova le sue ricerche sui cementi idraulici, sui metodi di conservazione del legname, sull'espurgazione della seta, e specialmente il suo classico trattato di chimica applicata alle arti, che fu il primo trattato originale di chimica tecnologica, ed è ancora l'unico che possegga la letteratura chimica italiana.

Già fino dalle sue prime pubblicazioni, il Sobrero aveva acquistato meritamente fama di esimio scienziato; per il che il 23 giugno 1844, fu nominato Socio della nostra Accademia, la quale lo accettò come segretario aggiunto il 22 novembre 1863 dietro proposta del segretario perpetuo Eugenio Sismonda, e lo elesse poi definitivamente a questa carica il 1° maggio 1870.

Il Sobrero iniziò la sua lunga carriera d'insegnante nel 1845, nel qual anno fu chiamato ad insegnar chimica applicata alle arti nell'antico istituto tecnico di Torino. Quando nel 1861 venne istituita la scuola d'applicazione per gli Ingegneri, il Sobrero vi ebbe la cattedra di chimica docimastica, che egli occupò con molta e meritata lode fino all'anno 1882.

Se una salute molto cagionevale impedì al Sobrero negli ultimi anni di continuare a prendere una parte attiva nel movimento

scientifico, egli rimase però sempre un insegnante impareggiabile. Parlatore copioso senza essere prolisso, elegante senza cadere nell'affettazione possedeva il raro dono di esporre cose difficili ed astruse, con una chiarezza, con una facile evidenza che sembravano spontanee, ed erano il frutto di un lungo ed accurato studio. Aveva la nozione precisa dei giusti limiti entro i quali doveva star compreso l'insegnamento in una scuola, memore della sentenza di Schiller: che il buon insegnante si giudica più da quello che sa tacere che da quello che dice.

Ritirato dall'insegnamento continuò ad attendere alla direzione della reale Accademia d'agricoltura ed agli altri uffici che la fiducia dei concittadini avevagli affidato. Un vizio cardiaco a poco a poco lo consúnse e morì il 26 maggio 1888 nell'età di 75 anni, lasciando desiderio di sè nei concittadini e nei colleghi; rimanendo un esempio di ottimo insegnante, che chi gli succedette nella cattedra ammira più di quanto sappia imitare.

ELENCO DELLE PUBBLICAZIONI

del Prof. ASCANIO SOBRERO

Pubblicazioni negli Atti della R. Accademia d'agricoltura di Torino.

Sul grano indigeno di Sardegna. — Anno 1855.

Delle acque termali di Valdieri. — Anno 1858.

Sulla solforazione delle viti. — Anno 1860.

Della malattia della vite. — Anno 1872.

Intorno alla malattia dominante del baco da seta. — 1872.

Pensieri agronomici. — Anno 1873.

Il baroscopio o pronunziatore del tempo. — Anno 1874.

Sopra alcuni modelli di chiusura dei vasi vinari. — Anno 1875.

Grano guasto dalle farfalline. — Anno 1875.

Sulla iniezione dei legnami. — Anno 1876.

Coltivazione e conservazione del mais foraggio invernale. — Anno 1877.

Coltivazione di viti americane. Anno 1878.

Risposta ai quesiti diretti ai Comizi agrari del Regno, relativa al circondario di Torino. — Anno 1878.

Dell'applicazione della dinamite ai lavori di agricoltura. — Anno 1878.

Istruzioni per l'impiego della dinamite nel dissodamento dei terreni. — Anno 1878.

Il bagno-maria per disgelare la dinamite. — Anno 1879.

La ragnatela succedanea del chinino. — Anno 1882.

Pubblicazioni negli Atti e nei volumi delle Memorie della R. Accademia delle scienze di Torino.

Cenni sull'acido eugenico. — Anno 1845.

Nota sui prodotti della decomposizione dell'etere nitroso sotto l'influenza del calore. — Anno 1845.

Faits pour servir à l'histoire de l'action de l'acide nitrique sur les corps organiques non azotés — Anno 1846.

Sopra alcuni composti fulminanti ottenuti col mezzo dell'azione dell'acido nitrico sulle sostanze organiche. — Anno 1846.

Sur la resine d'olivier e sur l'olivile. — Anno 1846.

Nota sullo zucchero fulminante. — Anno 1849.

Nota intorno ad una nuova base contenente ossido di mercurio e sugli elementi dell'alcoole per Sobrero e Selmi. — Anno 1849.

Nota intorno al cromato di chinino. — Anno 1851.

Nota intorno all'olio essenziale di verbena triphylla. — Anno 1851.

Osservazioni sull'azione del solfato di sesquiossido di ferro sul monosolfuro di ferro. — Anno 1851.

Intorno all'azione del cloro sui cloruri metallici in presenza dei cloruri alcalini. — Anno 1851.

Intorno ai prodotti della reciproca scomposizione degli acidi solforoso e solfidrico per Sobrero e Selmi. — Anno 1851.

Intorno alla reazione dell' acido cloridrico sopra il biossido di piombo e sul minio per Sobrero e Selmi. — Anno 1852.

Memoria intorno all'espurgamento della seta. — Anno 1860.

Analisi delle calamine. — Anno 1871.

Della conservazione dei legnami col mezzo del bitume residuo della raffinazione del petrolio. — Anno 1871.

Della cagione della malattia del baco da seta. — Anno 1871.

Esame della foglia del gelso. — Anno 1871.

Un caso speciale di fermentazione alcoolica. — Anno 1874.

Altre pubblicazioni.

Sur l'huile volatile de bouleau. — *Journal de pharmacie et de chimie.* — Parigi, anno 1842.

Appendice à tous les traités d'analyse chimique par Ch. Barreswil et A. Sobrero. — Parigi, anno 1843.

Sur l'acide pirogaïque produit de la distillation sèche de la resine de gayac. — Comptes rendus de l'Institut. Annalen der chemie und pharmacie, anno 1843.

Tableaux des réactions des alcalis, des terres et des oxydes métalliques, soit seuls, soit avec des réactifs sous le feu du chalumeau. — Traduzione dal tedesco, Parigi, anno 1843.

Guida all' analisi chimica qualitativa del professore Remigio Fresenius. — Versione dal tedesco sulla 3ª edizione del 1844, tipografia G. Pomba, Torino, anno 1845.

Recherches sur les insectes appartenant au genre Moloes. — Journal de pharmacie et de chimie, anno 1845.

Sopra un nuovo forno fumivoro. — Memoria dei signori professore Sismonda, ingegnere Maus e professore Sobrero *pubblicata per cura del Ministero dell'Interno.* — Anno 1846.

Sulla glicerina fulminante o nitroglicerina. — Memoria letta al Congresso degli scienziati in Venezia, anno 1847.

Manuale di chimica applicata alle arti, diviso in quattro volumi. — Tipografia sociale editrice, Torino, anni dal 1851 al 1866.

Sopra una nuova combinazione dell'olio essenziale di trementina. — Annalen der chemie und pharmacie, anno 1851.

Una proposta riguardante la filossera. — 1875.

Della cagione della malattia della vite e dei mezzi da usarsi per debellarla. — Anno 1866.

Intorno all'idraulicità della giobertite. — Anno 1866.

Altra nota intorno all'idraulicità della giobertite. — Anno 1867.

Della porcellana magnesiaca di Vinovo. — Anno 1867.

Preparazione dei legnami col bitume residuo della raffinazione del petrolio. — Anno 1867.

Altra nota sulla preparazione dei legnami col bitume residuo della raffinazione del petrolio. — Anno 1867.

Alcuni appunti riguardanti la nitroglicerina, la nitromannite e la cellulosa nitrica. — Anno 1870.

Sopra una nuova combinazione di mercurio. — Annalen der chemie und pharmacie, anno 1851.

Vetri e cristalli. Relazione sopra i prodotti dell' Esposizione Universale di Londra del 1862. — Veggasi Relazione dei Commissari speciali per detta Esposizione, anno 1865.

Sul calcare bituminoso di Manopello. — Atti della Società degli ingegneri e degli industriali di Torino, anno 1868.

Dei cementi magnesiaci. — Atti della Società degli ingegneri e degli industriali di Torino, anno 1869.

Lezioni di chimica docimastica fatta nella Scuola d'applicazione per gli ingegneri di Torino. — Editore Ermanno Loescher, anno 1877.

La concimazione dell'orto e del giardino. — Conferenza al secondo Congresso orticolo italiano tenutosi in Torino nel settembre 1882.

Commemorazioni e biografie diverse, pubblicate negli Atti della R. Accademia delle scienze e negli annali della R. Accademia d'agricoltura di Torino.

Il covariante Steineriano di una forma binaria del 6° ordine;

del Socio Prof. E. D' OVIDIO

Ci proponiamo di calcolare il covariante *Steineriano* di una forma binaria di 6° ordine, cioè il covariante che ha per radici quegli elementi i cui primi sistemi polari rispetto alla data forma sono dotati di elemento doppio (*). Incidentalmente daremo alcune relazioni fra i covarianti e invarianti fondamentali della forma di 6° ordine, ed esprimeremo parecchi suoi covarianti non fondamentali mediante i fondamentali.

Detta

$$f \equiv a_x^6 \equiv b_x^6 \equiv \ldots$$

la forma di 6° ordine, il covariante Steineriano S sarà il discriminante della forma prima polare di f, di 5° ordine in z:

$$a_z^5\, a_x\,.$$

E siccome ci è nota l'espressione del discriminante di una forma di 5° ordine mediante gli invarianti fondamentali di questa (**),

(*) Questo covariante è stato già calcolato dall'egregio prof. G. MAISANO (Vedasi la Nota *Die Steiner'sche Covariante der binären Form 6. Ordnung* in *Mathematische Annalen*, vol. XXXI). Ma il nostro procedimento ci sembra più breve, perchè ha per punto di partenza il considerare lo Steineriano come un discriminante, cioè come un risultante che ha già preso una forma più appropriata alle condizioni particolari della questione.

(**) In una Nota pubblicata negli Atti dell'Accademia delle Scienze di Torino (vol. XV, 1880) noi demmo *il risultante di due forme binarie biquadratiche espresso mediante i loro invarianti fondamentali.*

E in un'altra Nota *Sulle forme binarie del 5° ordine* (ibidem), considerando il discriminante di una forma di 5° ordine come risultante di due forme di 4° ordine, cioè di due prime polari di quella, giungemmo *per la via più diretta* all'espressione del discriminante di una forma di 5° ordine mediante gl'invarianti fondamentali di essa; espressione del resto già conosciuta.

così non avremo che ad applicare tale espressione al caso attuale per calcolare S. Il quale risulterà di 8° grado e di 8° ordine.

I.

Fra le 26 formazioni invariantive fondamentali della f, quelle che avremo occasione di adoperare sono le seguenti (*):

$$H \equiv H_x^8 \equiv (f, f)_2 = (ab)^2 a_x^4 b_x^4, \quad k \equiv k_x^4 \equiv (f, f)_4 = (ab)^4 a_x^2 b_x^2,$$

$$A \equiv (f, f)_6 = (ab)^6, \qquad \Delta \equiv \Delta_x^4 \equiv (k, k)_2 = (kk')^2 k_x^2 k'^2_x,$$

$$B \equiv (k, k)_4 = (kk')^4, \qquad C \equiv (\Delta, k)_4 = (kk')^2 (kk'')^2 (k'k'')^2,$$

$$l \equiv l_x^2 \equiv (f, k)_4 = (ak)^4 a_x^2, \quad m \equiv m_x^2 \equiv (k, l)_2 = (kl)^2 k_x^2,$$

$$n \equiv n_x^2 \equiv (k, m)_2 = (km)^2 k_x^2, \quad p \equiv p_x^6 \equiv (f, k)_2 = (ak^2)^2 a_x^4 k_x^2.$$

Ci serviranno anche le note identità:

$$(ab)^4 a_x b_x a_y b_y = k_x^2 k_y^2 - \frac{1}{6} A (xy)^2, \quad (ab)^4 a_x^2 b_y^2 = k_x^2 k_y^2 + \frac{1}{3} A (xy)^2 :$$

$$(ab)^2 a_x^3 b_x^3 a_y b_y = H_x^6 H_y^2 - \frac{3}{14} k (xy)^2, \quad (ab)^2 a_x^2 a_y^2 b_x^4 = H_x^6 H_y^2 + \frac{2}{7} k (xy)^2 ;$$

$$(kk')^2 k_x^2 k'^2_y = \Delta_x^2 \Delta_y^2 + \frac{1}{3} B (xy)^2, \quad (k, \Delta)_2 = (k\Delta)^2 k_x^2 \Delta_x^2 = \frac{1}{6} Bk,$$

$$(kk'')^2 (k'k'')^2 k_x^2 k'^2_x = \frac{1}{2} Bk ;$$

$$k)_3 = (ak)^3 a_x^3 k_x = 0, \quad (ak)^3 a_x^3 k_y = \frac{3}{4} l (xy), \quad (ak)^3 a_x^2 a_y k_x = -\frac{1}{4} l (xy) ;$$

$$(f, l)_2 = (al)^2 a_x^4 = 2\Delta + \frac{1}{3} Ak, \quad (ak)^2 (al)^2 a_x^2 k_x^2 = \frac{1}{3} (A\Delta + Bk) ;$$

$$(H, k)_2 = (Hk)^2 H_x^6 k_x^2 = \frac{1}{6} fl - \frac{5}{42} k^2 ;$$

$$(f, \Delta)_2 = (a \Delta)^2 a_x^4 \Delta_x^2 = \frac{1}{2} kl - \frac{1}{6} Bf ;$$

(*) Clebsch, *Theorie der binären algebraischen Formen.*
Gordan-Kerschensteiner, *Vorlesungen über Invariantentheorie.*

$$(l, l)_2 = (ll')^2 \equiv Au = 2C + \frac{1}{3} AB \,;$$

$$(f, m)_2 = (am)^2 a_x^4 = \frac{1}{3} (A\Delta + Bk) + \frac{1}{2} l^2 \,;$$

$$(l, p)_2 = (lp)^2 p_x^4 = \frac{1}{3} (A\Delta + Bk) - \frac{1}{10} l^2 \,;$$

$$(H, \Delta)_2 = (H\Delta)^2 H_x^6 \Delta_x^2 = \frac{1}{18} Ak^2 + \frac{3}{14} k\Delta - \frac{1}{6} pl \quad (*)$$

$$CH = 2\Delta^2 + \frac{1}{2} Ak\Delta + \frac{3}{4} kl^2 - fn \,;$$

$$mp = 2\Delta^2 + \frac{2}{3} Ak\Delta + \frac{1}{3} B(fl + k^2) - fn \,.$$

A queste aggiungiamo le seguenti, facili a trovare:

$$p_x^4 p_y^2 = (ak)^2 a_x^4 k_y^2 - \frac{3}{5} l(xy)^2, \quad p_x^4 p_y^2 = (ak)^2 a_x^2 a_y^2 k_x^2 - \frac{1}{10} l(xy)^2,$$

$$p_x^3 p_y^3 = (ak)^2 a_x^3 a_y k_y^2 - \frac{3}{10} l_x l_y (xy)^2 \,;$$

(*) Questa sizigie e le due seguenti furono date dal sig. STEPHANOS nella Nota: *Sur les relations qui existent entre les covariants et les invariants de la forme binaire du sixième ordre* (*Comptes rendus*, t. XCVI, p. 1564). Alla 3ª noi eravamo giunti prima di aver sott'occhio quella Nota, col procedimento seguente:

Si ha

$$mp = (kl)^2 k_x^2 (ak')^2 a_x^4 k'^2_x = \frac{1}{2} \{ (kk')^2 (al)^2 + 2(ak)(ak')(kl)(k'l) \} a_x^4 k_x^2 k'^2_x$$

$$= \frac{1}{2} \Delta (f, l)_2 + (ak)(ak')(kl)(k'l) a_x^4 k_x^2 k'^2_x ,$$

$$(ak)(ak')(kl)(k'l) a_x^4 k_x^2 k'^2_x$$

$$= \frac{1}{4} \{ (ak)^2 k'^2_x + (ak')^2 k_x^2 - (kk')^2 a_x^2 \} \{ (kl)^2 k'^2_x + (k'l)^2 k_x^2 - (kk')^2 l_x^2 \} a_x^4$$

$$= \frac{1}{2} k (ak')^2 (k'l)^2 a_x^4 + \frac{1}{2} (ak)^2 a_x^4 k_x^2 . (k'l)^2 k'^2_x - \frac{1}{2} f (kl)^2 (kk')^2 k'^2_x$$

$$- \frac{1}{2} l (ak)^2 (kk')^2 a_x^4 k'^2_x + \frac{1}{4} (kk')^4 fl$$

$$= \frac{1}{2} k (f, m)_2 + \frac{1}{2} mp - \frac{1}{2} fn - \frac{1}{2} l \{ (f, \Delta)_2 + \frac{1}{3} Bf \} + \frac{1}{4} Bfl \,,$$

2^a polare di $l^2 = l_x^2 l_y^2 - \frac{1}{3} A_{ll}(xy)^2$; $\quad (ak)^3 a_x^2 a_y k_z = \frac{1}{4} l(yz) + \frac{1}{2} l_x l_y (xz)$;

ed anche queste altre (sebbene non ci occorra adoperarle pel calcolo di S):

$$(H, H)_2 = (HH')^2 H_x^6 H'^6_x = \frac{1}{18} Af^2 - \frac{1}{14} Hk - \frac{1}{8} fp\,;$$

$$A_{ll} H = \left(2\Delta + \frac{1}{3} Ak\right)^2 + \frac{3}{2} kl^2 - \frac{1}{3} Afm - 2fn + \frac{2}{3} Alp \text{ (*)}.$$

II.

Data una forma binaria di 5° ordine $F(z)$, e posto

$$i \equiv i_z^2 \equiv (F, F)_4\,, \quad j \equiv j_z^3 \equiv (F, i)_2\,, \quad \tau \equiv \tau_z^2 \equiv (j, j)_2\,,$$

il discriminante di F è

$$\frac{1}{4} \overline{(i, i)_2}^2 - 16\,(i, \tau)_2\,.$$

---

onde

$$mp = \Delta(f, l)_2 + k(f, m)_2 - fn - l(f, \Delta)_2 + \frac{1}{6} Bfl = 2\Delta^2 + \frac{2}{3} Ak\Delta + \frac{1}{3} B(fl + k^2) - fn\,.$$

(*) Di queste relazioni la 1ª è del CLEBSCH. La 2ª si può dedurre da quella dianzi riportata $CH = \ldots$ dello STEPHANOS e dalla seguente, dovuta allo stesso (e che del resto si trova senza difficoltà):

$$BH = k\Delta + \frac{1}{3} Ak^2 - fm + 2lp\,.$$

Ma la via più diretta per trovarla è quella che passiamo ad accennare:

Si ha

$$A_{ll} H = (ll')^2 (ab)^2 a_x^4 b_x^4 = \{(al)(bl') - (al')(bl)\}^2 a_x^4 b_x^4$$
$$= 2\overline{(f, l)_2}^2 - 2(al)(al')(bl)(bl') a_x^4 b_x^4\,,$$

$$(al)(al')(bl)(bl') a_x^4 b_x^4$$
$$= \frac{1}{4}\{(al)^2 b_x^2 + (bl)^2 a_x^2 - (ab)^2 l_x^2\}\{(al')^2 b_x^2 + (bl')^2 a_x^2 - (ab)^2 l'^2_x\} a_x^2 b_x^2\,.$$
$$= \frac{1}{2} f(al)^2 (al')^2 a_x^2 + \frac{1}{4} kl^2 + \frac{1}{2} (al)^2 (bl')^2 a_x^4 b_x^4 - l(al)^2 (ab)^2 a_x^2 b_x^4\,,$$

Nel caso attuale si ha

$$F \equiv a_z^5 a_x ,$$

$$i = (ab)^4 a_z b_z a_x b_x = k_z^2 k_x^2 - \frac{1}{6} A (xz)^2 ,$$

$$(i, i)_2 = (k_z^2 k_x^2, k_z^2 k_x^2)_2 - 2 \left\{ k_z^2 k_x^2, \frac{1}{6} A (xz)^2 \right\}_2 + \left\{ \frac{1}{6} A (xz)^2, \frac{1}{6} A (xz)^2 \right\}_2$$

$$= \Delta - \frac{1}{3} A k ;$$

e però potremo già scrivere

$$S = \frac{1}{4} \overline{(i, i)_2}^2 - 16 (i, \tau)_2 = \frac{1}{4} \left(\Delta - \frac{1}{3} A k \right)^2 - 16 (i, \tau)_2 .$$

Si ha inoltre

$$j = (ab)^4 (ac) (bc) a_x b_x c_x c_z^3 = (ak)^2 a_x k_x^2 a_z^3 - \frac{1}{6} A a_x^3 a_z^3$$

$$= p_x^3 p_z^3 - \frac{1}{6} A a_x^3 a_z^3 + \frac{3}{10} l_x l_z (xz)^2 ;$$

$$j_z j_u^2 = p_x^3 p_z p_u^2 - \frac{1}{6} A a_x^3 a_z a_u^2 + \frac{1}{10} l_x l_z (xu)^2 + \frac{1}{5} l_x l_u (xz) (xu) ;$$

$$\tau = (j_x j_u^2, j_z j_u^2)_2 = (p_x^3 p_z p_u^2, p_x p_z p_u^2)_2 + \dots\dots$$

$$= (pp')^2 p_x^3 p'^3_x p_z p_z' - \frac{1}{3} A (ap)^2 a_x^3 p_x^3 a_z p_z + \frac{1}{36} A^2 (ab)^2 a_x^3 b_x^3 a_z b_z$$

$$(al)^2 (al')^2 a_x^2 = 2 (\Delta, l)_2 + \frac{1}{3} A (k, l)_2 = 2n - \frac{2}{3} Bl + \frac{1}{3} A m \left\{ \text{poichè } (\Delta, l)_2 = u - \frac{1}{3} Bl \right\}$$

$$(al)^2 (ab)^2 a_x^2 b_x^4 = 2 (f, \Delta)_2 + \frac{1}{3} A (f, k)_2 = kl - \frac{1}{3} Bf + \frac{1}{3} Ap ;$$

onde

$$(al) (al') (bl) (bl') a_x^4 . b_x^4$$

$$= fn - \frac{1}{3} Bfl + \frac{1}{6} Afm + \frac{1}{4} kl^2 + \frac{1}{2} \overline{(f, l)_2}^2 - kl^2 + \frac{1}{3} Bfl - \frac{1}{3} Alp$$

$$= \frac{1}{2} \overline{(f, l)_2}^2 + \frac{1}{6} Afm - \frac{1}{3} Alp + fn - \frac{3}{4} kl^2 ,$$

$$A_{ll} H = \overline{(f, l)_2}^2 + \frac{1}{3} Afm + \frac{2}{3} Alp - 2fn + \frac{2}{3} kl^2 .$$

$$+\frac{1}{5}l_x p_x^5 l_z p_z - \frac{1}{30}A a_x^5 l_x a_z l_z - \frac{2}{5}(lp)\, l_x p_x^4 p_z (xz)$$

$$-\frac{1}{15}A(al)\, a_x^4 l_x a_z (xz) - \frac{1}{50}l^2 (xz)^2 ;$$

la quale ultima, mediante le

$$(pp')^2 p_x^3 p'^3_x p_z p'_z = (pp')^2 p_x^4 p'^2_x p'^2_z - \frac{1}{2}(p, p)_4 (xz)^2 ,$$

$$(ap)^2 a_x^2 p_x^3 a_z p_z = \frac{1}{2}(ap)^2 a_x^2 p_x^4 a_z^2 + \frac{1}{2}(ap)^2 a_x^4 p_x^2 p_z^2 - \frac{1}{2}(f, p)_4 (xz),$$

$$(lp)\, l_x p_x^5 l_z p_z = l p_x^4 p_z^2 - l_x p_x^5 l_z p_z ,$$

$$a_x^5 l_x a_z l_z = a_x^5 l_x a_z l_z - l \,.\, a_x^5 a_z^2 ,$$

$$l_x p_x^5 l_z p_z = \frac{1}{2} l p_x^4 p_z^2 + \frac{1}{2} p\, l_z^2 - \frac{1}{2}(l, p)_2 (xz)^2 ,$$

$$a_x^5 l_x a_z p = \frac{1}{2} l\, a_x^4 a_z^2 + \frac{1}{2} f\, l_z^2 - \frac{1}{2}(f, l)_2 (xz)^2 ,$$

diviene

$$\tau = (pp')^2 p_x^4 p'^2_x p'^2_z - \frac{1}{2}(p, p)_4 (xz)^2 - \frac{1}{6}A(ap)^2 a_x^2 p_x^4 a_z^2$$

$$-\frac{1}{6}A(ap)^2 a_x^4 p_x^2 p_z^2 + \frac{1}{6}A(f, p)_4 (xz)^2 + \frac{1}{36}A^2 H_x^6 H_z^2$$

$$-\frac{1}{7.24}A^2 k (xz)^2 - \frac{1}{10} l p_x^4 p_z^2 + \frac{3}{10} p\, l_z^2 - \frac{3}{10}(l, p)_2 (xz)^2$$

$$+\frac{1}{60}A\, l\, a_x^4 a_z^2 - \frac{1}{20}A f l_z^2 + \frac{1}{20}A(f, l)_2 (xz)^2 - \frac{1}{50}l^2 (xz)^2 .$$

Quindi risulta

$$(i, \tau)_2 = \left\{ k_x^2 k_z^2 - \frac{1}{6}A(xz)^2 , (pp')^2 p_x^4 p'^2_x p'^2_z \right\}_2$$

$$+ \left\{ k_x^2 k_z^2 - \frac{1}{6}A(xz)^2 , -\frac{1}{2}(p, p)_4 (xz)^2 \right\}_2 + \ldots\ldots$$

$$= (kp')^2 (pp')^2 k_x^2 p_x^4 p'^2_x - \frac{1}{6} A (p, p)_2 - \frac{1}{2} k (p, p)_4$$

$$- \frac{1}{6} A (ak)^2 (ap)^2 a_x^2 k_x^2 p_x^4 + \frac{1}{18} A^2 (f, p)_2$$

$$- \frac{1}{6} A (ap)^2 (kp)^2 a_x^4 k_x^2 p_x^2 + \frac{1}{6} Ak (f, p)_4 + \frac{1}{36} A^2 (H, k)_2$$

$$- \frac{1}{216} A^3 H - \frac{1}{7.24} A^2 k^2 - \frac{1}{10} l (k, p)_2 - \frac{1}{60} Alp + \frac{3}{10} mp$$

$$- \frac{3}{10} k (l, p)_2 + \frac{1}{180} A^2 fl - \frac{1}{20} Afm + \frac{1}{20} Ak (f, l)_2 - \frac{1}{50} kl^2 .$$

Qui, oltre le $(f, l)_2$, $(l, p)_2$, $(H, k)_2$ che già conosciamo, si presentano le $(k, p)_2$, $(f, p)_4$, $(f, p)_2$, $(p, p)_4$, $(p, p)_2$, $(ak)^2$, $(ap)^2 a_x^2 k_x^2 p_x^4$, $(ap)^2 a_x^4 k_x^2 p_x^2$, $(kp')^2 (pp')^2 k_x^2 p_x^4 p'^2_x$, che ora ci procureremo (*).

III.

Si ha, sempre con l'aiuto delle identità notate al § I:

1° $(ak)^2 (kk')^2 a_x^4 k'^2_x = (f, \Delta)_2 + \frac{1}{3} Bf = \frac{1}{2} kl + \frac{1}{6} Bf$,

$(k, p)_2 = (kp)^2 k_x^2 p_x^4 = (ak)^2 (kk')^2 a_x^4 k'^2_x - \frac{3}{5} kl = - \frac{1}{10} kl + \frac{1}{6} Bf$.

2° $(ab)^4 (ak)^2 b_x^2 k_x^2 = \Delta + \frac{1}{3} Ak$,

$(f, p)_4 = (ap)^4 a_x^2 p_x^2 = (ab)^4 (ak)^2 b_x^2 k_x^2 - \frac{3}{5} (f, l)_2 = - \frac{1}{5} \Delta + \frac{2}{15} Ak$.

(*) Veramente le espressioni di $(k, p)_2$, $(f, p)_2$ e $(p, p)_2$ si trovano fra le molte date dallo STEPHANOS, cosicchè, se avessimo potuto aver sott'occhio la sua Nota prima di fare i calcoli e di redigere il presente scritto, avremmo senza dubbio conseguito una ben maggiore brevità e nel lavoro e nella esposizione. Tuttavia non vi è danno a lasciar le cose come sono.

3° $(ab)^2(ak)^2 a_x^2 b_x^4 k_x^2 = (H, k)_2 + \frac{2}{7}k^2 = \frac{1}{6}(fl + k^2)$,

$$(f,p)_2 = (ap)^2 a_x^4 p_x^4 = (ab)^2 (ak)^2 a_x^2 b_x^4 k_x^2 - \frac{1}{10} fl = \frac{1}{15} fl + \frac{1}{6} k^2 .$$

4° $(ak)^2(bk)^2 a_x^4 b_x^4 = (f,p)_2 + \frac{3}{5} fl = \frac{2}{3} fl + \frac{1}{6} k^2$.

5° $(ab)^4(ak)^2(bk')^2 k_x^2 k'^2_x = (kk')^2 k_x^2 k'^2_x + \frac{1}{3} A\Delta = \frac{1}{2} Bk + \frac{1}{3} A\Delta$,

$$(ak)^2(ap)^4 k_x^2 p_x^2 = (ab)^4 (ak)^2 (bk')^2 k_x^2 k'^2_x - \frac{3}{5}(ak)^2(al)^2 a_x^2 k_x^2$$

$$= \frac{3}{10} Bk + \frac{2}{15} A\Delta ,$$

$$(p,p)_4 = (pp')^4 p_x^2 p'^2_x = (ak)^2(ap)^4 k_x^2 p_x^2 - \frac{3}{5}(l,p)_2$$

$$= \frac{1}{10} Bk - \frac{1}{15} A\Delta + \frac{3}{50} l^2 .$$

6° $(ab)^4(al)^2 b_x^2 = m + \frac{1}{3} Al$,

$$(f, \Delta)_4 = (a\Delta)^4 a_x^2 b_x^4 \Delta_x^2 = \frac{1}{2}(ab)^4(al)^2 b_x^2 - \frac{1}{6} Al = \frac{1}{2} m .$$

7° $(ab)^2(a\Delta)^2 a_x^2 b_x^4 \Delta_x^2 = (H, \Delta)_2 + \frac{2}{7} k\Delta = \frac{1}{2} k\Delta + \frac{1}{18} Ak^2 - \frac{1}{6} lp$,

$$(a\Delta)^2(b\Delta)^2 a_x^4 b_x^4 = \frac{1}{4}\left\{(a\Delta)^2 b_x^2 + (b\Delta)^2 a_x^2 - (ab)^2 \Delta_x^2\right\}^2 a_x^2 b_x^2$$

$$= f(f, \Delta)_4 + \frac{1}{2} k\Delta - 2(ab)^2(a\Delta)^2 a_x^2 b_x^4 \Delta_x^2$$

$$= \frac{1}{2} fm - \frac{1}{14} k\Delta - 2(H, \Delta)_2$$

$$= \frac{1}{2} fm - \frac{1}{2} k\Delta - \frac{1}{9} Ak^2 + \frac{1}{3} lp ,$$

$$(ak)^2(bk')^2(kk')^2a_x^4b_x^4=(a\Delta)^2(b\Delta)^2a_x^4b_x^4+\frac{1}{3}BH$$

$$=\frac{1}{2}fm-\frac{1}{2}k\Delta-\frac{1}{9}Ak^2+\frac{1}{3}lp+\frac{1}{3}BH\,,$$

$$(ak)^2(kp)^2a_x^4p_x^4=(ak)^2(bk')^2a_x^4b_x^4-\frac{3}{5}lp$$

$$=(a\Delta)^2(b\Delta)^2a_x^4b_x^4-\frac{3}{5}lp+\frac{1}{3}BH$$

$$=\frac{1}{2}fm-\frac{1}{2}k\Delta-\frac{1}{9}Ak^2-\frac{4}{15}lp+\frac{1}{3}BH,$$

$$(p,p)_2=(ak)^2(kp)^2a_x^4p_x^4-\frac{3}{5}lp=(a\Delta)^2(b\Delta)^2a_x^4b_x^4-\frac{6}{5}lp+\frac{1}{3}BH$$

$$=\frac{1}{2}fm-\frac{1}{2}k\Delta-\frac{1}{9}Ak^2-\frac{13}{15}lp+\frac{1}{3}BH\,.$$

8° $(k,p)_4=(ak)^4(ak')^2k'^2_x-\frac{3}{5}(k,l)_2=m-\frac{3}{5}m=\frac{2}{5}m\,.$

9° $(ak)^2(bk)^2(bk')^2a_x^4b_x^2k'^2_x=(p,p)_2+\frac{7}{10}lp$

$$=(a\Delta)^2(b\Delta)^2a_x^4b_x^4-\frac{1}{2}lp+\frac{1}{3}BH$$

$$=\frac{1}{2}fm-\frac{1}{2}k\Delta-\frac{1}{9}Ak^2-\frac{1}{6}lp+\frac{1}{3}BH,$$

$$(ak)^2(ap)^2a_x^2k_x^2p_x^4=(ak)^2(ak')^2(bk')^2a_x^2b_x^4k_x^2-\frac{3}{5}lp$$

$$=(a\Delta)^2(b\Delta)^2a_x^4b_x^4-\frac{11}{10}lp+\frac{1}{3}BH$$

$$=\frac{1}{2}fm-\frac{1}{2}k\Delta-\frac{1}{9}Ak^2-\frac{23}{30}lp+\frac{1}{3}BH.$$

10° $(ap)^2(kp)^2a_x^4k_x^2p_x^2=\frac{1}{4}\left\{(ap)^2k_x^2+(kp)^2a_x^2-(ak)^2p_x^2\right\}^2a_x^2p_x^2$

$$=\frac{1}{2}k(f,p)_4+\frac{1}{2}f(k,p)_4+\frac{1}{2}lp-(ak)^2(ap)^2a_x{}^2k_x{}^2p_x{}^4-(ak)^2(kp)^2a_x{}^4p_x{}^4$$

$$=\frac{1}{2}k(f,p)_4+\frac{1}{2}f(k,p)_4-2(a\Delta)^2(b\Delta)^2a_x{}^4b_x{}^4+\frac{11}{5}lp-\frac{2}{3}BH$$

$$=-\frac{4}{5}fm+\frac{9}{10}k\Delta+\frac{13}{45}Ak^2+\frac{23}{15}lp-\frac{2}{3}BH\,.$$

11° $(ac)^2(bc)^2(ck)^2(kl)^2a_x{}^4b_x{}^4=(ac)^2(bc)^2(cm)^2a_x{}^4b_x{}^4=\left\{a_x{}^4a_y{}^2b_x{}^4b_z{}^2,\,(cm)^2c_y{}^2c_z{}^2\right\}_2$

$$=\left\{a_x{}^4a_y{}^2b_x{}^4b_z{}^2,\quad\frac{1}{3}A\Delta_y{}^2\Delta_z{}^2+\frac{1}{3}Bk_y{}^2k_z{}^2+\frac{1}{2}l_y{}^2l'_z{}^2-\frac{1}{6}A_{ll}(yz)^2\right\}_2$$

$$=\frac{1}{3}A(a\Delta)^2(b\Delta)^2a_x{}^4b_x{}^4+\frac{1}{3}B(ak)^2(bk)^2a_x{}^4b_x{}^4+\frac{1}{2}(al)^2(bl')^2a_x{}^4b_x{}^4-\frac{1}{6}A_{ll}H$$

$$=\frac{1}{3}A(a\Delta)^2(b\Delta)^2a_x{}^4b_x{}^4+\frac{1}{9}B\left(2fl+\frac{1}{2}k^2\right)+\frac{1}{2}\overline{(f,l)_2}^2-\frac{1}{6}A_{ll}H$$

$$=2\Delta^2+\frac{1}{6}A\left(fm+3k\Delta+\frac{1}{9}Ak^2+\frac{2}{3}lp\right)+\frac{1}{9}B\left(2fl+\frac{1}{2}k^2\right)-\frac{1}{6}A_{ll}H\,,$$

$$(ac)^2(bc)(bl)(ck)^3(kl)a_x{}^4b_x{}^4=(bl)\,a_x{}^4b_x{}^4\left\{-\frac{1}{4}(al')^2(bl)-\frac{1}{2}(al')(al)(bl')\right\}$$

$$=-\frac{1}{4}\overline{(f,l)_2}^2-\frac{1}{4}\left\{(al)^2(bl')^2+(bl)^2(al')^2-(ab)^2(ll')^2\right\}a_x{}^4b_x{}^4$$

$$=-\frac{3}{4}\overline{(f,l)_2}^2+\frac{1}{4}A_{ll}H\,,$$

$$(ac)^2(bk)^2(ck)^2(cl)^2a_x{}^4b_x{}^4=(ac)^2(ck)^2\left\{(bc)(kl)+(bl)(ck)\right\}^2a_x{}^4b_x{}^4$$

$$ac)^2(ck)^4a_x{}^4.\,(bl)^2b_x{}^4+(ac)^2(bc)^2(ck)^2(kl)^2a_x{}^4b_x{}^4+2(ac)^2(bc)(bl)(ck)^3(kl)a_x{}^4b_x{}^4$$

$$\overline{f,l)_2}^2+\frac{1}{3}A(a\Delta)^2(b\Delta)^2a_x{}^4b_x{}^4+\frac{1}{9}B\left(2fl+\frac{1}{2}k^2\right)+\frac{1}{2}\overline{(f,l)_2}^2-\frac{1}{6}A_{ll}H-\frac{3}{2}\overline{(f,l)_2}^2+\frac{1}{2}A_{ll}H$$

$$=\frac{1}{3}A(a\Delta)^2(b\Delta)^2a_x{}^4b_x{}^4+\frac{1}{9}B\left(2fl+\frac{1}{2}k^2\right)+\frac{1}{3}A_{ll}H$$

$$=\frac{1}{6}A\left(fm-k\Delta-\frac{2}{9}Ak^2+\frac{2}{3}lp\right)+\frac{1}{9}B\left(2fl+\frac{1}{2}k^2\right)+\frac{1}{3}A_{ll}H\,,$$

$$(a\Delta)^2(bk)^2(k\Delta)^2 a_x^4 b_x^4$$

$$=\frac{1}{2}(ac)^2(bk)^2(ck)^2(cl)^2 a_x^4 b_x^4 - \frac{1}{6}A(ak)^2(bk')^2(kk')^2 a_x^4 b_x^4$$

$$=\frac{1}{18}B\left(2fl+\frac{1}{2}k^2\right)+\frac{1}{3}CH,$$

$$(a\Delta)^2(\Delta p)^2 a_x^4 p_x^4 = (a\Delta)^2(bk)^2(k\Delta)^2 a_x^4 b_x^4 - \frac{3}{5}l(f,\Delta)_2$$

$$=\frac{1}{18}B\left(2fl+\frac{1}{2}k^2\right)+\frac{1}{3}CH-\frac{3}{5}l(f,\Delta)_2$$

$$=\frac{1}{18}B\left(\frac{19}{5}fl+\frac{1}{2}k^2\right)+\frac{1}{3}CH-\frac{3}{10}kl^2,$$

$$(ak)^2(kk')^2(k'p)^2 a_x^4 p_x^4 = (a\Delta)^2(\Delta p)^2 a_x^4 p_x^4 + \frac{1}{3}B(f,p)_2$$

$$=\frac{1}{6}B\left(\frac{7}{5}fl+\frac{1}{2}k^2\right)+\frac{1}{3}CH-\frac{3}{10}kl^2,$$

$$(kp)^2(kp')^2 p_x^4 p'^4_x = (ak)^2(kk')^2(k'p)^2 a_x^4 p_x^4 - \frac{3}{5}l(k,p)_2$$

$$=\frac{1}{3}B\left(\frac{2}{5}fl+\frac{1}{4}k^2\right)+\frac{1}{3}CH-\frac{6}{25}kl^2,$$

$$(kp')^2(pp')^2 p_x^4 p'^2_x k_x^2 = \frac{1}{4}\left\{(kp')^2 p_x^2 + (pp')^2 k_x^2 - (kp)^2 p'^2_x\right\}^2 p_x^2 p'^2_x$$

$$=\frac{1}{4}k(p,p)_4+\frac{1}{2}p(k,p)_4-\frac{1}{2}(kp)^2(kp')^2 p_x^4 p'^4_x$$

$$=\frac{1}{4}k(p,p)_4+\frac{1}{5}mp-\frac{1}{6}B\left(\frac{2}{5}fl+\frac{1}{4}k^2\right)+\frac{3}{25}kl^2-\frac{1}{6}CH$$

$$=-\frac{1}{60}Ak\Delta-\frac{1}{15}B\left(fl+\frac{1}{4}k^2\right)-\frac{1}{6}CH+\frac{27}{200}kl^2+\frac{1}{5}mp.$$

Tenendo conto delle ora trovate espressioni di $(k,p)_2$, $(f,p)_4$, ecc., la precedente espressione di $(i,\tau)_2$ si trasforma senza difficoltà in

$$(i,\tau)_2=\frac{1}{36}A^2\left(\frac{1}{2}fl+k^2\right)-\frac{1}{6}B\left(\frac{1}{2}fl+k^2\right)-\frac{1}{6}CH+\frac{1}{8}kl^2$$

$$+\frac{1}{2}mp-\frac{1}{12}Afm-\frac{1}{216}A^3H.$$

IV.

Sostituendo a $(i, \tau)^2$ l'espressione ora ottenuta, la precedente espressione di S prende la forma

$$S=\frac{1}{4}\Delta^2-\frac{1}{2.3}Ak\Delta+\left(\frac{5}{4.3}A^2+\frac{8}{3}B\right)k^2+\left(-\frac{2}{9}A^2+\frac{4}{3}B\right)fl$$

$$+\frac{4}{3}Afm+\left(\frac{2}{27}A^3+\frac{8}{3}C\right)H-2kl^2-8mp\ .$$

Possiamo diminuire il numero dei termini di questa formola ed eliminarne C e p, con l'aiuto delle espressioni di CH e mp date nel § I. Avremo così l'espressione desiderata dello Steineriano:

$$3^3S=-3^2.5^3\Delta^2-2.3^2.5^2Ak\Delta-3^2.5\,A^2k^2$$

$$-(2^3.3\,A^2+2^4.3^2B)fl+2^3A^3H+2^4.3^2Afm+2^6.3^2fn\ .$$

È noto che l'annullarsi identicamente dello Steineriano costituisce il complesso delle condizioni necessarie e sufficienti perchè la forma proposta ammetta una radice tripla. Il Prof. Maisano ha mostrato che lo stesso ufficio compete all'annullarsi identicamente del covariante $15m-4Al$, che è soltanto di 5° grado e di 2° ordine.

V.

Poichè l'occasione se ne presenta, diamo le espressioni dei discriminanti delle forme seconda, terza e quarta polare di una forma del 6° ordine $f=a_x^6$.

1° Il discriminante della seconda polare $a_z^4a_x^2$, forma di 4° ordine in z, si esprime mediante il suo invariante quadratico $(ab)^4a_x^2b_x^2=k$ e mediante il suo invariante cubico $(ab)^2(ac)^2(bc)^2a_x^2b_x^2c_x^2$, che equivale (come è noto) a $\frac{1}{6}Af-p$.

Esso è dunque

$$\left(\frac{1}{6}Af-p\right)^2-\frac{1}{6}k^3\,.$$

Il suo annullarsi identicamente porge le condizioni perchè la f abbia una radice quadrupla. Lo stesso esprime $\Delta=0$.

2° Il discriminante della terza polare $a_z^{\,3}a_x^{\,3}$, forma di 3° ordine in z, è

$$(ab)^2(cd)^2(ac)(bd)a_x^{\,3}b_x^{\,3}c_x^{\,3}d_x^{\,3}=\left\{(Hc)(Hd)H_x^{\,6}-\frac{3}{14}\,kc_x d_x\right\}(cd)^2c_x^{\,3}d_x^{\,3}$$

$$=(H,H)_2-\frac{3}{14}Hk-\frac{3}{14}Hk=(H,H)_2-\frac{3}{7}Hk,$$

e sostituendo a $(H,H)_2$ la espressione datane al § I, diviene

$$\frac{1}{18}Af^2-\frac{1}{8}fp-\frac{1}{2}Hk\,.$$

Il suo annullarsi identicamente porge le condizioni per l'esistenza di una radice quintupla in f. Lo stesso esprime

$$(k=0,\quad A=0).$$

3° Il discriminante della quarta polare $a_z^{\,2}a_x^{\,4}$, forma di 2° ordine in z, è

$$(ab)^2\,a_x^{\,4}\,b_x^{\,4}=H\,.$$

Il suo annullarsi identicamente porge le condizioni perchè la f sia una sesta potenza esatta.

Viareggio, Luglio 1888.

Sulla misura diretta ed indiretta dei lati di una poligonale topografica;

del Prof. N. Jadanza

Ci proponiamo in questa nota 1° di esaminare se sia più esatto nei rilievi topografici catastali misurare una distanza che non superi 200 metri colle canne o pure colla stadia. 2° di far vedere come si debbano nella pratica calcolare e compensare le poligonali che servono di base ai rilievi del dettaglio. Siccome i cultori della Geometria Pratica non sono tutti d'accordo specialmente in ciò che riguarda la prima delle quistioni ora accennate, così le nostre conclusioni le abbiamo volute dedurre dalla esperienza che è la sola guida sicura nelle scienze di osservazione.

I.

Gli strumenti adoperati sono le *canne della lunghezza di tre metri*, *un Tacheometro inglese di Simms* ed un *Cleps di 1ª grandezza di Salmoiraghi.*

Le misure lineari sono state fatte in terreno perfettamente piano ed in terreno montuoso. Nel primo caso abbiamo misurato delle distanze di metri 75; 100; 150 ed ogni misura è stata ripetuta 10 volte tanto colle canne quanto col Cleps e col Tacheometro.

Ecco i risultamenti ottenuti cogli errori medi rispettivi.

Distanza approssimata $= 75^m$.

VALORI OTTENUTI		
col Cleps	col Tacheometro	colle Canne
$74^m 8942$	$75^m 1000$	$75^m 090$
74. 9135	75. 0054	060
75. 0644	74. 9022	085
74. 9121	75. 0758	080
74. 9671	74. 9746	068
75. 0101	75. 1144	075
74. 9546	75. 0520	067
74. 9816	75. 1000	070
75. 0259	75. 0550	065
75. 0270	75. 0227	060
$M_1 = 74.9750$	$M_2 = 75.0402$	$M_3 = 75.072$

Indicando con μ_1, μ_2, μ_3 gli errori medi di una misura fatta col Cleps, col Tacheometro e colle canne si ottiene:

$$\mu_1 = 0{,}057 \ , \qquad \mu_2 = 0{,}066 \ , \qquad \mu_3 = 0{,}01 \ .$$

Distanza approssimata $= 100^m$.

VALORI OTTENUTI		
col Cleps	col Tacheometro	colle Canne
$100^m 3831$	$100^m 5830$	$100^m 690$
4893	5485	610
4967	2744	625
4567	4530	605
4243	4061	660
4243	2778	580
4784	3798	780
3205	6763	570
2174	4548	700
5324	4081	600
$M_1 = 100.4223$	$M_2 = 100.4462$	$M_3 = 100\ 642$
$\mu_1 = 0.094$	$\mu_2 = 0.128$	$\mu_3 = 0.065$

Distanza approssimata = 151^m.

VALORI OTTENUTI		
col Cleps	col Tacheometro	colle Canne
151^m.3414	151^m.1826	151^m.795
4312	5410	750
4060	4356	735
4435	4805	710
3846	4504	740
4115	5770	740
4345	5185	735
5130	1475	755
4756	3273	752
5861	4323	740
M_1 = 151. 4427	M_2 = 151. 4093	M_3 = 151. 7452
μ_1 = 0. 069	μ_2 = 0. 146	μ_3 = 0. 021

I risultamenti precedenti ci autorizzano a fare le seguenti riflessioni.

Le misure di lunghezza fatte colle canne sono pochissimo discordanti tra loro, quindi anche l'error medio corrispondente è piccolo; però la differenza tra la media ottenuta colle canne e quella ottenuta colla stadia cresce col crescere la distanza.

I due strumenti a cannocchiale diastimometrico, Cleps e Tacheometro sono d'accordo tra loro. L'error medio del Cleps è inferiore a quello del Tacheometro, ciò che era da prevedersi in considerazione delle maggiori dimensioni del cannocchiale. Col cannocchiale del Cleps alla distanza di 150 metri la immagine del centimetro si vede sufficientemente grande da poterne stimare il decimo, mentre col Tacheometro ciò non è possibile. Nè vale adoperare oculari di maggiore ingrandimento, poichè verranno ad ingrandirsi proporzionalmente anche i fili del reticolo.

Ben altrimenti succede in collina, ed in generale in terreno dove si trovano ostacoli. In un terreno coltivato a vigne la cui

inclinazione media è del 34 per cento abbiamo ottenuto i seguenti risultamenti :

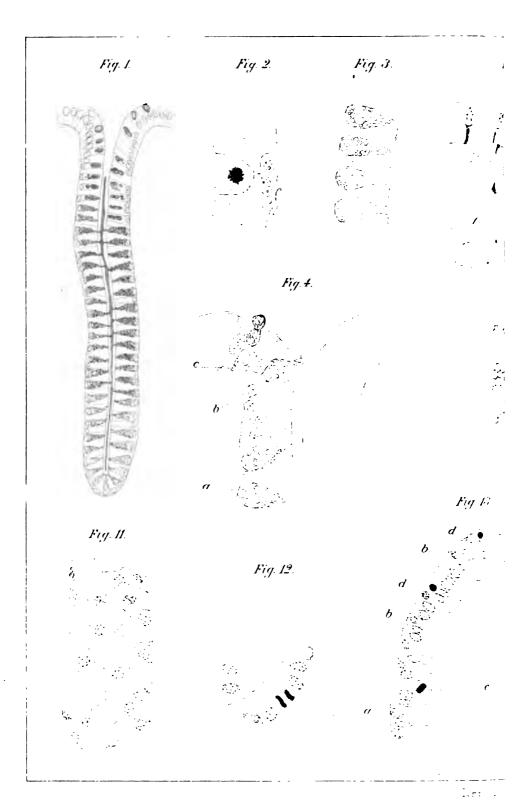
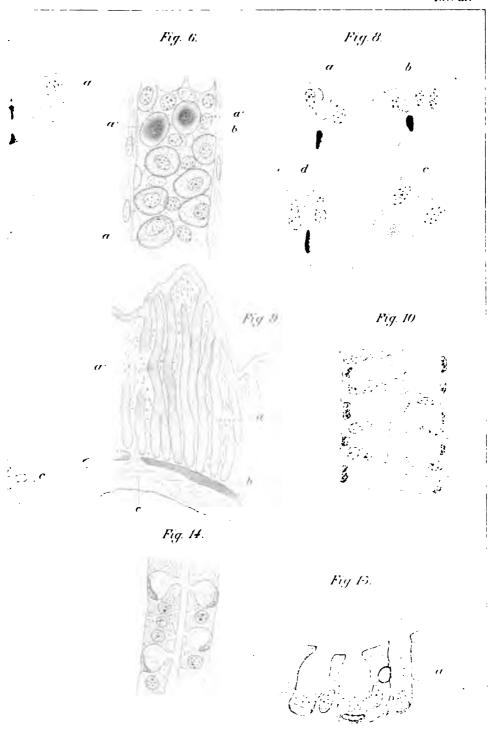
Distanza approssimata $= 50^m$.

VALORI OTTENUTI		
col Cleps	col Tacheometro	colle Canne
49ᵐ.9266	49ᵐ.9579	50ᵐ.670
9765	9456	960
9800	9164	465
9138	8916	670
9100	9937	520
9679	8896	595
9800	9102	530
9805	9920	600
9144	9348	587
8484	9611	599
$M_1 = 49.9398$	$M_2 = 49.9393$	$M_3 = 50.6196$
$\mu_1 = 0.044$	$\mu_2 = 0.038$	$\mu_3 = 0.135$

I quali mostrano ad evidenza la convenienza di non usare le canne; giacchè la differenza tra il risultamento ottenuto con esse e quello ottenuto coi due strumenti Cleps e Tacheometro è troppo grande perchè si possa indifferentemente accettare l'uno o l'altro dei due risultati.

Anche l'error medio di una misura fatta colle canne cresce al crescere della distanza. Così p. e. in un terreno leggermente ondulato e della inclinazione media del 10 per cento si è ottenuto quanto segue.

Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
c
b
a
Fig. 11.
Fig. 12.
d
b
d
b
c
a

Fig. 6.
a
a'
a'
b
a
Fig. 8.
a
b
d
c
Fig. 9.
a'
a
c
b
c
Fig. 10.
Fig. 14.
Fig. 15.
a

Misure fatte colle canne.

156^m. 800
690
580
820
480
815
315
500
805
415

$M = 156.622$

$\mu = 0.188$

Le misure precedenti non sono in numero tale da poter dedurne leggi sicure circa l'error medio di una misura in funzione della distanza; però esse sono sufficienti a poter concludere:

1° *In terreni piani, le distanze che non superano* 150 *metri possono essere misurate indifferentemente colle canne o colla stadia.*

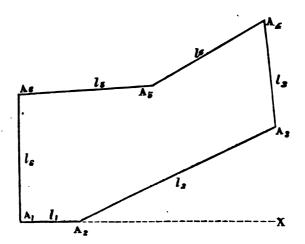
2° *In terreni montuosi è più esatto adoperare la stadia anzichè le canne. Lo stesso per terreni dove trovansi ostacoli.*

3° *Dei due strumenti che più sono in uso in Italia per la misura delle distanze, il Tacheometro ed il Cleps, questo ultimo dà certamente risultamenti migliori; amendue però possono essere adoperati egualmente a misurare distanze che non superano i* 200 *metri* (*).

(*) Qui noi intendiamo parlare del Cleps di 1ª grandezza e del Tacheometro come quello di Simms avente l'obbiettivo del diametro di 45 millimetri o poco meno.

II.

Del poligono di sei lati qui annesso $A_1\ A_2\ A_3\ A_4\ A_5\ A_6$ abbiamo misurato gli angoli con tre istrumenti diversi: *un Teodolite* BREITHAUPT *a microscopi a stima sul cui circolo orizzontale si leggono direttamente* 12 *secondi; un Cleps di* 1ª *grandezza di Salmoiraghi con microscopi a stima avente cinque fili fissi e l'approssimazione di un primo centesimale ad ogni filo; un Tacheometro di Simms a vernieri avente anche l'approssimazione di un primo centesimale.*

Ciascun angolo è stato misurato 8 volte (quattro collo strumento nella posizione destra e quattro nella posizione sinistra) tanto col teodolite quanto col Tacheometro.

Col Cleps invece si sono fatte soltanto quattro letture (due col cannocchiale a destra e due col cannocchiale a sinistra); ciascuna volta però si sono letti i cinque fili del reticolo.

I lati del poligono sono stati misurati direttamente colle canne, ciascuno *cinque volte*, ed indirettamente colla stadia adoperando il Cleps ed il Tacheometro, ciascuno due volte (*). Ogni misura

(*) Il terreno racchiuso nel poligono è alquanto ondulato; la massima inclinazione appartiene al lato l_6, il lato l_4 è quasi in piano.

col Cleps consisteva nel leggere le quattro coppie di fili corrispondenti al rapporto diastimometrico 100 e le due coppie di fili corrispondenti al rapporto 50; ogni misura col Tacheometro consisteva nel leggere i quattro fili del reticolo, e quindi si avevano due coppie una corrispondente al rapporto 50, l'altra al rapporto 100.

Indicando con l_1, l_2, l_3, l_4, l_5, l_6, i lati e con A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, gli angoli, ecco i risultamenti ottenuti.

Misura diretta dei lati fatta colle canne.

$l_1 = 20^m565$	$l_2 = 83^m000$	$l_3 = 51^m220$
570	82. 880	310
570	910	225
575	880	275
580	990	230
$M_1 = 20^m572$	$M_2 = 82^m932$	$M_3 = 51^m252$
$l_4 = 52^m590$	$l_5 = 49^m870$	$l_6 = 45^m585$
536	715	720
560	820	760
575	935	740
570	785	630
$M_4 = 52^m5662$	$M_5 = 49^m825$	$M_6 = 45^m687$

Indicando con μ_1, μ_2, ... μ_6 gli errori medi di ciascun lato si ottiene

$$\mu_1 = 0..0057\ ,\quad \mu_2 = 0.\ 058\ ,\quad \mu_3 = 0.\ 039\ ,$$

$$\mu_4 = 0.\ 020\ ,\quad \mu_5 = 0.\ 083\ ,\quad \mu_6 = 0.\ 0755\ ,$$

e quindi

$$\log \mu_1^2 = \log \frac{1}{p_1} = 5.\ 50515 - 10\ ,$$

$$\log \mu_2^2 = \log \frac{1}{p_2} = 7.54033 - 10\ ;\quad \log \mu_2^3 = \log \frac{1}{p_3} = 7.18526 - 10$$

$$\log \mu_4^2 = \log \frac{1}{p_4} = 6.60423 - 10 \ ; \ \log \mu_5^2 = \log \frac{1}{p_5} = 7.84273 - 10 ;$$

$$\log \mu_6^2 = \log \frac{1}{p_6} = 7.75740 - 10 .$$

Misura dei lati col Tacheometro.

$l_1 = 20^m.64855$	$l_2 = 82^m.5498$	$l_3 = 50^m.8854$
62500	7182	51. 1827
$M_1 = 20^m.\ 6368$	$M_2 = 82^m.6340$	$M_3 = 51^m.0340$
$l_4 = 52^m.\ 6240$	$l_5 = 49^m.4127$	$l_6 = 45^m.3446$
4480	4882	6367
$M_4 = 52^m.\ 5360$	$M_5 = 49^m.4504$	$M_6 = 45^m.4906$

Gli errori medi rispettivi sono :

$$\mu_1 = 0.0168 \ ; \ \mu_2 = 0.119 \ ; \ \mu_3 = 0.210 \ ; \ \mu_4 = 0.124 \ ;$$

$$\mu_5 = 0.024 \ ; \ \mu_6 = 0.206 \ ;$$

e quindi

$$\log \mu_1^2 = \log \frac{1}{p_1} = 6.44479 - 10 \ ; \ \log \mu_2^2 = \log \frac{1}{p_2} = 8.15165 - 10 ;$$

$$\log \mu_3^2 = \log \frac{1}{p_3} = 8.64507 - 10 \ ;$$

$$\log \mu_4^2 = \log \frac{1}{p_4} = 8.18977 - 10 \ ; \ \log \mu_5^2 = \log \frac{1}{p_5} = 6.76386 - 10 ;$$

$$\log \mu_6^2 = \log \frac{1}{p_6} = 8.62974 - 10 .$$

Misura dei lati col Cleps.

$l_1 = 20^m.\ 550$	$l_2 = 82^m.4939$	$l_3 = 51^m.0244$
575	5695	1425
$M_4 = 20^m.5625$	$M_2 = 82^m.5317$	$M_3 = 51^m.0834$

$l_4 = 52^m 3783$ / 4980 — $M_4 = 52^m 4381$

$l_5 = 49^m 6585$ / 6346 — $M_5 = 49^m 6475$

$l_6 = 45^m\ 176$ / 434 — $M_6 = 45^m\ 307$

$\mu_1 = 0.0177$; $\mu_2 = 0.0534$; $\mu_3 = 0.0834$; $\mu_4 = 0.0844$;

$\mu_5 = 0.0537$; $\mu_6 = 0.185$;

$\log \mu_1^2 = \log \frac{1}{p_1} = 6.49485 - 10$; $\log \mu_2^2 = \log \frac{1}{p_2} = 7.45600 - 10$;

$\log \mu_3^2 = \log \frac{1}{p_3} = 7.84273 - 10$;

$\log \mu_4^2 = \log \frac{1}{p_4} = 7.85321 - 10$; $\log \mu_5^2 = \log \frac{1}{p_5} = 7.45939 - 10$;

$\log \mu_6^2 = \log \frac{1}{p_6} = 8.58555 - 10$.

Angoli misurati.

	Col Teodolite	Col Cleps	Col Tacheometro
Angolo A_1	90° 36′ 09.″00	100gr 6515	100gr 6537
» A_2	144 16 31. 50	160. 3130	160. 3075
» A_3	123 30 25. 90	137. 2247	137. 2175
» A_4	54 06 44. 25	60. 1125	60. 1217
» A_5	192 29 11. 25	213. 8667	213. 8769
» A_6	115 03 21. 00	127. 8560	127. 8470
Somma	720° 02′ 22.″90	800gr 0244	800gr 0243

Formole adoperate per la compensazione.

Indicando con α_1, α_2 .... α_n i supplementi degli angoli A_1, A_2, ... A_n di un poligono chiuso di n lati l_1, l_2 ... l_n, il metodo adoperato per la compensazione è quello che consiste nel compensare separatamente gli angoli ed i lati. Questo metodo già noto fu elegantemente esposto dal Prof. Siaccì negli Atti della R. Accademia di Torino, vol. XXIII.

Ponendo

$$\Delta\alpha = 360° - (\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_n)$$

la correzione da fare agli α misurati per avere i corretti è data da

$$\delta\alpha = \frac{\Delta\alpha}{n} . \qquad \ldots (1)$$

Se φ_1 è l'angolo che il lato l_1 fa coll'asse delle x, gli angoli φ_2, φ_3 ... φ_n che i lati l_2, l_3 ... l_n fanno col medesimo asse sono

$$\varphi_2 = \varphi_1 + \alpha_2 , \quad \varphi_3 = \varphi_2 + \alpha_3 , \quad \varphi_k = \varphi_{k-1} + \alpha_k , \ldots (2)$$

nelle quali gli angoli α sono già corretti.

Le equazioni di condizione da verificarsi sono le seguenti.

$$(l_1 + \delta l_1)\cos\varphi_1 + (l_2 + \delta l_2)\cos\varphi_2 + \ldots + (l_n + \delta l_n)\cos\varphi_n = 0$$
$$(l_1 + \delta l_1)\,\text{sen}\,\varphi_1 + (l_2 + \delta l_2)\,\text{sen}\,\varphi_2 + \ldots + (l_n + \delta l_n)\,\text{sen}\,\varphi_n = 0$$

insieme alla equazione del minimo

$$p_1 \delta l_1^2 + p_2 \delta l_2^2 + \ldots + p_n \delta l_n^2 = minimum.$$

Ponendo per brevità

$$\left.\begin{aligned} \sum_1^n l_k \cos\varphi_k &= \Delta x \\ \sum_1^n l_k\,\text{sen}\,\varphi_k &= \Delta y \end{aligned}\right\} \qquad \ldots (3)$$

le equazioni correlate saranno:

$$\left.\begin{array}{l}\delta l_1 = -\frac{1}{p_1}(I\cos\varphi_1 + II\operatorname{sen}\varphi_1)\\ \delta l_2 = -\frac{1}{p_2}(I\cos\varphi_2 + II\operatorname{sen}\varphi_2)\\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\\ \delta l_n = -\frac{1}{p_n}(I\cos\varphi_n + II\operatorname{sen}\varphi_n)\end{array}\right\}\quad\dots(4)$$

e le equazioni normali

$$\left.\begin{array}{l}\sum_1^n \frac{\cos^2\varphi_k}{p_k} I + \sum_1^n \frac{\operatorname{sen}\varphi_k\cos\varphi_k}{p_k} II = \Delta x\\ \sum_1^n \frac{\operatorname{sen}\varphi_k\cos\varphi_k}{p_k} I + \sum_1^n \frac{\operatorname{sen}^2\varphi_k}{p_k} II = \Delta y\end{array}\right\}\quad\dots(5)$$

Le formole precedenti sono state adoperate per la compensazione delle tre poligonali, e per facilità abbiamo preso il lato l_1 come asse delle x ed il vertice A_1 come origine delle coordinate.

Angoli misurati col teodolite, lati misurati colle canne.

		α corretti
$\alpha_1 =$	89° 23′ 51.″00	$\alpha_1 =$ 89° 24′ 14.″82
$\alpha_2 =$	35 43 28. 50	$\alpha_2 =$ 35 43 52. 32
$\alpha_3 =$	56 29 34. 10	$\alpha_3 =$ 56 29 57. 92
$\alpha_4 =$	125 53 15. 75	$\alpha_4 =$ 125 53 39. 57
$\alpha_5 =$	−12 29 11. 25	$\alpha_5 =$ −12 28 47. 44
$\alpha_6 =$	64 56 39. 00	$\alpha_6 =$ 64 57 02. 81
	359° 57′ 47.″10	360° 00′ 00.″00

$\Delta\alpha = 142.''90$

$\delta\alpha = \frac{\Delta\alpha}{6} = 23.''817$

Equazioni normali.

$$0.00810\,I + 0.00444\,II = +0.105$$

$$0.00444\,I + 0.01022\,II = -0.057.$$

$$\log I = 1.32247\ , \qquad \log II = 1.16769n\ .$$

Correzioni dei lati.

$\delta l_1 = -0.0007$; $\delta l_2 = -0.0294$; $\delta l_3 = +0.0238$;

$\delta l_4 = +0.0029$, $\delta l_5 = +0.0876$; $\delta l_6 = -0.0854$.

Lati corretti.

$l_1 = 20.^m5713$; $l_2 = 82.^m9026$; $l_3 = 51.^m2758$;

$l_4 = 52.^m5691$; $l_5 = 49.^m9126$; $l_6 = 45.^m6016$

Coi lati e gli angoli corretti si è fatto il seguente quadro per la verifica e per il calcolo delle coordinate dei diversi vertici.

	log l cos φ	log l sen φ	l cos φ	l sen φ	x	y
1	1.31326	....	20.571	0.000	0.000	0.000
2	1.82800	1.68497	67.298	48.414	20.571	0.000
3	0.30010n	1.70958	— 1.996	51.237	87.869	48.414
4	1.61652n	1.51128n	— 41.354	— 32.455	85.873	99.651
5	1.65317n	1.33449n	— 44.995	— 21.602	44.519	67.196
6	9.67601	1.65896n	+ 0.474	— 45.600	— 0.476	45.594
			— 0.002	— 0.006		

Angoli e lati misurati col Tacheometro.

$\Delta\alpha = 0^{gr}0243$

$\delta\alpha = 0,00405$

α corretti

$\alpha_1 = \quad 99.3504$	$\varphi_1 = \quad 0$
$\alpha_2 = \quad 39.6966$	$\varphi_2 = \quad 39.6966$
$\alpha_3 = \quad 62.7866$	$\varphi_3 = 102.4832$
$\alpha_4 = 139.8823$	$\varphi_4 = 242.3655$
$\alpha_5 = -13.8729$	$\varphi_5 = 228.4926$
$\alpha_6 = \quad 72.1570$	$\varphi_6 = 300.6496$
400.0000	

	log cos φ	log l	log sen φ	log l sen φ	log l sen φ	l cos φ	l sen φ
1	0.00000	1.31464	......	1.31464	.....	20.634	0.000
2	9.90946	1.91716	9.76636	1.82662	1.68352	67.084	48.253
3	8.59102*n*	1.70786	9.99967	0.29888*n*	1.70753	− 1.990	50.995
4	9.89577*n*	1.72046	9.97059*n*	1.61623*n*	1.51105*n*	−41.327	−32.438
5	9.95497*n*	1.69417	9.63626*n*	1.64914*n*	1.33043*n*	−44.580	−21.401
6	8.00876	1.65792	9.99998	9.66668	1.65790*n*	0.464	−45.488
						$\Delta x = +0.285$	$\Delta y = -0.079$

	$\log \frac{\cos^2\varphi}{p}$	$\log \frac{\text{sen}^2\varphi}{p}$	$\log \frac{\text{sen}\,\varphi \cos\varphi}{p}$	$\frac{\cos^2\varphi}{p}$	$\frac{\text{sen}^2\varphi}{p}$	$\frac{\text{sen}\,\varphi\cos\varphi}{p}$
1	6.44479—10	....	....	0.00028	0.00000	0.00000
2	7.97057	7.68437—10	7.82747—10	0.00934	0.00483	0.00672
3	5.82711	8.64441	7.23576*n*	0.00007	0.04410	0.00172
4	7.98131	7.77095	7.87613	0.00958	0.00590	0.00752
5	6.67380	6.03638	6.35509	0.00047	0.00011	0.00023
6	4.64726	8.62970	6.63748*n*	0.00000	0.04263	−0.00043
				+0.01974	+0.09757	+0.01232

Equazioni normali.

$$0.01974\,I + 0.01232\,II = 0.285$$

$$0.01232\,I + 0.09757\,II = -0.079$$

$$\log I = 1.21257\ ; \qquad \log II = 0.45853n.$$

Correzioni dei lati.

$$\delta l_1 = -0.0045\ ; \quad \delta l_2 = -0.1640\ ; \quad \delta l_3 = +0.1549\ ;$$

$$\delta l_4 = +0.1712\ ; \quad \delta l_5 = +0.0078\ ; \quad \delta l_6 = -0.1296\ .$$

Lati corretti.

$$l_1 = 20.^{m}6323\ ; \quad l_2 = 82.^{m}4700\ ; \quad l_3 = 51.^{m}1889\ ;$$

$$l_4 = 52.^{m}7072\ ; \quad l_5 = 49.^{m}4582\ ; \quad l_6 = 45.^{m}3610\ .$$

Calcolo delle coordinate.

	$\log l \cos \varphi$	$\log l \operatorname{sen} \varphi$	$l \cos \varphi$	$l \operatorname{sen} \varphi$	x	y
1	1.31454	....	20.632	0.000	0.000	0.000
2	1.82576	1.68266	66.951	48.157	20.632	0.000
3	0.30020n	1.70885	− 1.996	51.151	87.583	48.157
4	1.61764n	1.51246n	− 41.461	− 32.543	85.587	99.308
5	1.64921n	1.33050n	− 44.587	− 21.404	44.126	66.765
6	9.66544	1.65666n	+ 0.463	− 45.359	− 0.461	45.361
			+ 0.002	+ 0.002		

Angoli e lati misurati col Cleps.

$\Delta\alpha = 0^{gr}.0244$

$\delta\alpha = 0.00406$

α corretti

$\alpha_1 = 99^{gr}3526$	$\varphi_1 = 0^{gr}$
$\alpha_2 = 39.6911$	$\varphi_2 = 39.6911$
$\alpha_3 = 62.7794$	$\varphi_3 = 102.4705$
$\alpha_4 = 139.8916$	$\varphi_4 = 242.3621$
$\alpha_5 = -13.8627$	$\varphi_5 = 228.4994$
$\alpha_6 = 72.1480$	$\varphi_6 = 300.6474$
400.0000	

	log cos φ	log l	log l sen φ	log l cos φ	log l sen φ	l cos φ	l sen φ
1	0.00000	1.31308	....	1.31308	......	20.562	0.000
2	9.90948 - 10	1.91662	9.76630 - 10	1.82610	1.68292	67.004	48.186
3	8.58912*n*	1.70828	9.99967	0.29740*n*	1.70795	− 1.983	51.045
4	9.89579*n*	1.71965	9.79054*n*	1.61544*n*	1.51019*n*	− 41.252	− 32.374
5	9.95494*n*	1.69589	9.63635*n*	1.65083*n*	1.33224*n*	− 44.754	− 21.490
6	8.00733	1.65617	9.99998*n*	9.66350	1.65615*n*	− 0.460	− 45.305
						$\Delta x = +0.037$	$\Delta y = +0.062$

	$\log \frac{\cos^2\varphi}{p}$	$\log \frac{\text{sen}^2\varphi}{p}$	$\log \frac{\text{sen}\,\varphi\cos\varphi}{p}$	$\frac{\cos^2\varphi}{p}$	$\frac{\text{sen}^2\varphi}{p}$	$\frac{\text{sen}\,\varphi\cos\varphi}{p}$
1	6.49485—10	....	... .	0.00031	0.00000	0.00000
2	7.27496	6.98860—10	7.13178—10	0.00188	0.00097	0.00136
3	5.02097	7.84207	6.43152*n*	0.00001	0.00695	—0.00027
4	7.64479	7.43429	7.53954	0.00441	0.00272	0.00346
5	7.36927	6.73209	7.05068	0.00234	0.00054	0.00112
6	4.55021	8.53551	6.54286*n*	0.00000	0.03433	—0.00035
				0.00895	0.04551	0.00532

Equazioni normali.

$$0.00895\,I + 0.00532\,II = 0.037$$

$$0.00532\,I + 0.04551\,II = 0.062$$

$$\log I = 0.55298\,; \qquad \log II = 9.97531.$$

Correzioni dei lati.

$\delta l_1 = -0.0011$; $\delta l_2 = -0.0099$; $\delta l_3 = -0.0056$;

$\delta l_4 = +0.0242$; $\delta l_5 = +0.0105$; $\delta l_6 = +0.0312$.

Lati corretti.

$l_1 = 20.^m5614$; $l_2 = 82.^m5218$; $l_3 = 51.^m0778$;

$l_4 = 52.^m4623$; $l_5 = 49.^m6570$; $l_6 = 45.^m3382$.

Calcolo delle coordinate.

	$\log l \cos\varphi$	$\log l \operatorname{sen}\varphi$	$l \cos\varphi$	$l \operatorname{sen}\varphi$	x	y
1	1.31303	....	20.561	0.000	0.000	0.000
2	1.82605	1.68287	66.996	48.180	20.561	0.000
3	0.29735*n*	1.70790	— 1.983	51.039	87.557	48.180
4	1.61564*n*	1.51039*n*	— 41.271	— 32.388	85.574	99.219
5	1.65092*n*	1.33233*n*	— 44.763	— 21.495	44.303	66.831
6	9.66379	1.65644*n*	0.461	— 45.336	— 0.460	45.336
			+ 0.001	0.000		

I tre esempi numerici precedenti fanno vedere che il Tacheometro ed il Cleps possono essere adoperati con successo a misurare gli angoli delle poligonali, essi mostrano anche la superiorità del Cleps riguardo alla misura delle distanze, essendosi avute correzioni minime pei lati

Abbiamo voluto fare anche la compensazione della poligonale, ritenendo tutti i lati dello stesso peso. Colle misure dirette dei lati abbiamo ottenuto le seguenti correzioni;

$$\delta l_1 = -0.0516\,;\quad \delta l_2 = -0.0174\,;\quad \delta l_3 = 0.0440\,;$$
$$\delta l_4 = 0.0147\,;\quad \delta l_5 = 0.0283\,;\quad \delta l_6 = -0.0425\,.$$

le quali sono dello stesso ordine di quelle trovate col metodo più rigoroso.

Però la correzione del primo lato è riuscita superiore di molto alla corrispondente ottenuta col primo metodo di compensazione, ciò che non dovrebbe essere essendo quel lato più corto di tutti e quasi in piano.

Le coordinate dei vertici, in quest'ultima ipotesi, sono state le seguenti:

$$x_1 = 0\,,\quad x_2 = 20.^{m}520\,;\quad x_3 = 87.^{m}827\,;\quad x_4 = 85.^{m}830\,;$$
$$x_5 = 44.^{m}466\,;\quad x_6 = -0.^{m}476.$$
$$y_1 = 0\,.\quad y_2 = 0.^{m}0\,;\quad y_3 = 48.^{m}421\,;\quad y_4 = 99.^{m}678\,;$$
$$y_5 = 67.^{m}216\,;\quad y_6 = 45.^{m}640\,;$$

L'area del poligono è stata calcolata con la formola:

$$2S = \sum_1^n (y_k + y_{k+1})(x_k - x_{k+1})$$

e si sono ottenuti i seguenti risultamenti:

Lati misurati direttamente e non del medesimo peso	Lati considerati dello stesso peso	Lati misurati col Tacheometro	Lati misurati col Cleps
4495.^{mq}26	4495.^{mq}03	4467.^{mq}02	4458.^{mq}77

Come conclusione ci sembra poter affermare che il metodo precedente di compensazione, deducendo cioè i pesi dalle misure ripetute di uno stesso lato, senza dar luogo a calcoli troppo lunghi è molto conveniente per le poligonali topografiche, e che quando i lati della poligonale avessero tutti *presso a poco* la medesima lunghezza, la compensazione si può fare supponendoli dello stesso peso.

Torino, Novembre 1888.

Azione delle scintille elettriche sui conduttori elettrizzati;

Nota del Socio Prof. A. Naccari

1. Ripetendo alcune esperienze sugli effetti elettrici delle variazioni ultraviolette mi avvenne di esaminare l'azione di piccole scintille d'induzione sopra conduttori isolati ed elettrizzati.

Notai allora che una scintilla anche minima, come ad esempio quella dell' interruttore automatico d'una slitta del Du Bois-Reymond, può produrre degli effetti singolarmente intensi sopra un corpo conduttore elettrizzato ed isolato. Questi effetti consistono in un'accelerazione della dispersione che si palesa tanto nel caso che il conduttore posseda elettricità positiva quanto nel caso opposto. Riferisco qui alcune esperienze che possono dare una idea della intensità del fenomeno.

Una pallina di ottone del diametro di quattro centimetri fu sospesa mediante un filo di seta ad un bastone di ceralacca fissato ad un sostegno di ferro. Un filo isolato congiungeva la pallina all'ago d'un elettrometro del Mascart. Le due coppie di quadranti di questo erano rispettivamente congiunte ai due poli d'una pila di trenta coppie, il cui punto di mezzo era posto a terra. L'elettrometro ha specchietto concavo e l' imagine della fessura illuminata si osserva sopra la scala collocata a un metro di distanza. Le divisioni della scala sono millimetri. L' elettrometro era in condizioni di poca sensibilità. Una Daniell produceva una deviazione di quattro parti.

A poca distanza dalla palla posi nelle prime esperienze una slitta del Du Bois-Reymond con l'interruttore volto verso la palla. La distanza fra l'interruttore e la palla fu diversa nelle varie esperienze, e nelle tabelle seguenti è indicata con la lettera *d*.

Io osservavo di tempo in tempo la posizione della striscia luminosa sulla scala. Lo zero di questa stava nel mezzo di essa.

Indico col segno + le letture fatte dalla parte corrispondente alla carica positiva della pallina, col segno — quelle fatte dalla parte opposta. Per lo più quando la palla era scarica, la striscia si portava esattamente allo zero.

Nell'esperienze seguenti una sola coppia Bunsen era applicata alla slitta, ed era caricata con liquidi già adoperati più volte.

Indico con un asterisco il tempo in cui si chiude il circuito della pila e quindi la scintilla comincia a scoccare, con due asterischi il tempo in cui il circuito viene aperto. La lettera *t* indica i tempi delle osservazioni, contati in minuti primi, la *s* le deviazioni osservate.

1ª *esperienza.*

$d = 2$ cm.

t	*s*	*t*	*s*
0	— 212	** 9	— 75
* 6ᵐ	205	* 10	75
** 7	116	** 11	45
* 8	116	12	45

2ª *esperienza.*

$d = 4$ cm.

t	*s*	*t*	*s*
0	— 229	* 9	— 138
* 5	220	10	108
** 6	170	11	90
* 7	170	** 12	— 79
** 8	138	16	79

3ª *esperienza.*

$d = 10$ cm.

t	*s*	*t*	*s*
0	— 191	* 20	— 160
* 5	189	** 26	147
6	182	* 34	143
** 7	180	** 43	129
* 8	180	51	126
** 14	162	—	—

4ª *esperienza.*

$d = 2$ cm.

t	*s*	*t*	*s*
0	+ 216	** 4	+ 54
* 1	212	* 5	54
** 2	100	** 6	31
* 3	100	7	31

5ª *esperienza.*

$d = 4$ cm.

t	*s*	*t*	*s*
0	+ 222	* 6	+ 136
1	220	** 7	114
* 2	196	* 8	114
** 3	167	** 9	99
* 4	169	10	99
** 5	136	—	—

6ª *esperienza.*

$d = 7$ cm.

t	s	t	s
0	+ 203	* 9	+ 163
1	200	** 12	139
* 2	197	* 16	137
** 5	166	** 19	121

Queste esperienze non sono destinate a paragonare l'effetto prodotto dalla scintilla sulle cariche positive con quello prodotto sulle cariche negative. Esse valgono soltanto a dare un'idea della grandezza dell'effetto.

Facendo scoccare le scintille quando la pallina era scarica, non si osservava alcun effetto.

Con rocchetti d'induzione di dimensioni diverse, da uno che dà scintilla di qualche millimetro appena ad uno che può dare scintille di quarantacinque centimetri, ottenni effetti consimili, ma l'intensità di questi è ben lontana dal crescere nella stessa ragione della potenza dell'apparecchio d'induzione o della lunghezza della scintilla.

2. Il fatto che l'accelerazione nella dispersione avviene tanto per elettricità positiva, quanto per negativa, mi fece fin da principio ritenere che l'effetto non si dovesse attribuire alle variazioni ultraviolette.

D'altra parte interponendo una lamina di quarzo o di gesso l'azione veniva immediatamente sospesa. Qualunque diaframma non traforato produceva il medesimo effetto. Esaminai se si potesse attribuire l'effetto alla causa stessa del fenomeno osservato dal Guthrie (1) nel 1873 ; il quale fenomeno consiste in ciò, che un corpo solido incandescente posto a poca distanza da un conduttore elettrizzato lo scarica, se è elettrizzato negativamente. Più tardi l'Elster e il Geitel (2) osservarono che a poca di-

(1) Guthrie, *Phil. Magazine* (4) XLVI (1873), *Chem. News*, XLV, 116.
(2) Elster u. Geitel, *Wied. Ann.* XXVI, p. 1.

stanza la dispersione avviene pressochè nella stessa misura anche se il corpo è caricato positivamente. Ma la spiegazione che solamente si può applicare a quei fenomeni si fonda sopra una azione elettrostatica fra il corpo caldo e il corpo elettrizzato.

Ad una simile spiegazione converrebbe ricorrere se si vedesse nel fenomeno prodotto dalla scintilla una stretta affinità con i fatti descritti dal Koch (1), dai quali risulta che l' elettricità positiva esce da un corpo caldo più facilmente della negativa finchè la temperatura non è molto alta. Per altissime temperature le due elettricità pare che si disperdano con uguale rapidità.

Nel caso delle mie esperienze, specialmente di quelle fatte con i rocchetti, ogni azione elettrostatica doveva essere esclusa, perchè io aveva interposto fra la scintilla e il conduttore elettrizzato un disco di tela metallica posto in comunicazione col suolo e m'ero accertato ch'esso arrestava affatto ogni azione di quel genere. Io aveva usato questo disco fin da principio nell'esperienze con i rocchetti, perchè gli elettrodi di questi si comportano come corpi elettrizzati staticamente e possono agire fortemente come tali.

Paragonai inoltre l'azione d'un corpo incandescente con quello della scintilla. La fiamma d'una candela anche a tre centimetri di distanza non produceva il minimo effetto sulla palla elettrizzata quando fosse interposto un pezzo di tela metallica comunicante col suolo. Un filo di platino reso incandescente da una corrente fu parimenti inetto a produrre alterazione nella carica della palla quando questa era difesa dalla tela metallica.

3. Restava da esaminare se l'aria circostante venisse dalla scintilla modificata in maniera da produrre l'effetto osservato.

Disposi perciò l'esperienza in modo che un rocchetto producesse una scintilla a distanza abbastanza grande per non produrre effetto troppo forte sulla pallina elettrizzata. Una corrente d'aria ottenuta mediante un mantice e un tubo di gomma spingeva al momento opportuno e per l'intervallo di tempo convenienti l'aria prossima alla scintilla verso la palla. Era sempre interposto un disco di tela metallica di 35 centimetri di diametro posto in comunicazione col suolo. Il tubo di gomma ponevasi con la sua bocca al di sopra della scintilla in tal posizione che la scintilla non venisse spostata dalla corrente d'aria e avvicinata alla palla.

(1) Koch, *Wied. Ann.* XXXIII, 454.

M'accertai con apposite esperienze che la corrente d'aria per sè sola, cioè quando mancava la scintilla, non produceva effetto sensibile.

Riferisco i numeri spettanti ad alcune esperienze fatte in tali condizioni. Nelle tabelle che seguono indico con l la lunghezza della scintilla, con l'indice ′ il tempo in cui la corrente d'aria comincia, con l'indice ″ quello in cui la corrente cessa.

1ª *esperienza.*

$d = 2$ cm. $l = 0,1$ cm.

Carica negativa.

t	s	t	s
0	−236	4″	106
* 1	234	5	76
2	214	6′	46
3′	187	6,″ 5	10

2ª *esperienza.*

$d = 2$ cm. $l = 0,1$ cm.

Carica positiva.

t	s	t	s
0	+192	3′	+144
* 1	183	4	28
2	164	5″	6

3ª *esperienza.*

$d = 5$ cm. $l = 1$ cm.

Carica negativa.

t	s	t	s
0	−221	4′	188
* 2	217	** 5″	3
3	205	—	—

4ª *esperienza.*

$d = 10$ $l = 1$ cm.

Carica negativa.

t	*s*	*t*	*s*
0	— 183	8′	— 152
* 2	175	10″	131
4′	171	** 13	119
6″	157	15	116

5ª *esperienza.*

$d = 5$ $l = 0,2$ cm.

t	*s*	*t*	*s*
0	+ 212	5′	+ 149
* 1	210	6″	113
2	206	** 7	108
3′	198	8	106
4″	155		

Se la palla era scarica, ogni effetto spariva.

Queste esperienze mettono fuori di dubbio che la dispersione si accelera grandemente quando l'aria che sta intorno alla scintilla e che, come è noto, vi forma un'aureola luminosa, vien portata a contatto con la palla. Poichè l'effetto è lo stesso, o poco diverso, sull'una e sull'altra elettricità, sembra che in generale l'aria così modificata consenta più facilmente il passaggio alla elettricità. Devo notare che in più casi sperimentando senza corrente d'aria osservai che la elettricità positiva sfuggiva, a parità di condizioni, più facilmente dell'altra, ma non ho potuto peranco esaminare le particolarità di quelle esperienze.

Per esaminare se la modificazione per cui l'aria acquista la maggiore conducibilità sia permanente o cessi al cessare della

scintilla, eseguii l'esperienze seguenti. Feci scoccare la scintilla entro un globo di vetro che aveva quattro fori con tubi disposti in croce. Introdussi per due fori posti di fronte gli elettrodi facendoli passare attraverso tappi di sovero. Dopo aver fatto scoccare a lungo le scintille lì dentro, appena cessate le scintille, inviai l'aria interna sulla pallina mediante il mantice, giovandomi degli altri due fori. Non ebbi così effetto alcuno. Se invece il mantice agiva finchè le scintille scoccavano, benchè la distanza di queste dalla palla fosse di venti centimetri avveniva una rapida dispersione. Così venne posto in chiaro che l'aria perde dopo breve tempo la proprietà che acquista per effetto della scintilla.

È chiaro che i fatti descritti in questa nota hanno affinità con quelli che vennero descritti dall'ARRHENIUS (1) e dallo SCHUSTER (2) e che si riferiscono alla conducibilità elettrica dell'aria rarefatta. Fra l'esperienze dello SCHUSTER ve ne sono alcune fatte alla pressione ordinaria, che mi erano sfuggite dapprima; però le altre condizioni delle mie esperienze sono diverse, sono pure in gran parte diversi gli effetti osservati e diversa è la spiegazione a cui fui condotto.

Torino, 15 Dicembre 1888.

---

(1) ARRHENIUS, *Wied. Ann.* XXXII, 55 (1887, III).
(2) SCHUSTER, *Proc. R. Society*, XLII, 371 (1887).

L'Accademico Segretario
GIUSEPPE BASSO.

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 23 Dicembre 1888.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ARIODANTE FABRETTI
VICEPRESIDENTE

Sono presenti i Soci: B. Peyron, Direttore; G. Gorresio, Segretario della Classe, Flechia; V. Promis, Rossi, Schiaparelli, Pezzi, Carle, Cognetti.

Il Socio Segretario legge l'atto verbale dell'ultima adunanza che viene approvato.

Il Prof. Fabretti presenta sette volumi su diversi temi offerti in dono all'Accademia dal sig. Zecchini.

Il Prof. B. Peyron presenta a nome dell'autore l'opuscolo intitolato: *Dei sordo-muti ciechi dalla nascita*, del Canonico Boetti. Ne espone i pregi in una Nota da lui letta, e mostra la ragione filosofica con cui venne dall'autore trattato il tema.

Il Socio V. Promis annunzia la morte del conte Paolo Riant, Membro dell'Istituto di Francia e corrispondente dell'Accademia di Torino. Loda l'ingegno e la scienza del Riant, ed indica le sue pregiate pubblicazioni.

Il Socio Prof. Cognetti de Martiis legge la prima parte di una sua monografia sull'*Istituto Pitagorico*. Dopo un cenno sulle condizioni di Samo nel sesto secolo innanzi Cristo, egli esamina le due questioni dei viaggi che la tradizione attribuisce a Pitagora, e del motivo che indusse il filosofo a stabilirsi a Crotone; indica i fatti più notevoli della vita di Pitagora a Crotone, e successivamente, fatto cenno degli originarii elementi della dottrina pitagorica, illustra l'organizzazione dell'Istituto e l'attitudine assunta verso i Pitagorici dal Teatro comico ateniese.

LETTURE

Dei sordo-muti ciechi di nascita,
Trattatello del Teol. Can. Bartolomeo Roetti;

Nota del Socio Prof. B. Peyron.

Nascere sordo, locchè equivale ad essere sordo-muto, è senza dubbio una delle grandi infermità umane. Ma, se la parola è la più naturale espressione dell'umano pensiero, non è però la sola, ed al sordo-muto rimane l'immenso sussidio di sociabilità e di educazione ciò, che è pure linguaggio umano, il gesto, lo sguardo, il sorriso, la stessa contrattibilità dei muscoli del volto a manifestare le varie emozioni dell' animo. Molto maggiore infortunio sembra essere il nascere cieco; tanto è bello l'universo a chi abbia due occhi ed un cuore a percepirne le bellezze. Ma al cieco rimane quell'altro immenso sussidio, che è la viva voce, il *logos* ragione e parola. Ora che pensare di chi nasce accoppiando la cecità alla sordità, e vive sordomuto cieco? L'occhio del fortunato, che ha l'uso dei suoi cinque sensi, rifugge allo spettacolo d'un suo simile, che vegeta ed è ombra di uomo. Ma uomo. Ora chi sa quali avvenimenti intellettuali e morali si compiono su quella scena misteriosa, che è l'anima d'uno, che nè parla, nè ode, nè vede?

Fortunatamente sono rarissimi i casi di sordo-muti ciechi dalla nascita; men rari quelli, in cui nati ciechi diventano sordi o nati sordi diventano ciechi sin dalla più tenera età; talchè gli uni e gli altri hanno comune la sorte in ciò, che la legge civile s' accorda coll'opinione generale dei teologi nel riguardarli e perciò trattarli come infanti perpetui, o fatui. In fatto non possono, ad esempio, contrarre matrimonio, nè ereditare, oggetto di compassione all'altrui carità.

Il Reverendo Canonico, mosso da un profondo sentimento religioso, chiede a se stesso: Dunque i sordo-muti ciechi dalla nascita non saranno capaci di ricevere tutti o qualcuno almeno di quei Sacramenti, che si danno soltanto a chi conseguì l'uso della

ragione? Possibile, che uomini, a cui rimane qualche consorzio col mondo esteriore per mezzo dei tre sensi tatto, gusto, odorato, non abbiano da essi un aiuto ad uscire dalla potenzialità, in cui fu creato il loro intelletto a conseguire l'uso di ragione?

L'Autore prende ad esaminare questa importantissima questione, che si attiene alle più importanti quistioni umanitario-sociali; e non si tosto vi s'addentra, che è già sparito di mezzo il pietoso teologo, e vi compare il filosofo, che chiede responsi alla psicologia, all'ontologia, all'antropologia. Sotto a tale aspetto specialmente si raccomanda alla nostra classe l'Opuscolo, che la troppa modestia dell'Autore quasi non osava presentarle.

L'uso della ragione inchiude molteplici operazioni, che possono ridursi a tre, all'apprensione, al giudizio, al raziocinio. Il sordomuto cieco dalla nascita apprende intellettivamente; e come no? I sensi esterni colpiti dalle cose materiali le sentono in quanto agiscono su di loro e come tali le percepiscono, le conoscono, e conoscendole se ne formano una specie o similitudine che rappresenta le cose in concreto colle qualità di essere tangibili, visibili, sonore, odorose, gustose. Di qui le umane cognizioni. Ma per alcune sarà egli necessario l'esercizio di tutti i sensi esteriori? No, certamente, testimonio la esperienza. Quante cognizioni possiamo noi acquistare da un maestro anche senza vederlo?

All'apprensione segue il giudizio, che è istintivo o comparativo. L'istintivo si fa anche dal bruto e dal bambino. Il comparativo è delle creature razionali. Or come i sordomuti ciechi non saranno capaci di riflettere sopra gli atti di loro intelligenza e sopra le nozioni con tali atti acquistati?

Nel sordo-muto cieco dalla nascita l'intelletto non è diverso da quello degli altri, che hanno tutti i sensi; ma gli altri sono capaci di giudicare, dunque anche i generati sordo-muti ciechi. Perocchè non ostante l'essere sordo-muti ciechi dalla nascita sono capaci di apprendere intellettivamente e coll'apprensione acquistare tante nozioni. Acquistata qualche nozione, l'intelletto loro può, come l'intelletto di tutti gli altri ritornarvi sopra, e comporre, scomporre, cioè giudicare. Quindi i tanti giudizi: Io esisto, io sento, io patisco, io ho sete, io ho fame, io godo, io cammino, io ho caldo, io ho freddo, questo mi bagna, quello mi riscalda, e cento altri simili giudizi. Ond'è, che per una parte come uomini hanno l'intelletto agente, e per altra parte coi sensi del tatto, gusto, odorato han mezzi sufficienti ad acquistare le nozioni

che servono di termine ai giudizi. Cominciano col mangiare, bere, vestirsi, spogliarsi, andare, venire, sedere, giacere, e da simili azioni acquistano tanti concetti. Poi osservando, che solo col bere si estingue più o meno la sete, solo col mangiare si fa cessare la fame e non già vestendosi o camminando, acquistano nozioni di causa ed effetto, veggono il nesso tra queste due nozioni, e così pronunciano necessariamente il giudizio: Non si dà effetto senza causa. Tale è pure il modo con che procedono agli altri primi giudizi, come ad es. il tutto è maggiore della parte.

Il modo proprio della natura umana nel conseguire la verità è di farlo a forza di ricerche, e discorrendo da una verità all'altra da un grado all'altro. La nostra cognizione si perfeziona ed acquista la qualità di scientifica col discorrere passando da una cognizione ad un'altra, venendo per conclusioni a conoscere esplicitamente ciò, che nei principii si conosceva solo implicitamente. Quindi per parte dei sensi non si ricerca di più a raziocinare che ad intendere. Dunque gli stessi argomenti, che provano i sordo-muti ciechi dalla nascita poter apprendere e giudicare, servono a provare, che possono raziocinare, essendo questo conseguenza della fecondità della potenza intellettiva, che ha virtù di fare diversi atti, ricevere la verità, intendere il nesso degli elementi, che la compongono, e passando di atto in atto spiegarne per conclusioni il contenuto in essa implicitamente.

Dato nei sordo-muti ciechi dalla nascita la capacità di apprendere, giudicare, raziocinare, che costituisce, secondo l'Autore, l'uso della ragione, hanno quella di apprendere, giudicare, raziocinare anche delle cose soprasensibili e conoscere le verità. Non io seguirò l'Autore in questi suoi ragionamenti metafisici. Dirò invece coll'Autore, che ragionare va bene, ma costringere a toccar con mano le cose per via di fatti, a certuni è ancor meglio. Ed a siffatti argomenti si appiglia l'Autore adducendone alcuni, e v'ha in lui ciò di singolare, che mentre i filosofi sogliono dalla osservazione dei fatti ascendere alle loro spiegazioni scientifiche, egli dimostrasi così sicuro del suo ragionamento *a priori*, che i fatti, comecchè singolarissimi, abbiano una importanza quasi secondaria. Egli ricorda anzi tutto il fatto, che offrì l'Inghilterra e narrò il Degerando, del giovane James Mitchell, educato dalla sua sorella, e così mirabile per la sua affezione ai genitori, per una perspicacità sorprendente, che era per lui la vista.

Nè meno commoventi sono altri fatti d'infelici, dacchè si

debbono annoverare tra i sordo-muti ciechi di nascita quelli, che divennero tali sin dalla più tenera età. E omai non mi fa meraviglia il singolarissimo fatto avvenuto nel Cottolengo stesso molti anni fa e narratomi da testimonio oculare, che cioè un fanciullo cieco sordo-muto sin dalla nascita, senza aver avuto alcuna educazione particolare alla sua infermità, fu sorpreso di notte a cucire il proprio abito. Ora qui si presentava all'Autore l'occasione di cercare i modi della particolare educazione, prevalendosi di quelli che illustri Umanitarii già idearono e per chi nacque soltanto sordo e muto, e per chi nacque soltanto cieco. Ma lasciando questa parte alle ricerche di un'altissima pedagogia, l'Autore si limita a notare, come la mano, strumento del tatto attivo è un organo, che nel complesso delle sue perfezioni s'addice al solo ragionevole fra gli animali, e come egli mirabilmente possa valere nell'esercizio della vita intellettuale.

Nelle sensazioni tattili, egli dice, principalmente si fonda la conoscenza, che abbiamo del nostro corpo; per il tatto il nostro intelletto meglio che per gli altri sensi conosce l'impenetrabilità e l'attività dei corpi; il tatto soddisfa più la ragione producendo in lui una cotal certezza maggiore degli altri sensi, sino ad essere perciò chiamato da S. Tommaso: *tactus certissimus sensuum*.

Ciò osservato di volo, l'Autore s'affretta alla conclusione, osservando, che per quanto sia speculativa la presente quistione, essa ha molta attinenza colla pratica per le conseguenze, di cui è feconda. E qui il filosofo ridiviene il pio sacerdote, che si preoccupa di quella, che egli stima la maggior conseguenza del suo scritto, cioè l'amministrazione dei sacramenti. Ma naturalmente dalla verità, che i nati sordo-muti ciechi sono capaci di arrivare all'uso della ragione derivano altre conseguenze oltre il cerchio religioso, ed è pregio di questo scritto il suscitare questioni, fra le più profonde, che offrir si possano alla filosofia.

Ma io sto pago a presentare alla classe l'opuscolo a nome dell'Autore, solo questo aggiungendo, che non è soltanto un solitario studio scientifico, ma nei rapporti umanitario-sociali un'opera sommamente benefica.

L'ISTITUTO PITAGORICO.

Nota del Socio Prof. S. Cognetti De Martiis

1. Samo nel VI secolo av. C. — 2. I viaggi di Pitagora. — 3. La dottrina pitagorica originale. — 4. Il Sodalizio. — 5. I Pitagorici e il Teatro Comico Ateniese.

1. « La serie de' Comunisti (ellenici), nel più esatto senso della parola, scrive il Drumann, comincerebbe con Pitagora, se il suo sodalizio fu ordinato in quel modo che ci è riferito dai Neoplatonici e da altri scrittori d'epoca più recente » (1). Ora non v'ha dubbio che molte delle cose narrate da Diogene Laerzio, Giamblico e Porfirio intorno a Pitagora hanno carattere non di storia ma di leggenda, e molte anche sono evidentemente fattura della immaginativa di ciascuno di essi. Tuttavia la formazione leggendaria e la invenzione soggettiva hanno un fondamento storico certo, che una critica sagace ed accurata ha messo oramai in piena luce (2).

Visse Pitagora nel VI secolo av. Cristo. Samo, ove nacque, narrasi, da un incisore d'anelli, emergeva nella seconda metà di quel secolo tra le città ionie dell'Asia Minore, anzi era succeduta a Focea nel primato sul mare; e Mileto, Mio, Priene, Efeso,

(1) Drumann, *Die Arbeiter und Communisten in Griechenland und Rom*. Königsb., 1860, p. 129.

(2) Vedansi le interessanti considerazioni dello Zeller sulle « unsere Quellen für die Kenntniss der Pythagoreischen Philosophie ». In *Phil. d. Gr.* (4ª ediz.), T. I, pp. 254-270.

Colofone, Lebedo, Teo, Clazomene, Chio, Eritrea erano ben lungi dal pareggiare l' « acquosa » (1) regina dell'Egeo. Ne reggeva le sorti Policrate, figliuol d'Eaco, uomo in ogni sua impresa felicissimo e superiore in grandezza d'animo ad ogni altro tiranno della Grecia. Amava del pari le armi e le lettere: aveva in mare cento navi, assoldava mille arcieri, fondò una biblioteca, conversava domesticamente coi poeti Ibico e Anacreonte, chiamò a corte con annuo assegno di due talenti Democede, celeberrimo medico crotoniate, stato prima agli stipendi di Egina e d'Atene. Traevasi a Samo dalle regioni circostanti per ammirare le tre opere, che al padre della storia greca parevano le maggiori che fossero mai uscite da mani elleniche: una doppia galleria scavata sotto la collina dell'Acropoli per la condotta delle acque; i murazzi del porto, alti venti orgie e distesi per più che due stadii, e il gran tempio d'Hera (2). Fiorentissimo era il commercio dell'isola: navi samie si spingevano sino alle coste della Libia e toccavano le colonne d'Ercole, una fattoria samia fu impiantata nell'oasi d'Ammone, e quando nella città di Naucrate, concessa dai Faraoni agli ellenici, costoro eressero il tempio e mercato comune detto *Ellenion*, i Samii non vollero stare con gli altri, ma innalzarono per conto e uso proprio un edifizio adatto al doppio ufficio. Similmente prosperavano in Samo le arti e le industrie. Eccitavano meraviglia le opere di oreficeria di Teodoro, il quale, secondato da Reco e Telecle, fece fare notevolissimi progressi alle arti plastiche, sicchè le fonderie samie vennero in grande e meritata reputazione; rifulgevano nella pittura i meriti di Callifonte, Agatarco e Timante; passò in proverbio la ricca e svariata produzione della ceramica samia. I cittadini vestivano con eleganza e sfoggiavano gran lusso alla festa d'Hera, la patrona dell'isola. Andavano allora nel gran tempio con le chiome parte pendenti sugli omeri, parte rattenute con cerchietti d'oro e aurei spilloni a foggia di cicale, monili di finissimo lavoro alle braccia, tonache candidissime e con lo strascico (3). Nè mancavano in tanto rigoglio di vita economica splendide manifestazioni di squisita coltura.

---

(1) Σάμος ὑδρηλὴ nell'Inno Omerico ad Apollo, verso 41. Sulla talassocrazia dei Samii v. CLINTON, *Fasti Ellenici*, I, p. 234.

(2) HEROD., *Hist.*, III, 60. L'orgia (ὀργυά) = m. 1,85; lo stadio (στάδιον) = m. 185.

(3) ASII, *Fragm.* (Didot), p. 3.

Asio samio, figliuol d'Anfiptolemo, cantò le genealogie degli Eroi in un poema, del quale pochi frammenti ci furono serbati da Pausania e Ateneo; insegnò a Samo Ferecide di Siro; vi favoleggiò Esopo stando a servizio presso Jadmone; e un ingegnere samio, Mandrocle, ideò e dispose il ponte di chiatte su cui Dario d'Istaspe traversò il Bosforo nella campagna contro gli Sciti. Insomma la patria di Pitagora, etnograficamente ellenica, ma posta ad immediato contatto col grande impero degli Achemenidi, accoglieva in sè gl'influssi di due civiltà: una vecchia e volgente a decadenza, l'altra nascente e coi segni del futuro rigoglio.

Durarono buone le sorti di Samo ne' tredici anni (535-522 av. C.) del regno di Policrate, malgrado le molestie d'una guerra co' Lacedemoni (525), nella quale il coraggio de' Samii pareggiò la squisita bontà d'animo, che avevano dimostrata, quando salvarono da crudelissima ingiuria trecento garzoni, che Periandro corinzio spediva al serraglio del re di Lidia (1). Morto Policrate, vittima della perfidia del satrapo di Sardi, Samo scadde dal grado egemonico tenuto sinallora nella Ionia, fu conquistata e percossa con eccidii e saccheggi da' Persiani e, stremata di forze e quasi vuota d'abitanti, data a governare a un superstite fratello del principe che l'aveva sollevata e tenuta per più che un decennio a tanta altezza (2).

2. La conquista persiana di Samo avvenne nel 494. Ma ben prima di quell'anno Pitagora aveva definitivamente abbandonata la città nativa per la Magna Grecia. Variano le date proposte relativamente all'anno della sua partenza dal 529 al 540 (3); secondo il Bernhardy in quest'ultimo anno egli era già a Crotone. Bisognerebbe mettere dunque prima del 540 quegli altri viaggi che, secondo parecchi scrittori antichi e moderni, Pitagora avrebbe fatti specialmente nelle regioni orientali anteriori ed estreme (4).

---

(1) Herod. III, 48 sg.; Periandro fu tiranno di Corinto nella 2ª metà del VII secolo av. Cr.

(2) Herod., III, 149 sg.

(3) La prima data è ammessa da Ueberweg, *Grundr.*, I, § 16, l'altra è in Bernhardy, *Grundr. d. gr. Litt.* P. I, p. 750; Lenormant sta pel 532.

(4) Sui viaggi pitagorici si fermano particolarmente Zeller, op. cit., p. 275 sg. Chaignet, *Pythagore et la philosophie phythagoricienne.* Paris, 1873, T. I, p. 36 sg. e Lenormant, *La Grande Grèce,* T. II, p. 40 sg.

Per dire soltanto di alcuni moderni, Maspero ammette il viaggio in Egitto, mentre lo Zeller, pur non reputandolo impossibile, dice che non c'è modo d'accertarsene, e lo stesso afferma rispetto a' viaggi in Fenicia e nella Babilonia (1).

Lenormant non trova alcuna inverosimiglianza nella visita pitagorica alle terre egiziane e cananee, nè materialmente impossibile il viaggio nella Caldea; ma riguardo a questo avverte che a favore d'esso « il n'y a pas même un commencement de preuve », e relega assolutamente tra le favole i pellegrinaggi in Persia e nell'India (2). Ed ecco che recentemente il prof. Schroeder si fa a sostenere aver tratto Pitagora dagli Indiani il contenuto essenziale delle sue raffigurazioni dell'universo e della vita (3). È difficile adottare un punto di vista che possa condurre a conclusioni esaurienti. Tuttavia, se difettano le prove dirette per affermare con sicurezza, non manca un qualche fondamento a presunzioni plausibili. Come greco e come samio, Pitagora apparteneva ad un popolo tutt'altro che alieno da viaggi terrestri e marittimi: inoltre l'uso di viaggiare per ammaestramento, recandosi ne' centri di maggiore civiltà o presso reputati dottori nazionali e stranieri, si manifestò di buon'ora tra le classi colte elleniche, e particolarmente nelle persone che *ex professo* si dedicavano agli studi. Archita pitagorico insegnava due essere le vie adatte per l'acquisto della sanità dell'animo (διάθεσις): quella degli studi matematici e speculativi, e quella dell'esperienza derivata dal veder molte cose e trattar molte faccende. Nè potersi disgiungere l'una dall'altra, perchè l'esperienza dà la cognizione de' particolari, lo studio quella delle generalità. E nella vita pratica proponeva ad esempi la carriera serena e lieta di Nestore e quella difficile e laboriosa d'Ulisse (4). — Queste idee del pitagorico tarentino non possono essere state ispirate dall'esempio del maestro? I rapporti commerciali tra l'E-

(1) Maspero, *Histoire anc. des peuples de l'Or.* Paris, 1878, p. 492. Zeller, ivi, p. 281 sg.

(2) Lenormant, ivi, p. 41 sg.

(3) Schroeder, *Pythagoras und die Inder*. Leipz., 1884, p. 88.

(4) Architae, *Frag.* in *Fragm. Phil. Gr.* (Didot), T. I, p. 557. È notevole la menzione d'Ulisse, il quale, come s'esprime lo Chaignet, « représentant sinon le plus heroïque et le plus aimable, du moins le plus vrai, le plus complet de race grecque, n'est le plus sage des hommes que parce qu'il a beaucoup voyagé ».

gitto e la Grecia in genere e la Jonia in specie erano attivissimi al tempo di Policrate e del faraone Amasi. S'è visto più addietro che i legni samii toccavano l'Atlantico; dovevano dunque praticare estesamente il piccolo come il grande cabotaggio, modo di viaggio marittimo bene acconcio all'intento indicato da Archita. Aggiungasi che la brevissima distanza di Samo da Sardi e da Focea, stazioni importanti pel traffico attraverso l'Asia anteriore sino alla Mesopotamia, rendeva non malagevole il recarsi a Ninive o a Babilonia. Da coteste città partivano due vie, delle quali l'una, per Chala, metteva a Kelone, donde poscia per Ecbatana e Raga riusciva ad Hecatompylos, ove biforcavasi nelle linee che facevan capo a Samarcanda e a Battra; l'altra per Susa andava a Persepoli (1). Laonde i contatti tra l'Asia Minore e l'Estremo Oriente, massime se si pensi alle cure, che i primi Achemenidi rivolsero alla viabilità, erano, relativamente alla condizione dei tempi, piuttosto facili. E così risulterebbe giustificato il parere di Chaignet, che scrive non esservi ragione per negare assolutamente i viaggi attribuiti a Pitagora da una costante tradizione e aver dovuto il Savio di Samo cercare nell'esperienza della vita e del mondo, nelle osservazioni suggerite dalla veduta delle cose e dalla pratica degli uomini un ricco fondo di fatti psicologici, una maturità più rapida, un più esteso e completo sviluppo dello spirito. (2). Questa ci sembra conclusione equa e consigliata da una conveniente considerazione degli uomini e dei tempi ai quali si riferisce.

Disputasi anche intorno al motivo che avrebbe indotto Pitagora a lasciare per sempre la sua città e trasferirsi nella Magna Grecia. I più degli autori antichi attribuivano l'esodo all'aggravarsi della tirannide di Policrate più che uomo d'alto sentire potesse tollerare (3); altri ne imputavano l'indifferenza de' suoi concittadini per gli studi (4). Ma nè l'una nè l'altra indicazione concordano co' ragguagli, che abbiamo sia intorno all'indole della signoria di Policrate, sia circa i rapporti di lui con Pitagora, sia riguardo alla coltura e mitezza d'animo de' Samii. Erodoto

(1) V. la prima carta annessa all'interessante opera del Götz: *Die Verkehrswege in Dienste des Welthandels*. Stuttgart, 1888.

(2) Chaignet, op. cit., I, p. 38 sgg.

(3) Porph., *De vita Pyth.*, 9. Strab., *Geogr.*, XIV, I, 16. Diog. Laert., VIII, 3; la fonte è Aristosseno cit. da Porfirio.

(4) Jambl., *De Pyth. vita*, 28.

ci dipinge Policrate come un principe assoluto bensì, ma non tiranno nel senso moderno del vocabolo; tutt'al più alquanto strano nella maniera di trattare i propri amici in caso d'imprese militari (1); Diogene Laerzio e Porfirio si accordano nel narrare che Pitagora fece il viaggio dell'Egitto con lettere commendatizie di Policrate per Amasi; finalmente non è credibile, che fosse aliena dalla coltura e dagli studi una città dove, come s'è visto, la vita intellettuale non era meno rigogliosa della vita economica, e dove, secondo narra Porfirio, Pitagora tenne scuola in un locale pubblico e fece molti discepoli che, aggiunge Giamblico, in gran numero lo seguirono a Crotone (2). Forse meno inverosimile è la cagione mentovata dallo stesso Giamblico: il desiderio cioè di ritirarsi dalla vita politica e dagli uffici pubblici, che in patria gli venivano affidati, per dedicarsi esclusivamente all'amore della sapienza, ossia, per dirla con la parola che Pitagora o coniò o pose in voga, alla *Filosofia* (3). Non è caso nuovo nella storia.

3. Il sistema filosofico di Pitagora si compose nella mente sua sotto il duplice influsso della coltura ellenica e della orientale, così per l'ambiente in cui era abitualmente vissuto, come pe' viaggi d'istruzione compiuti nelle regioni elleniche e straniere. Ora, quale fu la genuina filosofia del grand'esule di Samo? Stando all'Ueberweg, tuttociò che può essere riferito personalmente a lui si riduce alla dottrina della metempsicosi, a talune regole etiche e religiose e forse anche all'introduzione di quella forma di speculazione matematico-teologica che poscia si sviluppò con tanto successo (4).

Zeller dichiara, che i dati storici non danno modo di giudicare quel che veramente appartenga a Pitagora nella dottrina che ne porta il nome. Però non esita ad affermare, riguardo all'idea della trasmigrazione delle anime, essere essa l'unica che con piena sicurezza possa attribuirsi a Pitagora (5).

Ad ogni modo, una dottrina pitagorica, metafisica ed etica,

---

(1) Herod., III, 39.

(2) Porph., 7; Diog. Laert., 2; Jambl., 29.

(3) Jambl., 28. Il med. 54: « Fertur autem Pythagoras primus se appellasse philosophum » etc. Cfr. 44 e 159.

(4) Ueberweg, *Grundriss*, I, 16.

(5) Zeller, op. cit., I, p. 301. E ivi a p. 418

figura nella storia della Filosofia, e si costituì in Italia per opera de' discepoli del filosofo, quando costui andò a Crotone. Ivi, accolto assai bene, specialmente dalla parte aristocratica, che aveva nelle mani il governo, cominciò ad insegnare in un recinto detto l'*Homacoion*, che dicesi i Crotoniati facessero costruire appositamente. Via via l'ospite samio acquistò un grande ascendente sui governanti, e la sua fama si diffuse nelle contermini regioni, anzi in tutta la Magna Grecia, mentre egli esercitava a Crotone una vera dittatura morale. « Durante quindici anni l'influenza del filosofo di Samo pervenne a realizzare l'ideale d'una Magna Grecia composta in unione nazionale, malgrado la differenza di razze degli Elleni italioti, unione nella quale l'egemonia apparteneva naturalmente a Crotone, alla città dove l'ispirato riformatore aveva fissato la propria dimora e il centro del suo apostolato » (1). Forse non fu estraneo a questa accoglienza e al successo una persona con cui Pitagora doveva essersi trovato in rapporto quando era a Samo, il celebre medico crotonese Democede, già menzionato; nè è improbabille che il medico e il filosofo fossero legati da amicizia, o nella buona fortuna prima della catastrofe di Policrate o anche nella cattiva, se ha qualche fondamento di verità quel che racconta Giamblico della cattività di Pitagora ne' domini della monarchia persiana: perchè Democede fu prigioniero per parecchio tempo, non in verità di Cambise, come di Pitagora afferma Giamblico, ma di Dario Istaspio.

Strumento efficacissimo dell'influenza del filosofo fu un sodalizio che accoglieva il fior fiore de' suoi discepoli e del quale or ora si terrà parola. Se non che a lungo andare si manifestarono nella città tendenze d'opposizione contro lui e i suoi proseliti. Nel Consiglio Sovrano de' Mille, Cilone e Ninone si posero a capo della parte democratica e s'adoperarono anche a ridestare l'energia de' propri partigiani nelle terre vicine, dove si estendeva l'azione egemonica di Crotone e del Pitagorismo. Riescirono prima che altrove e Sibari, la magnifica e molle colonia d'Is. Il partito democratico sibarita si agitò, soppresse la timocrazia, affidò poteri dittoriali a un Telide, e indi a poco scoppiò la guerra tra le due città già alleate e uscite entrambe dal ceppo acheo. I Crotoniati, sotto il comando del fortissimo atleta pitagorico

(1) Lenormant, T. cit., p. 75.

Milone sconfissero l'esercito rivale, e dopo lunga resistenza. Sibari fu presa, saccheggiata, abbattuta, e sulle sue rovine furono deviate dai vincitori le acque del Crati (510 a C.). Ma la vittoria non giovò a' Pitagorici, bensì ai loro avversari, i cui due capi, a proposito, sembra, di contestazioni intorno al riparto del territorio sibaritico conquistato, eccitarono la plebe contro il Filosofo e i suoi discepoli. Un decreto di proscrizioni bandì Pitagora dalla patria adottiva, e iniziò una fiera persecuzione contro i Pitagorici, parte uccisi, parte cacciati anch'essi in bando e profughi nelle terre vicine. Il Maestro cercò invano ospitalità a Caulonia e a Locri. Approssimandosi a questa ultima città, mandò a chiedere a' seniori se l'avrebbero ricevuto. Ebbe risposta cortese ma negativa. Migliore accoglienza gli fece Metaponto, ove morì non gran tempo dopo l'ostracismo.

Alla cacciata de' Pitagorici tenne dietro in Crotone un periodo di agitazione demagogica, cui seguì una violenta tirannia. Tardi e per intromissione degli Achei la città fu pacificata, e allora a' superstiti Pitagorici fu consentito di rimpatriare. Ma, quantunque in una od altra città della Magna Grecia avesse parte attiva o prevalente qualche proselite del filosofo, l'azione del Pitagorismo sulla vita sociale delle popolazioni meridionali dell'Italia cessò affatto. Sparpagliata la sètta rimasero e per lungo tempo fiorirono le dottrine sue, e lungamente durò pure il ricordo del sodalizio crotonese, la cui organizzazione, in perfetta corrispondenza con le teorie speculative e sociali del Maestro, si riprodusse in altre regioni elleniche.

4. Sull'indole e gl'intenti di questo sodalizio variano i pareri. Tra' moderni, il Krische in una pregevole monografia (1) viene alla seguente conclusione: « La Società ebbe uno scopo puramente politico, quello cioè di restaurare non solo nelle pristine condizioni la decaduta potestà degli ottimati, ma di raffermarla ed estenderla. Con questo supremo scopo erano congiunti altri due: uno morale, l'altro di coltura. Pitagora volle rendere i suoi discepoli uomini buoni e probi, sia perchè nel governo dello stato non abusassero del potere per opprimere la plebe, sia perchè

(1) Krische, *De soc. a Pyth. in urbe Croton. conditae scopo pol. comment.* Götting., 1830.

la plebe, conoscendo che si badava a' suoi interessi, si trovasse contenta della propria condizione. E perchè non è da ripromettersi un governo buono e savio se non sia affidato a uomo prudente e colto, il Samio reputò necessario lo studio della Filosofia per coloro che si accingessero a reggere il timone dello stato. » Ora il Grote non s'accorda in questa opinione col Krische. Secondo lui, il carattere originario dell'Ordine Pitagorico fu religioso ed esclusivo e ad un tempo attivo e spadroneggiante. La Società comprendeva membri attivi e membri contemplativi. Questi attendenti agli studi, quelli a influenzare il governo: una organizzazione analoga a quella de' Gesuiti co' quali, dice, i Pitagorici presentano una notevole somiglianza. Era un privato e scelto sodalizio di fratelli che abbracciavano le fantasie del Maestro, il suo canone etico, i suoi germi d'un'idea scientifica, e manifestavano la loro adesione con particolari osservanze e riti (1). E tale fu anche il giudizio di Ritter al quale compiacentemente aderiva lo storico inglese, come il Krische a quello del Meiners, anch'egli opinante che l'istituto pitagorico avesse carattere esclusivamente politico (2). Ma già il Centofanti in un saggio poco noto (3) aveva scritto che esso era « una società-modello, la quale se intendeva a migliorare le condizioni della civiltà comune e aspirava ad occupare una parte nobilissima e meritata nel governo della cosa pubblica, coltivava ancora le scienze, aveva uno scopo morale e religioso, promoveva ogni buona arte a perfezionamento del vivere secondo un'idea tanto larga quanto è la virtualità dell'umana natura ». Nè altrimenti pensava lo Chaignet affermando che l'Ordine Pitagorico ebbe triplice carattere: politico, morale e religioso e che la sua organizzazione corrispondeva ai tre scopi correlativi, i quali si coordinavano e armonizzavano tra loro come le diverse parti d'un sistema (4). Concorda con lui lo Zeller pel quale l'istituto non era soltanto una società scientifica, ma eziandio e precipuamente un sodalizio religioso e politico (5). Massimiliano Duncker è del medesimo avviso e vede in

(1) Grote, *Hist. of Greece*, T. IV, p. 544.

(2) Ritter, *Gesch. d. Phil.*, I, p. 365 segg.; Meiners, *Hist. d. scienc. etc.*, II, p. 185.

(3) *Saggio critico su Pitagora* (1846), ristamp. nel 1° volume delle opere dell'A. Firenze, 1870, p. 401.

(4) Chaignet, T. I, p. 98.

(5) Op. cit., I, p. 288.

Pitagora non solo il maestro d'una nuova sapienza, ma altresì il predicatore d'una nuova vita, il fondatore d'un nuovo culto, il banditore d'una nuova fede (1).

Il Lenormant, senza attribuire all'istituzione una fisonomia esclusivamente religiosa, insiste però sulla prevalenza formale della religiosità in quell'organismo, che doveva essere nel pensiero del fondatore, e fu realmente, un grande strumento di riforma morale, che agiva anche su coloro cui non scaldava lo zelo d'una perfezione inacessibile al volgo, ma solo a pochi consentita. Laonde distingue nel sodalizio due compagnie: una regolata a guisa di convento, il Cenobio; l'altra il Sinedrio, circolo politico libero e indipendente dallo Stato, sulla cui gestione esercitava però una grande influenza (2).

In quanto gli antichi, Diogene Laerzio dà sui Pitagorici notizie slegate e confuse, anzi non parla neppure d'una corporazione organizzata, ma di *discepoli* i quali mettevano in comune tutti i loro beni (*αὐτοῦ οἱ μαθηταὶ; κατετίθεντο τὰς οὐσίας εἰς ἕν*), ascoltavano gli ammaestramenti senza parlare per un quinquennio, al cui termine erano ammessi alla presenza di Pitagora, e questo reputavano favore segnalato. Imparavano certi motti emblematici o parole d'ordine simboliche, specie di gergo il riposto senso del quale era noto solo agli affigliati, p. es., *non oltrepassar la stadera*, ossia osservare scrupolosamente la giustizia; *non sedersi sullo staio*, che voleva dire non mangiare oziosamente il pane quotidiano; *non stuzzicare il fuoco con la spada* (non aizzare chi è irascibile); *non mangiare il cuore*, che spiegavano nel senso di evitare i patemi d'animo e l'invidia, e che il Lenormant ravvicina ad un testo identico del *Libro dei Morti* egiziano (3) — ed altre tredici sentenze dello stesso genere delle quali Diogene non spiega il significato. Non offrivano sacrifizi cruenti, non giuravano invocando gli Dei; a questi tributavano le prime onoranze, poi gradatamente a'semidei, agli eroi, ai genitori, al prossimo e nel prossimo sopra gli altri ai seniori; conversavano con chicchesia amichevolmente, nulla reputavano proprio; osservavano le leggi, rimproveravano chi le trasgredisse; non facevano alcun danno alle piante tenerelle e agli

(1) DUNCKER, *Gesch. d. Alt.* T. VI, p. 636.
(2) LENORMANT, *Gr. Grèce*, I, p. 83.
(3) Ivi, p. 60.

animali utili all'uomo; non erano mai smodatamente allegri o arcigni; se nei viaggi nascevano diverbi s'adoperavano a sedarli; tenevano in esercizio la memoria; cantavano inni in laude de' numi e degli uomini illustri accompagnandosi con la lira; usavano dieta semplicissima, astenendosi particolarmente da certe sostanze animali, come la carne di porco e di gallo bianco, taluni muscoli di qualsiasi bestia, le triglie e i pesci sacri, e da certe sostanze vegetali, p. es., le fave e in genere da' cibi che facessero ingrassar troppo. Non ammorsellavano il pane, non raccattavano ciò che cadeva dalla mensa (1).

Porfirio narra la genesi dell' Istituto, e ne tratteggia le fattezze nel modo seguente. La prima volta che Pitagora parlò in pubblico a Crotone, più che due mila cittadini con le mogli e i figli si raccolsero nell'Omacoion appositamente da essi costruito, e vissero uniti mettendo in comune i beni (τὰς οὐσίας κοινὰς ἔθεντο) e reggendosi con statuti dati loro dal filosofo, che veneravano come un Dio. E quando erano stati informati d'uno dei più eleganti canoni misteriosi della dottrina del Maestro, quello della Quaterna o *Tetratti*, e compresa così l'eccellenza del numero 4, chiave di molti problemi della Fisica, per quella giuravano, invocando a testimone Pitagora:

> Per lui giuro che diede al nostro spirito il Quattro
> Ov'è l'alma fonte de la perenne natura.

Distinguevansi in *Matematici* e *Acusmatici*, ossia Studiosi e Uditori. I primi ricevevano un insegnamento scientifico più elaborato e completo; a' secondi si dava una coltura più elementare e succinta. Appena alzati disponevano nell' animo il programma della giornata, premessa quest'antifona:

> Al sorger primo del grato e dolce riposo
> L'opra del giorno con mente ferma decidi.

E la sera, prima d'andare a dormire, iniziavano l'esame di coscienza con questo mottetto:

> Non scenda il sonno sopra le stanche pupille
> Se pria tre volte non scruti l'opra dïurna:
> Omisi nulla? Che feci? Che compiere deggio?

Anche Porfirio fa menzione del gergo simbolico del quale vedemmo gli esempi dati da Diogene, e a quelli di costui altri ne ag-

(1) Diog. Laert., 17 sg.

giunge, e parecchi ne spiega che l'altro, come vedemmo, lascia senza illustrazione. Citiamone alcuni: *non sfrondare la corona*, cioè non trasgredire le leggi; *se parti non voltarti indietro* (non rimpiangere la vita in punto di morte); *non percorrere la via pubblica* (non andar dietro alla opinione volgare); *non ricevere le rondinelle in casa* (non farsela con persone troppo loquaci e frivole); *aiutare chi piglia un peso sulle spalle non chi se lo toglie* (assistere non gli oziosi ma gli operosi); *non portare immagini degli Dei sugli anelli* (non discorrere invano delle cose divine; *libare agli Dei presso l' orecchio de' vasai* (celebrare con canti e musiche i numi). E registra eziandio certe denominazioni del pari simboliche: *lagrime* per dire il mare; *le mani di Rea* per dinotare le due costellazioni dell'Orsa; *lira delle Muse* per designare le Pleiadi; *voce del demone dell'aria* per significare l'eco. Seguono le astensioni su per giù identiche a quelle notate da Diogene; ma è curioso trovare qui, tra gli altri cibi vietati, nientemeno che le carni umane (1).

Giamblico fornisce più estesi particolari. Riproduce da Porfirio le notizie sulla fondazione dell'Omacoion, e de' duemila che vi si raccolsero, aggiungendosi a' seicento discepoli venuti con Pitagora da Samo a Crotone e detti *cenobiti*, perchè vivevano in comunione di beni e di residenza sotto una regola ricevuta dal Maestro. Questi ultimi erano gli Studiosi, il resto costituiva gli Acusmatici, che però Giamblico dapprima non distingue bene dagli altri, almeno nel tenore della vita, perchè dice che anch'essi vivevano in perfetta comunione. La regola sotto la quale vivevano dichiarava essenziali nell'ottima forma di pubblico regime la concordia de' cittadini, la comunione de' beni tra gli amici, il culto degli Dei, la pietà verso i defunti; la legislazione, l'educazione de' fanciulli, il silenzio, l'astinenza dal vitto animale, la continenza, la temperanza, la solerzia della mente e la santità della vita. Sull'ammissione di nuovi membri nell'Omacoion Giamblico dà informazioni speciali. Erano, dice, assoggettati a minuzioso esame, che riguardava la paternità de' novizi, i rapporti di famiglia, le occupazioni consuete, le simpatie e le antipatie per opere o persone, la fisonomia, l'incesso, ogni moto del corpo. Stavano nel noviziato tre anni a prova e per cinque anni tacevano. Inoltre, qualunque avere possedesse ciascuno, doveva met-

(1) Porph., 20 sg.

terlo in comunione e l'amministrazione del patrimonio comune era affidata a uomini a ciò destinati, e detti per questo: politici, economici, legislatori. Trapassato il quinquennio silenzioso, se risultavano degni d'entrare definitivamente nel Sodalizio, erano ammessi alla presenza del Maestro che prima, come trovammo narrato dal Laerzio, udivano attraverso una cortina. Se non erano accolti, ricevevano il doppio della quota patrimoniale conferita, e come a uomini morti s'erigeva loro un cenotafio nel cenobio. A' lenti ad apprendere davasi nota d'essere imperfetti e male conformati. « Se poi dopo sostenuto l'esame del volto, dell'incesso, dei movimenti, delle abitudini, dopo aver fatto concepire buone speranze, dopo il silenzio quinquennale, dopo tante cerimonie e discipline orgiastiche e d'iniziazione, dopo le tante purificazioni dell'anima e le lustrazioni derivanti da svariati precetti, coi quali in loro si suscitava l'attività della mente e la santità della vita, qualcuno era trovato ancora fiacco e debole di mente, gli si innalzava un cippo nella scuola e carico d'oro e d'argento lo si mandava via » (1). Andava tra' morti anche lui.

Dopo questi ragguagli sull'ingresso nell'Omacoion, Giamblico riparla della distinzione tra le due classi de' discepoli di Pitagora, e dice che il criterio della classificazione era fornito dalla differenza delle indoli singole. V'erano *Pitagorici* e *Pitagoristi* — li chiama così —. I Pitagoristi praticavano la comunione dei beni, e stavano insieme per tutta la vita; gli altri potevano possedere i propri averi separatamente, ma dovevano riunirsi insieme a studiare. Le due nuove denominazioni corrispondono alle altre riferite sopra, e qui è meglio notata la differenza tra le due classi. V'erano dunque discepoli esterni e discepoli interni, e all'amministrazione del Sodalizio attendevano i nomoteti, i politici e gli economici, presi, s'intende, tra gl'interni. Conosciamo già le inquisizioni e le prove per l'ammissione: ma Giamblico ci rivela le denominazioni tecniche delle due qualità che si mettevano alla prova ne' novizi: l'*echemitia* o riservatezza e la *catartisi* o docilità, e quelle de'castighi che i seniori infliggevano in caso di trasgressione alla regola: si chiamavano *pedartasie* ossia ammonizioni.

Poi descrive particolareggiatamente la vita quotidiana dei Cenobiti.

---

(1) Jambl., XVII, 74.

Si levavano di buon mattino e passeggiavano per la campagna ciascuno da sè, in silenzio; poi si radunavano ne' locali destinati agli studi, attendendo chi ad insegnare chi ad apprendere, e dopo l'esercizio della mente esercitavano i muscoli con passatempi ginnastici: corsa, lotta, gesticolazione, getto di pesi: la caccia era vietata. Seguiva l'asciolvere con pane e miele; indi si applicavano alla trattazione delle facende politiche e di quelle relative agli stranieri e agli ospiti. A vespero altra passeggiata a gruppi di due o tre, rammemorando le cose imparate e ragionando di scienza o d'arte, poi bagno e prima del tramonto la cena, mettendosi dieci per dieci alle mense e iniziando il convito (συσσίτια) con libazioni e abbruciamento d'incenso e d'altre sostanze odorose. Mangiavano focacce d'orzo, pane, vivande cucinate, erbaggi cotti e crudi e carni d'animali che fosse lecito d'immolare; pesci raramente. Dopo cena ripetevasi la libazione, e si faceva una lettura dal più giovane dei confratelli, indicandogli il decano cosa dovesse leggere.

Il decano stesso purificava con acqua e vino gli Acustici che si ritiravano alle proprie case ammoniti con linguaggio simbolico di non deviare dalle norme della continenza, della religione, della carità domestica e reciproca, della legge. Indossavano i seguaci di Pitagora, secondo Giamblico, una tonaca bianca di lino puro e adoperavano del pari coperte di lino puro e bianche; Diogene Laerzio invece parla di una veste bianca di lana, come dell'usuale indumento pitagorico, non essendo, dice, a'quei tempi introdotto il lino nel territorio crotonese (1). Chaignet concilierebbe i due biografi, limitando l'esclusione della lana ai riti funerari (2); e può darsi che il camice di lino fosse richiesto per i Matematici, lasciando agli altri indossare vesti di lana.

Gli studi ai quali si applicavano erano la Filosofia intesa in senso larghissimo, la Medicina, la Musica e l'Arte Divinatoria: imparavano squarci de'poemi omerici ed esodiaci e si valevano dell'arte de' suoni ad uso terapeutico.

Altri ragguagli informano che gli adepti erano reclutati specialmente nelle classi elevate, che pronunziavano voti coi quali si legavano in perpetuo al sodalizio, che si salutavano con gesti particolari e portavano addosso una tessera di riconoscimento con

(1) Diog. Laert., VIII, 19.
(2) Op. cit., p. 119 sg.

sopravi incisioni di segni geometrici come il pentagramma o pentalfa, ed è probabile se ne servissero ne' viaggi; che gli Acustici o Uditori a qualunque interrogazione intorno alle dottrine e pratiche della setta non rispondessero altro se non il noto *ipse dixit* (αὐτὸς ἔφα); che tutti i membri dell'Ordine, a qualsivoglia categoria appartenessero, erano uniti da fortissimi vincoli di amicizia; che alla regola pitagorica erano ascritte anche donne in buon numero in qualità di aderenti e con norme analoghe a quelle de' discepoli essoterici o esterni.

Ora da tutte queste informazioni si raccoglie che l'Ordine Pitagorico era una corporazione religiosa, i cui membri, in parte organizzati a vita conventuale, in parte formanti una confraternita laica, erano retti da speciali statuti, che in talune cose li accomunavano in altre no, sicchè la funzione de'professi o cenobiti indirizzavasi di preferenza alla speculazione e alla direzione, quella de' « laici » all'opera pratica. Si rileva ancora dai racconti de' tre biografi sopra mentovati, — che scrissero tra il terzo e il quarto secolo dell'E. V. — non che da quelli di più antichi scrittori citati o non citati da essi, e la cui serie move retrogradamente da codesta epoca sino quasi al tempo in cui visse Pitagora, che l'Ordine si propagò nell'Italia meridionale e fuori, esercitò su' procedimenti della vita sociale, massime in ciò che concerneva il culto, la politica e la coltura, una influenza notevole, e che, più o meno modificato, sopravvisse al Maestro, malgrado le persecuzioni, e durò lungamente, attirandosi, com'è la sorte consueta di simili istituti, forti simpatie e inimicizie ugualmente forti; segno, secondo gli umori dell'ambiente, a sospetti, ad ammirazione fanatica e ad odio non meno deciso.

5. È notevole come la commedia mezzana, che fiorì nella metà del IV secolo av. C., volentieri esilarasse il pubblico Ateniese intorno a' costumi de' Pitagorici, presi frequentemente a soggetto nelle composizioni teatrali, indizio certo della diffusione e notorietà dell'Istituto e ad un tempo della sua scarsa popolarità (1). Antifane nel *Còrico* allude alla meschinissima dieta del « pitagorizzante »: croste di panetti d'orzo da un obolo (2);

(1) Gell., *Noct. Att.*, IV, 11: « Mediae Comoediae proprium argumentum fuit Pythagoraeorum exagitatio ».

(2) Antiph., *Coryc.* 3; in *Fragm. Com. Gr.* (Didot), p. 378.

e ne' *Monumenti* ci torna su, probabilmente nella descrizione di un qualche lavoro di raffigurazione plastica:

> I grami Pitagorici erano anch'essi là
> nel fosso, mangiando erbe d'infima qualità
> ed insaccando ogni altra consimile robaccia,
> raccattata dovunque, nella loro bisaccia (1).

Aristofonte tratteggia con tocchi comicissimi e forse allusivi alla metempsicosi, la caricatura di un Pitagorista:

> In quanto ad aver fame, e star senza mangiare,
> Titimallo o Filippide tu t'hai da figurare.
> Beve l'acqua com' una rana; rode l'erbetta
> de' prati ed i legumi come una cavalletta.
> Lavarsi? È la sporcizia in persona a vederlo.
> Passa l'inverno all'aria aperta come un merlo.
> Sopporta il caldo come le cicale e va attorno
> cianciando, come quelle, di pieno mezzogiorno.
> Odia l'olio e lo fugge tanto ch' è sudicione.
> Passa l'intero giorno facendo il bighellone,
> scalzo come una gru. E in quanto a non dormire
> nemmeno un po', una nottola lo si può proprio dire (2).

Erano dunque tipi reali e viventi che s'avevano sotto gli occhi, ed è prezioso il frammento seguente del medesimo autore e della stessa commedia, perchè da esso si argomenta quali critiche si frecciassero contro a' Pitagorici contemporanei; la nota satirica del poeta è l'eco della opinione pubblica, almeno di quella dei volghi:

> Per gli Dei! credevamo che quei Pitagoristi
> dei tempi antichi fossero così squallidi e tristi
> per propria volontà, e indossassero vesti
> sudice perché amavano fare così. Ma questi
> non son punto in quel caso, almeno a mio parere.
> Necessità li strinse, non possedendo avere
> alcuno, a metter certi divieti che stan bene
> per i pezzenti, col pretesto che conviene
> esser frugali. Mettili a una mensa fornita
> di pesci ovver di carne; e se persin le dita
> delle stesse lor mani non li vedrai mangiare,
> dieci volte non una voglio farmi impiccare (3).

---

(1) Ivi, p. 383.
(2) Aristofont., *Pythagorista*, fr. 1.
(3) Ivi, fr. 3.

In un altro frammento motteggiasi insieme col sodalizio la dottrina. È un dialogo tra due personaggi d'ignoto nome, e che qui si segnano per A e B.

> *A.* Diceva d'esser sceso al soggiorno de' morti,
> per veder ciascun d'essi, e avere colà scorti
> tutti i Pitagoristi in una condizione
> ben diversa da quella degli altri. Il dio Plutone
> essi soltanto, lui diceva, seder fa
> alla sua mensa per la loro gran pietà.
> *B.* È un dio condiscendente se ha questo bel costume
> di farsela con uomini pieni di sudiciume (1).

Non vengono in mente i motti faceti e le tirate del *Decamerone* e di Franco Sacchetti contro i frati del loro secolo?

Il poeta Alesside nella *Pitagorica* sberta anch'egli il vitto degli adepti: acqua riscaldata, perchè la fredda aggrava e turba lo stomaco, fichi secchi, olive nere e cacio, e ne compendia la regola in due versi:

> Esser sporco, di scarsa cibaria contentarsi,
> Tollerar l'odio e il freddo, tacere e non lavarsi (2).

Ne' *Tarentini*, un'altra sua commedia, ripicchia sui *pitagorizzanti* che dovevano essere numerosi nella molle città ove Archita, uno dei più eminenti seguaci della dottrina del filosofo di Samo, reggeva il governo al tempo di Platone ed era, narrasi, amicissimo del gran discepolo di Socrate. Sono due frammenti, il primo dei quali dice:

> *A.* Il Pitagorizzante, senti, non mangia pesce,
> nè qualunque animale, nè vino mai si mesce.
> *B.* Ma Epicaride si nutre di cani ed è
> pitagorico.
> *A.* Cani uccisi.
> *B.* Già.
> *A.* Perchè
> l'è roba inanimata.

---

(1) Ivi, fr. 4, ove a proposito della *pietà* pitagorica e del favore segnalato ch'essa procurava nel soggiorno de' morti a' Pitagoristi, il critico annota: « Versu 5 facete dictum δι'εὐσέβειαν, *per pietatem*, reverentia Pythagorae propter dogma de metempsychosi et silentium Pythagoraeorum, quae imprimis placere poterant Plutoni, *Silentum* deo ». Cfr. Cic., *Tusc.*, I, 16; IV, 1. Gell. I, 9. Val. Max. VIII, 8, etc.

(2) Alexid., *Pythag.*, fr. 1, 2 e 3. Vol. cit. p. 561.

E il secondo:

A. Professano una scienza sottilissima, arcana.
E sai qual'è la loro diëta quotidiana?
Un panetto, non due, ben ben purificato,
un bicchier d'acqua e basta.
B. Vitto da carcerato!
A. Così vivono e soffrono tutti que' sapientoni.
Del resto anche tra loro ci sono i crapuloni.
Melanippide, Fano, Firomaco e Faone
sono, voi lo sapete, della corporazione.
Essi ogni cinque giorni fan brigata contenta
mangiando insieme, a cena, un piatto di polenta (1).

Non è a meravigliare che il ridicolo salisse sino alla nobile figura del fondatore dell'Ordine. Così Antifane nella *Neottide* fa dire da un saltimbanco affannato che l'avarissimo padrone non gli dava nemmeno quelle cose che usava mangiare il « beatissimo Pitagora » eccetto un po' di timo (2). E Cratino juniore in due commedie: *La Vita Pitagorica* e i *Tarentini*, fece ridere alle spalle del Maestro (3).

(1) Ivi, p. 565, fr. 1 e 2.
(2) Ivi, p. 386. Foglie di timo con un po' di miele e d'aceto era una pietanza della poveraglia.
(3) Ivi, p. 515.

L' Accademico Segretario
GASPARE GORRESIO.

DONI

FATTI

ALLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

E

OPERE ACQUISTATE PER LA SUA BIBLIOTECA

dal 2 al 16 Dicembre 1888.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

NB. Le pubblicazioni notate con un asterisco si hanno in cambio; quelle notate con due asterischi si comprano; quelle senza asterisco si ricevono in dono

Donatori

Donatori	
Accademia delle Scienze di Amsterdam.	* Verhandelingen der k. Akademie van Wetenschappen; Afdeeling Natuurkunde, Deel XXVI. Amsterdam, 1888; in-4°.
Id.	— Verslagen en Mededeelingen der k. Akademie van Wet.; Afd. Nat., derde Reeks, Deel III, IV. Amsterdam, 1887-88; in-8°.
R. Soc. Zoologica di Amsterdam.	Bijdragen tot de Dierkunde; uitgegeven door het k. Zoölogisch Genootschap Natura Artis Magistra te Amsterdam; Afler. X-XIV-XV, eerste, tweede Gedeelte; XVI. Amsterdam, 1884-88; in-4°.
Id.	Bijdragen tot de Dierkunde; uitgegeven door het k. Zoölogisch Genootschap Natura Artis Magistra te Amsterdam; Feest-Nummer uitgegeven bij Gelegenheid van het 50 jarig bestaan van het Genootschap. Amsterdam, 1888; 1 vol. in-4°.
Berlino. * *	Geologische Karte von Prussen und den Thüringischen Staaten im Maafsstabe von 1:25,000; herausg. von der k. Preuss. geol. Landesanstalt und Bergakademie, etc.; XXXVI Lieferung. Gradabtheilung 69, n. 9, 10, 11, 15, 16, 17. Berlin, 1888; in-gr. f.

Erläuterungen zur geologischen Specialkarte von Preussen und Thüringischen Staaten; XXXVI Lieferung, n. 9, 10, 11, 15, 16, 17. Berlin, 1888; in-8° gr. — Berlino.

* Bulletin de la Société belge de Microscopie, etc.; t. XIV, n. 4, 5. Bruxelles, 1888; in-8°. — Società belga di Microscopia (Bruxelle).

* Journal of the Asiatic Society of Bengal; vol. LVII, part 2ª, n. 2, 3. Calcutta, 1888; in-8°. — Soc. Asiatica del Bengala (Calcutta).

— Proceedings of the Asiatic Society of Bengal, etc.; n. IV-VIII, 1888. Calcutta, 1888; in-8°. — Id.

* Bulletin of the Museum of comparative Zoölogy at HARVARD College; vol. XVII, n. 2. Cambridge, 1888; in-8°. — Museo di Zool. compar. (Cambridge).

* Boletin de la Academia nacional de Ciencias en Córdoba (República Argentina); t. XI, entrega 2ª. Buenos Aires, 1888; in-8°. — Acc. naz. delle Sc. in Cordova (Rep. Argentina).

* Proceedings of the Academy of nat. Sciences of Philadelphia; part. II, March-September 1888. Philadelphia, 1888; in-8°. — Accad. di Sc. nat. di Filadelfia.

Betrachtungen über die Schutzvorrichtungen der Thiere, Inaugural-Dissertation zur Erlangung der Doctorwürde bei der philosophischen Facultät der Ludewigs Universität zu Giessen, engereicht von A. SEITZ. Jena, 1887; 1 fasc. in-8°. — Università di Giessen.

* Archives néerlandaises des Sciences exactes et naturelles, etc.; t. XXIII, 1° livrais. Harlem, 1888; in-8°. — Società Olandese delle Scienze (Harlem).

* Zoologischer Anzeiger herausg. von Prof. J. Victor CARUS in Leipzig; XI Jahrg., n. 294. Leipzig, 1888; in-8°. — J. V. CARUS.

* Transactions of the Manchester geological Society, etc.; vol. XX, part 1. Manchester, 1888; in-8°. — Soc. geologica di Manchester.

* Catalogue of Canadiant plants; part IV, Endogens; by John MACOUN. Montreal, 1888; in-8°. — Soc. di geologia e di st. nat. del Canadà Ottavwa, out.

— List of Publications of the nat. Hist. Survey of Canada: Museum Offices and Library. Ottawa, 1884; 1 fasc. in-8°. — Id.

* La Lumière électrique — Journal universel d'Électricité, etc.; Directeur le Dr. C. HERZ; t. XXX, n. 48, 49. Paris, 1888; in-4°. — Il Direttore (Parigi).

* Revista do Observatorio — Publicação mensal do imp. Observatorio do Rio de Janeiro; anno III, n. 10. Rio de Janeiro, 1888; in-8° gr. — Osserv. imperiale di Rio Janeiro.

Il Direttore (Roma). * Bullettino del Vulcanismo italiano, etc.; Direttore Prof. Michele Stefano DE ROSSI; anno XV, n. 1-5. Roma, 1888; in-8°.

Università di Rostock. Beiträge zur Physiologie des Pepsins; der Hohen Medic. Facultät zu Rostoch als Inaug.-Diss. zur Erlangung der medicin. Doctorw eingereicht von H. SCHNAUPAUFF. Rostock; 1 fasc. in-8°.

Id. Ueber denanatomischen Bau des Stengels der Gattung Plantago, etc.; von E. KUHLMANN. Kiel, 1887; 1 fasc. in-8°.

Id. Ueber Resection grosser Venenstämme bei Extirpation maligner Nubildungen, etc.; von F. SCHEVEN. Rostock. 1887; 1 fasc. in-8°.

Id. Die Markräume der Knochen der Unterextremität eines Fünfundzwanzigjährigen und eines Zweiundachtzigjährigen Mannes, etc.; von Hans Friedrich. Rostock, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Ueber das Duboisin und das Pyrrolidin; Inaug.-Diss. zur Erlangung der Doctorwürde der hohen philosophischen Facultät der Univ Rostock; vorgelegt von F. C. PETERSEN. Kiel, 1888; 1 fasc. in 8°.

Id. Entwicklungsgeschichte der viviparen Aphiden, etc.; von Dr. L. WILL. Jena, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Beiträge zur Kenntniss der höher methylirten Benzole, etc.; von M. GOTTSCHALK. Rostock, 1888; in-8°.

Id. Ueber Gluconsäure, etc.; von F. VOLPERT. Würzburg, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Zur Kenntniss des Urogenitalsystems der Saurier, etc.; von Ferd. SCHOOFF. Berlin, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Ueber die Einwirkung von Chlorkohlenoxid auf einige Chlorhydrine, etc.; von P. OTTO. Rostock, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Ueber homocentrische Brechung unendlich dünner, cylindrischer Strahlenbünden in Rotationsflächen zweiter Ordnung, etc.; von F. DETELS. SCHWERIN, 1887; 1 fasc. in-8°.

Id. Zur Kenntniss der Sulfonketone, etc., von W. OTTO. Berlin, 1887; 1 fasc. in-8°.

Id. Eine neue Methode zur Untersuchung arbeitender Batterien, etc.; von L. von ORTH. Berlin, 1887; 1 fasc. in-8°.

Id. Ueber die Trilobiten der silurischen Geschiebe in Mecklenburg; I. Stück; umfassend die Familien der Phacopidae, Lichidae, Illaenidae, Cheiruridae, Encrimuridae und Acidaspidae, etc.; von G. WIGAND. Berlin, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. Vergleichende Untersuchungen über Schutz- und Kern-Holz der Laubbäume; etc.; von Edm. PRAËL. Berlin, 1888; 1 fasc. in-8°.

Zur Kenntniss des Durols, etc.; von E. SCHNAPAUFF. Rostock, 1888; 1 fasc. in-8°. — Università di Rostock.

Zur Transformation der Thetafunktionen, etc.; von H. MÖLLER. Rostoch, 1887; 1 fasc. in-8°. — Id.

Ueber die Production von Kohlensäure durch getötete Pflanzenteile, etc.; von G. BRENSTEIN. Kiel, 1887; 1 fasc. in-8°. — Id.

Beiträge zur Kenntniss der Entwicklung der Geschlechtsorgane einiger Costoden, etc.; von F. SCHMIDT. Leipzig, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Eiewirkung von Aceton auf para Amidoazobenzol und ein di α- di γ Tetramethyldichinolylin aus Benzidin, etc.; von C. SCHESTOPAL. Rostock, 1887; 1 fasc. in-8°. — Id.

Der gegenwärtige Mansfelder Kupferhüttenprozess und über neue Methoden zur Bestimmung geringer Mengen Wismuth und Antimon im Handelskupfer, etc.; von P. JUNGFER. Berlin, 1887; 1 fasc. in-8°. — Id.

Paraisobutylirte Orthooxybenzololcarbonjäure, etc.; von L. DOBRZYCKI Posen, 1887; 1 fasc. in-8°. — Id.

Ueber einige vivipare Pflanzen und die Ercheinung der Apogamie bei denselben, etc.; von E. H. HUNGER. Bautzen; 1887; 1 fasc. in-8°. — Id.

Ueber Meta- und para-xylyl-phosphor-chlorur und einige derivate derselben, etc.; von J. WELLER. Aachen. 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Gazzetta delle Campagne, ecc.; Direttore il sig. Geometra Enrico BARBERO; anno XVII, n. 32. Torino, 1888; in-4°. — Il Direttore. (Torino).

* Rivista mensile del Club alpino italiano, ecc.; vol. VII, n. 11. Torino, 1888; in-8°. — Club alpino ital. (Torino).

* Bollettino mensuale della Società meteorologica italiana, ecc.; serie 2ª, vol. VII, n. 11. Torino, 1888; in-4°. — Società meteor. italiana (Torino)

Dosimetria — per il Dottore Secondo LAURA, ecc.; anno VI, n. 11. Torino, 1888; in-8°. — S. LAURA. (Torino).

Sui punti sestatici di una curva qualunque; Nota 1ª del Prof. G. BATTAGLINI. Roma, 1888; 1 fasc. in-8° gr. — L'Autore.

La sericoltura italiana nel 1888; — Annotazioni raccolte per cura del Cav. Geom. Alessandro MARINI, Condirettore del Museo nazionale di sericoltura in Torino. Torino, 1888; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dal 9 al 23 Dicembre 1888.

Donatori

Donatori	
Società di Geogr. comm. di Bordeaux.	Bulletin de la Société de Géographie commerciale de Bordeaux; 2ᵉ série, XIᵉ année, n. 22. Bordeaux, 1888; in-8°.
Società Asiatica del Bengala (Calcutta).	* Bibliotheca Indica: a Collection of oriental works published by the Asiatic Society of Bengal; new series n 657-684. Calcutta, 1888; in-8°.
Edimborgo * *	The Encyclopaedia Britannica, a Dictionary of Arts, Sciences and general Literature; 9ᵉ edition, vol. XXIV (URA-ZYON). Edinburgh, 1888; in-4°.
Bibl. nazionale di Firenze.	Biblioteca nazionale centrale di Firenze — Bollettino delle Pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa; 1888, n. 71. Firenze, 1888; in-8° gr.
Soc. di Lett. e Convers. scient. di Genova.	* Giornale della Società di Letture e Conversazioni Scientifiche di Genova; anno XI, 2° sem., fasc. 9, 10. Genova, 1888; in-8°.
R. Soc. Sassone delle Scienze (Lipsia).	* Berichte über die Verhandlungen der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaft zu Leipzig; philologisch-historische Classe, 1888, I, II. Leipzig, 1888; in-8°.
Reale Accademia di Storia (Madrid).	* Boletin de la R. Academia de la Historia; t. XIII, cuaderno 5. Madrid, 1888; in 8°.
Soc. di Geografia (Parigi).	* Compte-rendu des séances de la Commission centrale de la Société de Géographie, etc.; 1888, n. 15, pag. 445-492. Paris, 1888; in-8°.
Ministero delle Finanze (Roma).	Bollettino di Legislazione e Statistica doganale e commerciale; anno V, 2° sem., ottobre-novembre 1888. Roma, 1888; in-8° gr.
Bibl. Naz. Vitt. Em. (Roma).	Biblioteca nazionale Vittorio Emanuele di Roma — Bollettino delle opere moderne straniere acquistate dalle Biblioteche governative del Regno d'Italia; vol. III, n. 4. Roma, 1888; in-8° gr.
Università di Rostock.	* Index Lectionum in Academia Rostochiensi, semestri aestivo anni MDCCCLXXXVIII, ab die XVI m. Aprilis publice privatimque habendarum: Observationes profanas et sacras Ed. Schwatz praemisit: —

— Semestri hiberno a. MDCCCLXXXVIII-IX, ab die XVI m. Octobris publice priv. habendarum: Interpretationum Hexada Frid. MARX præmisit; 2 fasc. in-4°. — Università di Rostock.

Verzeichniss der Behörden, Lehrer, Institute, Beramten und Studirenden auf der Grossherzoglichen Universität Rostock; Winter-Semester 1887-88; — Sommer-Semester 1888. Rostock, 1888; 2 fasc. in-8°. — Id.

Leibnitz Stellung zur Offenbarung; Rectoratsrede am 28 Februar 1888, dem Geburtstage des hochseligen Grossherzogs Friedrich Franz II gehalten; von D. August Wilh. DIECKHOFF. Rostock, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Luthers Lehre in ihrer ersten Gestalt; von Dr. Aug. Wilh. DIECKHOFF; Rectorats-Progr. fur 1887-88. Rostock, 1887; 1 vol. in-8°. — Id.

Die Molukken — Geschichte und Quelbnmässige Darstellung der Eroberung und Verwaltung der Ostindischen Gewürzinseln Durch die Niederländer; Inaug.-Diss. zur Erlangung der Doktorwürde der hohen philosophischen Facultät der Univ. zu Rostock; vorgelegt von H. BOKEMEYER. Leipzig, 1888; 1 vol. in-8°. — Id.

Vicelin. — Ein Beitrag zur Kritik Helmolds und der Aelteren Urkunden von Neumünster und Segeberg, etc.; Inaug.-Diss. etc.; von A. BÖHMER. Vismar, 1887; 1 fasc. in-8°. — Id.

De ratione inter Senecam et antiquas fabulas romanas intercedente; Diss. inaug etc.; scripsit F. STRAUSS. Rostochii, 1887; 1 fasc. in-8°. — Id.

Zur Biographie der heiligen Elisabeth, Landgräfin von Thüringen; Inaug.-Diss., etc.; von H. MIELKE Rostock, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Welche Quellen hat Pompejus Trogus in seiner Darstellung des dritten Perserzuges benutzt? — Inaug.-Diss. etc.; von A. BIBELJÉ. Rostock, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

König Wenzel und die rheinischen Kurfürsten; Inaug.-Diss., etc.; von H. MAU. Rostock, 1887; 1 fasc. in-8°. — Id.

Zur Lehre vom Brauch des Gesetzes und zur Geschichte des späteren Antinomismus; Inaug.-Diss. etc.; von J. SEEHAUER. Rostock, 1887; 1 fasc. in-8°. — Id.

Die Reimbrechung bei Hartmann von Aue mit besonderer Berucksichtigung der Frage nach der Reihenfolge des Iwein und des Armen Heinrich; Inaug.-Diss etc; von K. STAHL. Rostock, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Università di Rostock.

Quaestiones agonisticae imprimis ad Olympia pertinentes; Commentatio ab amplissimo Philos. Rostochiensium Ordine praemio ornata, quam ad summos in philos. honores, etc., scripsit F. MIE. Rostochii, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id.

De M. Valerii Martialis libellorum ratione temporibusque; pars I; Dissert.-inaug. philologica, quam ad summos in philosophia honores, etc., scripsit A. DAU. Rostochii, 1887; 1 fasc. in-8°.

G. CORA (Torino).

* Cosmos — Comunicazioni sui progressi più recenti e notevoli della Geografia, ecc.; del Prof. G. CORA; vol. IX, n. 8. Torino, 1888; in-8° gr.

R. Istit. Veneto (Venezia).

* Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, ecc.; t. VI, serie 6ª, disp. 10. Venezia, 1888; in-8°.

Venezia. * *

I diarii di Marino Sanuto, ecc.; t. XXIV, fasc. 109. Venezia, 1888; in-4°.

Accad. olimpica di Vicenza.

* Atti dell'Accademia Olimpica di Vicenza; 1° e 2° sem. 1886 vol. XXII. Vicenza, 1886-87; in-8°.

Zadar N. N.

Izvjesce Starinarskoga Kninskoga Druztva, o prvoj glavnoj skupstini 3 srpnja 1887, i drugoj 30 rujna 1888. Izdaje Starinarsko Kninsko Dnuztvo. Zadar 1888; 1 fasc. in-16°.

L'A.

Ferdinando BORSARI — Geografia etnologica e storica della Tripolitania, Cirenaica e Fezzan, con Cenni sulla storia di queste regioni e sul Silfio della Cirenaica. Napoli, 1888; 1 vol. in-8°.

Torino — Stamperia Reale della Ditta G. B. PARAVIA e C.
2682 (350) 13-II-89.

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 16 Dicembre 1888 . . . . *Pag.* 157

Cossa — Commemorazione di Ascanio Sobrero . . . . » 158

D'Ovidio — Il covariante Steineriano di una forma binaria di 6° ordine . . . . » 164

Jadanza — Sulla misura diretta ed indiretta dei lati di una poligonale topografica . . . . » 177

Naccari — Azione delle scintille elettriche sui conduttori elettrizzati . . . . » [illegible]

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 23 Dicembre 1888 . . . . *Pag.* [illegible]

Peyron — Dei sordo-muti ciechi di nascita; Trattatello del Teol. Can. Bartolomeo Roetti . . . . » 204

Cognetti De Martiis — L'Istituto Pitagorico . . . . » [illegible]

Doni fatti alla R. Accademia delle Scienze dal 2 al 16 Dicembre 1888 (*Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali*) . . . *Pag.* [illegible]

Doni fatti alla R. Accademia delle Scienze dal 9 al 23 Dicembre 1888 (*Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche*) . . . . . » [illegible]

☛ NB. *A questa dispensa va unita la Tavola III, relativa alla Memoria del Prof.* G. Bizzozero, *sulle* Ghiandole tubulari ecc., *pubblicata nella* 2ª *Dispensa.*

Torino - Tip. Reale-Paravia.

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELL

DI TORIN

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI D

VOL. XXIV, DISP. 4ª E 5ª

TORINO

ERMANNO LO

Libraio della R. Accademia d

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 30 Dicembre 1888.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ARIODANTE FABRETTI
VICEPRESIDENTE

Sono presenti i Soci: COSSA, LESSONA, SALVADORI, BRUNO, BERRUTI, BASSO, D'OVIDIO, BIZZOZERO, GIACOMINI.

Letto ed approvato l'atto verbale dell'adunanza precedente, il Segretario comunica una lettera circolare del Ministero di Commercio e di Industria di Francia, annunziante un'esposizione retrospettiva del lavoro e delle scienze antropologiche in occasione dell'Esposizione internazionale del 1889.

Fra le pubblicazioni presentate in omaggio all'Accademia viene segnalata la seguente:

« *Cyclones et trombes* », par le Prof. Jean LUVINI. Turin, 1888; 1 fasc. in-8°.

Il Socio COSSA, Direttore della Classe, fa verbalmente una comunicazione preventiva riguardo ad un suo studio, di cui pubblicherà fra breve i risultati, sulla funzione chimica di un isomero del *Sale verde* di MAGNUS. Quest'isomero costituirebbe una nuova base ammoniacale del platino, la quale forma il primo termine della serie delle basi ammonico-platiniche studiate da GROS, REISET, GEHRARDT, CLÈVE ed altri.

Adunanza del 13 Gennaio 1889.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ARIODANTE FABRETTI
VICEPRESIDENTE

Sono presenti i Soci: Cossa, Lessona, Salvadori, Basso, D'Ovidio, Bizzozero, Ferraris, Naccari, Mosso, Gibelli, Giacomini.

Si legge l'atto verbale dell'adunanza precedente che è approvato.

Tra le pubblicazioni presentate in omaggio all'Accademia vengono segnalate le seguenti:

« *Annali del Museo civico di Storia naturale di Genova,* » pubblicati per cura di G. Doria e R. Gestro; serie 2ª, vol. VI, presentato dal Socio Salvadori;

« *Bollettino dei Musei di Zoologia e di Anatomia comparata della R. Università di Torino* » (n. 35-52, vol. III, 1888); presentato dal Socio Basso.

Si legge in seguito una lettera del primo Aiutante di campo del Re, nella quale, per incarico di S. M., si porgono all'Accademia ringraziamenti pel telegramma che esprimeva i suoi sensi di condoglianza per la deplorata morte di S. A. R. il Principe Eugenio di Savoia Carignano.

Le letture e le comunicazioni si succedono quindi nell'ordine che segue:

1. « *Commemorazione del Conte Paolo* Ballada *di* Saint-Robert; » del Socio Prof. G. Basso;

2. « *Nuove esperienze sulla eccitazione voltaica dei nervi,* » di E. Oehl della R. Università di Pavia, presentate dal Socio Mosso;

3. « *Sul processo di ossificazione;* » Osservazioni del Dott. Drogoul, presentate dal Socio Bizzozero.

LETTURE

Commemorazione del conte Paolo Ballada di Saint-Robert;
del Socio Prof. G. Basso

Prima ancora che l'antico esercito Sardo si trasformasse, mercè la conseguita unità nazionale, nel grande esercito Italiano, il Piemonte ebbe la ventura di educare una numerosa schiera di ufficiali valenti i quali al nobile ministerio delle armi seppero accoppiare il culto delle alte discipline scientifiche.

Fra questi eletti devesi annoverare il conte Paolo Ballada di Saint-Robert, la cui morte deplorata avvenne in Torino il 21 novembre dell'anno ora scorso. Egli era socio nazionale della nostra Accademia fin dal 26 novembre 1865; fu poscia membro della R. Accademia dei Lincei e del R. Istituto lombardo di scienze e lettere; fu uno dei XL della Società italiana di scienze e decorato della Croce del Merito di Savoia.

Nato il 16 giugno 1815 a Verzuolo presso Saluzzo dal conte Ignazio e da Lucia Civallero di Cuneo, Paolo di Saint-Robert entrò giovanissimo, e precisamente il 10 novembre 1826, nell'Accademia Militare di Torino. In questo Istituto, dove attinsero pure i rudimenti della scienza altri sommi che resero più tardi alla patria servigi insigni, quali furono Camillo Cavour, Alfonso Della Marmora, Alessandro Della Rovere e Giovanni Cavalli, il Saint Robert attese con zelo esemplare agli studi fino al 26 dicembre 1833 e due anni più tardi, cioè nel 1835, conseguì il grado di luogotenente di artiglieria. Il sagace suo ingegno, il suo sapere profondo e vario, la lealtà e la fermezza del suo carattere lo designarono ben presto ad uffici importanti e delicati; per scopi scientifici e militari ebbe a compiere varie missioni all'estero, fu incaricato dell'insegnamento della balistica nella Scuola d'applicazione d'Artiglieria e Genio in Torino e pervenne al grado di tenente colonnello di artiglieria, quando, nel 1857, rinunziò al suo posto nell'esercito e si ritrasse a vita privata per consacrarsi pienamente ai suoi studi prediletti.

Ma l'affetto suo per l'esercito non si affievolì per questo; in ogni epoca della sua rimanente vita, pur coltivando con ardore il campo della scienza pura, non cessò di meditare sui problemi più gravi che si riferiscono all'arte militare. Nacquero in tal modo pregiatissimi lavori sulla balistica e sull'artiglieria, dei quali, a cagione della mia incompetenza in materie così speciali, debbo limitarmi a fare qui un cenno brevissimo.

Nelle sue Memorie sulla balistica il Saint-Robert, come più tardi scrisse egli stesso (*), parte da un concetto più elevato che non sia quello di una ipotesi particolare sulla forma della funzione esprimente la resistenza che un mezzo fluido, quale è l'aria, oppone al movimento dei corpi nel suo seno; perciò i suoi ragionamenti si applicano non solo alle funzioni suscettibili di definizione analitica, ma anche a quelle che dall'esperienza sola possono essere fornite. Fra gli studi più importanti che s'informano a questo concetto è da segnalarsi quello sul moto dei proietti sferici nei mezzi resistenti. Ivi la traiettoria percorsa dal proietto è indagata e discussa ammettendo solo che la resistenza cresca o decresca colla velocità e, nel caso della resistenza proporzionale ad una potenza qualunque della velocità, riesce alla integrazione delle equazioni del movimento. Nello stesso lavoro vengono proposti vari metodi d'approssimazione per la determinazione del moto in mezzi la cui resistenza possa o non possa esprimersi coi simboli algebrici e si dànno infine le formole della balistica ordinaria nella ipotesi della resistenza proporzionale al quadrato della velocità.

Argomento importantissimo, che l'Autore tratta maestrevolmente in cinque distinte Memorie, è quello del moto di corpi aventi forma diversa dalla sferica. Nel caso di proietti oblunghi lanciati dalle armi da fuoco rigate, egli dimostra che non sono al loro movimento applicabili le formole ordinarie stabilite per i proietti sferici e tratta più specialmente il problema del moto di un cilindro retto che, lanciato in aria, ruota intorno al suo asse, e del moto di un solido di rivoluzione, quali sono i proietti dell'artiglieria, spiegandone la duplice condizione di movimento rotatorio e di moto di traslazione e proponendo un metodo per calcolarne la traiettoria per punti, qualunque sia la legge della

(1) Vedi la prefazione dell'A. al primo volume della sua opera: *Mémoires scientifiques etc.*

resistenza. Elegante in sommo grado è la trattazione degli effetti prodotti sul tiro dalla rotazione della terra, i quali, prima che l'A. ricorra ai metodi analitici, vengono da lui studiati col mezzo di considerazioni puramente geometriche. Non meno elegante è il procedimento seguìto dall'Autore per giungere alla scoperta ed alla generalizzazione dei teoremi relativi alla similitudine delle traiettorie; teoremi i quali, come scrisse il Generale Menabrea (*), tengono ormai un posto d'importanza indiscutibile nella teoria della balistica.

L'esame delle condizioni in cui muovesi un proiettile qualunque in seno ad un mezzo resistente condusse il Saint-Robert fino dal 1855 alla concezione di un proiettile di forma lenticolare che un'arma da fuoco di speciale costituzione deve lanciare in guisa che esso assuma eziandio un moto rotatorio intorno al suo asse di figura. La novità della proposta suscitò subito l'attenzione dei cultori delle discipline militari. Il primo lavoro pubblicato su questo argomento col titolo; *Nuovo proietto e nuova arma da fuoco* fu riprodotto poco dopo in francese dalla *Rivista della Tecnologia militare* di Parigi ed in tedesco dall'*Archivio* per gli ufficiali del Real Corpo prussiano d'artiglieria e genio di Berlino. Le gravissime difficoltà incontratesi nella costruzione dell'arma vietarono finora a che l'ardita idea si attuasse praticamente su scala abbastanza vasta da concedere alla esperienza di porgere il suo inappellabile giudizio. Certo è però che il Saint-Robert, condottovi da profonde e maturate meditazioni, analizzò nei suoi minuti particolari il suo concetto originale e che, fino ai suoi ultimi giorni, conservò salda la convinzione dell'importanza che in un avvenire più o meno remoto rivestirà il suo trovato.

Il 26 aprile 1852 avvenne in Torino una formidabile esplosione di polveriera, per cui si dovette provvedere alla costruzione, in condizioni di maggior sicurtà, di un nuovo polverificio, che di fatti sorse poi a Fossano verso il 1861. Quest'avvenimento diede occasione al Saint-Robert di occuparsi colla usata sua sagacia della costituzione e della fabbricazione della polvere pirica. Specialmente degni d'interesse sono ancora oggidì i suoi lavori sulla sostituzione del nitrato sodico al nitrato potassico nella polvere, sull'analisi del carbone destinato alla fabbricazione di questa e

(*) Lettera al Conte di Saint-Robert del 15 settembre 1861; vedi *Mémoires scientifiques*, t. 1, pag. 333.

sui risultati di esperienze fatte a diverse altezze intorno alla durata della combustione della polvere stessa.

Se gli studi fin qui accennati di balistica e di artiglieria procacciarono al loro autore fama ed autorità grande fra i cultori di queste speciali materie, una lunga serie di lavori nel campo dell'Analisi matematica, della Meccanica e delle Scienze fisiche lo resero altamente benemerito presso i cultori di tali discipline. Fra tutti emerge per importanza intrinseca, per nettezza mirabile d'idee, per il rigore dei ragionamenti e per la chiarezza della forma l'opera intitolata: *Principes de Thermodynamique* di cui fecesi una prima edizione in Torino nel 1865 e poi una seconda nel 1870 coi tipi di Teubner a Lipsia. L'autore stesso nella prefazione alla prima edizione di questo suo lavoro mette in bella luce l'alta importanza filosofica e pratica della nuova teoria dinamica del calore, la quale getta, per così dire, un ponte fra la meccanica da una parte e la fisica e la chimica dall'altra. Oggidì anzi si può affermare che il concetto fondamentale che la informa fu precursore immediato al principio più generale della conservazione dell'energia, qualsiasi forma questa assuma in natura.

Il Saint-Robert fece di questo suo libro un lavoro di ordinamento, di concentrazione, di semplificazione; però non vi è pagina in cui non spicchi pure alcunchè di originale, di suo proprio, che svela a un tempo la profondità del pensiero e la nitidissima esplicazione dei concetti. Esposti prima, nel libro di cui ora si tratta, i principî generali della dottrina meccanica del calore, seguono quindi le loro applicazioni alla dilatazione dei corpi accompagnata, o non, da lavoro meccanico esterno, all'efflusso dei fluidi, al movimento dei proietti nelle armi da fuoco, alle macchine termiche. Nella seconda edizione poi l'A. aggiunse una copiosa raccolta di problemi e le biografie di Sadi Carnot e di Roberto Mayer, ai quali devesi la scoperta dei teoremi fondamentali della termodinamica.

Hanno stretta relazione colla teoria del calore gli argomenti che il Saint Robert trattò in parecchie Memorie distinte, le quali, quasi tutte, fanno parte delle pubblicazioni della nostra Accademia. Cito solamente lo studio sul lavoro meccanico speso nella compressione e sul lavoro restituito nella espansione di un gas permanente, quello sui cangiamenti di temperatura prodotti da una trazione longitudinale sui corpi solidi di forma prismatica, la teoria del compressore a colonna d'acqua di Grandis, Grat-

toni e Sommeiller ed infine la Monografia intitolata: « *Che cosa è la forza?* » dove si chiariscono le cause di confusione prodotta dai diversi significati che alla parola *forza* si attribuiscono da molti ancora oggidì, per cui talora la forza è una pressione, una spinta, una trazione; altra volta è una quantità di moto; altra volta ancora si confonde coll'energia e col lavoro meccanico di cui un dato agente è capace, come quando si dice la forza della polvere, la forza di una macchina a vapore, ecc.

Amico di Quintino Sella e di Bartolomeo Gastaldi, il Saint-Robert cooperò con questi due insigni nel 1863 alla creazione di una Società che rapidamente divenne fiorentissima ed è grandemente benemerita dei progressi di certi rami della scienza e dell'educazione fisica e morale della gioventù, voglio dire del Club Alpino Italiano. Volendomi restringere a pochi cenni su quelle escursioni alpine del Saint-Robert che ebbero scopo più direttamente scientifico, ricorderò: la salita al Monviso, la prima fatta da Italiani, che ebbe luogo appunto nel 1863; la gita al Monte Ciamarella nelle Alpi Graie (1867); quella al Gran Sasso d'Italia compiuta nel 1871 insieme al collega Giacinto Berruti, la quale venne poscia descritta ed illustrata di vedute e di carte topografiche coll'elenco delle piante e degli insetti raccolti e con note geologiche dello stesso Berruti; la salita alla Torre di Orvada eseguita col nostro Michele Lessona, col prof. G. Strüwer e col compianto A. Gras e descritta in seguito da lui e dal Lessona.

Il Saint-Robert nutrì sempre, fino a questi ultimi anni, un vero entusiasmo per i grandiosi spettacoli che la Natura dispiega sulle alte vette dei monti; ma, nell'ebbrezza delle forti sensazioni che lassù scuotono l'animo dell'Alpinista, egli non trascurò mai il calmo ufficio dello scienziato. I molti suoi lavori relativi alla ipsometria acquistano appunto maggior pregio e pratica utilità dall'essere stati concepiti, meditati e controllati da osservazioni dirette durante le sue escursioni alpine. In otto ascensioni aeronautiche che l'ardito fisico inglese G. Glaisher eseguì nel 1862, si fece, fra molte altre osservazioni interessanti, anche questa, che l'altezza di cui devesi salire nell'atmosfera affinchè il termometro si abbassi di un grado aumenta di valore di mano in mano che si raggiungono elevazioni maggiori. Di qui la necessità di modificare la formola barometrica di Laplace, come anche le formole relative alla rifrazione atmosferica. Di questi

argomenti si occupò il Saint-Robert in varie pubblicazioni che videro la luce in giornali scientifici inglesi e francesi; argomenti affini a questi egli trattò pure in Memorie pubblicate nei volumi della nostra Accademia, fra le quali specialmente si notano una tavola ipsometrica per determinare rapidamente sul sito la differenza di livello fra due stazioni e per ridurre le indicazioni del barometro in una stazione a ciò che sarebbero in un'altra, ed un quadro grafico che ci porge a vista l'altezza di una stazione col mezzo della sola osservazione del barometro e del termometro in questa stessa stazione.

I principali lavori relativi alla ipsometria, alla meccanica, alla balistica ed all'artiglieria vennero raccolti ed ordinati dallo stesso Autore tra il 1872 ed il 1874 in tre volumi sotto il titolo di: *Mémoires scientifiques réunis et mis en ordre.*

Indipendentemente dagli studi d'indole matematica il Saint-Robert ebbe sempre, e più negli ultimi anni, una speciale predilezione per le scienze naturali e sovratutto per la botanica e per l'entomologia. Così egli radunò un importante erbario contenente piante assai rare, come la *Saxifraga florulenta* Moretti, di cui fece uno studio particolareggiato e formò pure una collezione preziosa di coleotteri e di lepidotteri sagacemente determinati ed ordinati.

Ho tentato fin qui di riassumere a rapidi tratti la vita intellettuale del nostro compianto collega; e non sarebbe questo il posto opportuno per discorrere diffusamente dell'indole e delle doti morali dell'uomo privato.

Basti il dire che in chi lo conobbe da vicino non si estinguerà l'ammirazione per quella sua fortissima tempra che lo spingeva senza titubanze, inflessibilmente, per la diritta via additatagli dalla fermezza delle sue convinzioni. Ciò potè talvolta imprimere al suo carattere alcunchè di eccessiva rigidezza; ma se ne' contrasti della vita e nelle polemiche scientifiche egli sostenne e difese con ardore l'opinione sua, intollerante non fu mai, nè mai fu sordo agli impulsi del suo cuore generoso e serbò sempre i modi del perfetto gentiluomo. Facciamo voti perchè il nostro paese possa vantare, fra i giovani che ora si addestrano nella palestra degli studi, molti che al conte di Saint-Robert somiglino per l'alta intelligenza, per l'integrità di carattere, per l'amore vivissimo alla patria ed alla scienza.

ELENCO

delle pubblicazioni scientifiche di Paolo di Saint-Robert disposte per ordine cronologico

---

NB. Le pubblicazioni precedute da asterisco (*) vennero dall'Autore riprodotte nella sua opera in tre volumi intitolata: *Mémoires scientifiques réunis et mis en ordre;* Turin, 1872-74.

1 * *Della fabbricazione della polvere da fuoco: considerazioni e proposte.* Stamperia Reale, Torino, 1852.

2 * *Moto dei proietti sferici nei mezzi resistenti.* Memorie della R. Accademia delle Scienze di Torino, serie seconda, tomo XVI, 1885.

3 * *Del tiro.* Torino, Stamperia Reale, 1857.

4 * *Nuovo proietto e nuova arma da fuoco.* Torino, Stamperia Reale, 1857.

5 * *Du mouvement des projectiles quelconques; des effets de la rotation de la terre sur le mouvement des projectiles.* Journal des Sciences militaires des armées de terre et de mer, Paris, 5^{me} série, tom. XIX, 1858.

6 * *Du mouvement des projectiles oblongs* (1^{e} partie). Journal des Sciences milit., etc. Paris, 5^{me} série, t. XXII, 1859.

7 * *Sur le volume d'une embrasure.* Journal des armes spéciales et de l'État-Major, Paris, 4^{me} série, tom. XII, 1859.

8 * *Du mouvement des projectiles oblongs* (2^{e} partie). Journal des Armes speciales et de l'État-Major, Paris, 4^{me} série, tom. XIII, 1860.

9 *Le mouvement.* Paris, Librairie militaire, maritime et politechnique, 1860.

10 * *Considérations sur le tir des armes a feu rayées dans leur état actuel; proposition d'un nouveau système des projectiles et d'armes a feu.* Journal des Sciences militaires, etc. Paris, série 5, tom. XXVI, 1860.

11 * *Del nitrato di soda invece del nitrato di potassa nella polvere da fuoco.* Giornale la Rivista Militare, Torino, anno 4°, vol. 4, 1860.

12 * *Sur l'analyse du charbon destiné à la fabrication de la poudre.* Journal des Armes spéciales, etc. Paris, série 4, tom. XIV, 1860.

13 * *Du mouvement des projectiles lancés par les armes à feu rayées.* Spectateur militaire, Paris, 2ᵉ série. t. XXXIV, 1861.

14 * *Teorema sulla similitudine delle traiettorie descritte dai proietti nei mezzi resistenti; applicazione al tiro delle armi da fuoco. Nuovo cimento,* Pisa, vol. XIII, 1861.

15 * *Lettre au Directeur du* « Spectateur Militaire » *a Parigi.* Estratto dalla dispensa di questo giornale del 15 aprile 1862.

16 * *Théorie du compresseur a colonne d'eau de M. M. Grandis, Grattoni et Sommeiller.* Annales des Mines, Paris 1863.

17 * *Barometrical formula resulting from the observations made by Mr. James Glaisher in eight ballonvs-ascents.* Philosophical Magazine, London, 1864.

18 * *On the measurement of heights by the barometer and on atmospheric refraction, having regard to the constitution of atmosphere, resulting from M. James Glaisher's observations.* Philosophical Magazine, London, 1864.

19 *Principes de Thermodynamique;* un vol. 1ᵉ édition. Torino, tipografia Cassone, 1865.

20 *Remarques à l'occasion d'une Note de M. Clausius sur la détermination de la disgrégation d'un corps et la vraie capacité calorifique.* Archives des Sciences Physiques et Naturelles, Génève, tom. XXV, 1866.

21 *Déduction de la formule rélative à la mesure du pendule à secondes.* Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, vol. 1, 1866.

22 *Metodo seguito per calcolare le posizioni successive di* alfa *della Croce e di Sirio nella serie dei secoli.* Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino, vol. 1, 1866.

23 * *Résultats d'expériences faites à diverses hauteurs touchant la durée de combustion de la matière de la poudre.* Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, vol. 1, 1866.

24 * *Du travail mécanique dépensé dans la compression et du travail restitué par la détente d'un gaz permanent.* Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, vol. 1, 1866.

25 *Nota intorno alla Saxifraga florulenta* Moretti. Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, vol. 1, 1866.

26 *Intorno alla formola barometrica ed alla rifrazione atmosferica.* Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, vol. 1, 1866.

27 * *Table hypsométrique pour déterminer rapidement sur place la différence de niveau de deux stations et pour réduire les indications du baromètre dans une station à ce qu'elles seraient dans une autre.* Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, vol. 1, 1866.

28 *Sul vario significato di una terzina di Dante.* Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, vol. 1, 1866.

29 *Gita al Monte Ciamarella nelle Alpi Graie.* Bollettino trimestrale del Club Alpino Italiano, Torino, 1867.

30 * *Des changements de température produits dans les corps solides de forme prismatique par une traction longitudinale.* Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, vol. 3°, 1867.

31 * *Tableau graphique donnant à vue l'altitude d'une station au moyen de la seule observation du baromètre et du thermomètre à cette même station.* Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, vol. 3, 1867

32 *Sopra un' Opera del prof. A. Cavallero intitolata :* Corso di lezioni teoriche-normali sulle macchine motrici. Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, vol. 3°, 1867.

33 *Lettre au Directeur du « Spectateur Militaire » a Parigi.* Estratto dal Giornale di Artiglieria, 1867.

34 *Notice biographique sur Sadi Carnot.* Atti della R. Accademia delle Scieuze di Torino, vol. 4°, 1869.

35 *Parere sul declinatore orario del prof. Foscolo,* Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, vol. 4°, 1869.

36 *Sulla formola barometrica.* Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, vol. 5°, 1869-70.

37 *Jules-Robert Mayer; Notice biographique.* Leipzig, tip. Teubner, 1870.

38 *Principes de thermodinamique;* 2ª edizione, Leipzig, tip. Teubner, 1870.

39 *Altezze sul livello del mare di alcuni punti dell'Alto Piemonte determinate col barometro.* Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, vol. 6°, 1870-71.

40 * *De la résolution des certaines équations à trois variables par le moyen d'une règle glissante.* R. Accademia delle Scienze di Torino; *Atti*, vol. 2°, e *Memorie*, 2ª serie, vol. XXV, 1871,

41 * *Nouvelles tables hypsométriques.* R. Accademia delle Scienze di Torino; *Atti*, vol. 2° e *Memorie*, 2ª serie, vol. XXV, 1871.

42 * *Determinazione dell'altezza di un monte inaccessibile col mezzo di un barometro e di uno strumento misuratore d'angoli.* The alpine Journal, Londra, vol. VI, n. 44, 1871.

43 *Gita al Gran Sasso d'Italia.* Torino, tip. Bona, 1871.

44 * *Qu'est-ce que la force?* Revue scientifique de la France et de l'étranger, Paris, 1872.

45 *Una salita alla torre di Orvada*, in collaborazione di M. Lessona, G. Strüver e A. Gras. Torino, tip. Bocca, 1873.

46 * *Les projectiles lenticulaires;* estratto dall'Opera: *Mémoires scientifiques* dello stesso Autore. Torino, tip. Bona, 1873.

47 * *Mémoires scientifiques réunis et mis en ordre;* tom. 1°, *Balistique*, tom. 2°, *Artillerie*, tom. 3° *Mécanique et Hypsométrie.* Torino, tip. Bona, 1872-74.

48 *Intorno al calore che deve prodursi nell'esperienza immaginata da Galileo per misurare la forza di percossa.* Atti del Regio Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Milano, 1876.

49 *Sul moto sferico del pendolo avuto riguardo alla resistenza dell'aria ed alla rotazione della terra.* Napoli, Tip. della R. Accademia delle Scienze, 1877

50 *Sul pendolo di Leone Foucault.* Stamperia Reale di Torino, 1878.

51 *Poche parole intorno ad una Memoria del capitano F. Siacci sul pendolo di Leone Foucault.* Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, vol. 14°, 1878; Risposta dello Siacci nello stesso volume.

52 *Cannocchiale pensile per la misura degli angoli verticali ed orizzontali;* con tre tavole litografate. Torino, 1878.

53 *Du mouvement d'un pendule simple, suspendu dans une voiture du chemin de fer.* Roma, tip. Salviucci, 1879.

54 *Perchè i ghiacciai si vadano ritirando.* Roma, Atti della R. Accademia dei Lincei, 1884.

Nuove esperienze sulla eccitazione voltaica dei nervi;

del Prof. E. Oehl

In una mia comunicazione al X° Congresso Generale dell'Associazione Medica Italiana, io proponeva una nuova esperienza dimostrativa dell'assunto, primamente enunciato da Pflüger: che la eccitazione, cioè, del nervo motore, ha luogo al polo negativo (*catode*) all'atto della chiusura di un circuito voltaico, al polo positivo invece (*anode*) all'atto dell'apertura dello stesso circuito.

Nella proposta esperienza si fissavano su piastra di vetro, alla distanza di circa 10 mill. l'uno dall'altro, due sottili reofori, mettenti, colla interposizione di un invertitore, ad una piccola Grenet, ulteriormente sostituita, per la maggiore costanza, da un elemento Grove di 60 mm. di diametro. Fra questi due reofori se ne fissavano due altri, alla distanza di circa 5 mm., mettenti ad un moltiplicatore abbastanza sensibile. Si isolava quindi, in una rana, l'ischiatico dalla sua origine coxale fino al poplite, con esportazione della coscia e con rimanenza della gamba e del piede. Si deponeva il nervo così isolato, trasversalmente sui quattro reofori, avvertendo che fossero tutti a contatto del nervo, e che l'arto adagiato sull'asciutta piastra di vetro non toccasse alcuno di essi. Se in queste condizioni si apre e si chiude il circuito, e se per la recentissima preparazione il nervo sia molto eccitabile, si hanno regolarmente e ripetutamente le contrazioni istantanee di chiusura ed apertura a qualunque direzione ascendente o discendente della corrente. E nello stesso tempo la deviazione e la restituzione dell'ago galvanometrico, indicano, rispettivamente, alla chiusura ed all'apertura, il passaggio e la cessazione della corrente stessa nel tratto interpolare del nervo.

Se in allora con taglientissima forbicina si recide il nervo, senza spostarlo, fra i due reofori galvanometrici, e se ne avvicinano i monconi per modo che si contiguino soltanto colla loro superficie

di sezione, bene avvertendo che non siavi il benchè menomo accavallamento di fibre; ovvero, fra le due superficie di sezione dei monconi lievemente allontanati, s'insinui un esile filo di cotone inumidito, colla stessa avvertenza che non si accavalli sul nervo e che sia bene asciutta la sottostante piastra di vetro, in allora, si ha la contrazione dell'arto soltanto alla chiusura quando la corrente è discendente, soltanto all'apertura quando la corrente è ascendente, mentre ad ogni direzione della corrente il galvanometro ne indica sempre il passaggio alla chiusura, la cessazione all'apertura.

Ciò pel motivo appunto, che il nervo essendo presumibilmente eccitato al catode nella chiusura, all'anode nell'apertura, questi due punti si trovano sul tratto di nervo in comunicazione coll'arto, rispettivamente nelle correnti discendenti ed ascendenti, mentre invece per le correnti ascendenti e discendenti il catode e l'anode rispettivamente eccitanti alla chiusura ed all'apertura, trovandosi sul moncone di nervo isolato dall'arto colla recisione, non ne determinano la contrazione. La determinerebbero invece se la eccitazione in cui fu messo il moncone isolato, si potesse trasmettere (come da altre sperienze risulta non potersi trasmettere) attraverso la recisione ed anche attraverso una semplice strettura (che dà lo stesso risultato negativo) al tratto di nervo non isolato dall'arto. E se la eccitazione del nervo non fosse un'effetto dell'azione catodica di chiusura ed anodica di apertura, ma un puro e semplice effetto dell'insorgere e del cessare di una corrente trasmessa lungo il medesimo, in allora, anche quando il catode di chiusura e l'anode di apertura corrispondono al moncone isolato del nervo, la contrazione dovrebbe istessamente verificarsi, poichè gl'interposti reofori galvanometrici dimostrano, che sia il nervo legato o reciso con diretta od indiretta contiguazione dei monconi, mediante interposizione di cotone o di carta umida, la corrente si trasmette sempre e si manifesta al galvanometro nel senso della propria direzione.

Questa esperienza tenderebbe quindi a confermare:

1° Che una corrente voltaica non eccita il nervo pel suo trasmettersi lungo il medesimo, ma soltanto pel suo insorgere (chiusura) lo eccita al polo negativo, pel suo cessare (apertura) lo eccita al polo positivo.

2° Che mentre la corrente si trasmette per via umida attraverso un nervo legato ed attraverso i monconi contiguati diret-

tamente o indirettamente di un nervo reciso, non si trasmette invece la eccitazione.

Non riassunsi in allora questi corollari come nuovi, ma come confermati da una esperienza dimostrativa, la quale non mi risultava fosse stata fatta prima d'allora.

Qualche anno dopo accennava brevemente ad un'altra esperienza (1), che è una modificazione della precedente e che dimostra il medesimo assunto in un modo più facile e più persuasivo.

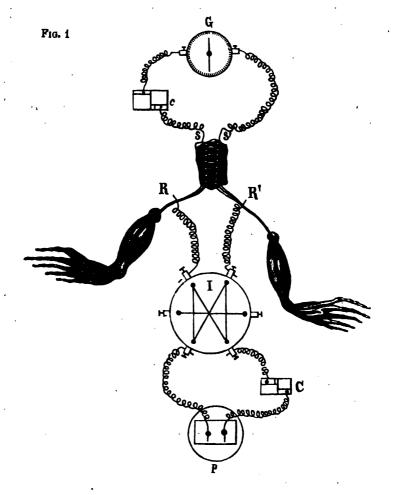
Sta essa nel sottoporre allo stesso appareccchio due arti, anzichè uno solo, preparati nello stesso modo. Mentre infatti coll'unico arto della esperienza precedente, a norma della direzione della corrente, si aveva la contrazione di chiusura o di apertura quando rispettivamente il catode o l'anode cadevano sul moncone muscolare del nervo reciso, contrazione che mancava (benchè vi avesse passaggio e cessazione di corrente) quando questi due punti cadevano sul moncone isolato, con quest'altra esperienza invece, disponendo i nervi in modo, che le loro sezioni trasverse si contiguino fra i reofori galvanometrici, senza accavallamento di fibre, si ha la contrazione di chiusura nel solo arto a cui corrisponde il catode, la contrazione di apertura nel solo arto a cui corrisponde l'anode; ed invertendo colla direzione della corrente, la ubicazione dei poli, si ha pure un invertimento nella contrazione catodica ed anodica degli arti; motivo per cui ad ogni chiusura od apertura si ha la contrazione dell'uno o dell'altro dei due arti, a norma della direzione della corrente, la quale segna sempre al galvanometro il suo passaggio da un nervo all'altro, anche quando i due nervi non sieno contiguati direttamente, ma mediante la cauta interposizione di un filamento conduttore fra le due sezioni trasverse dei medesimi.

Nella trattazione didattica dell'argomento fui tratto in quest'anno a dimostrare lo stesso assunto con altra esperienza, che, se pur non m'inganno, ritrae il suo titolo di novità principalmente dal modo in cui è preparata la rana.

Non trattasi infatti, come nelle esperienze precedenti, di eccitare a determinata direzione di corrente il nervo ischiatico di un solo arto, o di applicare un elettrodo a ciascuno dei nervi ischiatici direttamente od indirettamente contiguati di due arti, ma

(1) *Arch. Italien. de Biologie*, t. III, 1886.

trattasi invece di procedere a questa applicazione su ciascuno dei nervi ischiatici comunicanti per interposto midollo spinale con cui si trovano in continuazione.

Fig. 1

Salve infatti le modificazioni che accenneremo pei singoli casi, la preparazione era in genere condotta come segue. Decorticazione della rana: isolamento degli ischiatici dalle loro origini spinali fino alla coscia od al poplite: esportazione del bacino e di tutte le restanti parti del corpo, meno un più o men lungo tratto di colonna vertebrale, per modo che ne risulti un più o men lungo moncone vertebrale, dalle cui radici spinali si rias-

sumono i nervi ischiatici isolati e portanti le gambe deeorticate dalla coscia o dal poplite al piede.

Sull'apparecchio tracciato nell'unito disegno (fig. 1) la rana così preparata, è disposta in guisa che i nervi ischiatici, in punti pressochè equidistanti dalla loro origine spinale alla immersione nella gamba o nella coscia, cadono sui reofori RR' dell'elettromotore P, che può essere interrotto in C, ed invertito in I, mentre sul moncone vertebrale cadono alla lor volta i reofori SS' del circuito galvanometrico G interrompibile in c.

In tale disposizione ambidue gli arti della rana recentissimamente preparata si contraggono al chiudersi ed all'aprirsi di C, mentre, a c chiuso, il galvanometro dà segno del passaggio della corrente da S verso S', se la direzione della corrente eccitante era tale, da essere l'anode in R, da S' invece verso S, se per l'interposto invertitore l'anode fosse stato in R'.

Questa bilaterale contrazione di chiusura ed apertura può durare più o men tempo, ma è sempre transitoria e tanto più presto in genere dispare, dopo essersi molte volte verificata, quanto è più breve l'interposto moncone vertebro-midollare.

La scomparsa della contrazione bilaterale è pure accelerata dalla frequenza con cui la si ridesta colla rapida successione delle aperture e chiusure del circuito, mentre una breve inversione del medesimo, ricondotto poi alla direzione primitiva, può restituirla, e più facilmente della contrazione bilaterale di apertura, restituisce quella di chiusura, mentre l'invertimento non restituisce la bilaterale di apertura.

Moltissime volte ha pur luogo una più transitoria contrazione bilaterale, quando sieno contiguati direttamente, per interposizione umida, i due pezzi del moncone vertebrale longitudinalmente reciso e svuotato del midollo.

Generalmente alla cessazione delle contrazioni bilaterali di chiusura ed apertura, tien dietro la contrazione unilaterale di chiusura nell'arto catodico, di apertura nell'arto anodico, *non mai inversamente*.

Ripetendo però le esperienze, si può stabilire, che fra le due fasi di contrazione bi- ed unilaterale, vi sono delle fasi intermedie, che in mezzo alle molte variazioni si potrebbero riassumere come segue:

1° Contrazione bilaterale di chiusura ed apertura sensibilmente eguale pei due arti nella intensità e nel tempo.

2° Contrazione bilaterale con sensibile maggiore intensità e precedenza di quella dell'arto catodico alla chiusura, dell'anodico all'apertura.

3° Contrazione bilaterale soltanto alla chiusura e contrazione unilaterale dell'arto anodico all'apertura.

4° Contrazione unilaterale dell'arto catodico alla chiusura, dell'arto anodico all'apertura, non mai inversamente (1).

5° Breve persistenza di una sola contrazione unilaterale, che tanto può essere per l'arto catodico alla chiusura, quanto per l'arto anodico all'apertura.

6° Mancanza di ogni contrazione.

Ripeto che nelle molte sperienze fatte e nelle non minori variazioni ottenute, non mai una sol volta avvenne che si contraesse alla chiusura il solo arto anodico, o il solo arto catodico all'apertura, ma sempre avvenne, che nella contrazione unilaterale si contraesse l'arto catodico alla chiusura, l'arto anodico all'apertura.

Le relative sperienze furono fatte d'inverno, in ambiente a temperatura media di 15° C°, con igrometro fra 50° (medio) e 75° (umido), e coll'avvertenza di cambiare spesso i preparati e di tenerli umettati per lenta imbibizione da spugnole intrise di acqua distillata alla stessa temperatura.

La prima illazione da esse deducibile si è: che sebbene a modica e costante intensità della corrente eccitante, si avesse dapprima la contrazione bilaterale, poi, dopo le varie indicate fasi, la unilaterale anodica e catodica, pure l'interposto galvanometro rivelava sempre una sensibilmente costante intensità di corrente derivata dal medesimo.

A questa derivazione è condizionata la eccitazione e la conseguente contrazione uni- o bilaterale, che manca, quando il tratto interpolare non si trovi sull'arco formato dai due ischiatici e dall'interposto moncone vertebrale.

Catode ed anode non hanno quindi valore eccitante se non in quanto sono tali, ovvero sia, se non in quanto sia chiuso od aperto su quest'arco il circuito, e stabilita quindi la insorgenza o la cessazione della corrente. Manca infatti ogni contrazione uni-

(1) Ho molte volte osservato, che da questa quarta fase il nervo può essere ricondotto per breve tempo alla prima, quando si aumenti la intensità della eccitazione coll'aggiunta di un secondo elemento Grove,

o bilaterale, se applicando gli elettrodi sulle due allontanate sezioni dell'arco anzidetto, senza interposizione conduttrice, si renda impossibile la chiusura e conseguentemente anche l'apertura del circuito.

Anche da queste sperienze quindi, come dalle precedenti nostre e dalle primitive di Pflüger, sembrerebbe confermato l'assunto di quest'ultimo autore: che a modica intensità di corrente, cioè, la eccitazione abbia luogo al polo negativo *(catode)* nella chiusura, al polo positivo *(anode)* nell'apertura del circuito.

È noto che Pflüger deriva questa eccitazione dalla ipotetica insorgenza di una zona *catelettrotonica* nel primo caso, e dalla ipotetica scomparsa di una zona *anelettrotonica* nel secondo. E l'apparente conferma che alla primitiva indicazione di Pflüger deriverebbe dalle mie triformi esperienze, sarebbe subordinata alla circostanza, che le da me osservate contrazioni dell'unico arto, sul cui moncone isolato cade il polo eccitante nella prima serie delle sperienze suddette: o le contrazioni bilaterali che dapprincipio si osservarono nella seconda serie, fossero realmente devolute, come aveva sospettato prima d'intraprendere questa terza serie, alla eccitazione (*paradossa*) che si desta in un nervo dalla variazione elettrotonica di un contiguo nervo eccitato.

A questo punto però devo richiamare l'attenzione sulla differenza che passa fra le primitive esperienze di Pflüger e le mie attuali.

Applicando Pflüger gli elettrodi al moncone nervoso di un solo arto, lo trascorre nel tratto interpolare con correnti ascendenti o discendenti a norma della ubicazione degli elettrodi, ottenendo la contrazione di chiusura e di apertura e desumendo la sede della eccitazione (catodica od anodica) dai seguenti principali criteri:

1° Che a correnti ascendenti la contrazione di chiusura succede più tardi alla chiusura, che non la contrazione di apertura all'apertura, perchè il punto eccitato (catode) essendo più lontano dal muscolo, la eccitazione impiega maggior tempo a trasmettersi a quest'ultimo.

2° Che recidendo rapidamente il nervo dopo la chiusura di correnti ascendenti si può eliminare la contrazione, poichè sebbene, per la contiguità dei monconi, si trasmetta ancora la corrente nel tratto interpolare, come lo dimostra la possibilità di ottenere la successiva contrazione di apertura, pure, per l'avve-

nuta recisione, non si può trasmettere l'eccitazione dal catode al muscolo.

3° Che recidendo rapidamente il nervo nel tratto interpolare ad incoato tetano di apertura, esso persiste quando la corrente è ascendente, perchè il punto eccitato (anode) cade al dissotto della recisione; desiste invece a corrente discendente, poichè sebbene la corrente stessa possa ancora trasmettersi, pure, cadendo la eccitazione al disopra della recisione, non può trasmettersi oltre quest'ultima la eccitazione del nervo.

Le così condotte sperienze di Pflüger, non solo fissano quindi i punti di eccitazione, ma fissano anche il principio: non essere la trasmissione della corrente nel tratto interpolare, ma la trasmissione in esso e lungo il nervo della eccitazione, quella che determina la contrazione del muscolo.

Nella seconda e terza serie delle nostre sperienze invece, noi abbiamo agito rispettivamente sopra due arti, dei quali sieno contiguati i monconi nervosi, ovvero sopra due arti continui per interposto midollo spinale, e nel tratto interpolare facemmo cadere la contiguità nel primo caso, la continuità nel secondo.

Omologando i due casi colla sezione longitudinale dell'interposto tratto vertebrale e coll'avvicinamento dei due monconi, dovrebbe, in ordine alle risultanze di Pflüger, avvenire, che costantemente alla chiusura del circuito si contraesse il solo arto catodico, il solo arto anodico, invece, all'apertura; quando, bene inteso, sia assicurata la eliminazione di ogni corrente secondaria, che agisca come chiusura ed apertura accessoria sull'arto, che non dovrebbe contrarsi alla chiusura od apertura della corrente principale.

Il fatto però non corrisponde alla premessa, dappoichè tanto nella seconda, quanto in quest'ultima serie delle mie sperienze, ho costantemente osservato, che quando si tratta di preparato freschissimo, le prime eccitazioni danno, nella massima parte dei casi, le contrazioni bilaterali, alle quali soltanto dopo varie prove, succedono le unilaterali.

Come dissi, avevo riferito il fatto alla possibilità che la variazione elettrotonica dell'arto eccitato alla chiusura o all'apertura, riescisse alla sua volta eccitatrice dell'altro arto. Questa eventualità, che non potrebbe essere notoriamente impugnata pel caso di accidentale sovrapposizione longitudinale di fibre nervose, potrebbe pur essere invocata per l'altro caso di apposizione delle loro sezioni trasverse, in base alla nota indicazione di Du Bois

Reymond, che per esse, ogni punto più vicino alla sezione longitudinale si comporta positivamente rispetto ad ogni altro punto più lontano da essa. Motivo per cui, anche nel caso in cui, reciso longitudinalmente il moncone vertebrale svuotato del midollo e contiguatine i pezzi, si ottiene a prima giunta la contrazione bilaterale, avrebbe potuto questa derivarsi, come nella eventualità di sovrapposizione longitudinale ed anche trasversale dei monconi nervosi, da alterna eccitatrice influenza che la scemata elettromotorietà del moncone eccitato esercita sul non eccitato, per eventuale contiguità delle sezioni trasverse delle radici nervose tuttora esistenti nei fori intervertebrali.

Non regge però al fatto questa interpretazione, quanto regge alla teoria, poichè se in detta esperienza fosse la variazione elettrotonica del moncone eccitato, quella che eccita l'altro moncone, dovrebbe avvenire: che applicando i due elettrodi ad un nervo, longitudinalmente o trasversalmente contiguato ad altro nervo, si contraesse l'arto di questo secondo nervo ad ogni contrazione di chiusura ed apertura dell'altro per la sua eccitatrice variazione elettrotonica. Il che invece è ben lungi dall'avvenire; e se con relativa frequenza si verifica una lieve e fugace contrazione contiguando longitudinalmente i due nervi, non mai la vidi verificarsi contiguandoli trasversalmente, mentre invece, tanto nell'una, che nell'altra maniera di contiguazione diretta, quanto anche nella contiguazione indiretta, costantemente avviene, che si abbia per breve tempo la contrazione bilaterale quando la contiguazione cada nel tratto interpolare.

Per l'antagonismo esistente fra questa costanza e la quasi accidentale riuscita dell'esperienza precedente, non si può quindi logicamente ritrarre la spiegazione della contrazione bilaterale da eccitante variazione elettrotonica del nervo eccitato ed è a questo proposito appunto, che devo formalmente ricredermi dal sospetto esternato in accennati scritti precedenti: che, cioè, la iniziale contrazione di chiusura ed apertura dell'unico arto a nervo reciso e monconi contigui; o la pure iniziale contrazione bilaterale di due arti a nervi contiguati, possa dipendere dalla eccitazione dell'un moncone per variazione elettrotonica dell'altro.

Se si pensi però all'altro costante fatto, che a nervi continui nel midollo spinale, si ha pure dapprincipio la contrazione bilaterale, si potrebbe supporre per un momento, che alla chiusura avvenisse la contrazione dell'arto anodico per trasmissione bilaterale della eccitazione catodica e viceversa.

Prescindendo però dai dubbi, dei quali è forse ancora passibile una trasmissione bilaterale della eccitazione, non si può essa invocare a spiegazione del fatto, pel motivo principalissimo: che se si eccita, cioè, bipolarmente il nervo di un arto della rana preparata nel modo anzidetto, con corrente voltaica, si ottiene bensì la contrazione di apertura e chiusura nell'arto corrispondente, ma non la si ottiene nell'arto opposto; indizio quindi che la eccitazione insorta nel nervo eccitato non si è trasmessa attraverso il midollo spinale al nervo dell'altro arto.

Che se anche volessimo trascurare l'eloquente risultato di questa esperienza ed ammettere la trasmissione bilaterale come un fatto incontestabile, non si potrebbe essa invocare nel caso concreto, pel motivo, che come più sopra dicemmo, la contrazione bilaterale si ha dapprincipio costantemente, a nervi recentissimi, anche quando essi non sieno continui nel midollo spinale, ma soltanto contigui colle sezioni ossee dello sparato moncone vertebrale, ed eventualmente colle sezioni trasverse delle loro radici nervose.

Nè si vorrà credere, come io dubitai per un momento, che la contrazione bilaterale a tratto vertebrale integro, possa dipendere da riflessione nervosa. L'esclusione di questa possibililà mi aperse l'adito ad un'altra serie di esperienze, che qui non è opportuno di riferire, ma che tutte collimano a dimostrare il precedente assunto: non mai ottenersi, cioè, nel nostro preparato, la contrazione di uno degli arti, quando la si determini con eccitazione bipolare voltaica nell'arto opposto, contrazione, che inerendo alla eccitazione anodica e catodica dei due nervi, dovrebbe *a fortiori* avvenire, se il preparato fosse suscettibile di riflessione nervosa.

Non posso quindi altrimenti spiegare il costante fatto della iniziale contrazione bilaterale del preparato medesimo, se non ammettendo, che ad un primo grado di squisita freschezza dei due nervi sieno essi amendue eccitabili tanto alla chiusura, quanto all'apertua del circuito. E siccome su ciascuno di essi cade indifferentemente, collo stesso effetto della contrazione bilaterale, o il solo catode o il solo anode a norma della direzione della corrente, così bisogna pure naturalmente inferirne: che a questo primo grado di squisita freschezza, ciascuno dei due nervi è eccitabile ad ambo i poli, tanto alla chiusura, quanto all'apertura del circuito.

Questa illazione, senza della quale riesce inesplicabile un fatto certo e costante, modifica essenzialmente la legge di Pflüger, che il nervo, cioè, sia eccitato al polo negativo (catode) per insorgente catelettrotono alla chiusura del circuito: al polo positivo (anode) per cessante anelettrotono all'apertura e non inversamente. La modifica, dico, nel senso, che a nervo squisitamente fresco la eccitazione avviene anche inversamente e cioè: anche al catode all'apertura, anche all'anode alla chiusura del circuito.

E in vero, se inerentemente a quanto si ammette sulle modificazioni molecolari dell'elettrotono, l'insorgenza del catelettrotono nella zona catodica riesce eccitante al polo negativo, non v'ha ragione per cui non abbia a riuscire eccitante al positivo la insorgenza dell'anelettrotono nella zona anodica; come parimenti non v'ha ragione per ritenere ineccitante la cessazione del catelettrotono al primo, se riesce eccitante la cessazione dell'anelettrotono al secondo.

Ho anch'io riscontrato, benchè non costantemente, i principali fatti, che già dicemmo invocati da Pflüger a sostegno della eccitazione catodica di chiusura ed anodica di apertura sovra un unico arto. Mi avvenne, cioè, di osservare la contrazione di chiusura a corrente ascendente ritardata su quella di apertura; mi avvenne di poter eliminare alle stesse correnti la contraziono di chiusura, recidendo rapidamente il nervo nel tratto interpolare; e meno costantemente mi avvenne di veder persistere o desistere il tetano di apertura a correnti rispettivamente ascendenti o discendenti, mediante la stessa recisione; ma tutte queste contingenze si riferiscono a nervi pei quali essendo già passato lo stadio di squisita freschezza o di relativa integrità, si verifica realmente, come col mio metodo di sperimentazione, su due nervi contigui o centralmente continui, la eccitazione unilaterale catodica di chiusura ed anodica di apertura.

Ricordando anzi il già detto, fra questo quarto stadio ed il primo di squisita freschezza, esistono due stadi intermedi, nell'uno dei quali comincia a rallentarsi su quello dell'arto catodico la meno energica contrazione dell'arto anodico alla chiusura e viceversa all'apertura, mentre nell'altro stadio (terzo) cessa la contrazione anodica di chiusura, per giungere al quarto stadio in cui cessa pure la contrazione catodica di apertura.

Il secondo stadio non si può riferire ad una diminuita velocità di trasmissione della eccitazione nell'arto anodico alla

chiusura e nel catodico all' apertura, pel motivo che eccitando contemporaneamente e bipolarmente i due nervi nei paraggi polari dell'unica corrente, si ha contemporanea contrazione dei due arti.

In relazione a quanto si ritiene sulle modificazioni molecolari dell'elettrotono nei nervi, questo secondo stadio potrebbe essere invece riferito ad inerzia d'insorgente anelettrotono e di cessante catelettrotono fisico, inerzia, che per quest'ultimo aumenterebbe nel terzo stadio al punto da eliminare la contrazione catodica di apertura e che estendendosi nel quarto stadio, all'insorgente anelettrotono, darebbe pur luogo alla mancata contrazione anodica di chiusura.

Inerendo infatti all'ipotetico atteggiamento elettrotonico delle molecole nervose ed agli effetti elettrolitici della corrente sul nervo, si potrebbe supporre:

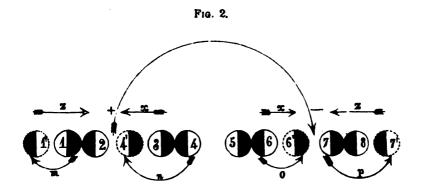
1° Che il passaggio alla orientazione bipolare ed il ritorno alla peripolare, per la iniziale integrità del nervo e per una conseguente mobilità in ogni senso delle molecole nervose, fosse in origine tanto vivido, da riuscire eccitante per ambo i tratti polari, tanto alla chiusura, quanto all'apertura.

2° Che per successiva alterazione elettrolitica o cadaverica del nervo, siasi talmente modificata la sua costituzione, da permettere o da favorire una orientazione bipolare catodica e da ostacolare invece un opposto movimento di orientazione bipolare anodica delle molecole nervose, d'onde una tensione peripolare di queste ultime, rispetto ad una opposta tensione bipolare delle prime. Dalle quali opposte tensioni verrebbe rispettivamente facilitato il ritorno alla orientazione peripolare delle molecole anodiche, ostacolato quello delle catodiche.

Ciò risulta più chiaramente mediante il sussidio della fig. 2, che rappresenta quattro coppie (1,2 — 3,4 — 5,6 — 7,8) di molecole nervose in orientazione peripolare (con emisferi bianchi negativi) per apertura di circuito voltaico in direzione + —.

Chiudendo il circuito, le molecole nervose si orienterebbero in modo da volgere al polo positivo o negativo il loro elemento eteronimo. Dovranno quindi orientarsi a + i loro elementi negativi, a — i loro elementi positivi. Il che si otterrebbe ammettendo, che le molecole 1, 4 roteino nel senso delle freccie *m n* per assumere l'orientazione di 1′ 4′; che le molecole 6, 7 roteino nel senso delle freccie *o*, *p* per assumere l'orientazione

di 6′ 7′; donde il passaggio dalla precedente peripolare all'attuale disposizione bipolare, che nel tratto interpolare è opposta (in direzione delle freccie *x x*) a quella dei tratti extrapolari (in direzione delle freccie *z z*).

Fig. 2.

Come però in forza dell'annunciata ipotesi, è mantenuta e supponibilmente anche facilitata la mobilità delle molecole catodiche 6, 7 nella direzione *o*, *p*, così vengono esse ad acquistare in 6′ 7′, una tensione bipolare, che all'aprirsi del circuito rallenta la loro restituzione alla orientazione peripolare (in 6, 7), che deve compiersi nel senso della minore mobilità, vale a dire, in una direzione opposta a quella delle freccie *o*, *p*. E come, invece, è diminuita la mobilità delle molecole anodiche 1, 4 nella direzione *m*, *n*, così vengono esse ad acquistare in 1′, 4′ una tensione peripolare, che all'aprirsi del circuito accelera la loro restituzione alla corrispondente orientazione in 1, 4, la quale deve compiersi nel senso della maggiore mobilità, vale a dire in una direzione opposta a quella delle freccie *m n*.

Questa ipotesi deve essere coordinata alla dimostrata necessità di una data vividezza del movimento eccitante (stimolo) perchè ne venga da esso l'effetto della eccitazione.

Nel caso nostro lo stimolo immediato che determina lo sconosciuto ma indubitabile movimento molecolare (ondulatorio o vibratorio) di eccitazione trasmissibile nel nervo, non è la corrente voltaica in sè stessa, ma è l'orientazione che essa determina nei tratti polari. Avviene per questa, come per la eccitazione

meccanica, che non sia direttamente la pressione o lo stiramento che si esercita sul nervo quello che lo eccita, sibbene lo spostamento delle molecole nervose avvicinate od allontanate, quello che suscita in esse un trasmissibile movimento di eccitazione, nella identica guisa che la circoscritta pressione esercitata sovra un punto di circuito bimetallico, senza estendere i suoi effetti meccanici a tutto il circuito, determina però nel medesimo, col movimento molecolare di orientazione elettrica, lo svolgimento di una corrente. E come la eccitazione meccanica può fallire per soverchia lentezza od inerzia di spostamento molecolare, così può fallire la eccitazione voltaica, quando il movimento di orientazione destato da essa nelle molecole nervose sia tanto inerte, da spegnersi nella resistenza che incontra per trasformarsi in movimento di eccitazione

Da tali premesse si evince, che nelle nostre esperienze, la originaria contrazione bilaterale del primo stadio, contrapposta alla unilaterale del quarto, potrebbe essere non tanto l'effetto di una diminuita eccitabilità del nervo, che è quanto dire di una scemata mobilità ondulatoria o vibratoria delle sue molecole, quanto invece di una deficenza relativa dello stimolo immediato, o del movimento di orientazione molecolare indotto dal chiudersi e dall'aprirsi di un circuito voltaico di costante intensità. Si comprende infatti come lo stesso circuito, modificando al massimo la costituzione del nervo nelle zone polari, possa pure modificarne la mobilità elettrica delle molecole, destatrice della eccitazione, senza modificare sensibilmente la eccitabilità del nervo o la disposizione delle sue molecole a risentire gli effetti della eccitazione

Gli è per questo che noi, senza punto addentrarci in una questione, che tanto più crediamo intempestiva, quantochè abbisognevole di altro studio sperimentale, non ci siamo arrischiati di riferire il diverso contegno del nostro preparato, nelle varie accennate fasi, ad un diverso grado di eccitabilità del medesimo, ma ci siamo invece arrestati al fatto indiscutibile del diverso grado di freschezza.

Fatto indiscutibile nel senso, che sebbene il ripetuto e frequente avvicendarsi delle chiusure e delle aperture del circuito, acceleri il passaggio dalla prima alla quarta fase, il che potrebbe essere riferito ad azione elettrolitica, pure questo passaggio ha luogo istessamente, in tempo men breve, anche quando il nervo,

senza aver subite queste prove, abbia presumibilmente risentita una semplice modificazione cadaverica.

E siccome per tale contingenza è genericamente inducibile e dimostrabile nel nervo una diminuzione di eccitabilità, così potrebbe essere anche inferibile, che l'acceleramento indotto nella insorgenza della quarta fase dalle ripetute aperture e chiusure del circuito, fosse un effetto sommario di scemata mobilità elettrotonica ed eccitatoria delle molecole nervose, benchè in un primo periodo di questa azione risulti dimostrata la influenza (per lo meno prevalente) sulla mobilità elettrotonica dalla accennata circostanza, di poter, cioè, ritornare dalla quarta alla prima, o ad una intermedia fase, mediante l'invertimento del circuito.

Coordinando adunque la ipotesi della scemata mobilità elettrotonica delle molecole nervose colla dimostrata necessità di una data vividezza dello stimolo efficace, dovrebbe avvenire appunto, che tale riuscisse soltanto alla chiusura il più vivido movimento di orientazione bipolare catodica, e tale soltanto all'apertura il più vivido movimento di orientazione peripolare anodica, e che si avessero di conseguenza rispettivamente: la sola eccitazione di chiusura al catode, la sola eccitazione di apertura all'anode, verificandosi di tal guisa il quarto stadio della contrazione, cioè, unilaterale, dell'arto catodico alla chiusura, dell'arto anodico all'apertura.

Alla stessa interpretazione però si prestano anche gl'interposti stadi, secondo e terzo.

Non si tratta infatti che di una differenza di grado, poichè quando in un secondo stadio è appena iniziata la minore mobilità delle molecole nervose nel senso indicato, non mancheranno, ma dovranno essere meno intense le eccitazioni anodica di chiusura e catodica di apertura, e conseguentemente più intense le opposte eccitazioni catodica di chiusura ed anodica di apertura. E per la minore intensità delle prime, essendo presumibilmente invariata la resistenza alla trasmissione della eccitazione, un ritardo alla medesima, sperimentalmente dimostrato anche da H. Munk, ed una conseguente anticipazione delle più energiche contrazioni catodica di chiusura ed anodica di apertura

Il terzo stadio di persistente contrazione bilaterale alla sola chiusura, accennerebbe ad un crescente rallentamento di orientazione peripolare delle molecole 6', 7', per cui manca la contrazione catodica di apertura; crescente rallentamento che dal polo

negativo estendendosi al positivo, darebbe luogo, nel quarto stadio, alla pur mancante contrazione anodica di chiusura per rallentata orientazione bipolare delle molecole 1, 4.

Questa direzione in cui cresce dal polo negativo al positivo il rallentamento di orientazione molecolare sarebbe pur dimostrata dalla circostanza: che quando, nel secondo stadio, non appare con sensibile contemporaneità la precedenza della contrazione catodica di chiusura ed anodica di apertura, quest'ultima é in genere quella che primamente si verifica. Vale a dire, che inerendo alla interpretazione risultante dalla fig. 2., incomincia a riflettersi sulla intensità e conseguente celerità di trasmissione della eccitazione il rallentamento di orientazione peripolare delle molecole 6′ 7′, che estendendosi poi al polo positivo, dà luogo alla successiva precedenza della contrazione catodica di chiusura per corrispondente rallentamento di orientazione bipolare nella stessa direzione delle molecole 1, 4.

E lo sarebbe pure dall'altra circostanza, che quando nel quinto stadio si verifica una sola contrazione, anodica di apertura o catodica di chiusura, la prima è quella che più frequentemente segna il passaggio al sesto stadio di completo silenzio. Il che verrebbe a significare, che mantenendosi residua la sola contrazione catodica di chiusura, si mantiene ancor vivo il movimento di orientazione bipolare delle molecole 6, 7, quando già ad ambo i poli sono diventate inefficaci le orientazioni peripolari, ma che più generalmente l'anodica di esse è quella che mantiene per ultima la propria efficacia. Ed anzi osservai, che quando si verifica una tale contingenza, essa ha luogo per ambo gli arti, tanto se si scambino sui reofori, quanto se s'inverta la direzione della corrente.

A questo punto però, si potrebbe muovere la dimanda: del come avvenga, che sperimentando sovra un solo arto, si ottengano quei già enunciati criterii, che io dissi di avere pure, benchè non sempre constatati, e che a ragione si ritengono dimostrativi della eccitazione catodica di chiusura ed anodica di apertura.

Qui sta appunto, se pur non m'inganno, il motivo, per cui credo meritevole di considerazione il metodo sperimentale da me proposto.

Con questo metodo infatti, non avvenendo alcuna recisione di nervi e tenendosi essi anzi in comunicazione coi loro centri, è presumibile che mantengano per maggior tempo le condizioni

inerenti alla loro vitalità. Ciò sembra confermato dalla circostanza, che la sopraggiungenza della contrazione unilaterale si accelera non solo colla ripetizione della corrente, che agisce elettroliticamente su essi, ma eziandio colla distruzione dell'intermedio midollo, che separando i nervi dai loro centri ne favorisce probabilmente l'alterazione, mentre per l'opposto, la contrazione unilaterale ritarda in genere colla maggiore lunghezza dell'interposto midollo, o colla maggiore abbondanza di quella sostanza nervosa centrale, che tanto sembra influire a mantenerne la integrità.

D'altra parte con questo metodo, che offre alla diretta osservazione un arto catodico ed un arto anodico, siamo sempre sicuri che la eccitazione avvenne o sempre ad ambo i poli, o soltanto alla chiusura o all'apertura, o che avvenne invece ad un solo polo, a seconda che osserviamo contrazioni bilaterali di chiusura ed apertura, ovvero di sola chiusura od apertura, ovvero finalmente contrazioni unilaterali.

Il metodo invece dell'unico arto, quale almeno dagli stessi suoi citati criteri dimostrativi, risulterebbe adoperato da Pflüger, siccome quello che è presumibilmente meno propizio a favorire la integrità del nervo, lascia legittimo adito al dubbio, che la da lui riscontrata esclusività iniziale della eccitazione catodica di chiusura ed anodica di apertura sia già un effetto della sua alterazione.

E notisi che questo riscontro non è basato sulla diretta e contemporanea osservazione della inattività di un arto anodico alla chiusura e catodico all'apertura, ma è basato invece sui criteri anzidetti e riassumibili, come vedemmo, per le correnti ascendenti: nel ritardo della contrazione di chiusura rispetto a quella di apertura: nella elisione della prima e non della seconda per recisione interpolare del nervo: nella persistenza, per la stessa recisione, del tetano di apertura, desistente invece a correnti discendenti.

Quanto al primo criterio, l'esperienza mi avrebbe dimostrato, che quando lo si ottiene, il nervo è già entrato nella quarta delle nostre fasi, poichè se sul nervo di uno degli arti della rana preparata nel mio modo ed adagiata sull'apparecchio a C aperto, si applica una corrente ascendente dello stesso elemento Grove, e si constata il ritardo della contrazione di chiusura rispetto a quella di apertura, aprendo questo circuito e chiudendo C, si

ottiene la contrazione unilaterale catodica di chiusura ed anodica di apertura, mentre in un tempo precedente lo stesso preparato aveva offerta la contrazione bilaterale di chiusura ed apertura.

Quanto al secondo criterio, esso è meno facile ad ottenersi del primo, poichè per questo si tratta soltanto di ripetere l'osservazione, fino a tanto che siasi verificato il caso del ritardo nella contrazione di chiusura, mentre invece per quello si tratta di recidere il nervo nel tratto interpolare, colla indicazione di rinnovare l'esperienza sovra altri arti, fino a tanto che l'esito corrisponda alla aspettativa. Verificandosi ora, come assai volte si verifica, la contrazione, malgrado la recisione, ed escludendo che quest'ultima sia avvenuta o troppo presto, prima della chiusura, o troppo tardi dopo di essa, la permanenza di questa contrazione dovrà significare che nella chiusura ebbe pur luogo la eccitazione anodica, e i casi relativi, che controllati col nostro metodo, avrebbero dato la contrazione bilaterale, verrebbero a contrapporsi, come prima o seconda delle nostre fasi, agli altri, che per riuscita abolizione di una delle contrazioni, corrisponderebbero alla terza o quarta delle fasi suddette.

Quanto al valore dimostrativo del tetano di apertura, persistente o desistente alla recisione interpolare di nervi percorsi da corrente ascendente o discendente, non mi perito di apprezzarlo, per la grande incostanza e per la conseguente grande incertezza di questo criterio, quale almeno è a me risultato tanto per la frequente mancanza del tetano di apertura, quanto anche per la non infrequente presenza di un tetano di chiusura, specialmente nei casi di eccitazione dei due nervi comunicanti per interposto midollo.

Dal riassunto di tali considerazioni, parmi risulti, se non altro, giustificata l'indicazione del proposto metodo di sperimentazione, il quale, volendo anche prescindere da ogni teorica interpretazione che mi permisi d'introdurre, dimostra indubbiamente il fatto costante: *che in una prima fase di relativa integrità del nervo, esso è eccitato ai due poli, tanto alla chiusura quanto all'apertura di un circuito voltaico di modica e costante intensità.*

Questo fatto, escludendo il valore eccitante del solo insorgente catelettrotono e del solo cessante anelettrotono fisico e coordinando gli effetti alle cause motrici che identicamente si

svolgono ai due poli, riconduce al più logico assunto aprioridico: *che in una prima fase di relativa integrità del nervo, devono agire eccitando rispettivamente al polo negativo e positivo l'insorgente ed il cessante cata- ed anelettrotono* (1).

(1) Stavo correggendo le bozze di questa Memoria, quando venni in cognizione di una obbiezione mossa alle due precedenti mie sullo stesso argomento, dal *Referente* di esse nel 15° vol. del *Jahresbericht ueber die Fortschritte der Anatomie und Physiologie*, Leipzig, 1887, pag. 21 e 22 della parte fisiologica.

L'obbiezione cui accenno è tanto concisamente formulata, che, onde prenderla in quella considerazione che è richiesta dalla competenza del *Referente*, deve essere ponderata e chiarita anche, ove occorra, in concorrenza del medesimo.

Come però ha essa per fondamento l'addebitatami inavvertenza di un anode e di un catode fisiologico al punto di sezione, e come la presente Memoria, a differenza delle precedenti, verte sulla eccitazione anodica e catodica di nervi non sezionati, così ho fiducia, che mancando la condizione fondamentale di detta obbiezione, possa essa avere, dal principale fatto enunciato nella medesima, una adeguata risposta.

Sul processo normale di ossificazione;

Osservazioni del Dott. DROGOUL

Studiando la parte che la scissione indiretta degli elementi prende nello sviluppo normale dell'osso, ho potuto rilevare alcune particolarità che contribuiscono a rischiarare la questione tanto controversa della ossificazione.

L'osservazione è stata portata su un gran numero di ossa e cartilagini in diverso periodo di sviluppo e di accrescimento, tratte da mammiferi di diverse specie; e i metodi di esame furono quelli descritti dal Flemming e dal Prof. Bizzozero per la dimostrazione delle mitosi, e quelli più usuali della tecnica microscopica per lo studio del tessuto osseo.

Confermato il fatto già noto che le cellule ossee non si moltiplicano e che l'attività riproduttiva spetta agli elementi cartilaginei, periostei e midollari, ho determinato il rapporto in cui, a seconda del periodo di sviluppo, si trovano le mitosi in questi organi.

In un osso lungo di embrione, prima che siano ossificate le epifisi, si nota moltiplicazione attiva degli elementi negli strati corticali delle epifisi (fig 1), e scarsa negli strati centrali e nelle colonne che formano la cartilagine epifisaria, nonchè nello strato osteoblastico del periostio e negli osteoblasti che circondano le trabecole centrali della diafisi.

Di qui una sproporzione marcata fra la grossezza dell'epifisi e quella della diafisi che si presenta esile e corta.

Nei punti dell'epifisi ove in seguito si formerà una sporgenza, gli elementi si moltiplicano maggiormente e appajono più stipati, con poca sostanza fondamentale interposta.

Avvenuta l'ossificazione dell'epifisi scompajono le mitosi dagli strati corticali che rappresentano la cartilagine articolare, ma se ne trovano ancora negli strati profondi in vicinanza delle trabecole (fig. 2, *a*).

Nelle colonne cartilaginee del disco intermediario si trovano numerose mitosi negli strati più elevati (fig. 3, *c*), ove le cellule sono piccole e schiacciate, ma non se ne trovano alla base delle colonne, ove le capsule sono considerevolmente dilatate e i nuclei delle cellule hanno subìto un corrispondente ingrossamento e presentano scarsa cromatina raccolta in pochi accumuli periferici (fig. 3, *f*). Questi grossi elementi pare che si distruggano quando l'invasione dei vasi dalla parte del midollo, ne apre le capsule. Non si trova mai di questi nuclei ingrossati frammisti agli elementi midollari fra le trabecole della diafisi.

Il processo di ossificazione che, a parte la disposizione degli elementi cartilaginei, era considerata analoga nella diafisi e nell'epifisi, pare che in questa si compia altrimenti. Infatti nell'epifisi le capsule cartilaginee degli strati profondi sono bensì ingrandite ma i nuclei non lo sono, o pochissimo, nè si presentano mai poveri di sostanza cromatica (fig. 2, *b*). Di più: questi elementi sono capaci di scindersi per cariocinesi e di queste se ne trovano in capsule già a contatto con anse vascolari ed elementi midollari. Non è raro trovare di questi nuclei, così distinti per la grossezza e pel modo di colorarsi, in capsule già aperte o addirittura frammisti agli elementi midollari. La deposizione dei sali calcari si inizia talora attorno a capsule chiuse e non è improbabile che il nucleo della cellula cartilaginea rimanga circondato da sostanza ossea, trasformandosi in un nucleo di cellula ossea (fig. 2). Questa opinione è confortata dal trovare spesso accanto ai nuclei sferici ordinari altri nuclei, e questi sempre nelle capsule più vicine alle trabecole, i quali sono piccoli, contratti, ricchissimi di cromatina, spinti contro un punto della parete della capsula o tenuti al centro da un protoplasma raccolto a guisa di reticolo. Nella parte dell'epifisi che aderisce alla cartilagine epifisaria, destinata a provvedere gli elementi per l'aumento in lunghezza della diafisi e in parte anche per le trabecole dell'epifisi, la deposizione dei sali calcari attorno e fra le capsule cartilaginee pare ancora più evidente e non si può quasi dubitare che i nuclei delle cellule cartilaginee si conservino per costituire le cellule ossee (fig. 3, *e*).

Nel periodo postembrionario entrano in attività gli osteoblasti dello strato profondo del periostio, più specialmente nel punto ove questo termina confondendosi colla periferia del disco di ossificazione e colla cartilagine articolare. L'attività degli elementi

alla periferia della cartilagine di incrostazione pare destinata a provvedere al suo accrescimento; perchè, come fu detto, in essa non si trovano più mitosi nella vita postembrionaria e non è probabile che diventino elementi di essa quelli degli strati profondi che hanno caratteri tanto diversi. Un altro fattore dell'accrescimento della cartilagine articolare è dato dall'aumento della sostanza fondamentale per cui le cellule appajono qui più distanti l'una dall'altra, che non negli strati corticali di un'epifisi ancora cartilaginea.

Anche gli osteoblasti che circondano le trabecole ossee si moltiplicano attivamente e più nella fitta rete di trabecole della sostanza spongiosa dell'epifisi, che in quella della diafisi.

Nelle ossa corte si osservano mitosi numerose nella cartilagine temporanea durante la vita embrionaria e se ne riscontrano, a ossificazione progredita, negli strati profondi della buccia cartilaginea che le avvolge (fig. 4). In un periodo più avanzato nelle porzioni di cartilagine che entrano a costituire le piccole giunture si trova qualche mitosi negli strati profondi, nessuna nei superficiali; se ne hanno inoltre nel periostio e nelle cellule condroidi che si trovano al limite fra le cartilagini articolari e le capsule e i legamenti.

Nelle ossa craniane si moltiplicano per mitosi gli elementi del connettivo che forma le fontanelle e le suture, ma soltanto negli strati più vicini alla sostanza ossea, che sono come una continuazione dello strato osteoblastico del periostio della superficie esterna dell'osso.

In questo periostio sono pur numerose le mitosi, mentre sono rarissime negli osteoblasti che sono attorno alle trabecole della diploe. Negli ostoeblasti che rivestono la superficie interna dell'osso non ho potuto riscontrare delle mitosi.

Nelle cartilagini permanenti, cartilagini costali e false coste, l'accrescimento avviene per moltiplicazione degli elementi preesistenti tanto negli strati centrali, quanto nei periferici (fig. 5).

Il pericondrio presenta qualche mitosi nello strato profondo, ma non pare menomamente destinato a produrre cellule cartilaginee; quegli elementi degli strati a contatto colla cartilagine i quali presentano mitosi, sono decisamente elementi carlilaginei e non appartengono più al pericondrio.

La zona di ossificazione delle coste si comporta come quella di un osso lungo.

Concludendo adunque si può ritenere che il tessuto osseo per sè non è capace di aumentare di volume, ma a ciò si richiede l'attività degli elementi delle cartilagini, del periostio e del midollo che apportino nuovo tessuto.

L'ossificazione non avviene allo stesso modo nell'epifisi e nelle estremità della diafisi; quì è puramente neoplastica, là invece pare in qualche punto metaplastica.

Le cartilagini articolari presentano una certa indipendenza dalle cartilagini destinate alla ossificazione per la qualità degli elementi e per la loro fissità, poichè si moltiplicano soltanto gli elementi di passaggio fra esse e le capsule, i legamenti e il periostio, e non mai quelli del corpo della cartilagine.

Il pericondrio è paragonabile allo strato esterno del periostio, e le sue funzioni sono limitate alla sola protezione della cartilagine senza prender parte alcuna al suo accrescimento.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

FIG. 1. Sezione longit. della testa del femore di gatto neonato (Zeiss. oc. 2, obb. *C*).
a) legamento rotondo.

FIG. 2. Sezione longit. della testa dell'omero di cavia di 11 giorni (Zeiss oc. 2, obb. *E*).
a) mitosi nelle cellule cartilaginee profonde;
b) Capsula cartilaginea con un alone scuro per precipitazione di sali calcari (Colorazione coll'ematossilina), e nucleo raggrinzato;
c) Cellule ossee;
d) Trabecole dell'epifisi;
e) Cellule cartilaginee con capsula aperta.

FIG. 3. Cartilagine epifisaria di omero di cavia di 7 giorni (Zeiss. oc. 2, obb. *E*).
a) Zona delle colonne cartilaginee;
b) Trabecole dell'epifisi;
c) Mitosi nelle cellule cartilaginee disposte in colonna;
d) Mitosi nelle cellule disperse sopra le colonne;
e) Cellule cartilaginee in mezzo a sostanza fondamentale in cui sono depositati sali calcari;
f) Cellule cartilaginee con nucleo grosso in via di disfacimento.

FIG. 4. Sezione di un piccolo osso del metatarso di cavia di 11 giorni (Zeiss. oc. 2, obb. *E*).

FIG. 5. Sezione di cartilagine costale di coniglio di 6 giorni (Zeiss. oc. 2, obb. *E*).
a) Pericondrio e zona di passaggio da questo al tessuto cartilagineo;
b) Cartilagine con mitosi.

L'Accademico Segretario
GIUSEPPE BASSO.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 6 Gennaio 1889.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ARIODANTE FABRETTI
VICEPRESIDENTE

Sono presenti i Soci: B. PEYRON, Direttore, G. GORRESIO, Segretario della Classe, FLECHIA, CLARETTA, V. PROMIS, ROSSI, MANNO, PEZZI, FERRERO, CARLE, NANI, COGNETTI, GRAF, ed il Socio nazionale non residente, Barone Domenico CARUTTI di CANTOGNO.

Il Socio Segretario legge l'atto verbale dell'adunanza precedente che è approvato.

Il Socio Barone MANNO offre da parte degli Autori i seguenti lavori: 1° *Amalfi — Rimembranze* di Nicola CIANCI di LEO SANSEVERINO. Napoli, 1888; 2° *Etimologie storiche del dialetto piemontese*, di Ugo ROSA. Torino 1888; 3° *Cartulaire de l'ancienne Cathédrale de Nice*, publié par le Comte E. CAIS de PIERLAS. Turin, 1888.

Il Prof. A. FABRETTI presenta da parte dell'autore, il Socio Tommaso VALLAURI, il vol. che ha per titolo: *Scriptiones criticae*. Senis, 1889.

Il Socio Ermanno FERRERO offre da parte dell'autore, Prof. Ettore PAIS, il volume: « *Corporis Inscriptionum latinarum supplementa italica*, etc. » fasc. I, compilato per incarico dell'Accademia dei Lincei; ed il lavoro: « *Alcune osservazioni sulla Storia e sull'Amministrazione della Sicilia durante il dominio romano*. Palermo, 1888: saggio di un maggior lavoro sulla storia dell'isola, che l'Autore si propone di pubblicare. Il Socio FERRERO indica l'importanza dei due lavori.

Il Socio COGNETTI DE MARTIIS prosegue la lettura del suo lavoro sull'Istituto pitagorico: ne espone la dottrina e le norme del vivere.

LETTURE

L'ISTITUTO PITAGORICO.

Nota del Socio Prof. S. COGNETTI DE MARTIIS

6. Il sistema pitagorico. — **7.** Testimonianze sul suo carattere esotico. — **8.** La dottrina della metempsicosi. — **9.** Il simbolismo aritmetico e il divieto delle fave. — **10.** Il Pitagorismo in connessione col movimento filosofico e religioso dell'India nel VI secolo. — **11.** Provenienza del Pitagorismo dall'Oriente ariaco.

6. Il pubblico ateniese si esilarava, e intanto pitagorici insigni per « sapienza, amore e virtute », come il già mentovato Archita di Taranto, Filolao di Crotone, Timeo di Locri e Clinia d'Eraclea, diffondevano le dottrine tradizionali del Filosofo, elevandosi sopra la turba de' pitagorizzanti, proprio come tra le « sacca di farina ria » del monachismo medievale rilucevano le nobili figure di Bonaventura da Bagnorea e Tommaso d'Aquino. Le quali dottrine come è noto, costituivano quel sistema di Filosofia morale e speculativa che Diogene Laerzio denomina filosofia italica.

Ora, l'Etica pitagorica è con molta efficacia esposta nei *Versi Aurei*, che la leggenda attribuiva a Pitagora, ma sono fattura, secondo il Mullach, di Liside tarentino o d'Astone crotoniate (1). In quel breve componimento gnomico aleggia uno spirito di pace e di amore, che conforta l'anima e la solleva ad un ideale altissimo di perfezione. Sono precetti semplici e con semplicità espressi.

(1) V. *De Hierocle ac de carm. aur. auctore in Fragm. Phil. Gr.*, T. I, p. 413.

– Venerare gli Dei e adempire le pratiche religiose; onorare i parenti, scegliere tra gli ottimi gli amici e saperseli conservare tollerando i loro difetti e cedendo all'occorrenza. Vincere le passioni, fuggir l'ozio, parlare e operare rettamente e dopo averci pensato. Considerare che la morte è retaggio comune, e che la fortuna è capricciosa. Assoggettarsi con serenità al proprio destino. Non porgere ascolto a' discorsi vani o seducenti. Fare ciò che si sa, imparare ciò che s'ignora. Curar la propria salute, avvezzandosi a vitto semplice e puro. Guardarsi dall'eccitare invidia. Evitare ugualmente la prodigalità e l'avarizia. Esaminare la propria coscienza e correggersi d'ogni difetto, vigilando sempre sopra se stesso e invocando l'aiuto della sapienza divina. La quale insegna l'ordine divino, quello della natura e l'umano; ammaestra intorno alle cose lecite e alle illecite, e mostra come gli uomini siano autori de' proprii mali, perchè il bene prossimo trascurano, errano dissennati, sono vittima della discordia.

Il poetico sermone si chiude con una breve preghiera a Zeus padre, pregato di mostrare a ciascuno il proprio dèmone, e con l'esortazione a star di buon animo, essendo divina la generazione de' mortali cui la sacra natura si discopre e palesa ogni cosa. Adunque chi vuol esser partecipe della scienza della natura si astenga da' cibi vietati, si purifichi, consideri tutto secondo ragione e così, abbandonando il corpo, sarà dio immortale nel libero etere.

Notisi l'importanza data sul bel principio all'amicizia e quel che si dice più in giù della discordia. Lì è il punto cardinale dell'etica pitagorica. L'amicizia dà il tipo della perfetta società umana. Dacchè l'amicizia è uguaglianza (*φιλίαν ἰσότητα*); laonde gli amici devono aver tutto in comune (*κοινὰ τὰ φίλων*); due massime che Timoteo diceva essere state profferite per la prima volta da Pitagora. La giustizia sociale risulta dall'armonia delle anime, e cotesta armonia è riduzione ad unità de' sentimenti, dei voleri, degli intelletti.

Giamblico mette bene in rilievo questo concetto supremo della morale civile pitagorica là dove considera il comunismo imposto agli adepti come certissimo indizio del culto di Pitagora per la giustizia, e degli ammaestramenti, che intorno ad essa dava agli uomini; imperocchè la comunione e l'eguaglianza, egli dice, costituiscono la base della giustizia, la quale regna sovrana, quando tutti si considerino come membra di un sol corpo e parti di un'anima sola, e chiamino mia e tua la stessa cosa. Perciò Pita-

gora, soggiunge, rimosse dal suo sodalizio ogni idea di privata proprietà, spingendo ai più minuti particolari la comunione e togliendo così ogni causa di pertubazione e di discordia (1).

La setta serbò fede a questi principii. Ippodamo di Turio insisteva sulla stretta connessione ed unificazione (*περὶ ἁρμογᾶς καὶ ἑνώσιος*) degli elementi che compongono la civile comunanza da lui assomigliata ad una cetra, similitudine antica e ovvia nella didascalica pitagorica (2). Eurifamo di Metaponto affermava essere buono a nulla il singolo individuo di per se stesso, e ogni attitudine derivargli dalla concorde vita in comune e dalla compagine dello Stato (*μετὰ τῶ ζῆν ἐν ὁμοφροσύνᾳ ξυνᾷ καὶ συναρμογᾷ πολιτείας*), e anch'egli adopera l'immagine della cetra (3). Polo lucano definiva la giustizia: armonia e pace di tutta l'anima ottenuta mediante l'euritmia (4). Per Callicratide la famiglia è l'assetto della comunanza gentilizia (*σύσταμα κοινωνίας συγγενικᾶς*), e la paragona a un coro di suonatori. Avvisa inoltre dovere il legislatore con opportune falcidie impedire il soverchio crescere de' privati patrimoni, onde il principio dell'uguaglianza non patisca detrimento alcuno (5). Ipparco sconsigliava dall'avida ricerca de' « ben vani » e raccomandava si considerasse che dopo la morte non recano alcun pro (6). Ed Archita celebrava l'eccellenza della legge, la quale è alla mente e alla vita dell'uomo quel che l'armonia all'udito e alla voce, dacchè la legge ammaestra la mente e regola la vita, come l'armonìa educa l'orecchio e adatta a se la voce. La legge poi convien che s'accordi con la natura, e questo consenso è frutto dell'imitazione della ragion naturale (7).

La corrispondenza tra l'ordine civile e l'ordine naturale è uno dei postulati fondamentali della scuola pitagorica, che in tal modo collegava i precetti della morale alle sue teoriche speculative, e la ragione intima de' primi derivava dalla scienza della

---

(1) JAMBL, op. cit., XXX, 167 sg.

(2) HIPP. THUR., e libro *De felicitate* in *Fragm. Phil.* T. II, p. 12. Tutti gli autori qui indicati appartenevano alla scuola pitagorica.

(3) Ivi, p. 15, e fa la cetra simbolo ad un tempo dell'organismo individuale e del sociale.

(4) Ivi, p. 26.

(5) Ivi, p. 29 sg.

(6) Op. cit., T. I, p. 559 sg.

(7) Op. cit., T. I, p. 559 sg.

natura che forniva le seconde. La filosofia pitagorica fu essenzialmente, massime nel periodo più antico, una filosofia naturale.

Una larga e particolareggiata esposizione delle idee pitagoriche intorno al mondo della natura o *cosmo* è affatto estranea all'intento delle indagini nostre (1). Ma qualcosa bisogna pur accennarne, sia per intendere l'intima connessione tra la parte etica e la parte speculativa del sistema, sia per giovarcene nel ricercare la genesi del pitagorismo.

Ora il sistema della scuola, ne' riguardi a' quali qui si ha mente, era essenzialmente matematico. Partiva dal teorema seguente: il numero è l'essenza di tutte le cose, e tutto per propria essenza è numero, — raffigurando così come quantità astratte i primordiali elementi costitutivi del cosmo. I quali derivano dalla monade ossia unità, numero anch'essa, che sdoppiasi nel pari e nel dispari, e consegue la perfezione nella quaterna, donde (come vedemmo nella formola del giuramento), nascono le cose tutte quante, e i cui coefficienti, 1, 2, 3, 4, addizionati, formano la decade in cui la serie numerica fondamentale si esaurisce, ricostituendosi, dopo il dieci, ogni ulteriore serie decimale con le singole cifre della serie iniziale. Sotto cotesto velame aritmetico c'è un concetto fisico. La monade, principio universale (ἓν)ἀρχὰ πάντων), è l'entità autogena, eterna, elemento formale e materiale insieme, sostanza d'ogni essere, principio d'ogni movimento. La dualità simboleggia l'indole antitetica de'coefficienti primordiali del cosmo; la triade: il principio, il mezzo e il fine; la Tetratti i quattro notissimi « elementi »: fuoco, terra, aria, acqua, e la Decade contiene la serie de' contrarii composta di dieci simboli: Limite, e Illimitato, Dispari e Pari, Uno e Multiplo, Destro e Sinistro, Mascolino e Femminino, Quiescente e Moventesi, Retto e Curvo, Luce e Tenebre, Bene e Male, Quadrato e Rettangolo. Sono i simboli dello spazio, della combinazione quantitativa, del numero, della divergenza, del sesso, della energia, della linea, della fisica celeste, dell'etica e dell'estensione. Di questi contrari categorici è formato il cosmo, complesso di perfezioni e d'imperfezioni, di quantità positive e di quantità negative. Insomma, il numero è la forma quantitativa della sostanza, e questa sostanza è la monade autrice e generatrice di quanto esiste. Ma la combinazione

(1) L'hanno fatto egregiamente lo Chaignet, T. II, p. 1-213 e lo Zeller, T. cit. p. 315-440, non sempre però concordi nelle interpretazioni e dimostrazioni.

delle antitesi, l'accordo dei contrari implica l'armonia, perchè se le cose somiglianti si collegano di per sè, le dissimili sono amalgamate da una forza, da un principio organico che è appunto l'armonia. « L'armonia è dunque il principio necessario che lega e concilia i principii contrari, i quali entrano nella costituzione di ogni essere; è l'unificazione degli elementi molteplici e misti che la formano; è l'accordo degli elementi disaccordi, la legge assoluta e necessaria dell'ordine nel mondo fisico e nel mondo morale, negli individui e nel tutto » (1).

Armonia dunque e Numero, ecco i capi saldi del Pitagorismo, la cui formola generale può enunciarsi così: il Numero (Unità) si squaderna (Tetratti) nei numeri (Pluralità), che dall'Armonia sono ricondotti all'Unità donde mossero.

La quale formola, applicata alla Cosmologia, significa, che da un unico principio sostanziale derivarono gli svariati elementi che, armonicamente combinati, formano il cosmo, il quale è naturalmente disposto ad unità, è, in una parola, universo. Applicata poi alla Biologia, vuol dire che le multiformi manifestazioni della vita traggono principio e necessità dall'Anima, numero semovente, che vivifica l'universo, circolando senza tregua, e d'onde si staccano le anime singole degli svariati e molteplici esseri viventi, la cui energia vitale tien saldi gli organismi, essendo tutte coteste anime forze armoniche emananti dall'Anima universale, con la quale circolano, e attraverso i corpi alla quale ritornano. Applicata finalmente alla Sociologia, implica il regno assoluto della Giustizia, cioè dire la riduzione di qualsiasi organismo sociale a perfetta unità, mercè l'armonia imposta dalla legge. E il Cenobio offriva appunto il modello della perfetta convivenza sociale.

7. Il sistema, che qui s'è schizzato, ha senza dubbio qualche punto di contatto con l'ilozoismo della scuola ionica, inziato nel secolo VII a. C. da Talete di Mileto, ossia con la dottrina dell'ipostatica unione della materia e della vita. Ed ha ragione lo Zeller di dire che l'obbietto della scienza pitagorica è conforme a quello degli altri sistemi presocratici: speculare sui fenomeni naturali e sulla loro origine (2). Ma è anche vero che il pita-

---

(1) Chaignet, II, p. 129.
(2) Zeller, op. cit. I, p. 433, Cfr. p. 449.

gorismo, nella considerazione e raffigurazione scientifica di tali fenomeni, procedeva in modo particolare e diverso da quello per es. di Talete e di Anassimandro. La teorica fondamentale dei numeri è una specialità sua e lo differenzia dagli altri sistemi, e anche il domma della metempsicosi dà alla psicologia pitagorica un carattere specialissimo. Ancora, i più antichi scrittori greci che se ne sono occupati, sembrano considerare quel domma come qualcosa di esotico trapiantato nella coltura ellenica e in qualche modo acclimatato, non già come una produzione spontanea di cotesta coltura. Eraclito reputava Pitagora non un sapiente, ma un grande erudito, il quale avea tratto da opere altrui svariate e sconnesse cognizioni (1). Senofane, il celebre fondatore della Scuola Eleatica, mise in burletta la dottrina della metempsicosi in alcuni versi conservatici da Diogene Laerzio, nei quali così racconta di Pitagora:

> Dicesi che una volta, per diporto vagando,
> D'un can percosso commozïon lo prese.
> Smetti, impose repente al battitore, mi svela
> D'un caro amico l'anima quel gemito (2).

Erodoto in tre punti delle sue storie menziona Pitagora, o evidentemente allude a lui e a' suoi insegnamenti. A proposito del rito funerario egiziano, dice che il divieto di seppellir cadaveri coperti di stoffe di lana trovasi anche negli statuti dei misteri orfici e bacchici « partecipanti dello egiziano e del pitagorico » (3). Parlando di Zamolxi ricorda Pitagora e lo chiama « savio non debolissimo tra' greci » (4). Ed esponendo il domma della metempsicosi scrive essere gli Egiziani stati i primi ad insegnare che l'anima umana è immortale, e, morto il corpo, entra in un altro animale allora nascente, e dopo aver pellegrinato attraverso tutti i bruti terrestri, marini e volatili, torna ad avvivare un corpo umano, mettendo in cotesto giro tre mila anni. E soggiunge: « Di tale dottrina si sono approfittati taluni fra' greci, alcuni prima, altri poi, come se l'avessero essi inventata. Io ne conosco i

---

(1) *Fragm. Phil. Gr.* T. I, p. 316, fr. 15: Πυθαγόρης Μνησάρχου ἱστορίην ἤσκησε ἀνθρώπων μάλιστα πάντων, καὶ ἐκλεξάμενος ταύτας τὰς συγγραφὰς ἐποιήσατο ἑαυτοῦ σοφίην πολυμαθίην, κακοτεχνίην.

(2) Diog. Laert., 36.

(3) Herod., *Hist.*, II, 81.

(4) Ivi, IV, 95.

nomi, ma non li scrivo » (1). Dunque anche per Erodoto la disciplina e la sapienza pitagorica era merce esotica, almeno in parte.

Scrittori meno antichi, come Cicerone, Valerio Massimo e altri, accostano l'uno e l'altro alla magia persiana, e ce n'è che attribuiscono il merito della invenzione di essa ai Bramani e anche ai Galli (2). Come c'entrino questi ultimi s'intende per la notizia riferita da Cesare e Diodoro, che cioè i Galli credessero alla trasmigrazione delle anime (3).

De' moderni il Lenormant, pur ammettendo l'originalità e la spontaneità del sistema del filosofo di Samo, fa una eccezione per la metempsicosi e per l'idea di una regola di vita ascetica, estranee entrambe al genio ellenico (4).

Lo Chaignet anch'egli ammette la probabile influenza dell'Oriente sulla genesi del Cenobio, e a proposito del famoso *ipse dixit*, dichiara che quell'assoluta subordinazione all'autorità del Maestro doveva ai Greci riescire strana e antipatica (5). Cita poi un passo del Creuzer, secondo il quale il concetto dell'ascetismo sarebbe stato attinto da fonti persiane (6). Zeller stesso, che tanto insiste sulla ellenicità della filosofia pitagorica, ammette però come possibile che il domma della metempsicosi fosse dall'Egitto trapiantato in Grecia e insegnato ne' Misteri, prima del tempo di Pitagora. Tuttavia inclina a credere che sin dall'epoca della loro primordiale entrata nella Grecia, gli Elleni lo avessero portato con sè nel dipartirsi dall'oriente nativo, e opina che questa ipotesi sarebbe confermata dal trovarsi una credenza simile nella religione dei Geti e in quella dei Galli (7).

Finalmente lo Schroeder, come si è detto, s'è adoperato a dimostrare la derivazione degli elementi essenziali della filosofia e della disciplina di Pitagora dalla India in una interessante monografia, alla quale or ora rivolgeremo la nostra attenzione.

---

(1) Ivi, II, 123.

(2) V. l'indicaz. delle fonti in ZELLER, I, p. 275 sg.

(3) CAES. *De bello Gall.* VI, 14: In primis hoc volunt (Druides) persuadere non interire animas, sed ab aliis post mortem transire ad alios » ecc.; cfr. DIOD. V, 28.

(4) LENORMANT, *La Gr. Grèce*, II, pp. 42, 44 e 60, BURNOUF, *Hist. de la lit. gr.*, I, p. 225.

(5) Op. cit., T. I, 62 e 146.

(6) Ivi, p. 134. Il passo di CREUZER è in *Symb.*, IV, p. 433.

(7) ZELLER, op. e T. cit. p. 446. Cfr. p. 53.

Adunque antichi e moderni concordano nel riconoscere che, in una misura più o meno larga, l'influsso dell'oriente entrò per qualche cosa nella costituzione del genuino e primitivo pitagorismo. E dai più autorevoli scrittori si additano tre paesi, per ciò che concerne la specifica provenienza di tale influsso: l'Egitto, la Persia, l'India.

8. In particolare riguardo alla dottrina della metempsicosi si addita l'Egitto come il paese di provenienza.

Ma lo Schroeder dimostra con numerose e diligenti illustrazioni di testi e con l'autorità di eminenti egittologi, che nella terra dei Faraoni la trasmigrazione delle anime, nel senso di passaggio di esse attraverso a singoli corpi, per un periodo più o meno lungo, non era conosciuta. La teologia egiziana ammetteva che l'anima del giusto, — si badi, l'anima del giusto — potesse assumere tutte le forme che le piacesse rivestire. Ma, spiega il Maspero: « non bisogna dimenticare che cotesta assunzione di forme è puramente volontaria, e non implica punto il passaggio dell'anima umana in un corpo di bestia. Ognuna delle figure che il *khu* (anima) assumeva, era una delle figure simboliche della divinità; l'ingresso dell'anima in queste figure non significava altro che l'assimilazione dell'anima umana al tipo divino rappresentato dalle simbole figure » (1). E avverte che gli stranieri e anche i redattori dei libri ermetici caddero su ciò in grave inganno (2). Pei Pitagorici invece la metempsicosi era vera e propria incarnazione dell'anima umana pellegrina in una serie di corpi animali, sino al giorno della liberazione. E se quella veduta combina in qualche maniera col detto di Filolao: « i teologi e i vati antichi attestano essere per supplizio congiunta l'anima col corpo, ed essere contenuta in questa come in una tomba » (3); la combinazione è apparente, perchè il concetto di Filolao conduce alla dimora coatta dell'anima nel corpo, mentre nella dottrina egiziana la successiva compenetrazione dell'anima con uno od altro corpo, è assolutamente volontaria. Ma allora, si domanda Schroeder, come va che Erodoto, a proposito della metempsicosi, menziona l'Egitto come paese che l'ammettesse? E risponde che

(1) Maspero, *Hist. anc. de l'Orient*, 1878, p. 42 in n.

(2) Il med. in *Revue Critique*, 1872, p. 340 cit. da Schroeder a p. 19 in n.

(3) Philol., fr. 23 in *Fr. Phil. Gr.*, T. II, p. 7.

lo storico d'Alicarnasso errò, e fu probabilmente confermato nell'errore da' sacerdoti egiziani, confondendo l'assorbimento dell'anima umana in quella del polimorfo Osiride con la metempsicosi vera e propria (1). « L'unico popolo, prosegue il medesimo A. del quale noi possiamo con sicurezza dire che abbia creduto e insegnato il domma della metempsicosi prima di Pitagora. è il popolo indiano » (2).

Ora non v'ha dubbio alcuno su ciò. Nell'India nel VI secolo avanti Cristo, la duplice dottrina del *karma*, cioè dell'atto mediante il quale l'anima determina il proprio destino, e quella del *punarbhava*, ossia de' successivi rinascimenti espiatorî, era fortemente radicata nella coscienza popolare, e fornì un eccellente punto d'applicazione e di sostegno all'evangelio di Buddha (3). Il Barth trova il primo e rozzo germe del domma metempsicosiaco nel Rig Veda. E menziona in proposito due testi di quell'antichissima raccolta: l'inno cinquantottesimo del X *mandala* e il terzo versetto del sedicesimo di quella medesima sezione.

Il primo testo è una nenia funebre a proposta variata e risposta fissa. La si cantava certo presente cadavere; un individuo, forse il sacerdote, intonava; gli astanti rispondevano. Il concetto della composizione è panteistico, ma l'idea della trasmigrazione vi è accennata nella sesta e settima strofa, ove dicesi che l'anima va nelle acque lucenti e nelle piante rugiadose. Ecco l'intero componimento (4):

1. L'anima tua che a Yama Vaivasvata
lontan lontano è andata,
assai lungi da qui;
noi richiamiamo a te,
perchè
tu stai e vivi qui.

2. L'anima tua che verso il cielo là
e per la terra va
assai lungi da qui;
noi richiamiamo a te
perchè
tu stai e vivi qui.

(1) Schroeder, op. cit., p. 21 sg. Nella celebre novella de' Due fratelli (in Maspero, *Contes Egyp.*, p. 5 seg) Bition è Osiride.

(2) Barth, *The Rel. of Ind.* cit., p. 77 sg.

(3) Schroeder, op. cit., p. 22.

(4) È verseggiato sulla trad. tedesca del Ludwig, T. II, p. 658.

3. L'anima tua ch'ai quattro angoli andò
della terra e vagò
assai lungi da qui;
noi richiamiamo a te ecc,

4. L'anima tua ch'ora alle quattro sta
del mondo estremità,
assai lungi da qui;
noi richiamiamo ecc.

5. L'anima tua che nell'immenso mare
è andata a dimorare,
assai lungi da qui;
noi richiamiamo ecc.

6. L'anima tua che nella luminosa
acqua si cela e posa,
assai lungi da qui;
noi richiamiamo ecc.

7. L'anima tua che nelle rugiadose
erbette si nascose,
assai lungi da qui;
noi richiamiamo ecc.

8. L'anima tua che nel sole dimora
e nella rosea aurora,
assai lungi da qui;
noi richiamiamo ecc.

9. L'anima tua che de' monti è fuggita
alla vetta romita,
assai lungi da qui;
noi richiamiamo ecc.

10. L'anima tua che nel Tutto vivente
ora migrò repente,
assai lungi da qui;
noi richiamiamo ecc.

11. L'anima tua che nella lontananza
elesse la sua stanza,
assai lungi da qui;
noi richiamiamo ecc.

12. L'anima tua che in ciò che è stato sta
ed in ciò che sarà,
assai lungi da qui;
noi richiamiamo ecc.

La mentovata strofa dell'inno sedicesimo indirizzato ad Agni dice cosi: « vada l' occhio (la virtù visiva) al sole, nel vento l'anima, al cielo o alla terra secondo la tua giustizia; o vada

nell'acqua se ivi è la tua destinazione, nell'erbe vada coi tuoi membri » (1).

Qui e nel documento che precede l'anima è concepita già come una sostanza adatta ad informare di sè corpi della natura inorganica od organica, come l'acqua e le piante. Cotesto concetto embrionale si svolse poi nei *brahmanas* e più nelle *upanishad*, le più vecchie delle quali risalgono rispettivamente al VII e al VI secolo av. C. (2), e si venne in tal modo costituendo nella filosofia indiana la vera e propria dottrina della metempsicosi. Nel *Satapatha Brahmana* c'è una curiosa leggenda ove l'idea della trasmigrazione delle anime è, se non spiccatamente esposta nella nota forma pitagorica, pur tuttavia raffigurata in maniera abbastanza notevole per poter annoverare questo

---

(1) Op. cit., T. cit., p. 563.

(2) I *Brahamanas* sono commenti ritualistici e liturgici ai Vedi. Il più antico reputasi quello relativo al Rig Veda e denominato *Aitareya Brahmana*. Dowson, op. cit., p. 61 crede che esso « may date as back as the seventh century B. C. ». Le *Upanishad* sono trattati esegetici su ciascuno dei Vedi e contengono i germi della metafisica bramanica. La più antica *Upanishad*, secondo il Dowson, è l'*Aitareya Up.* che rimonterebbe al VI secolo av. C. e si riconnette anch'essa al *Rig Veda*. Il Regnaud, *Matériaux pour servir à l'histoire de la philosophie de l'Inde*. Paris, 1876-78, p. 136, scrive: « La croyance à la transmigration, c'est-à-dire au passage indéfini de l'*atman* individuel dans d'autres corps, sous des conditions déterminées généralement par la nature des oeuvres, est probablement antérieures aux plus anciennes Upanishads ». Secondo questo autore la prima *Upanishad*, cronologicamente parlando, sarebbe la *Brihadaranyaka Up.* mentre l'*Aitareya Up.* risulterebbe contemporanea o di poco anteriore alla redazione primitiva del Codice di Manu. V. Regnaud, ivi, p. 26 della 1ª Parte, e nelle pagine precedenti le ragioni in favore di questa anteriorità. Il Max Müller (Introd. alla 1ª parte dell' *Upan.* in *The Sacr. Books*, etc., T. I, p. LXVI) afferma che lo strato letterario che contiene le *Upan.* « is later than the Samhitas and lather than the Brahamanas, but the first germs of Upanishad doctrines go back at least as the Mantra period, which provisionally has been fixed between 1000 and 800 B. C. ». E Regnaud accettando questa veduta scrive: « Jusqu'à ce que la science des origines et du développement du brahamanisme ait accompli de nouveaux progrès, nous devons nous borner à dire que les anciennes Upanishads ne peuvent guère remonter au-delà de VIIe siècle, de même qu'il est difficile d'admettre qu'elles soient posterieures au Ve ou au IVe siècle avant J. C. ». Op. cit., I, p. 22. Combinando le date di M. Müller con quelle del Regnaud, si constata l'anteriorità della formazione e della più antica redazione della filosofia upanishadica in confronto della pitagorica.

documento tra le più importanti contribuzioni alla storia interna della formazione del domma. Vi si narra che Bhrigu figliuol di Varuna, mandato a girovagar dal padre, si avviò verso levante e s'imbattè in uomini che scerpavano le membra d'altri uomini. Al girovago atterrito i dilaniatori dissero che facevano ciò che nel mondo avevano patito. Voltò Bhrigu a sud, ed ecco altro orrendo spettacolo: uomini che accismavano altri uomini, ed udì la stessa dichiarazione. Poi verso ponente scorse uomini seduti che divoravano in silenzio uomini anch'essi seduti e silenziosi; finalmente a nord uguale scena d'antropofagia, salvo che divoratori e divorati ululavano. Vide ancora tra due avvenenti donne un uomo nero, con occhi gialli e un bastone in mano. Varuna gli spiegò che gli scerpatori erano gli alberi, gli accismatori le fiere, gli antropofagi silenziosi le piante, gli urlatori le acque e l'uomo nero il fuoco tra la fede e l'infedeltà. Le vittime poi erano coloro che, per offrire sacrifizi ad Agni, avevano svelto rami d'alberi, munto dalle vacche il latte, danneggiato l'erbe, adoperato l'acqua e il fuoco, e ora pativano per opera di quegli esseri sui quali avevano esercitato in vita il proprio potere, ciò che avevano fatto patire a loro (1). Il pensiero corre ugualmente al concetto che informava la pena del taglione e a' supplizi patiti nelle bolge dell'inferno dantesco da Pier della Vigna, Maometto e Ugolino. Ma notisi che tormentatori e tormentati, in questa antichissima leggenda, sono figure umane, sicchè bisogna di necessità ammettere che gli alberi, le fiere, le piante e le acque fossero dalla fantasia popolare, che formò la leggenda, reputati dimora di anime umane. Cosa che concorda coi testi vedici dianzi riferiti (2). S'aggiunga che nell'escatologia bramanica

(1) Weber, *Eine legende des Çatapatha Brahmana über die strafende Vergeltung nach den Tode* in *Zeitschr.* der *Deutsch. morg. Geselschaft*, T. IX, p. 240.

(2) « Die Schilderung der Höllen nun, die sich aus unsrer Legende als damalige volksthumliche Auffassung ergiebt, ist bei aller Naivetät grässlich genug um den Dante'schen Schreckbildern den Rang streitig machen zu können. Wer eine Unbill in Leben erbitten hat, rächt dies hienach jenseits dadurch, dass er im Gemeinschaft mit Allen, denen sein Feind Gleiches zu Leide gethan, demselben die Glieder einzeln zerhaut, zerschneidet, zertheilt und ihn dann schweigend oder unter lautem Geschrei verschmaust ». Weber, ivi, p. 242 e lì stesso la dimostrazione, con argomenti mitologici e glottologici, della remota antichità della leggenda.

il viaggio era considerato come efficacissimo mezzo d'espiazione delle colpe (1), laonde non è malagevole intendere come s'applicasse allo stato d'oltre tomba un metodo di ammenda reputato preziosissimo pe' suoi effetti nella vita temporale.

Il Regnaud ha poi in un apposito capitolo del libro dianzi citato raccolto parecchi testi upanishadici relativi alla metempsicosi. Ne riproduciamo i due seguenti che bastano al fatto nostro.

Uno è della *Brihadaranyaka* Up., e dice così: « Coloro che conquistano i mondi mediante il sacrifizio, la liberalità e la penitenza passano nel fumo; dal fumo nella notte, dalla notte nella quindicina lunare decrescente (od oscura); dalla quindicina lunare decrescente (od oscura) nei sei mesi durante i quali il sole si dirige al sud, da questi sei mesi nel mondo de' Padri; dal mondo dei Padri passano nella luna. Quando giungono nella luna diventano vitto. Allora, come i sacerdoti sacrificatori bevono il re Soma dicendo: « *cresci, scema* », così essi sono nutrimento degli Dei (2). Quando ciò è per essi esaurito (3), passano nell'etere; dall'etere nell'aria; dall'aria nella pioggia; penetrati nella pioggia, toccano la terra; toccata la terra, diventano vitto. E sono offerti nuovamente in sacrifizio nel fuoco dell'uomo (4); poi nascono nel fuoco della donna (5). Passando successivamente in questi due mondi, essi circolano in cotesta maniera. Quelli che ignorano le due vie (6) diventano vermi, cavallette e zanzare (7) ».

L'altro testo è dell' *Aitareya Up.*, e vi sono esposti i rapporti intercedenti tra la figliazione e la trasmigrazione. « Il feto è dapprima allo stato di seme nell'uomo. Questo seme è la vigoria (l'essenza riproduttrice) uscita da tutte le membra (da tutti i fluidi organici). Egli (l'uomo) porta quest'*atman* (il seme) nel

(1) *Aitareya Brahamana* (tr. Haug) cit. Lib. VII, Ch. III, 15. Indra dice a Rohita: « There is no happiness for im who does not travel, Rohita! The feet of wanderer are like the flower, his soul is growing and reaping the fruit; and all his sins are destroyed by his fatigues in wandering. Therefor wander!... ». Rohita è il figlio che Harisciandra ottenne da Varuna a condizione di sacrificarlo poi al regio dio che come glielo aveva dato voleva ritorglielo.

(2) Cioè gli Dei impiegano costoro al proprio servizio. Nota del Regnaud.

(3) Vuol dire: quando la virtù dell'opera che diede a loro il modo d'entrare nella luna è consunta, ecc. N. R.

(4) Sotto forma di nutrimento. N. R.

(5) Nella quale sono stati offerti in olocausto sotto la forma di seme. N. R

(6) La via della liberazione e la via della trasmigrazione. N. R.

(7) Alla lettera: ciò che morde. N. R.

proprio *atman* (in se stesso). Quando lo spande nella donna, egli genera (l'*atman*). È la prima nascita (dell'uomo destinato a trasmigrare). Questo seme si identifica con la donna e diviene come uno de' suoi membri. Perciò non la ferisce. Ella fa crescere quest'*atman* di suo marito deposto in lei. La donna che fa crescere (il feto) dev'essere protetta (dal proprio marito). La donna porta (nutrisce) il feto. Subito dopo la nascita del bambino, il padre ne ha cura. Avendone cura subito dopo la nascita, il padre ha cura del proprio *atman* per (assicurare) la continuità di questi mondi, perchè questi mondi s'incatenano (gli uni con gli altri). Ecco la seconda nascita. Quest'*atman* (del padre, cioè il figlio) lo rimpiazza nella esecuzione delle opere sacre. Poi quest'altro *atman* del padre, dopo aver compiuto il proprio dovere e quando è in età avanzata, muore; lasciando questo (corpo), rinasce. Ecco la sua terza nascita (1). »

Nel *Manava Dharma Sastra* poi troviamo esposta largamento la procedura della metempsicosi e formolatane la teoria: — la brama de' piaceri sensuali è il marchio della Oscurità, la brama della ricchezza il marchio dell'Attività, la brama del merito spirituale il marchio della Bontà. Ora le anime sensuali trasmigrano in corpi immobili o bestiali; quelle degli attivi in corpi umani e le anime dei buoni s'indianò (2). E testè il rev. Knowles pubblicava in una raccolta di fiabe del Cascemir quella dell'anticipato miracoloso passaggio dell'anima d'un bramano nel corpo del figliuolo d'un ciabattino allo scopo d'accertarsi di ciò che accadesse dopo la morte. E la spiegazione dell'avventura è data così nella chiusa del racconto: « L'anima passa attraverso vari stadi di esistenza secondo i pensieri, le parole e gli atti dell'uomo, e nel grande « Dappoi » un giorno è uguale ad un ad un *yug* ed un *yug* è uguale ad un giorno (3). »

Ecco appunto la metempsicosi pitagorica. Pitagora affermava, secondo narra Laerzio sulla fede di Eraclide Pontico, d'essere stato via via Etalide, Euforbo, Ermotimo e Pirro pescatore (4).

---

(1) Regnaud, op. cit. Il capitolo che contiene questo e il testo precedente con altri parecchi è l'XI della 2ª P.

(2) *Man. Dhar. Sast.*, XII, 38 e 40, tr. cit. Negli articoli seg. sono enumerate la trasformazioni.

(3) Knowles, *Folk-Tales of Kashmir*. Trübner, 1888, p. 16 sg.

(4) Diog. Laert., VIII, 4 Cfr. Porph., 45.

e s'è visto ne' distici di Senofane il caso dell'imbestiamento. Sicchè, applicando a queste due trasmigrazioni pitagoriche il criterio del Codice di Manù, bisogna porre Pitagora tra gli *attivi* e l'amico suo tra' sensuali.

Un'altra cosa va notata, ed è la rassomiglianza della dottrina metempsicosiaca pitagorica al domma bramanico più che al buddistico. Pe' Brahmani, come per Pitagora, esiste l'anima universale; le particelle sue passano attraverso i corpi del cosmo, e poi ritornano alla fonte prima dopo lunga e svariata metamorfosi.

Pe' Brahmani, come per Pitagora, il corpo è prigione dello spirito. Pe' Brahmani, come per Pitagora, l'anima anela alla liberazione dai lacci corporei e all'immedesimazione con la divinità. La metempsicosi buddica invece, avverte egregiamente il Puini, non è la trasmigrazione dell'anima e dello spirito per diversi corpi, come credevano i Brahmani e i Pitagorici (1). Budda non credeva nell'anima universale donde tutte le anime particolari emanassero; per lui l'essere umano al pari di ogni altro era una compagine organica di aggregati (*skandha*), dalla cui coesione risulta la vita, la quale si parte da quella quando essa si dissolve, e s'accende in un'altra compagine più o meno buona, secondo fu più o meno buona la vita della compagine disciolta. L'anima dunque non è qualcosa di distinto dal corpo, nè può sopravvivere a questo. Ciò che dopo morte resta è l'influenza delle opere compiute in vita, e per essa s'effettua la formazione d'un nuovo gruppo d'aggregati (2). Al termine della serie c'è secondo il Bramanismo e il Pitagorismo, il riassorbimento delle anime speciali nell'anima universale, pel Buddismo l'annientamento o *Nirvana*. Ma in tutti i tre sistemi il grande obbiettivo è la cessazione de' mutamenti.

Taluni canoni fondamentali del filosofo di Samo e del beato Gautama riproducono idee che erano state diffuse nell'India dai versetti gnomici del Savio Kapila il celebre fondatore del sistema *Sankhya* ossia sistema « numerale. » Le attinenze strettissime tra la filosofia pitagorica e questa antichissima metafisica indiana furono già additate dai primi traduttori europei del *Sankhya Karika,* e sapientemente dichiarate dall'illustre Wilson nella

(1) Puini, *Il Buddha*, ecc., p. 155 sg.
(2) Barth., *Rel. of Ind.*, p. 116.

prefazione al suo volgarizzamento inglese (1). Citiamone qualcuna: « Per la virtù si ascende alla regione superiore; pel vizio si scende alla regione inferiore; dalla scienza viene la liberazione, dal contrario il vincolo. » — « Dallo spassionamento procede l'assorbimento nella natura; dalla passione dell'anima la migrazione; dalla potenza il non-impedimento; dal rovescio il contrario ». — « Questa evoluzione della natura dallo intelletto agli elementi speciali è effettuata per la rispettiva liberazione di ciascun' anima, per riguardo proprio o altrui ». — « In verità un'anima non è vincolata, nè rilasciata, nè emigra; la natura soltanto, in relazione ai vari esseri, è legata, è rilasciata ed emigra. » — « Quando alla lunga avviene la liberazione dell' anima sapiente dalla sua struttura corporale e la natura riguardo a ciò cessa, allora si compie la liberazione definitiva » (2).

Rispetto alla sapienza bramanica, il Pitagorismo ha forse fattezze più ortodosse che il Buddismo, ma l'uno e l'altro sistema si connettono logicamente a quella, e quel che s'è detto illustrando brevissimamente il domma della trasmigrazione lo prova in modo abbastanza esauriente per uno dei capisaldi così del canone pitagorico come del buddhico. Chi ben consideri, nei testi del *Sankhya* riferiti quassù e precisamente nel secondo (3) e nel penultimo sono le fonti razionali tanto della metempsicosi pitagorica quanto della metempsicosi buddhica.

9. Nè a dissimili conclusioni si riesce se si prende in considerazione l'altra fattezza specialissima della filosofia pitagorica: il simbolismo aritmetico.

Molta parte aveva l'aritmetica nella mitologia vedica. « Il numero quattro, scrive il Bergaigne, ha nella mitologia vedica un valore indipendente e primitivo. Esso è fornito da una divisione naturalissima dell'universo visibile in quattro regioni limitate dai punti cardinali (4) ». Non viene spontaneo il riscontro con la

(1) *The Sankhya Karika*, etc. transl. and illustr. by an original comment by H. Wilson. Oxford, 1837.

(2) Stanze 44, 45, 56, 62, 68 nella cit. trad. di Wilson.

(3) Combinato particolarmente con un altro versetto, il 17, ove si discorre della moltiplicità (specifica) delle anime, e che ne'commenti di Gaurapada e Wilson è messo in concordanza col domma fondamentale vedantico dell'anima universale. Vedi *The Sankhya* cit., p. 68 sg.

(4) Bergaigne, *La rél. ved.* cit., T. II, p. 124.

Tetratti pitagorica? E altrettanto dicasi d'altre combinazioni numeriche frequenti nel Rig Veda, e tutte dottamente dichiarate nell'opera eminente dell'orientalista francese, alla quale rinviamo chi legge. La scuola vedanta, alla quale appartiene il Sankhya, seguì la via tracciata dai Risci vedici, e accolse nel proprio sistema l'aritmetica, assegnandole una funzione molto analoga a quella che ha nel sistema pitagorico (1).

Fra i molti testi ne scegliamo uno coordinabile al canone aritmetico che può considerarsi come fondamentale nella filosofia pitagorica, cioè al canone dell'Unità, dalla quale si squaderna la Tetratti. È la ventesima seconda strofa del *Sankhya* e dice così: « Dalla natura *(prakriti)* esce il Grande Uno, d'onde l'individualizzazione *(ahankara)*, e da questa il sedicemplice assortimento; da cinque tra' sedici procedono i cinque elementi. » Ove s'intende che la materia è l'unità suprema, che, individuandosi, produce i *cinque elementi embrionali o sottili* (suono, tatto, forma, sapore, odore), i *cinque organi della percezione* (orecchie, pelle, occhi, lingua, naso), i *cinque organi dell'azione* (voce, mano, piede, ano, membro virile) e *lo spirito*, che sono appunto i *sedici* menzionati nel testo. Dai primi cinque sono prodotti i cinque *grandi elementi*, cioè dal suono l'etere, dal tatto l'aria, dalla forma il fuoco, dal sapore l'acqua, dall'odore la terra. Ora gli undici organi, i dieci elementi, più la natura, l'anima, l'intelligenza e l'individuamento costituiscono le venticinque categorie del sistema *sanhkya*. Quel Grande Uno è l'intelligenza, l'anima universale di cui così parla un testo vedantico: « una sola anima esistente è distribuita in tutti gli esseri: la si vede raccolta o dispersa come il riflesso della luna nell'acqua cheta o agitata. L'anima eterna, onnipresente, imperturbata, pura, unica, è moltiplicata dalla potenza della delusione, non già per fatto proprio (2). » Non sembra questa una glossa all'inno vedico dianzi riferito? e non contiene più che solo in germe la filosofia trascendentale pitagorica?

E qui torna acconcia un'acuta considerazione che lo Schroeder svolge in un interessantissimo capitolo della sua monografia, cioè dire, che le scienze esatte in genere e l'aritmetica in ispecie erano

---

(1) Vedansi in modo speciale le stanze 22, 24, 28, 29, 30, 33, 34, 46, 47.
(2) Cit. dal Wilson nel comm. alla stanza 18, p. 70.

relativamente assai avanzate, verso l'ottavo o settimo secolo prima di Cristo, nel paese che tanto più tardi, per mezzo degli Arabi, doveva dare alla coltura occidentale le cifre numerali, che sostituirono le romane, e il sistema della numerazione decimale. Nella scienza sacra dei Bramani la geometria aveva una parte notevole perchè forniva le regole per l'orientamento e la misurazione dell'area pe' sacrifizii e per il collocamento de' sacerdoti, degli oblatori, delle vittime offerte, ecc. nei posti prescritti. E queste regole si trovano raccolte nel *Çulvasutra*, ove è meraviglioso imbattersi in certi teoremi de' quali nella storia delle matematiche si dà merito alla Scuola Pitagorica (1). Anche nell'*Aitareya-Aranyaka* il simbolismo aritmetico è frequente: — Pragiapati è il 25° perchè ha dieci dita alle mani, e dieci ai piedi, due gambe, due braccia e il tronco (2). L'ala destra dell'augello, che simboleggia la preghiera, è dotata di sei potenze tra le quali figura il Cento, cioè il complesso dei versi contenuti negli inni vedici che dovevano cantarsi in un dato momento del sacrifizio (3). — E così via.

Inoltre la Musica e la Terapeutica si svolsero in modo indipendente nell'India da tempo molto antico; sicchè abbiamo anche sotto cotesto rispetto una logica connessione tra la filosofia italica e la bramanica.

Che più? Lo stesso divieto di mangiar fave è dallo Schroeder trovato in antichi testi indiani. « Nella *Maitrayani Samhita* che si appoggia al più antico Yajurveda accanto al *Kathakam*, e rimonta su per giù al x secolo a. C., noi troviamo la seguente prescrizione per l'Oblatore: Non si devono mangiar fave; le fave non sono oblazioni pure. Anche nel *Kathakam*, antico quanto quasi il Yajurveda si dice: « Egli non deve mangiar fave. E nella *Taittirya Samhita* ....., di data alquanto più recente del *Kathakam*, ma non molto, è detto espressamente che le fave non possono figurare tra le oblazioni, perchè impure e nefaste. (4) » A buon diritto chiede lo Schroeder se questa coincidenza tra il divieto bramanico e il pitagorico possa considerarsi come solo casuale. E combinandolo con le altre rassomiglianze, notate qui

(1) Il cap. della Monogr. dello Schroeder è il III: « Der pythagoreische Lehrsatz und die irrationalen Grössen ». Cfr. Hunter, op. cit., p. 106.

(2) *The Sacred Books*, vol. I, p. 182.

(3) Ivi, p. 189.

(4) Schroeder, op. cit., p. 36.

sopra non si è, certo per logica, condotti ad ammettere che tra l'anatema contro la modesta leguminacea nel rituale indiano e il divieto pitagorico non vi sia il menomo rapporto. Massime poi se si rifletta che non solo ne' riti pitagorici, ma eziandio negli orfici la fava era oggetto di assoluta proibizione, sia come cibo, sia come materia di offerta, e che la nota d'impurità che la colpiva in quelli ha riscontro generalmente nelle superstizioni di molti altri popoli antichi e moderni relative al legume in questione (1). Si è da gran tempo arzigogolato assai per ritrovare la causa del divieto, ma *adhuc sub judice lis est* (2); le più plausibili sono quella derivata dal simbolismo fallico e l'altra, forse a questa connessa, menzionata dal Giraldi e d'indole animistica.

10. Dalle cose fin qui esposte si vede che inchiniamo a riconnettere il pitagorismo al gran moto spirituale, che nel VI secolo innanzi l'Era Volgare agitò l'estremo oriente e produsse il Buddismo nell'India e il Taoismo in Cina; dacchè il filosofo di Samo fu contemporaneo di Gautama e di Lao Tseu. « L'India, scrive il Puini, presentava ai tempi di Gautama Buddha uno stato molto simile a quello della Grecia e ai tempi di Socrate e di Platone, ove incontravansi da per tutto scuole e filosofi. In Vaiçali, Rajagriha, Varahnasi (3) numerosi discepoli si riunivano in molte scuole tenute da celebri bramani . . . . . Gli uomini di casta brahmanica . . . . . si distinguevano in *preti* o *sacrificatori* e in *savii* o *filosofi* . . . . . La religione di questi filosofi era d'un carattere affatto diversa da quella dei preti o sacrificatori. Aveva preso la forma d'una dottrina segreta, la quale veniva impartita con mistero ad alcuni discepoli, che si recavano ad ammaestrarsi presso que' Savi . . . Il fine a cui tendevano questi filosofi era di purificare il loro spirito, liberandolo dalle passioni terrene. A tale effetto vivevano temperanti e casti, mortificando la carne e campando di vegetali che essi stessi raccoglievano, o del frutto delle elemosine che i vicini andavano ad offrir loro. (4) »

---

(1) V. De Gubernatis. *La Mythologie des Plantes* cit., vol. II, p. 132 seg., ove però non si fa motto dei testi indiani.

(2) « Existimabant Magi mortuorum animas fabis inesse » etc., Girald., *Pythagorae Symbola*. Basil., 1551 in De Gubernatis, op. e vol. cit., p. 134.

(3) Della prima di queste tre città rimane il nome, della seconda già capitale del Behar meridionale si serbano le rovine, la terza è Benares.

(4) Op. cit., p. 49 seg.

Non è forse grande la somiglianza tra cotesti savii della casta brahmanica e i seguaci del Savio di Samo? S'aggiunga che uguale riscontro c'è tra i gradi della carriera brahmanica e quelli della vita pitagorica : l'Acusmatico riproduceva il *Brahmaciari ;* il *Matematico* corrispondeva al *Grihastha*, e se non troviamo nella regola pitagorica il romito o *Vana-prastha*, i Pitagorizzanti sbertati da' Comici greci riproducevano il *Sanyasi* girovago e mendicante.

Finalmente si badi alla identità del principio, che è cardine del Pitagorismo, con quello del Taoismo, il principio cioè della grande Unità; si avverta la correlazione necessaria tra questo principio di unificazione applicato alla sociologia e il canone sociale livellatore del Buddismo; si consideri eziandio che l'accomunamento dei beni nell'Omacoion era, come s'è visto, una condizione *sine qua non* per attuare il tipo della perfetta società umana, e s'intenderà come il comunismo pitagorico non fosse un prodotto indigeno della civiltà ellenica, ma un frutto del misticismo orientale trapiantato e acclimato in Grecia e in Italia, e come nella gaia varietà greca stuonasse l'austera uniformità d'un Istituto come quello fondato dall'instauratore della Scuola Italica. Il quale adempì nella Magna Grecia una missione rinnovatrice pari a quella che Buddha iniziava contemporaneamente nella penisola indostanica, e Lao Tseu tentava in pari tempo in Cina, variando ognuno dei tre i mezzi di propaganda secondo le diverse condizioni del triplice ambiente, e alle diverse esigenze e condizioni di ciascuno di essi adattando la medesima dottrina fondamentale. De' tre banditori del verbo dell'unità fisica, psichica e sociale, l'indiano fu più ascetico, il cinese più metafisico, il samio più politico. Il primo, pur mirando più degli altri alla umanità si trasumanò; il secondo riescì a creare una sètta; il terzo costituì un partito. Da ciò l'efficacia tanto disuguale della loro propaganda: la rapida diffusione e il rigoglioso sviluppo del Buddismo; lo sdoppiamento del Taoismo in una dottrina ideale ardentemente proseguita da menti elette e in un cumulo di superstizioni allettatrici delle masse; il potente ma breve influsso esercitato nella Bassa Italia (1) dall'Istituto Pitagorico e la sua

(1) Lenormant, *Gr. Gr.* T. I, p. 71, scrive: Ce fut quelque chose d'analogue à l'effet de la prédication du Bouddha dans l'Inde, une sorte de *revival* dont le courant fut tellement impétueux qu'au premier abord personne ne tenta d'y

secolare ma fiacca e sterile esistenza nella regione ove si costituì e nella Grecia propria.

Tuttavia cotesto istituto concorse a fornire il tipo sul quale fu modellata la nota utopia platonica, la più antica teorica socialistica pensata ed esposta in Occidente (1).

11. Rimane però un punto oscuro. Le idee bramaniche penetrarono nella Ionia asiatica direttamente per opera di missionari indiani o indirettamente per mezzo dell'influenza della civiltà eranica, ovvero Pitagora la apprese in qualche suo viaggio all'India? Questa ultima ipotesi, confortata da qualche tradizione (2) e dalle considerazioni fatte più addietro, nulla ha di strano in sè. In quanto all'influenza eranica bisognerebbe poter dimostrare che i canoni della disciplina bramanica e segnatamente il domma della metempsicosi, il simbolismo aritmetico, i divieti, ecc. fossero stati accolti e adottati in Persia. Ora una tale dimostrazione, allo stato attuale degli studi, non si può dare. Nello Zendavesta è detto che le anime dei buoni nel finire della terza notte dopo la morte sono come se fossero portate tra piante e profumi; una brezza dolcissima spirante da mezzodì delizia le loro narici e la coscienza di ciascuna, in forma di bella fanciulla, si compiace d'essere stata fatta migliore nella vita terrena. L'anima del giusto procede allora alle quattro dimore: il paradiso del Buon Pensiero, il paradiso della Buona Parola, il paradiso dei Buoni Fatti e la Luce Perpetua. L'anime de' reprobi passano, dopo la morte, tre notti penosissime, scorse le quali, un vento violentissimo le porta in sito nevoso e fetido, e vanno poscia ad occupare successivamente quattro dimore: l'inferno del Mal Pensiero, l'inferno della Mala Parola, l'inferno del Malfatto e l'Oscurità perpetua.

Ahura Mazda letifica gli eletti e li nutre con burro primaverile; Anro Mainio ingiuria i reprobi e li alimenta con fetente veleno (3).

---

résister », Cfr. sul carattere del VI secolo le belle considerazioni di Chaignet, I, p. 105.

(1) Chaignet, op. cit. vol. I, p. 155, in n.: « la *République* de Platon n'est guère que l'Institut pythagorique sur une plus grande échelle ».

(2) Menzionata da Alessandro Polistore, Clemente Alessandrino, Eusebio, Apuleio, Filostrato, e Apollonio. V. la n. a p. 24 in Schroeder, op. cit.

(3) *Zendavesta, Yasht*, XXII.

Le anime degli uni rimangono eternamente nelle sedi beate; quelle degli altri stanno fra' tormenti sino all'istante della risurrezione e della futura esistenza (1). Ma quest'ultimo particolare che trovasi nel Minokhired, manca ne' testi Avestici, nei quali non è parola di risurrezione, se n'eccettui un frammento ove leggesi: « Sorga il morto, e la vita corporea sia mantenuta in questi corpi ora privi di vita (2) ».

È troppo poco per riescire ad induzioni plausibili, tanto riguardo alle attinenze dell'escatologia zoroastrica con la bramanica, quanto rispetto all'entrata di questa nella Ionia pel tramite della Persia.

La congettura di missioni bramaniche nella Ionia non è inammissibile; però è forse quella che ha minori probabilità di corrispondere al vero.

Ad ogni modo, rimane, ci sembra, rafforzata la presunzione della provenienza del Pitagorismo dall'Oriente Ariaco.

---

(1) *Minokhir.*, II, 123. Il v.123 è quello ove si fa cenno della risurrezione e della esistenza futura. Il *Minokh.* è del secolo VI d. C.

(2) È il *Framm.* IV tanto nella traduz. dell'Harlez, T. III, p. 130, quanto in quella di Darmesteter-Mills, P. III, p. 391 S. B. *of the East*, vol. XXXI.

Adunanza del 20 Gennaio 1889.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ARIODANTE FABRETTI
VICEPRESIDENTE

Sono presenti i Soci; B. PEYRON, Direttore, G. GORRESIO, Segretario della Classe, FLECHIA, CLARETTA, PROMIS, MANNO, BOLLATI di SAINT-PIERRE; SCHIAPARELLI, PEZZI, FERRERO, CARLE, NANI, GRAF.

Il Segretario legge l'atto verbale dell'adunanza precedente che viene approvato.

Il Socio Barone MANNO offre da parte dell'Autore Cav. Francesco MUGNIER, Consigliere della Corte d'Appello di Chambéry, l'opuscolo che ha per titolo « *Lettres des Princes de la Maison de Savoie à la Ville de Chambéry* (1393-1528); » ed il lavoro suo proprio: « *Brevi cenni sulla Società di mutuo soccorso Unione Pio-Tipografica italiana, fondata in Torino nel* 1738 » (Torino, 1888).

Il Socio Ermanno FERRERO legge una sua Nota sopra una nuova tabella votiva a Giove Penino scoperta nel 1887 fra i ruderi del tempio di questo Dio sul Gran San Bernardo, e comunicatagli dal Canonico Edoardo BERARD, Regio Ispettore dei monumenti e delle antichità di Aosta.

Una nuova tavoletta votiva del Gran San Bernardo;

Nota del Socio Dott. Ermanno Ferrero

Nel 1838 Carlo Promis nel viaggio archeologico in val di Aosta, di cui aveva ricevuto l'incarico dal re Carlo Alberto, fu sul colle del Gran San Bernardo. Quivi per otto giorni, adoperando dodici uomini, scavò nel luogo detto il *Plan de Jupiter*, su cui sorgevano il tempio di Giove Penino e la mansione romana, e dove fra i rottami di queste costruzioni vennero alla luce, con monete ed altri oggetti, le tavolette di bronzo (1) attestanti lo scioglimento del voto fatto dai viandanti al nume tutelare del valico pericoloso.

La ricerca del Promis non riuscì fortunata. Niuna tabella votiva, niun altro oggetto da lui fu scoperto, onde nella relazione allora scritta del viaggio, stampata, pochi anni sono, dal nipote, il mio buon collega Vincenzo (2), e nella grandiosa illustrazione delle antichità valdostane, monumento insigne di esperienza architettonica e di dottrina antiquaria, la cui pubblicazione fu ritardata sino al 1862, manifestò il convincimento che il suolo del tempio del dio Penino fosse omai esausto (3).

Nella dimora fatta nell'Ospizio studiò le tabelle, che dal secolo scorso si cominciarono a raccogliere in un piccolo museo, e le disegnò nell'atlante, conservato nella biblioteca di S. M., nel quale sono rappresentati i monumenti di Aosta e della valle, seguiti dalle imagini delle iscrizioni superstiti. In numero di ventidue sono le tabelle copiate nell'Ospizio e delineate nell'atlante. Queste, accresciute di due trovate nell'anno antecedente a quello della sua visita al Gran San Bernardo, negli scavi fatti per cura della contessa Sala di Villegarde, e di sei altre (di cui due esistenti nei

(1) Se ne conosce una sola di argento.
(2) *Not. degli scavi*, 1883, p. 4-8.
(3) *Ant. di Aosta*, p. 63, 124.

musei di Berna e di Brunswick), ricavate da precedenti editori, furono comprese nel corpo epigrafico riunito nell'opera citata (1).

Prima che questa comparisse, il Mommsen aveva trascritto le tavolette e pubblicatone nel 1854, fra le iscrizioni elvetiche (2), una silloge più compiuta non solo, ma anche migliore delle precedenti. La collezione del Mommsen comprende due esigui frammenti, che, siccome affatto insignificanti, furono tralasciati dal Promis; vi mancano le due tavolette scoperte nel 1837, a lui rimaste ignote.

Trentadue, compresi i frammenti, rimasero questi curiosi monumenti epigrafici nella nuova edizione datane dal Mommsen nel *Corpus inscriptionum Latinarum* (3). Niun altro potè aggiungere il canonico Edoardo Berard, attentissimo ispettore delle antichità valdostane (4), nell'elenco di queste, che pubblicò negli *Atti* della nostra Società di archeologia e belle arti (5).

Nel luglio 1886 visitai col ch. prof. Fabretti e con due altri amici, i ruderi del *Plan de Jupiter*, e non ci sembrò improbabile che da quel terreno, anche tante volte frugato, potesse ancora venir fuori qualche nuova scoperta, dacchè il canonico Enrico Lugon vi fa ora zelanti ricerche nella breve stagione, in cui l'inverno non domina colà in tutto il suo rigore, ed egli può riposare dal santo ed eroico suo ufficio.

La nostra speranza non fu delusa; poco dopo la nostra visita, venivano alla luce due frammenti di lapidi, di cui una notevole per la dedicazione a Giunone e il cognome *Salassus* del dedicante; nel 1887 scoprivansi cinque tavolette votive ed una la-

---

(1) In essa le tavolette sono date in trentun numeri, ma il n. 30 non è altro che un frammento tuttora rimasto di una riferita intera da altri, donde il Promis la ripetè al n. 29.

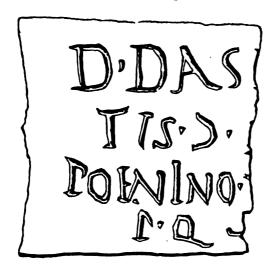
(2) *Inscriptiones confoederationis Helveticae Latinae*, Turici, 1854, n. 30-59.

(3) Vol. V, n. 6863-6894

(4) Non prevedeva, scrivendo questa noterella, che prima ch'essa fosse stampata avrei avuto la triste notizia della morte del canonico Berard. Infermo da assai tempo, egli terminò, l'8 febbraio 1889, la sua vita, sempre intesa allo studio, all'illustrazione ed all'incremento della diletta sua valle.

(5) Vol. III, p. 205-212. Il Berard non trovò più nel museo dell'Ospizio una delle ventidue tabelle vistevi dal Promis (n. 21) e dal Mommsen (*C. I. L.*, V, n. 6880). Della sua visita a questo museo diede breve notizia il signor, R. de la Blanchère nei *Mélanges d'archéologie et d'histoire*, t. VII, 1887 p. 244-250, riproducendo il *fac-simile* di tre tabelle.

minetta pure di bronzo con figure, che il Berard pubblicava nell'appendice al suo catalogo delle antichità della valle (1), e il prof. Barnabei dottamente illustrava nell'Accademia de' Lincei, rilevando l'importanza della dedicazione di una di esse alle *Dominae* antecedentemente note in tre soli testi epigrafici e forse identiche alle galliche *Matronae* (2).

Nell'anno passato poi il Lugon trovava la metà sinistra di una tavoletta, di cui spediva il calco al canonico Berard, che gentilmente me lo ha comunicato e qui riproduco.

Così il numero delle laminette votive raggiunge ora la cifra di trentotto, che speriamo ed auguriamo di vedere presto aumen-

(1) *Appendice aux antiquités romaines et du moyen-âge dans la vallée d'Aoste*, Turin, 1888, p. 152 e seg, tav. III, fig. 1-4 Parte di questo lavoro è uscita nel quaderno 2° del vol. V degli *Atti della Soc. di arch.* Il rimanente vedrà la luce nel prossimo fascicolo. I due frammenti di lapidi scoperti nel 1886 sono dati in questa *Appendice*, pag. 7, tav. I, n. 2.

(2) *Rendiconti della R. Accademia dei Lincei*, *Classe di scienze morali, storiche e filologiche*, vol. III, p. 363-367. Sono anche stampate nelle *Not. degli scavi*, 1887, p. 468 e segg. Max Ihm, autore di un importante studio sul culto delle Matrone (*Der Mütter- oder- Matronen-kultus und seine Denkmäler*, Bonn, 1887) segnalò l'accennata tavoletta dedicata alle *Dominae* ne'*Jahrbücher des Vereins von Alterthumsfreunden im Rheinlande*, LXXXV, 1888, p. 138 e seg.

tato, dacchè sembra che quel suolo abbia riacquistato, dopo cinquant'anni, la sua fertilità archeologica.

La parte rimanente della nuova tavoletta misura millim. 62 di altezza per 64 di larghezza. L'iscrizione vi è incussa. Il gentilizio del dedicante è da supplire DAS*imius*, rimanendo visibile una leggerissima traccia della I dopo la S. Il cognome, di cui non rimangono che le tre ultime lettere in principio della linea seconda, era probabilissimamente *for*TIS. Tien dietro il segno esprimente la qualità di centurione; il nome della milizia stava inciso nella parte mancante. Dopo il nome del dio appare una traccia della V di *votum*. Non trovo nelle consuete formole delle epigrafi votive un soddisfacente scioglimento delle sigle PQ della ultima linea. La prima può indicare *posuit*, ma la seconda?

L' Accademico Segretario
GASPARE GORRESIO.

GIUNTA ACCADEMICA PER IL PREMIO BRESSA

Programma pel settimo premio Bressa

La Reale Accademia delle Scienze di Torino, uniformandosi alle disposizioni testamentarie del Dottor Cesare Alessandro BRESSA, ed al Programma relativo pubblicatosi in data 7 Settembre 1876, annunzia che col 31 Dicembre 1888 si chiuse il Concorso per le opere scientifiche e scoperte fattesi nel quadriennio 1885-88, a cui erano solamente chiamati Scienziati ed Inventori Italiani.

Contemporaneamente essa Accademia ricorda che, a cominciare dal 1° Gennaio 1887, è aperto il Concorso pel quinto premio BRESSA, a cui, a mente del Testatore, saranno ammessi **Scienziati ed Inventori di tutte le Nazioni**.

Questo Concorso sarà diretto a premiare quello Scienziato di qualunque Nazione egli sia, che durante il quadriennio 1887-90, « a giudizio dell'Accademia delle Scienze di Torino, avrà fatto « la più insigne ed utile scoperta, o prodotto l'opera più celebre « in fatto di scienze fisiche e sperimentali, storia naturale, ma- « tematiche pure ed applicate, chimica, fisiologia e patologia, non « escluse la geologia, la storia, la geografia e la statistica. »

Questo Concorso verrà chiuso coll'ultimo Dicembre 1890.

La somma destinata al premio sarà di lire 12000 (dodicimila).

Nessuno dei Soci nazionali residenti o non residenti dell'Accademia Torinese potrà conseguire il premio.

Torino, 1° *Gennaio* 1889.

IL PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA
A. GENOCCHI.

IL SEGRETARIO DELLA GIUNTA
A. NACCARI.

DONI

FATTI

ALLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

E

OPERE ACQUISTATE PER LA SUA BIBLIOTECA

dal 16 al 30 Dicembre 1888.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

NB. Le pubblicazioni notate con un asterisco si hanno in cambio; quelle notate con due asterischi si comprano; quelle senza asterisco si ricevono in dono

Donatori

R. Società dell'Austr. merid. (Adelaide). — * Transactions, Proceedings and Report of the R. Society of South Australia, vol. X (for 1886-87). Adelaide, 1888; in-8°.

R. Stazione enologica d'Asti. — R. Stazione enologica sperimentale d'Asti — Annuario 1887. Asti, 1888; 1 fasc. in-8°.

Accad. Gioenia di Catania. — * Bullettino mensile dell'Accademia Gioeniadi Scienze naturali in Catania, ecc.; nuova serie, fasc. 1. Catania, 1888; in-8°.

R. Accademia Irlandese (Dublino). — * The Transactions of the R. Irish Academy; vol. XXIX, parts 3, 4. Dublin, 1888; in-4°.

I. V. Carus (Lipsia). — * Zoologischer Anzeiger herausg. von Prof. J. V. Carus in Leipzig; XI Jahrg., n. 295. Leipzig, 1888; in-8°.

Il Governo inglese (Londra). — Report on the scientific results of the voyage of H. M. S. Challenger, during the years 1873-76, etc.; Zoology, vol. XXVIII. London, 1888; in-4°.

Società Linneana di Londra. — * The Transactions of the Linnean Society of London; 2 ser., vol. III, part 1; — Zoology, vol. III, part 5. London, 1887-88; in-4°.

— The Journal of the Linnean Society of London; Botany, vol. XXIII, n. 152-155; vol. XXIV, n. 159-162: — Zoology, vol. XX, n. 118; vol. XXI, n. 130, 131; vol. XXII, n. 136-139. London, 1887-88; in-8°. — Società Linneana di Londra.

— List of the Linn. Soc. of London, etc.; Sess. 1887-88, December, 1887; 1 fasc. in-8°. — Id.

* Monthly Notices of the R. astronomical Society of London; vol. XLIX, n. 1. London, 1888; in-8°. — R. Società astron. di Londra.

* Journal of the R. Microscopical Society of London; 1888, part 6. London; in-8°. — R. Società Microscopica di Londra.

Proceedings and Transactions of the R. Society of Canada, for the year 1887; vol. V. Montreal, 1887; in-4°. — R. Società del Canadà (Montreal).

* Rendiconto dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche (Sez. della Società R. di Napoli); serie 2ª, vol. II, fasc. 11. Napoli, 1888; in-4°. — Società Reale di Napoli.

La lumière électrique. — Journal universel d' Électricité, etc., Directeur le Dr. C. Herz; t. XXX, n. 30, 31. Paris, 1888; in-4°. — Il Dott. C. Herz (Parigi).

* Revue internationale de l'Électricité et de ses applications, etc.; t. VII, n. 71. Paris, 1888; in-4°. — La Direzione. (Parigi).

Journal de la Société physico-chimique russe à l'Université de St.-Pétersbourg; t. XX, n. 8. t.-Pétersbourg, 1888; in-8°. — Soc. fisico-chimica di Pietroborgo.

* Revista do Observatorio — Publicaçao mensal do imp. Observ. do Rio de Janeiro, etc.; anno VI, n. 3. Rio de Janeiro, 1888; in-8° gr. — Osserv. imperiale di Rio Janeiro.

* Memorie della R. Accademia dei Lincei; (Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali), vol. IV. Roma, 1888; in-4°. — R. Accademia dei Lincei (Roma).

* Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, ecc.; vol. IV, 2° sem. vol. IV, fasc. 11. Roma, 1888; in-8° gr. — Id.

Reale Accademia dei Lincei (1888) — Programmi dei Premi; 1 fasc. in-8° gr. — Id.

Bollettino della Società generale dei Viticoltori italiani; anno III, n. 23. Roma, 1888; in-8° gr. — Società dei viticoltori ital. (Roma).

* Annali dell' Ufficio centrale meteorologico italiano; serie 2ª, vol. VII, parte 1ª, 3ª, 1885; vol. VIII, parte 4ª, 1886. Roma, 1887-88; in-4°. — Ufficio centrale di Meteor. ital. (Roma).

Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani, raccolte e pubblicate per cura del Prof. P. Tacchini; vol. XVII, disp. 10. Roma, 1888; in-4°. — Società degli Spettr. ital. (Roma).

Il Municipio di Roma. * Bullettino della Commissione speciale d'Igiene del Municipio di Roma; anno IX, fasc. 10. Roma, 1888; in-8°.

Università di Rostock. Entwicklungsgeschichte des Prothallium von Equisetum; Inaugural-Dissertation zur Erlangung der Doctorwürde der philos. Facult. Univ. Rostock; vorgelegt von Otto BUCHTIEN. Cassel, 1888; 1 fasc. in-4°.

Società Reale della N. Galles del Sud (Sydney). * Journal and Proceedings of the R. Society of New South Wales, etc.; vol. XXII, part 1. Sydney, 1888; in-8°.

Il Municipio di Torino. Bollettino medico-statistico pubblicato dall' Ufficio d'Igiene della Città di Torino; anno XVII, n. 31, 32. Torino, 1888; in-4°.

Id. — Consiglio Comunale di Torino, ecc.; 1888-89; n. I, II, III. Torino, 1888 in-4°.

Il Direttore. (Torino). Gazzetta delle Campagne, ecc.; Direttore il signor Geometra Enrico Barbero, anno XVII, n. 33. Torino, 1887; in-4°.

Club alpino ital. (Torino). * Rivista mensile del Club alpino Italiano, ecc.; vol. VII, n. 12; Torino, 1885-88; in-8°.

Istit. Canadiano (Toronto). Proceedings of the Canadian Institute, Toronto being a continuation of the *Canadian Journal* of Science, Literature and History; third series, vol. VI, fasc. n. 1. Toronto, 1888; in-8°.

Istituto Geol. di Vienna. * Jahrbuch der k. k. geologischen Reichsanstalt zu Wien; XXXVIII Band, 1 und 2 Heft. Wien, 1888; in-8° gr.

Id — Verhandlungen der k. k. geologischen Reichsanstalt, etc.; 1888, n. 14. Wien, in-8° gr.

Osserv. Navale degli Stati Uniti (Washington). Report of the Superintendent of the United States naval Observatory for the year ending June 30, 1888. Washington, 1888; 1 fasc. in-8°.

Istituto geodetico degli St. Un. d'Am. (Washington). * United States Coast and geodetic Survey; Bulletin, n. 1, 2, 3, 4. Washington; in-4°.

Dal 30 Dicembre 1888 al 13 Gennaio 1889

	Donatori
* American Journal of Mathematics, etc.; vol. X, n. 3. Baltimore, 1888; in-4°.	Università J. HOPKINS (Baltimora).
— American chemical Journal edited by I. REMSEN; vol. X, n. 3. Baltimore. 1888; in-8°.	Id.
— Studies from the biological Laboratory, etc.; vol IV, n. 3. Baltimore, 1888; in-8°.	Id.
* Procès-verbals de la Société R. malacologique de Belgique; 1887, pag. CI-CXLI. Bruxelles. 1887; in-8°.	R. Soc. malacol. del Belgio (Bruxelle).
* Annales de la Société entomologique de Belgique; t. XXXI. Bruxelles, 1887; in-8°.	Soc. entomologica del Belgio (Bruxelle).
* Annales de l'Observatoire R. de Bruxelles, etc.; 2e série, Annales météorologiques, t. II: nouvelle séries, Annales astronomiques, t. V, 3 fasc.; t. VI. Bruxelles, 1886-87; in-4°.	R. Osservatorio di Bruxelle
— Bibliographie générale de l'Astronomie, par J. C. HOUZEAU et A. LANCASTER; t. I. — Ouvrages imprimés et manuscripts, 1ère partie. Bruxelles, 1887; in-8° gr.	Id.
Annuaire de l'Observatoire R. de Bruxelles; LI-LV années, 1885-88. Bruxelles; in-16°.	Id.
* Memoirs of the geological Survey of India — Palaeontologia Indica, etc.; ser. X, Indian tertiary and post-tertiary vertebrata; vol. IV. part III, Eocene Chelonia from the Salt-Range, by R. LYDEKKER: — ser. XIII, Salt-Range fossils, by W. WAAGEN, etc. Calcutta, 1887; in-4°.	Società Asiatica del Bengala (Calcutta).
Descriptions of new Indian Lepidopterous insects from the Collections of the late Mr. W. S. ATKINSON, etc.; Heterocera (*continued*); Pyralidae, Crambidae, Geometridae, Tortricidae, Tineidae); by F. MOORE; part. III. Calcutta, 1888; in-4°.	Id.
Memoirs of the geological Survey of India; vol. XXIV, part. 1. Calcutta, 1888; in-8° gr.	Id.
A Manual of the Geology of India; part. IV, Mineralogy (mainly non-economic): by F. R. MALLET. Calcutta, 1887; in-8 gr.	Id.

Società filosofica di Cambridge. — * Proceedings of the Cambridge-philosophical Society; vol. VI, part 4. Cambridge, 1888; in-8°.

Museo di Zool. compar. (Cambridge). — * Bulletin of the Museum of comparative Zoölogy at Harvard College; whole series, vol. XVI, n. 2. Cambridge, Mass. 1888; in-8°.

Id. — Annual Report of the Curator of the Museum of comparative Zoölogy at Harvard College to the President and Fellows, etc., for 1887-88. Cambridge, 1888, 1 fasc. in-8°.

La Direzione (Coimbra). — † Jornal de Sciencias mathematicas e astronomicas, publicado pelo Dr. F. Gomes Teixeira; vol. VIII, n. 6. Coimbra, 1887; in-8°.

R. Soc. geologica d'Irlanda (Edimborgo). — * Transactions of the Edinburgh geological Society; vol. V, part 4. Edinburgh, 1888; in-8°.

Accad. di Sc. nat. di Filadelfia. — * Journal of the Academy of natural Sciences of Philadelphia; 2 series, vol. IX, part 2. Philadelphia, 1888; in-4°.

Id. — — Banquet given by the learned Societies of Philadelphia at the american Academy of music September 17, 1887; etc. Philadelphie, 1888; 1 vol. in-8° gr.

Soc. Elliot (Filadelfia). — Proceedings of the Elliot Society; vol. II, f. n. 21-25, pag. 161-200; in-8°.

Museo Teyler (Harlem). — * Archives du Musée Teyler: série 2ᵉ, vol. III, 2ᵉ partie. Harlem, 1888; in-8° gr.

Id. — — Catalogue de la Bibliothèque dressé par C. Ekama; 7ᵉ livraison, Mathématiques; Chimie et Physique; Astronomie; Météorologie; 8ᵉ livraison, Archéologie; Antiquités, etc.; Arts et Metiers; Miscellanées; Supplément et Additions: Table alphabétiques. Harlem, 1888; in-8° gr.

R. Soc. Sassone delle Scienze (Lipsia). — * Abhandlungen der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften (mathematisch-physischen Classe), Band XIV, n. 10-13. Leipzig, 1888; in-8° gr.

J. V. Carus (Lipsia). — * Zoologischer Anzeiger herausg. von Prof. I. Victor Carus in Leipzig; XI Jahrg., n. 296. Leipzig, 1888; in-8°.

C. Gegenbaur (Lipsia). — * Morphologisches Jahrbuch; eine Zeitschrift für Anatomie und Entwickelungsgeschichte: herausg. von C. Gegenbaur; XIV Band, 3 Heft. Leipzig, 1888; in-8°.

Commissione dei lavori geol. del Portogallo (Lisbona). — Commission des Travaux géologiques du Portugal — Recueil d'Études paléontologiques sur la Faune crétacique du Portugal; vol. II; Description des Echinodermes, par P. De Loriol; 2 fasc.; — Echinides irréguliers ou exocidyques. Lisbonne, 1888; in-4°.

* Philosophical Transactions of the R. Society of London; vol. LXVII, parts 1 and 2: vol. LXXVIII (A), (B). London, 1886-88; in-4°. — R. Società di Londra.

The R. Society of London: 3oth Nov. 1886: 3oth Nov. 1887; 2 fasc. in-4°. — Id.

* The american Journal of Science, editors James D. and Edw. S. DANA, etc.; third series, vol. XXXVI, n. 211-212. New Haven, Conn., 1888; in-8°. — Gli Editori. (New Haven).

* Results of astronomical and meteorological observations made at the Radcliffe Observatory Oxford, in the year 1884, etc.; vol. XLII. Oxford, 1887; in-8°. — Osservatorio Radcliffiano (Oxford).

* Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo; t. II, fasc. 6. Palermo 1888; in-8° gr. — Circolo Matem. di Palermo.

* Comptes rendu des séances de l'Académie des Sciences; t. CVI, CVII, 1 et 2 sem. 1888. Paris. 1858; in-4°. — Istit. di Francia (Parigi).

* Revue internationale de l'Électricité, etc.; t. VII, n. 72. Paris, 1888; in-4°. — La Direzione (Parigi).

La Lumière électrique — Journal universel d'Électricité, etc.; Directeur M. le Dr. C. HERZ; t. XXX, n. 52; t. XXXI, n. 1. Paris, 1888-89; in-4°. — Dott. C. HERZ (Parigi).

* Observations de Poulkova publiées par Otto STRUVE Directeur de l'Observatoire centrale Nicolas; vol. XIV. St.-Pétersbourg, 1888; in-4°. — Osser. centrale Nicolas di Pietroborgo.

— Beobachtungen der Saturnstrabanten; I Abtheilung, Beobachtungen am 15-Zolligen Refractor; von Hermann STRUVE (Supplément I aux Observations de Poulkova). St.-Pétersbourg, 1888; in-4°. — Id.

* Rivista di Artiglieria e Genio; vol IV, Novembre 1888. Roma; in-8°. — La Direzione (Roma).

* Beiträge zur geologischen Karte der Schweiz herausgegeben von der geologischen Commission der Schweiz. Naturforschenden Gesellschaft, etc.; IV Theil, 24 Lieferung. Bern, 1888; in-4°. — Commissione per la Carta geol della Svizzera (Soleure).

* The Journal of the College of Science, imp. University, Japan; vol. II, part 4. Tokyo, 1888; in-4°. — Università imp. di Tokio (Giappone).

* Magnetische Beobachtungen des Tifliser physikalischen Observatoriums im Jahre 1886-87, herausg. von J. MIELBERG. Tiflis, 1888; in-8°. — Osserv. meteorol. di Tiflis.

* Annuario meteorologico italiano pubblicato per cura del Comitato direttivo della Società meteorologica italiana; anno IV, 1889. Torino, 1889; 1 vol. in-16°. — Soc. meteor. italiana (Torino).

S. BARBERO. (Torino). Gazzetta delle Campagne, ecc., Direttore il sig. Geometra Enrico BARBERO; anno XVII, n. 34, 35. Torino, 1888; in-4°.

S LAURA (Torino). Dosimetria, per il Dott. S. Laura, Libero Insegn. di Clinica delle malattie dei bambini, ecc.; anno VI, n. 1. Torino, 1888; in-8°.

L'Autore. Sulle curve fondamentali dei sistemi lineari di curve piane algebriche; Memoria del Prof. E. BERTINI (Estr. dai Rendiconti del Circolo matematico di Palermo, t. III); 1 fasc. in-8° gr.

Id. Mostruosità doppia parassitaria osservata il 26 aprile 1886 in una gallina di circa due anni: Nota di Apelle DEI (Estr. dal Giornale l'*Agricoltura Italiana*, anno XII, fasc. 139-140, 1886); 1 fasc. in-8° (9 copie).

Id. — Il Beccapesci, la Gazza marina e la Rondine montana; Nota di Apelle DEI (Estr. dal *Libero Cittadino*, n. 16 e 17, 1886; 1 fasc. in-8°.

Id. Un caso di ermafroditismo sovrapposto, osservato in una giovane capra (Estr. dal Giornale L'*Agric. Ital.*, anno XII, fasc. 136, 1886); 3 facc. in-8°.

Id. — Sulla possibilità che le quaglie covino in Africa, anco dopo aver nidificato nella primavera in Italia; Osservazioni di Apelle DEI (Estr. dal Giornale *Il Libero Cittadino*, anno XXII, n. 49, 1887); 1 fasc. in-8°.

L'A. — Due anomalie osservate nel cranio di un agnello da Apelle DEI (Estr. dal Giornale *L'Agric. Ital.*, anno XIV, fasc. 167, 1888); 1 fasc. in-8°. (2 copie).

Id. — Due casi di mostruosità doppia parassitaria addominale molto rari e forse anco nuovi, almeno nell'ordine dei colombi, osservati in due giovani piccioni da Apelle DEI (Estr. dal Giornale *L'Agric. Ital.*, anno XIV, fasc. 162, 1888); 1 fasc. in-8°.

Id. *L'Aphrophora Spumaria*; Nota di Apelle DEI (Estr. dal *Bollettino del Naturalista*, Siena, anno VIII, fasc. 9); 3 facc. a 2 col. in-8° gr. (4 copie).

L'A. Cyclones et trombes, par le Prof. Jean LUVINI. Turin, 1888; 1 fasc. in-8°.

L'A Hülfstabellen zur mikroskopischen Mineralbestimmung in Gesteinen; Zusammengestellt von H. ROSENBUSCH. Stuttgart, 1888; 1 fasc. in-4°.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche

Dal 23 Dicembre 1888 al 6 Gennaio 1889

	Donatori
* The American Journal of Philology, edited by Basil L. GILDERSLEEVE; vol. IX, n. 33. Baltimore, 1888; in-8°.	Università J. HOPKINS (Baltimora).
J. HOPKINS Univers. Studies in historical and political science Herbert B. ADAMS Editor — vol. VI, History of Coöperation in the United States. Baltimore, 1888; in-8°.	Id.
Bulletin de la Société de Géographie commerciale de Bordeaux, 2e série, XI année, n. 23, 24. Bordeaux, 1888; in-8°.	Società di Geogr. comm. di Bordeaux.
* Annali delle Università toscane; t. XIII. Pisa, 1888; in-4°.	R. Arch. di Stato (Firenze).
Biblioteca nazionale centrale di Firenze — Bollettino delle Pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa, 1888, n. 72. Firenze; in-8° gr.	Bibliot. nazionale di Firenze.
* Proceedings of the R. Society of London; vol. XLIV, n. 272. London, 1888; in-8°.	Società Reale di Londra.
* Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere; serie 2a, vol. XXI, fasc. 17, 18. Milano, 1888; in-8°.	R. Istit. Lomb. (Milano).
* Bulletin de la Société de Géographie, etc.; 7e série, t. IX, 3e trim., Paris, 1887; in-8°.	Soc. di Geografia (Parigi).
Statistica del commercio speciale di importazione e di esportazione dal 1° gennaio al 30 novembre 1887. Roma, 1888; 1 fasc. in-8° gr.	Ministero delle Finanze (Roma).
Bollettino di Notizie sul Credito e la Previdenza; anno VI, n. 13. Roma, 1888; in-8° gr.	Ministero di Agr. Ind. e Comm. (Roma).
* Memorie della R. Accademia dei Lincei (Classe di Scienze morali, storiche e filologiche), serie 4a, vol. III, parte 1a, Memorie; parte 2a, Notizie degli scavi: vol. V. Roma. 1887;	R. Accademia dei Lincei (Roma).
Sulla pubblicazione dei Diarii di Marino Sanuto; Relazione di C. CANTÙ (Estr. dall'*Archiv. Storico Lomb.* serie 2a, fasc. XVII); 1 fasc. in-8°.	R. Dep. Veneta di Storia patria (Venezia).

L'Autore — Luigi AMEDEO di LAMPORO — La riforma degli Studi in Italia. Torino, 1888; 1 fasc. in-8°.

L'A. — I Conti di Villafranca-Soissons. Studio dell'Avv. Francesco LAVAGNO. Torino, 1888, 1 fasc. in-4°.

A. MANNO. — Memoriale per la Consulta Araldica (Legislazione nobiliare), compilato dal Barone Antonio MANNO. Torino, 1888; 1 vol. in-8° gr.

L'A. — Vincenzo PROMIS — Monete di Gio. Battista Falletti Conte di Benevello. Torino, 1888; 1 fasc. in-8°.

L'A. — Dei sordomuti ciechi dalla nascita secondo la dottrina dell'Ang. Dott. S. Tommaso; Trattatello del Teol. Coll. Bartol. ROETTI. Torino, 1888; 1 fasc. in-8°.

L'A. — Gli ambasciatori di Lodovico il Moro e Bianca Maria in Germania; Recensione di Gaetano SANGIORGIO. Torino, 1888; 1 fasc. in-8°.

L'A. — S. P Zecchini — Dizionario dei sinonimi della lingua italiana. Torino, 1884; vol. 1 in-16°.

Id. — — Dio, l'universo e la fratellanza di tutti gli esseri nella creazione. Torino, 1884; 1 vol. in-16°.

Id. — — Il Sesto Cielo — Romanzo filosofico-fantastico, ecc. Torino, 1885; 1 vol. in-16°.

Id. — — Fra Cielo e terra — Romanzo filosofico-fantastico; Continuazione del *Sesto Cielo*. Torino, 1886; 1 vol. in-16°.

Id. — — Opere drammatiche, ecc. Torino, 1886; 1 vol. in-16°.

Id. — — Il libro degli utili insegnamenti morali e sociali. Torino, 1887; 1 vol. in-16°.

Id. — — Opuscoli varii e alcune Lettere. Torino, 1887; 1 vol. in-16°.

Dal 6 al 20 Gennaio 1889

	Donatori
* Mémoires de l'Académie R. de Copenhague; Classe des Lettres, 6e série, vol. II, n. 2, 3. Copenhague, 1888; in-4°.	Accademia Reale delle Scienze di Copenaghen
— Bulletin pour l'année 1888, n. 2. Copenhague, 1888; in-8°.	Id.
Dr. A. Petermanns Mitteilungen aus Justus Perthes' geographischer Anstalt, herausg. von Prof. Dr. A. Supan, XXXIV Band, 1888, n. 12: Ergänzungsheft, n. 92. Gotha, 1888; in-4°.	Gotha. * *
* Boletin de la Real Academia de la Historia; t. XIII, cuaderno 6. Madrid, 1888; in-8°.	R. Accademia di Storia di Madrid.
* Archivio Storico Lombardo — Giornale della Società Storica Lombarda; serie 2a, fasc. XXII. Milano, 1888; in-8°.	Società Storica Lomb. (Milano).
* Compte rendu de la Société de Géographie, étc., 1888, n. 16 et 17, fasc. 492-556. Paris, 1888; in-8°.	Soc. di Geografia (Parigi).
Ministero della Pubblica Istruzione — Indici e Cataloghi, VIII — I Codici Ashburnhamiani della R. Biblioteca Mediceo-Laurenziana di Firenze, vol. I, fasc. 2: — IV, I Codici palatini della R. Biblioteca nazionale centrale di Firenze, vol. I, fasc. 8: — V, Manoscritti italiani delle Biblioteche di Francia, vol. III: — IX, Indice del Mare Magnum di Francesco Marucelli. Roma, 1888; in-8°.	Ministero dell'Istruz. Pubbl. (Roma).
Bollettino di Legislazione e Statistica doganale e commerciale; anno V, 2° sem. Roma, 1888; in-8° gr.	Ministero delle Finanze (Roma).
Statistica dei Debiti Comunali e Provinciali per mutui al 31 dicembre dell'anno 1885. Roma, 1888; 1 vol. in-8° gr.	Ministero di Agr. Ind. e Comm. (Roma).
* L'Ateneo Veneto — Rivista mensile di Scienze, Lettere ed Arti diretta da A. S. De Kiriaki e L. Gambari; serie 12, 1888, n. 3-4. Venezia, 1888; in-8°.	Ateneo Veneto (Venezia).
Cartulaire de l'ancienne Cathédrale de Nice, publié par le Comte E. Cais de Pierlas. Turin, 1888; 1 vol. in-4°.	Conte E. Cais di Pierlas

L'Autore. — Amalfi — Rimembranze di N. Cianci di Leo Sanseverino, pubblicate per cura del Municipio. Napoli, 1888; 1 fasc. in-8°.

Ettore Pais. — Corporis Inscriptionum latinarum supplementa italica consilio et auctoritate Academiae Regiae Lynceorum edita: fasc. I, additamenta ad vol. V Galliae Cisalpinae edidit, Hector Pais. Romae, 1888; 1 vol. in-4°.

Id. — Alcune osservazioni sulla storia e sulla amministrazione della Sicilia durante il dominio romano; del Dr. Ettore Pais, Palermo, 1888; 1 vol. in-4°.

L'A. — Etimologie storiche del dialetto piemontese, di Ugo Rosa. Torino, 1888; 1 fasc. in-8°.

Il Socio F. Rossi — I papiri copti del Museo egizio di Torino, trascritti e tradotti da Francesco Rossi; vol. II, fasc. 1. Torino, 1888; in-4°.

L'A. — Thomae Vallaurii Scriptiones criticae. Senis, MDCCCLXXXIX, 1 vol. in-16°.

Torino — Stamperia Reale della Ditta G. B. Paravia e C
2672 (350) 28-II-89.

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZE del 30 Dicembre 1888 e 13 Gennaio 1889 . . *Pag.* 233

BASSO — Commemorazione del conte Paolo Ballada di Saint-Robert » 235

OEHL — Nuove esperienze sulla eccitazione voltaica dei nervi . . . » 245

DROGOUL — Sul processo normale di ossificazione . . . . » 264

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 6 Gennaio 1889 . . . . *Pag.* 269

COGNETTI DE MARTIIS — L'Istituto Pitagorico . . . . » 270

ADUNANZA del 20 Gennaio 1889 . . . . » 292

FERRERO — Una nuova tavoletta votiva del Gran San Bernardo . . » 293

PROGRAMMA pel settimo premio BRESSA . . . . » 297

DONI fatti alla R. Accademia delle Scienze dal 16 Dicembre 1888 al 13 Gennaio 1889 (*Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali*) . . . . *Pag.* 298

DONI fatti alla R. Accademia delle Scienze dal 23 Dicembre 1888 al 20 Gennaio 1889 (*Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche*) . . . . » 300

Torino - Tip. Reale-Paravia.

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOL. XXIV, DISP. 6ª 1888-89

TORINO
ERMANNO LOESCHER
Libraio della R. Accademia delle Scienze

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 27 Gennaio 1889.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE ARIODANTE FABRETTI
VICEPRESIDENTE

Sono presenti i Soci: Cossa, Lessona, Salvadori, Bruno, Basso, D'Ovidio, Bizzozero, Ferraris, Mosso, Gibelli, Giacomini.

Si legge l'atto verbale dell'adunanza precedente che è approvato.

Tra le pubblicazioni offerte in omaggio all'Accademia vengono segnalate le seguenti:

« *Nuove figure elettriche;* » Nota del Prof. Augusto Righi, Corrispondente dell'Accademia, presentato dal Socio Basso.

« *Cyclones et trombes* », del Prof. Giovanni Luvini; opuscolo che fa seguito ad un altro collo stesso titolo del medesimo autore, presentato pure dal Socio Basso.

A nome del Socio Naccari, viene presentata dal Socio Basso la seguente Memoria del Prof. Ciro Chistoni, dell'Università di Modena: « *Sul calcolo del coefficiente magnetometrico per i magnetometri costrutti secondo il metodo di Gauss modificati da Lamont* »

LETTURE

Sul calcolo del coefficiente magnetometrico per i magnetometri costrutti secondo il metodo di Gauss, modificato da Lamont;

Nota del Prof. CIRO CHISTONI

È noto che per i magnetometri, costrutti secondo il metodo di Gauss, modificato da Lamont, tali che portino l'asta, sulla quale si colloca il magnete delle oscillazioni, quando viene usato come magnete deviatore, così che la direzione di questa stia in un piano verticale perpendicolare al piano verticale, che passa per l'asse magnetico del magnetino delle deviazioni, la formola che dà il rapporto fra la componente orizzontale H del magnetismo terrestre ed il momento magnetico M a 0° di temperatura dell'ago delle oscillazioni è dato dalla formola:

$$\left.\begin{aligned}\frac{H}{M}=\frac{2(1-a\tau)(1-hH\operatorname{sen}\varphi)}{R^3(1+3\beta\tau)\operatorname{sen}\varphi}\Big(1+\frac{p}{R^2(1+2\beta\tau)}+\\ +\frac{q}{R^4(1+4\beta\tau)}+\ldots\ldots\Big).\end{aligned}\right\}\ldots(1)$$

nella quale φ è la deviazione dell'asse magnetico del magnete sospeso, dal meridiano magnetico, quando questo magnete si trovi sotto l'azione dell'ago delle oscillazioni alla distanza R; a ed h sono rispettivamente i coefficienti di temperatura e di induzione dell'ago delle oscillazioni; τ la temperatura dell'asta metrica e dell'ago delle oscillazioni e β è il coefficiente di dilatazione lineare della sbarra sulla quale si misurano le distanze R. Questa sbarra in generale è di ottone, per la qualcosa $\beta=0{,}000018$.

p, q ecc. sono coefficienti, che dipendono dalle dimensioni dei due magneti, che si adoprano per la misura delle deviazioni e dalla distribuzione del magnetismo in essi.

Tanto il Lamont (*) quanto il Lloyd (**) con considerazioni teoriche, ottennero così espressi i valori di p e di q

$$p = 0{,}1806\,(2\,l^2 - 3\,l_1^2)$$

$$q = 0{,}0326\left(3\,l^4 - 15\,l^2 l_1^2 + \frac{45}{8} l_1^4\right),$$

nelle quali l è la lunghezza del magnete deviatore, ossia delle oscillazioni ed l_1 è la lunghezza del magnetino deviato. I valori di p e di q, che si deducono praticamente, corrispondono con una certa approssimazione ai valori teorici; per la qualcosa si può concludere che se si arriva a dare ai due magneti lunghezze tali che

$$3\,l^4 - 15\,l^2 l_1^2 + \frac{45}{8} l_1^4 = 0\,, \tag{2}$$

la formola (1) si ridurrà alla più semplice:

$$\frac{H}{M} = \frac{2\,(1 - a\,\tau)\,(1 - h\,H \operatorname{sen}\varphi)}{R^3\,(1 + 3\,\beta\,\tau) \operatorname{sen}\varphi}\left(1 + \frac{p}{R^2\,(1 + 2\,\beta\,\tau)}\right) \quad (3).$$

Dalla (2), posto $l = 1$, e sapendo che in pratica è $l > l_1$ risulta $l_1 = 0{,}47$.

Generalmente i magnetometri che ora sono in uso in Italia soddisfano a questa condizione, con sufficiente approssimazione, cosicchè a questi è applicabile la (3).

Chiamo il p della (3) col nome di *coefficiente magnetometrico.*

Per avere p non sarebbe prudente di calcolarlo colla formola teorica; ed in pratica difatti si deduce p nel seguente modo. Si fanno misure di deviazioni a due distanze R_1 ed R_2, ottenendo così le deviazioni φ_1 e φ_2 alle temperature τ_1 e τ_2; posto

$$\frac{2\,(1 - a\,\tau_1)\,(1 - h\,H \operatorname{sen}\varphi_1)}{R_1^3\,(1 + 3\,\beta\,\tau_1) \operatorname{sen}\varphi_1} = A_1\,, \quad \frac{2\,(1 - a\,\tau_2)(1 - h\,H \operatorname{sen}\varphi_2)}{R_2^3\,(1 + 3\,\beta\,\tau_2) \operatorname{sen}\varphi_2} = A_2$$

(*) *Handbuch des Erdmagnetismus* und *Handbuch des Magnetismus.*

(**) *On the det. of the Intens., etc.* (Tran. of the Irish. Acad. vol. XXI).

Per i coefficienti si abbia speciale riguardo alla Memoria dello SCHNEEBELI: *Beiträge zur Kenntniss des Stabmagnetismus* (Pogg. Ergänzungsbd. VI S. 14).

ed ammesso che H non varii durante le esperienze, si giunge facilmente alla seguente formola:

$$p = \frac{A_1 - A_2}{\frac{A_2}{R_2^2(1+2\beta\tau_2)} - \frac{A_1}{R_1^2(1+2\beta\tau_1)}} \qquad (4).$$

Siccome il valore di p si deduce sempre da una lunga serie di osservazioni, così l'uso di questa formola riesce faticoso; e perciò si è cercato di ridurla ad una espressione più facilmente calcolabile. A Greenwich difatti, è da molti anni che si calcola il valore di p colla formola più semplice

$$p = \text{cost.}\,(1+2\beta\tau_1)(\log A_2 - \log A_1) \qquad (5),$$

che si deduce con facilità dalla (4) ridotta alla forma

$$p = \frac{\left(\frac{A_1}{A_2} - 1\right) R_1^2(1+2\beta\tau_1)}{\frac{R_1^2(1+2\beta\tau_1)}{R_2^2(1+2\beta\tau_2)} - \frac{A_1}{A_2}} \qquad (6).$$

Difatti se sviluppiamo in serie $\frac{A_1}{A_2}$ otteniamo:

$$\frac{A_1}{A_2} = 1 + \log_{\text{nat}}\frac{A_1}{A_2} + \frac{1}{1.2}\log^2_{\text{nat}}\frac{A_1}{A_2} + \frac{1}{1.2.3}\log^3_{\text{nat}}\frac{A_1}{A_2} + \ldots$$

E poichè $\frac{A_1}{A_2}$ difficilmente può raggiungere il valore 0,988, così, prescindendo dal segno, il valore di $\frac{1}{2}\log^2_{\text{nat}}\frac{A_1}{A_2}$, può essere al massimo 0,00007, quantità trascurabile rispetto ad 1; e perciò più brevemente si può ritenere

$$\frac{A_1}{A_2} = 1 + \log_{\text{nat}}\frac{A_1}{A_2},$$

che posto nella (6) dà

$$p = -\frac{R_1^2(1+2\beta\tau_1)(\log A_2 - \log A_1)}{(\log A_2 - \log A_1) + \left\{\frac{R_1^2}{R_2^2}\left[1+2\beta(\tau_1-\tau_2)\right] - 1\right\}\log e} \qquad (7).$$

Se al denominatore di questa frazione si pone

$$(\log. A_2 - \log. A_1) = 0$$

la (7) si riduce alla (5), come vedremo.

In questo lavoro mi propongo di esaminare quale sia l'approssimazione da raggiungersi nei termini della frazione che esprime p, per le misure assolute degli elementi del magnetismo terrestre, che da anni si fanno in Italia, se sia lecito di ritenere $(\log. A_2 - \log. A_1) = 0$ al denominatore, e se il numeratore sia riducibile a forma più semplice.

Nelle misure della componente orizzontale H del magnetismo terrestre, che si fanno in viaggio, si richiede l'approssimazione

$$\frac{dH}{H} = \pm 0{,}0005 \, .$$

Quando le misure delle deviazioni si facciano alla distanza R, è noto che l'approssimazione di p va calcolata colla

$$\partial p = \pm 2 R^2 \frac{\partial H}{H} \; ;$$

per la qualcosa, se R_1 è la minima distanza che si adotta in un sistema di misure, la approssimazione massima richiesta in p sarà espressa dalla

$$\partial p = \pm 2 R_1^2 \frac{\partial H}{H} = \pm 0{,}001 R_1^2 .$$

Posto

$$N = R_1^2 (1 + 2\beta\tau_1)(\log A_2 - \log A_1)$$

$$D = (\log A_2 - \log A_1) + \left\{ \frac{R_1^2}{R_2^2}\left[1 + 2\beta(\tau_1 - \tau_2)\right] - 1 \right\} \log e \; ,$$

si ottiene:

$$p = -\frac{N}{D} \, ,$$

$$\partial D = \pm 0{,}001 \frac{D^2}{\log A_2 - \log A_1} \quad (*)$$

$$\partial N = \pm 0{,}001 \, D R_1^2 \, .$$

(*) Il fattore $(1 + 2\beta\tau_1)$ che moltiplicherebbe $(\log. A_2 - \log A_1)$ può ritenersi uguale ad 1, senza errore sensibile, come vedremo.

In pratica si assumono sempre i valori di R_1 e di R_2 per modo che $R_2 = 1,3\,R_1$ circa; cosichè il valore di $\left(\frac{R_1^2}{R_2^2} - 1\right)\log e$ è di circa $-0,18$. Il valore di $(\log A_2 - \log A_1)$, ben difficilmente raggiunge 0,005, e per conseguenza la massima approssimazione richiesta in D sarà

$$\partial D = \pm 0,006\,.$$

Perciò in generale al denominatore della (7) si potrà trascurare $(\log. A_2 - \log. A_1)$. Di più, siccome il valore di $(\tau_1 - \tau_2)$ ben difficilmente raggiunge l'unità, così il fattore di correzione $(1 + 2\beta(\tau_1 - \tau_2))$ sarà sempre trascurabile. E sarebbe trascurabile anche se fosse $(\tau_1 - \tau_2) = \pm 6$; nel qual caso però dovrebbero senz'altro essere rigettate le osservazioni, perchè se durante il tempo (venti minuti circa per una persona pratica, non più di un'ora per un principiante) nel quale si fanno le due osservazioni di deviazioni, avvenisse una variazione di temperatura di anche soli tre o quattro gradi, non sarebbe possibile che l'asta metrica ed il magnete deviatore seguissero tale variazione di temperatura nemmeno coll'approssimazione di un grado.

Perciò la espressione di D può essere così ridotta (*):

$$D = \left(\frac{R_1^2}{R_2^2} - 1\right)\log e\ ,$$

e per conseguenza, per quanto si disse, il valore di D è circa $-0,18$.

L'espressione generale di N, quando pel momento si trascuri il fattore di correzione $(1 + 2\beta\tau_1)$, può essere così ridotta:

$$N = R_1^2 \left\{ \begin{array}{l} \log\left[1 + a(\tau_1 - \tau_2)\right] + \log\left[1 + h\,H(\operatorname{sen}\varphi_1 - \operatorname{sen}\varphi_2)\right] + \\ \qquad + \log\left[1 + 3\beta(\tau_1 - \tau_2)\right] + \log\frac{R_1^3}{R_2^3} + \log\frac{\operatorname{sen}\varphi_1}{\operatorname{sen}\varphi_2} \end{array} \right\}$$

(*) La (7) quindi diventa

$$p = -\frac{R_1^2(1 + 2\beta\tau_1)(\log A_2 - \log A_1)}{\left(\frac{R_1^2}{R_2^2} - 1\right)\log e}$$

e poichè in una serie di osservazioni sono costanti R_1 ed R_2 essa può ridursi alla

$$p = \text{cost.}\,(1 + 2\beta\tau_1)(\log A_2 - \log A_1)$$

che è poi la (5) della quale si fa uso a Greenwich.

Attribuendo successivamente ad R_1 uno dei minimi valori che si assumono praticamente, p. e. ponendo $R_1 = 23$ (*) ed uno dei maggiori p. e. $R_1 = 30$, nel primo caso avremo

$$\partial N = \pm 0{,}09 \ ,$$

e nel secondo

$$\partial N = \pm 0{,}16 \ .$$

Cominciando dal primo termine del polinomio esprimente N, ammettiamo che il coefficiente a non possa mai superare 0,0006 (**). In questo caso, perchè il primo termine fosse trascurabile dovrebbe essere

$$0{,}0006\ (\tau_1 - \tau_2) < \pm 0{,}00040 \ \text{per}\ R_1 = 23$$

$$0{,}0006\ (\tau_1 - \tau_2) < \pm 0{,}00042 \ \text{per}\ R_1 = 30$$

ossia dovrebbe essere $(\tau_1 - \tau_2) \lesseqqgtr \pm 0{,}7$.

E supposto $a = 0{,}0003$, vale a dire, dando ad a, uno dei più piccoli valori che si incontrano in pratica, il primo termine sarebbe trascurabile solo per $(\tau_1 - \tau_2) \lesseqqgtr \pm 1^{\circ}{,}4$.

Sarà perciò prudente il ritenere sempre nella formola (7) il primo termine del polinomio esprimente N; ed in ogni modo converrà studiare ogni singolo caso che si presenti, prima di dichiarare che esso non influisca sul risultato finale di p.

Per studiare l'influenza del secondo termine

$$R^2_1 \log \left[1 + h H (\operatorname{sen} \varphi_1 - \operatorname{sen} \varphi_2)\right]$$

(*) Credo inutile di ricordare che le unità fondamentali di misura adottate, sono il centimetro, il grammo, ed il secondo di tempo medio.

(**) Un magnete che avesse il coefficiente di temperatura maggiore di 0,0006 non sarebbe da rigettarsi, ma dovrebbe essere usato con moltissime precauzioni. Quando un magnete avesse il coefficiente di temperatura uguale a 0,0008 dovrebbe già essere rigettato.

I magneti che generalmente s'adoprano in Italia (p. es. all' Ufficio Centrale di Meteorologia; all' Osservatorio di Napoli; all' Osservatorio di Piacenza; all' Istituto Fisico di Torino e all' Istituto Fisico di Modena) sono a collimatore ed escono dalle officine inglesi del Dover o dell' Elliot. Il coefficiente di temperatura di questi magneti raggiunge difficilmente il valore 0, 0005. Di otto di questi magneti da me studiati, il maggiore coefficiente di temperatura che trovai fu 0,000541.

poniamo in esso uno dei più grandi valori che possa avere h, p. e. 0,015: poniamo $H = 0,27$ valore massimo che si possa verificare in Italia; e come generalmente s'incontra in pratica poniamo $(\text{sen}\ \varphi_1 - \text{sen}\ \varphi_2) = 0,1$. Allora questo termine per $R_1 = 23$ diverrà 0,089 e per $R_1 = 30$ diverrà 0,153; quindi in generale questo termine può essere trascurato.

Il terzo termine $R_1^2 \log.[1 + 3\beta(\tau_1 - \tau_2)]$ è sempre trascurabile. Poniamo infatti $\beta = 0,000018$; poniamo per $(\tau_1 - \tau_2)$ la variazione di temperatura massima tollerabile durante le esperienze, ossia $(\tau_1 - \tau_2) = \pm 3^\circ$ e poniamo $R_1 = 30$; allora il valore di questo termine diverrebbe $\pm 0,04$. Esso dunque è sempre trascurabile.

Nè è a credersi che quando il terzo termine sia positivo (*) come lo è costantemente il secondo, ossia quando $(\tau_1 - \tau_2)$ sia positivo, la somma del secondo e del terzo termine possa alterare in generale l'approssimazione richiesta in N; poichè bisogna tenere presente che qui abbiamo considerato per questi due termini dei casi limiti, che ben difficilmente si avverano in pratica, perchè in generale si avrà $h < 0,01$; $H < 0,27$; $(\tau_1 - \tau_2) < 2^\circ$. Tuttavia quando all'atto pratico si manifesti che ambedue i termini si avvicinano a questi casi estremi, sarà bene ritenere nella formola (7) il secondo termine, e trascurare il terzo, come quello che ha minore importanza.

Verifichiamo da ultimo l'influenza del coefficiente $(1 + 2\beta_1\tau)$, che moltiplica R_1^2, sul valore di N.

Il valore di $(\log A_2 - \log A_1)$ è difficilmente superiore a 0,005; poniamo pure, ciò che non si avvererà mai che sia uguale a 0,01. Allora il numeratore della frazione (7) ossia N, diverrà

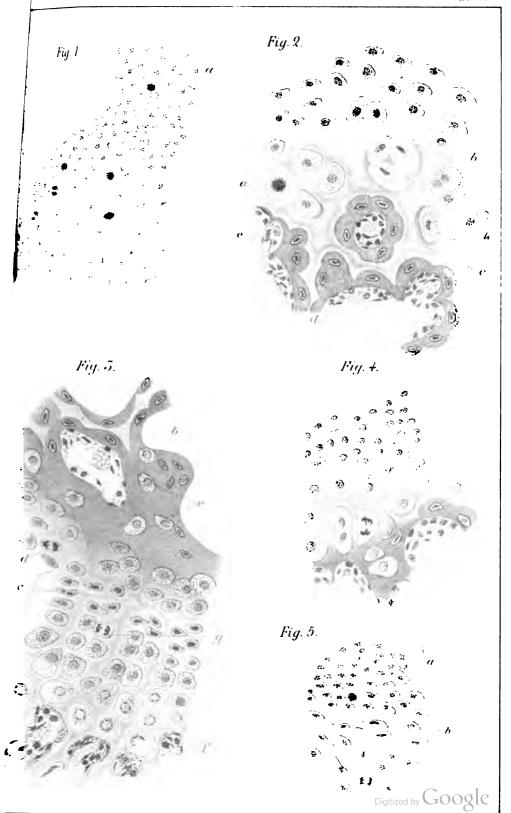
$$0,01\ R_1^2 + 0,00000036\ R_1^2\ \tau_1 .$$

Per $R_1 = 23$ il secondo termine di questo binomio, posto anche $\tau_1 = 45^\circ$ diverrebbe 0,009; e per $R_1 = 30$ diverrebbe 0,015.

(*) Quando $3\beta(\tau_1 - \tau_2)$ è positivo, anche $\log[1 + 3\beta(\tau_1 - \tau_2)]$ è positivo; quando invece il primo è negativo, anche il secondo è negativo, perchè, nel primo caso $[1 + 3\beta(\tau_1 - \tau_2)]$ è compreso fra 1 e 2; nel secondo è compreso fra 0 ed 1.

Il secondo termine è sempre positivo, perchè $(\text{sen}\ \varphi_1 - \text{sen}\ \varphi_2)$ è positivo, h ed H sono positivi e perciò

$$1 + hH(\text{sen}\ \varphi_1 - \text{sen}\ \varphi_2)] > 1.$$

Lit Salussolia, Torino.

Per conseguenza il fattore $(1+2\beta\tau_1)$ può essere ritenuto, senza errore sensibile uguale ad uno.

Dopo queste considerazioni, ammesso anche, per tenerci sulle generali, di non dovere trascurare il secondo termine di N, è lecito di dare all'espressione di p la forma

$$p = -\frac{\log\left[1+a(\tau_1-\tau_2)\right]+\log\left[1+hH(\operatorname{sen}\varphi_1-\operatorname{sen}\varphi_2)\right]+\log\frac{R_1^3}{R_2^3}+\log\frac{\operatorname{sen}\varphi_1}{\operatorname{sen}\varphi_2}}{\left(\frac{R_1^2}{R_2^2}-1\right)\log e} = -\frac{N}{D} \quad (8).$$

Per verificare quale precisione si richieda nei valori di R_1, R_2, φ_1 e φ_2 che entrano nella (8) affine di avere

$$\partial p = \pm 2R_1^2\frac{\partial H}{H} = \pm 0{,}001\,R_1^2\,,$$

ossia per avere

$$\partial D = \pm 0{,}006$$

e

$$\partial N = \pm 0{,}09 \qquad \text{per } R_1 = 23$$

$$\partial N = \pm 0{,}16 \qquad \text{per } R_1 = 30$$

cominciamo dall'esaminare quale sia l'approssimazione richiesta in R_1 ed R_2 considerati come facenti parte del denominatore della frazione esprimente p. Ritenendo, come si disse, che

$$R_2 = 1{,}3\,R_1$$

si avrà:

$$\partial R_1 = \pm 1{,}512\,R_2\,\partial D$$

$$\partial R_2 = \pm 1{,}965\,R_2\,\partial D\,.$$

E poichè uno dei minimi valori che si attribuisca ad R_2 è 30, così avremo:

$$\partial R_1 = \pm 0{,}27$$

$$\partial R_2 = \pm 0{,}35\,.$$

È evidente che una tale approssimazione è così grossolana, che ci esonera da qualunque preoccupazione.

Consideriamo ora R_1^2 del numeratore. In pratica si verifica bene difficilmente che il polinomio che moltiplica R_1^2 abbia un valore maggiore di 0,005. Per maggiore sicurezza poniamo che esso possa giungere al valore 0,01; avremo allora

$$\partial R_1 = \pm \frac{\partial N}{0,02 R_1},$$

ossia per $R_1 = 23$ $\partial R_1 = \pm 0,19$

per $R_1 = 30$ $\partial R_1 = \pm 0,27$.

Nemmeno in questo primo fattore del numeratore quindi c'è pericolo di commettere tale errore che possa influire sulla precisione che si richiede in p.

Verifichiamo finalmente quale debba essere l'approssimazione da raggiungersi in R_1 ed in R_2 per quanto essi entrano a formare il rapporto $R_1^3 : R_2^3$,

Abbiamo

$$\partial R_1 = \pm \frac{\partial N}{3 R_1 \log e}$$

$$\partial R_2 = \pm \frac{R_2}{3 R_1^2 \log e} \partial N.$$

Ritenuto sempre $R_2 = 1,3 R_1$, consegue

$\partial R_1 = \pm 0,0030$ $\partial R_2 = \pm 0,0039$ per $R_1 = 23$

$\partial R_1 = \pm 0,0041$ $\partial R_2 = \pm 0,0053$ per $R_1 = 30$.

In qualunque magnetometro, per quanto poco studiato, è presumibile che le lunghezze R_1 ed R_2 si conoscano, in valore assoluto, con maggiori approssimazioni di quelle qui sopra indicate.

Dunque possiamo concludere che non è difficile avere per R_1 e per R_2 dei valori tanto precisi, i quali permettano di calcolare p colla voluta approssimazione.

Studiamo ora quale sia la precisione che si dovrebbe raggiungere in φ_1 ed in φ_2, considerati però solo nel rapporto sen φ_1 : sen φ_2 (*).

(*) Non vale certo la pena di studiare l'approssimazione che occorre in (sen φ_1 — sen φ_2) fattore del prodotto hH (sen φ_1 — sen φ_2), perchè da quanto si disse, quando anche non sia il caso di trascurare il termine

$$\log [1 + hH (\text{sen}\,\varphi_1 - \text{sen}\,\varphi_2)]$$

l'approssimazione che si richiede in (sen φ_1 — sen φ_2) è sempre grossolana.

L'approssimazione richiesta in φ_1 ed in φ_2 è data dalle

$$\partial \varphi_1 = \pm \frac{\tang \varphi_1}{R_1^2 \log e} \partial N \qquad \partial \varphi_2 = \pm \frac{\tang \varphi_2}{R_1^2 \log e} \partial N ,$$

ossia in generale

$$\partial \varphi = \pm \frac{\tang \varphi}{R_1^2 \log e} \partial N .$$

Nei magnetometri generalmente in uso, il circolo orizzontale non permette di apprezzare oltre i 10''. Aggiungasi a ciò le variazioni della declinazione che succedono durante l'osservazione delle deviazioni, delle quali non si può tener calcolo da chi è privo d'istrumenti di variazione (e perciò da chiunque lavori in campagna); gli errori inevitabili di puntata, ecc. e non si andrà esagerati ammettendo, che chi lavora in campagna non può ottenere in φ una precisione maggiore di 20'' (*).

Dall'ultima relazione si deduce che affinchè $\partial\varphi$ non superi 20'', conviene che si abbia

$$\text{per } R_1 = 23 \qquad \varphi \geqq 14^\circ{,}0$$
$$\text{per } R_1 = 30 \qquad \varphi \geqq 13^\circ{,}5 .$$

Nei paesi del Nord, dove la componente orizzontale del magnetismo terrestre ha piccolo valore, non è difficile di ottenere per φ_1 un valore che superi i due limiti qui sopra segnati; ma per φ_2 in generale si ottiene anche in quei paesi un valore minore di questi due limiti. Ad esempio a Pietroburgo con un magnetometro del modello del Wild, munito di due eccellenti magneti, si ottengono all'incirca i seguenti valori:

$$\text{per } R_1 = 23 \qquad \varphi_1 = 24^\circ{,}5$$
$$\text{per } R_2 = 30 \qquad \varphi_2 = 10^\circ{,}7$$

(*) Solo alcuni magnetometri dell'Edelmann, per quanto sappia, hanno il circolo orizzontale munito da microscopii micrometrici che dànno 2''; ma una tale costruzione è errata, perchè anche nelle stazioni fisse dotate di strumenti di variazione, dove quindi si può ridurre il valore di φ ad un dato istante, non è presumibile di avere φ con precisione maggiore di 10''.

Perciò uno strumento che abbia il circolo orizzontale, tale da dare 2'', oltre che essere di imbarazzo per il trasporto, è anche causa di perditempo per le letture, senza per questo arrecare maggiore precisione di quella che dànno i magnetometri adottati generalmente.

Ora se è difficile, per non dire impossibile, di ottenere a latitudini tanto alte un valore di φ_2 che raggiunga 14°, in Italia si avrà difficoltà anche ad avere φ_1 che raggiunga 14°.

Difatti basterà citare questi due esempi: col magnetometro Elliott n° 122, di proprietà dell'Ufficio Centrale di Meteorologia, esaminato e studiato all'Osservatorio magnetico di Kew, in Italia si ottennero all'incirca i seguenti valori:

$$\text{per } R_1 = 30 \qquad \varphi_1 = 10^\circ$$

$$\text{per } R_2 = 40 \qquad \varphi_2 = 4^\circ .$$

Col magnetometro Elliott N° 35 di proprietà del Collegio Alberoni di Piacenza, che fu pure studiato all'Osservatorio di Kew, e che nello scorso anno 1888 mi venne consegnato con preghiera di ristudiarlo e di ridurlo alle unità metriche, ottenni:

$$\text{per } R_1 = 27{,}4 \qquad \varphi_1 = 12^\circ{,}5$$

$$\text{per } R_2 = 36{,}5 \qquad \varphi_2 = 5^\circ{,}2$$

Si noti poi che per altre circostanze riguardanti l'approssimazione, che si deve ottenere in H, è necessario che φ raggiunga un certo valore (*).

Era quindi una questione importantissima quella di avere dei magneti, per mezzo dei quali anche in Italia si potessero ottenere dei valori considerevoli di φ.

Affidata la cosa alla Casa Elliott, questa riescì a costruire dei magneti (la lunghezza maggiore dei quali è di 10 centimetri)

(*) Discutendo la formola esprimente H, la quale può essere messa sotto questa forma

$$H = \sqrt{\frac{Z}{\operatorname{sen}\varphi}}$$

nella quale Z è funzione di parecchie variabili, si deduce con facilità che il valore di φ del sen φ qui indicato conviene che non sia minore di 6°, affine di ottenere $\frac{dH}{H} = \pm 0{,}005$ quando la maggiore approssimazione che si possa avere in φ sia $\partial\varphi = \pm 20''$. Per la qual cosa sarà sempre bene d'avere dei magneti tali per i quali si ottenga φ_2 (che è il minore dei due φ) maggiore di 6°.

i quali applicati ad un magnetometro costruito dallo Schneider dietro mie indicazioni (*) ed usati ad Aosta diedero

per $R_1 = 30$ $\varphi_1 = 20°,2$

per $R_2 = 40$ $\varphi_2 = 8°,3$

usati a Campobasso

per $R_1 = 30$ $\varphi_1 = 17°,9$

per $R_2 = 40$ $\varphi_2 = 7°,3$

Credo che in Italia sia difficile di ottenere dei valori di φ_2 maggiori di questi. Poichè non è a credersi che si possa aumentare di molto φ_2 prendendo un magnete delle oscillazioni più lungo di dieci centimetri, perchè in questo caso per avere nella formola esprimente $H : M$ il solo coefficiente p della serie

$$1 + \frac{p}{R^2} + \frac{q}{R^4} + \text{ecc.}$$

converrebbe aumentare proporzionalmente anche la lunghezza del magnetino delle deviazioni il quale acquistando così maggiore momento magnetico, sia per l'aumento della lunghezza, della sbarra che per l'aumento d'intensità dei due poli, per essere deviato di un dato angolo dal meridiano magnetico esigerebbe una coppia maggiore di quella che basterebbe per deviare dello stesso angolo un magnete di minor lunghezza. E dato anche che si potesse raggiungere lo scopo prendendo per magnete delle oscillazioni un magnete assai lungo, si andrebbe incontro ad un altro grave inconveniente, a quello cioè di dovere servirsi di un magnetometro colossale, il quale oltre ad avere un prezzo assai elevato sarebbe disadatto per le misure in campagna. Potrebbe anche sembrare che si possa ottenere lo scopo col ridurre convenientemente le distanze R_1 ed R_2; ma allora si va facilmente incontro a molti altri inconvenienti, che è bene evitare.

(*) Di questo magnetometro non venne ancora pubblicata la descrizione. Un cenno si troverà nella mia Memoria: *Misure assolute degli elementi del magnetismo terrestre fatte nell'anno 1887*; pubblicata negli Annali della Meteorologia, vol. VIII, parte I.

In conclusione adunque se col nuovo magnetometro i due angoli φ hanno tale valore da soddisfare alle condizioni volute dall'angolo φ, che sta nel sen φ della formola

$$H=\sqrt{\frac{Z}{\operatorname{sen}\varphi}}$$

il valore di φ_2 non soddisfa ancora alle esigenze del φ_2 che entra nella formola esprimente p.

E più che i punti nei quali si faranno le osservazioni andranno accostandosi all'equatore magnetico, tanto più aumenterà questo inconveniente (*). Così, ad esempio, se il Governo italiano volesse fare eseguire delle misure magnetiche nelle regioni di Massaua e di Assab, allora si otterrebbe il massimo d'incertezza nel valore di φ_2.

Dando a φ il valore di 7°; e posto $R_1 = 30$ si avrebbe $\partial\varphi = \pm 10''$, approssimazione che in viaggio è impossibile ottenere.

A questa incertezza si supplisce facendo un grande numero di osservazioni; si deducono per conseguenza molti valori di p, e si prende per valore di p da introdurre nella formola esprimente H, la media di tutti questi valori. E questo metodo dà sempre buoni risultati; così ad esempio col magnetometro suddetto da una serie di misure fatte nel giugno e nel luglio 1887 ottenni per media

$$p = 22,04$$

Da una seconda serie fatta nel settembre 1887

$$p = 22,27$$

da una terza serie fatta nel luglio ed agosto 1888

$$p = 22,30$$

(*) Qui si potrebbe apparentemente fare un grave appunto al sistema di osservazioni adottato in Italia e dire: Se col metodo del Gauss modificato dal Lamont non è possibile di ottenere dei dati colla voluta approssimazione per calcolare p, perchè non lo si abbandona e si adotta un altro metodo? — A questa obbiezione è ovvio rispondere, perchè date le nostre cognizioni attuali per ciò che riguarda la misura di H, non si ha un metodo migliore di quello di Gauss modificato dal Lamont. Forse si potrebbe supplire col magnetometro bifilare, ma questo sarebbe affatto disadatto per le misure in campagna.

Ed essendo $R_1 = 30$ consegue

$$\partial p = \pm 0{,}001 R_1^2 = \pm 0{,}9$$

Ora i tre suesposti valori di p differiscono fra di loro molto meno di 0,9, perciò è logico di ritenere che la media di ogni serie di osservazioni ha dato per p un valore sufficientemente approssimato.

Siccome poi il valore di p varia col momento magnetico dei due aghi (il quale può variare per uno stesso ago col tempo anche lasciando tranquillo l'ago, può variare sensibilmente in conseguenza di qualche urto, e varia colla temperatura), così p può variare sensibilmente col variare la temperatura degli aghi (*). E perciò non sarà mai abbastanza raccomandato il metodo delle misure da me sempre seguito; vale a dire quando si debbano stabilire i punti nei quali si abbiano da fare delle misure magnetiche, conviene sceglierli per modo che in quella data stagione abbiano pressochè uguale clima, e si deve sempre per ogni serie di misure calcolare il coefficiente p; e mai fidarsi del valore di p dedotto da precedenti serie di misure.

Così ad esempio nel 1885 con un magnetometro diverso da quello ora citato feci quattro serie di misure; tre di queste (la prima, la seconda e la quarta) in pianura, una (la terza) in regioni alpine; e mentre dalle tre serie fatte in pianura ottenni per p i seguenti valori:

23,72 23,38 23,29

per la terza serie fatta in regioni fredde ottenni:

$$p = 22{,}47$$

Quando per una eventualità qualunque si sia costretti a fare in breve tempo delle misure parte in regioni fredde e parte in regioni calde, sarà prudente di dividere in due la serie di osservazioni, e calcolare p da una parte per quei punti nei quali la temperatura era alta, e dall'altra parte per quei punti nella quale la temperatura era bassa,

---

(*) In taluni magnetometri p non varia sensibilmente colla temperatura, in tali altri sì; ma in questo caso perchè la variazione sia sensibile, occorre in generale che la temperatura varii almeno di 10°,

Per rendere più facile il calcolo di p per mezzo della (8), basta considerare, che nei casi pratici $(\tau_1 - \tau_2)$ varia di pochissimo in una serie di misure; e che quando pure si abbia da tenere calcolo di $\log[1 + hH\,(\text{sen}\,\varphi_1 - \text{sen}\,\varphi_2)]$ il valore di $(\text{sen}\,\varphi_1 - \text{sen}\,\varphi_2)$ varia di pochissimo; e che per conseguenza basterà fare la media di $(\tau_1 - \tau_2)$ e di $(\text{sen}\,\varphi_1 - \text{sen}\,\varphi_2)$ ed introdurre come costanti questi valori nella (8).

Inoltre per una data serie di esperienze sono costanti, R_1, R_2, a ed h. La H come coefficiente di correzione in p può ritenersi come costante, e perciò la (8) può essere così semplificata

$$\log p = \log \mathit{Costante} + \log \left\{ (\log \text{sen}\,\varphi_1 - \log \text{sen}\,\varphi_2) + \log \mathit{costante} \right\},$$

nella quale *Costante* è sempre positiva poichè $\left(\frac{R_1^2}{R_2^2} - 1\right)\log e$ è negativo ed R_1^2 è positivo.

Quanto alla disposizione da darsi al calcolo per ottenere i valori di p la cosa è semplice.

Si calcola prima di tutto

$$-\frac{R_1^2}{\left(\frac{R_1^2}{R_2^2} - 1\right)\log e} = \mathit{Costante}.$$

Si fa la media di $(\tau_1 - \tau_2)$; e se si deve tenere calcolo di

$$\log\left(1 + hH(\text{sen}\,\varphi_1 - \text{sen}\,\varphi_2)\right),$$

si fa la media anche di $(\text{sen}\,\varphi_1 - \text{sen}\,\varphi_2)$ e poi si calcola

$$\log\left(1 + a(\tau_1 - \tau_2)\right) + \log\left(1 + hH(\text{sen}\,\varphi_1 - \text{sen}\,\varphi_2)\right) + \log\frac{R_1^3}{R_2^3}$$
$$= \log \mathit{costante},$$

nella quale per $(\tau_1 - \tau_2)$ e per $(\text{sen}\,\varphi_1 - \text{sen}\,\varphi_2)$ si introducono le medie suddette.

Si dispongono in colonna i diversi valori di

$$(\log \text{sen}\,\varphi_1 - \log \text{sen}\,\varphi_2)$$

e ad ognuno di questi si aggiunge log *costante*, formando così una seconda colonna di numeri. Sopra una terza colonna si scri-

vono i logaritmi dei numeri della seconda colonna. Si aggiunge a ognuno di questi logaritmi log *Costante* e si ottiene così una quarta colonna di numeri che sono i log p. Di fianco quindi nella quinta colonna si scrivono i valori di p; i quali non dovranno meravigliare se saranno fra di loro diversi di qualche unità, poichè per esempio fatto $\varphi_2 = 7°$, ed $R_1 = 30$ si ha:

per $\partial\varphi = 12''$ $\qquad \partial p = 1$
» $\partial\varphi = 23''$ $\qquad \partial p = 2$
» $\partial\varphi = 35''$ $\qquad \partial p = 3$
» $\partial\varphi = 47''$ $\qquad \partial p = 4$
» $\partial\varphi = 59''$ $\qquad \partial p = 5$

Ora può benissimo darsi che durante le osservazioni delle deviazioni, la declinazione varii sensibilmente per modo da rendere incerto il valore di φ_2 di circa $30''$, e perciò è possibile di ottenere qualche valore di p che devii dalla media di tre unità circa.

L'Accademico Segretario
GIUSEPPE BASSO.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 3 Febbraio 1889.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE ARIODANTE FABRETTI
VICEPRESIDENTE

Sono presenti i Soci: B. Peyron, *Direttore*, G. Gorresio, *Segretario della Classe*, Flecchia, Claretta, V. Promis, Rossi, Manno, Bollati de Saint-Pierre, Schiaparelli, Pezzi, Ferrero, Carle, Nani, Cognetti, Graf.

Il Segretario legge l'atto verbale dell'adunanza precedente che è approvato.

Il Vice-Presidente legge due Circolari che invitano l'Accademia a contribuire al monumento di Giordano Bruno e di Francesco Carrara. La Classe incarica il Segretario di rispondere che l'Accademia non contribuisce mai in corpo ad erezione di monumenti, ma lascia che ciascun membro vi contribuisca, se crede, a nome suo.

Il Vice-Presidente presenta alla Classe tre volumi offerti in dono dall'autore Guglielmo Pepe: 1° *Notizie storiche ed archeologiche dell'antica Gnathia;* — 2° *Memorie storiche dell'antica Valle di Pompei:* — 3° *Il Libro rosso della città di Ostuni; Codice diplomatico compilato nel* 1609 *da Pietro Vincenti*, ed ora per la prima volta pubblicato, ecc.; e ne loda l'accuratezza delle indagini e l'utilità storica.

LETTURE

Un Monte di Pilato in Italia;

del Socio Prof. Arturo Graf

Fra le devote leggende più diffuse e più celebri nel medio evo, diffusissima e celeberrima fu quella di Pilato. Germogliata nei primi secoli del cristianesimo, cresciuta smisuratamente dipoi, trapiantata d'uno in altro suolo, essa soggiacque a varia fortuna, ebbe molte e curiose vicende, si mutò in tutto da quella ch'era stata in origine. I primi cristiani, solleciti di raccogliere quante più prove e testimonianze potevano in favore dell'insidiata e combattuta lor fede, giudicarono molto benignamente il giudice pusillanime; affermarono ch'egli aveva fatto quant'era in poter suo per istrappar Gesù all'ingiusto supplizio; mostrarono una lettera da lui scritta all'imperatore, nella quale era ampiamente riconosciuta l'innocenza del Nazzareno ed esecrata la malvagità de' nemici suoi; giunsero a dire persino ch'egli era morto martire della fede. Mutati i tempi, e assicurato il trionfo della Chiesa, mutarono anche i giudizii. La sospetta testimonianza, divenuta inutile ormai, fu lasciata volentieri in disparte, e sotto l'influsso di un altro pensiero, in virtù di un postulato della coscienza che voleva colpiti da formidabile e condegno castigo quanti, in un modo o in un altro, avevano avuto parte nella condanna e nella morte del Redentore, cominciò un lavoro delle fantasie in tutto diverso da quel di prima, e la leggenda si trasformò, e starei per dire, si capovolse. Ecco Pilato diventare un pessimo scelerato, degno d'andarne alla pari co' rei giudici del Tempio e con lo stesso Giuda. Si narra allora come l'imperatore lo chiamasse al suo cospetto per chiedergli conto della morte del Giusto; come rigorosamente il punisse; come il punito si togliesse da se stesso la vita e il maledetto suo corpo fosse tramutato di luogo in luogo, cagione sempre alla terra che l'accoglieva di turbamenti e di calamità. Si ricercano le origini

di lui, il paese ove nacque, i primi suoi fatti, e tutta una storia s'immagina, la quale cel mostra malvagio sino dalla puerizia, e spiega il gran misfatto finale. La sua leggenda si lega ad altre leggende celebri, a quella della Veronica, a quella della vendetta del Salvatore, fa corpo con esse, riceve da esse nuovo vigore e notorietà nuova. Egli finisce con Giuda, e con alcun altro massimo scelerato, fra le mascelle formidabili di un Satanasso tricipite, nel più profondo e tenebroso abisso d'inferno.

Io ho ricordate brevemente le origini e le vicende della leggenda di Pilato; ma non è mio proposito di addentrarmi nello esame e nella discussione di essa. Tale lavoro fu già fatto, se non in modo che possa dirsi compiuto, almeno in modo sufficiente, e qui non accade ripeterlo (1). Io intendo solamente far parola di alcune immaginazioni che si riferiscono alla presenza di Pilato in Italia, e che propriamente appartengono a quella parte della leggenda ove si narra della sorte toccata al corpo di lui. In tale argomento sono da notare alcune cose che non furono, per quanto io mi sappia, notate e che non mancano di curiosità.

La leggenda, o, a meglio dire, le varie versioni di essa, fanno nascere Pilato in Vienna di Francia, o in Lione, o in Magonza, o in Forchheim, o nei dintorni di Bamberga, o in Ispagna. La ragione di tale varietà facilmente s'intende quando si pensi che, affermando patria di alcun celebre tristo la tale o tal città, si dava sfogo di consueto a passioni d'inimicizia e di gelosia, e durevole e concreta espressione a un intendimento ingiurioso. Ciò che si fece per Pilato si fece, com'era naturale, anche per Giuda. In un luogo del *Dittamondo* Fazio degli Uberti dice:

> Entrati nella Marca, com'io conto,
> Io vidi Scariotto onde fu Giuda,
> Secondo il dir d'alcun, da cui fu conto (2).

(1) Vedi Mone, *Die Sage von Pilatus*, nell'*Anzeiger für Kunde der teutschen Vorzeit*, 1835, coll. 421 sgg., e nell'annata 1838, coll. 526 sgg.; Du Méril, *Poésies populaires latines du moyen âge*, Parigi, 1847, pp. 340 sgg.; Massmann, *Der keiser und der kunige buoch oder die sogenannte Kaiserchronik*, Quedlinburgo e Lipsia, 1849-54, vol. III, pp. 573 sgg., 594 sgg.; Creizenach, *Legenden und Sagen von Pilatus*, nei *Beiträge zur Geschichte der deutschen Sprache und Literatur*, vol. I (1873), p. 89 sgg.; Graf, *Roma nella memoria e nelle immaginazioni del medio evo*, Torino, 1882-3, vol. I, pp. 345 sgg, 370 sgg. Per la bibliografia della leggenda vedi Herzog, *Theologische Realencyclopädie*, Gotha, 1859, XI, 663.

(2) L. III, cap. 1. Guglielmo Capello, nell'inedito suo commento al poema

Giuda fu dunque fatto nascere, oltrechè in molti altri luoghi, anche in Italia. Che Pilato nascesse in Italia non è detto; ma notisi che durante il medio evo soleva mostrarsi in Roma, tra l'altre cose mirabili, anche una torre, o casa, o palazzo di Pilato (1).

La fine di Pilato è, nelle varie versioni della leggenda, narrata assai diversamente. Egli morì sotto Tiberio, sotto Caligola, sotto Nerone, sotto Vespasiano e Tito: fu fatto decapitare; fu ucciso dallo stesso Nerone furente; fu scorticato; fu cucito, come si usava coi parricidi, in una pelle di bue, insieme con un gallo, una vipera ed una scimia, e lasciato morire al sole; fu chiuso in una torre, ed egli con le proprie sue mani si uccise; fu, con la torre insieme, inghiottito dalla terra. La credenza che egli si fosse ucciso, suggerita forse dall'esempio di Giuda, e dal desiderio di far commettere al reo un'ultima colpa, a giudizio di cristiani gravissima, è molto antica e quasi cancellò tutte le altre: ad essa si legano, e da essa in certo qual modo derivano, i racconti in cui si dice delle vicende cui andò soggetto dopo la morte il corpo maledetto, e dei danni ch'esso produsse. Secondo un racconto più antico, Pilato si uccise nella città di Vienna, dov'era stato chiuso in una torre, e il suo corpo fu gettato nel Rodano. Secondo un racconto più recente, e che ebbe poi molto maggior diffusione, Pilato si uccise in Roma, e il corpo suo fu da prima gettato nel Tevere, poi tolto di là, trasportato in Gallia e buttato nel Rodano, ove non rimase nemmeno. Non solamente questi due racconti, che io reco qui in una forma meramente schematica, ma anche altri, sui quali non ho bisogno

(ms. della Nazionale di Torino N, I, 5, f. 94 v.) nota solo: *Schariolo è una villa de Ascoli ove nacque Juda che fu discipulo di Christo e poi il tradì.* Di questo Scariotto fa pure ricordo il cronista e novelliere Giovanni Sercambi: vedi *Novelle inedite di* GIOVANNI SERCAMBI *tratte dal codice trivulziano CXCIII per cura di* Rodolfo Renier, Torino, 1889, pp. LVII e 218.

(1) *Domus Pilati*, *palatium Pilati*, anche casa di Crescenzio e casa di Cola di Rienzo. Era una torre presso Ponte Rotto. A Nus, in Val d'Aosta, un castello della seconda metà del secolo XII si chiama *Château de Pilate.* « On appelle ces ruines le château de Pilate, et ce n'est pas sans une répugnance manifeste que les habitants du pays prononcent le nom de ce Romain, détestable complice de la mort de Notre-Seigneur ». Così in un suo libro intitolato *La Vallée d'Aoste*, Parigi, 1860, p. 163-4, EDOARDO AUBERT, il quale ricorda pure una tradizione, secondo cui Pilato, recandosi a Vienna, sarebbe passato per la Val d'Aosta, sostando in casa di un senatore romano suo amico. Debbo questa notizia alla cortesia del barone Bollati di St. Pierre.

di soffermarmi, dan notizia dei turbamenti prodotti dal corpo sommerso del suicida e delle successive traslazioni che ne furono la conseguenza (1).

In un racconto latino intitolato *Mors Pilati qui Jhesum condemnavit*, pubblicato dal Tischendorf (2), si dice che Tiberio, fatto venire a Roma Pilato, ordinò fosse chiuso in un carcere, poi radunò il consiglio perchè pronunziasse sentenza sopra di lui. Saputo d'essere stato condannato a morire di morte turpissima (*ut morte turpissima damnaretur*) Pilato con un coltello si uccise. « Cognita Caesar morte Pilati dixit: Vere mortuus est morte turpissima, cui manus propria non pepercit. Moli igitur ingenti alligatur et in Tiberim fluvium immergitur. Spiritus vero maligni et sordidi, corpori maligno et sordido congaudentes, omnes in aquis movebantur, et fulgura et tempestates, tonitrua et grandines in aere terribiliter gerebant, ita ut cuncti timore horribili tenerentur. Quapropter Romani ipsum a Tiberis fluvio extrahentes, derisionis causa ipsum in Viennam deportaverunt et Rhodani fluvio immerserunt: Vienna enim dicitur quasi via Gehennae, quia erat tunc locus maledictionis. Sed ibi nequam spiritus affuerunt, ibidem eadem operantes. Homines ergo illi tantam infestationem daemonum non sustinentes vas illud maledictionis a se removerunt et in quodam puteo montibus circumsepto immerserunt, ubi adhuc relatione quorumdam quaedam diabolicae machinationes ebullire dicuntur. »

Il codice ambrosiano, dal quale il Tischendorf trasse questo racconto, è del secolo XIV; ma il racconto stesso risale per lo meno al XII, nel qual tempo si congiunse alla già ricordata leggenda dei natali e dei primi fatti del proconsole romano, e diventò parte di maggior racconto, che, sotto il titolo di *Vita Pilati*, ebbe più redazioni diverse, e grandissima diffusione. Ciò che nella *Mors Pilati* si narra del corpo di costui, sommerso prima nel Tevere, poi nel Rodano, e gettato da ultimo in un pozzo fra' monti, accenna evidentemente a più leggende locali già sorte, e al desiderio dell'autore del racconto di legarle possibilmente tra loro senza negarne nessuna. L'autore, o per dir

(1) Io sorpasso a tutto ciò molto rapidamenle, e senza entrare in disamine e in discussioni che sarebbero, per sè, opportune e necessarie, ma che non fanno ora al proposito mio. Vedi gli scritti circa la leggenda citati più sopra.

(2) *Evangelia apocrypha*, Lipsia, 1853, pp. 432-5.

meglio, il compilatore della *Vita*, procede alquanto più oltre su questa via, e dice che dal Tevere il corpo passò nel Rodano, che tolto dal Rodano, fu trasportato a Losanna, e che tolto finalmente anche da Losanna, sempre per le stesse ragioni, fu buttato in un pozzo dell'Alpi. Questa è la versione, che insieme con molti altri, accetta anche Giacomo da Voragine (m. 1298) nella *Legenda aurea* (1). L'anonimo autore di un commento allo *Speculum regum* di Gotofredo da Viterbo dice, sebbene in modo erroneo, qualche cosa di più, che accenna a nuove leggende locali; dice, cioè, che il corpo di Pilato, estratto dal Rodano, fu gettato in una palude tra' monti, non lungi da Losanna, vicino a Lucerna: *in montanis circa Losoniam* (o Losaniam) *prope Lucernam in quandam paludem proiecerunt.* (2) L'anonimo, il quale sembra fosse romano, fonde qui insieme due tradizioni diverse, l'una che, si riferiva a Losanna, l'altra che si riferiva a Lucerna, e, propriamente, al famoso Monte di Pilato, che sorge a ridosso di quella città (3). Altre tradizioni del resto sembra non mancassero in Isvizzera. Un canonico di Zurigo, Corrado a Mure dice nel suo *Fabularium*, finito di scrivere nel 1273, che dal Rodano il corpo di Pilato fu trasportato sul monte Septimer, poco lungi da Chiavenna (4). Forse quand'egli scriveva, la leggenda lucernese non era nata ancora: il primo a fare espresso ricordo di quello che ora si chiama il Pilato, e che prima fu detto il Fracmont, Frakmünd ecc. (*mons fractus*) sembra sia stato Felice Haemmerlin (Malleolus) morto in Lucerna nel 1457. S'intende facilmente come la Svizzera, in grazia della sua stessa configurazione fisica, dovesse essere paese assai favorevole alla moltiplicazione di così fatte leggende (5).

---

(1) *Legenda aurea vulgo historia lombardica dicta*, rec. Th. Graesse, Dresda e Lipsia, 1856, cap. LIII, p. 235.

(2) Ap. PERTZ, *Monumenta Germaniae*, *Scriptores*, t. XXII, p. 71.

(3) Un racconto tedesco dice che quei di Losanna gettarono il corpo di Pilato in una palude del monte Toritonio. DU MÉRIL, *Op. cit.*, p. 356, n. 7.

(4) In un codice del secolo XII, conservato nella Biblioteca Regia di Monaco, in fine alla storia apocrifa di Pilato si legge: « puteus autem hic vicinus est monti qui vocatur septimus mons, vel quod montibus aliis circumseptus, vel septimus mons tamquam de septem montibus eminentioribus unus ». Forse di qui ebbe Corrado a Mure la suggestione a porre la tomba di Pilato sul Septimerpass. Vedi HERSCHEL, *Zur Pilatussage*, *Anzeiger f. Kunde d. deutschen Vorz.*, neue Folge, vol. XI (1864), col. 364.

(5) In una storia della Passione, che in versi tedeschi compose Giovanni

Con la sommersione del corpo di Pilato nel Tevere, con la credenza che in Roma si vedesse ancora quella ch'era stata casa del giudice malvagio, sembra che l'Italia, o almeno una regione di essa, volesse richiamare più risolutamente a sè una leggenda illustre, la quale per più altri rispetti le apparteneva. Una leggenda più particolarmente italiana era sorta; ma questa doveva, come abbiam veduto, comporsi con altre leggende più antiche, e se voleva tener dietro, come lo stesso suo spirito le dettava, alle vicende cui andava soggetto il corpo dello scelerato suicida, doveva uscire d'Italia. Doveva, dico, sino a tanto che non avesse trovato modo di supplire alle leggende straniere, e di liberarsi dallo straniero concorso. Ora, un tal modo, o prima o poi, l'aveva a trovar facilmente.

Notiamo anzi tutto che il luogo della relegazione e della prigionia di Pilato non era al tutto certo. Si credeva più generalmente fosse stato in Vienna; ma un racconto famoso, la *Vindicta Salvatoris*, lo poneva in Damasco (1), e un altro racconto, famoso ancor esso, e di origine sicuramente italiana, la *Cura sanitatis Tiberii*, lo poneva in una città di Toscana, variamente detta nei manoscritti Ameria, Amerina, Cimerina, Timernia, Arimena (2). La città di Toscana, qual ch'essa fosse, facendo dimenticare Vienna, faceva dimenticare anche l'avventura del Rodano, e poneva la leggenda italiana, sciolta da ogni legame con tradizioni straniere, in condizione di poter narrare a suo modo, e con intendimento italiano, le vicende del corpo di Pilato. In un racconto latino intitolato *De Veronilla et de imagine domini in sindone depicta*, e che volentieri crederei composto in Italia, o derivato da alcuna fonte italiana, si dice che Pilato

---

Rothe (1370-1434) si dice che il corpo di Pilato fu prima gettato nel Rodano, poi sepolto presso Losanna, poi gettato in uno stagno sulla cima di un alto monte, a due o tre miglia da Costanza, presso il Reno, nel territorio del duca d'Austria. Vedi lo scritto testè citato dell' Herschel (coll. 366-9), il quale afferma, senza nessuna ragione, che il monte di cui qui si discorre è quello presso Lucerna, e che il Rothe accennò a Costanza solo perchè non conosceva bene i luoghi. Certo la leggenda si legò a più e diversi luoghi e monti. Il prof. Carlo Salvioni mi assicura che, secondo una leggenda del Canton Ticino, l'anima di Pilato sarebbe confinata in un laghetto suscitator di tempeste, nella Val Bavona, poco lungi da Locarno.

(1) Ap. Tischendorf, *Op. cit.* p. 462.

(2) *Roma nella memoria*, ecc., vol. I, pp. 346, 381.

fu imprigionato in Roma, che quivi di sua mano si uccise, che il corpo di lui fu gettato nel mare, dove tutti i pesci morirono, che trattolo dal mare, i cittadini lo portarono in un luogo deserto che non si nomina: *in heremum tam longe duxerunt, ubi nullum hominem venire ultra sciverunt* (1).

Non mancavano luoghi in Italia a cui la leggenda del corpo di Pilato poteva essere opportunamente legata. Tutte le tradizioni di cui ho fatto cenno sin qui parlano di danni recati da quel corpo, e parecchie dicono più specificatamente di formidabili procelle suscitate da esso. Una conseguenza si può subito prevedere: i luoghi di fama paurosa, le solitudini de' monti che si credevano infestate dai demonii, i laghi portentosi di cui da tempo antichissimo si diceva non potervisi gettar dentro un sassolino senza che se ne levassero tempeste devastatrici, dovevano, naturalmente, attrarre a sè la leggenda, dovevano, o almeno potevano, diventare monti e laghi di Pilato. In Italia monti e laghi così fatti erano meno frequenti che altrove, ma non mancavano: l'Etna aveva le sue leggende, le aveva il Lago d'Averno presso Pozzuoli, e Giovanni Boccaccio parla dèl lago Scaffajolo negli Apennini, il quale suscitava procelle spaventose, come appena ci si gettasse dentro alcuna cosa (2). I monti e il lago di Norcia avevano un'antica riputazione diabolica e magica diffusa per tutta Italia. Quivi ponevasi un antro della Sibilla, che diè luogo a leggende molto simili a quelle sorte in Germania intorno al Monte di Venere (3); quivi ancora si raccolse la leggenda di Pilato.

---

(1) Massmann, *Op. cit.*, vol. III, pp. 605–6. In una delle redazioni della *Vengeance de Vespasien*, si dice che Pilato fu inghiottito in Roma da una voragine che gli si aprì sotto ai piedi. Ms. L, II, 14 della Nazionale di Torino, f. 102 r.

(2) *De montibus, sylvis, fontibus*, etc. Dopo il Boccaccio il lago Scaffajolo fu ricordato da molti: v. De Stefani, *I laghi dell'Apennino settentrionale, Bollettino del Club Alpino italiano*, anno 1883, pp. 100-2. Per altri laghi simili vedi Simone Majolo, *Dies caniculares*, Roma, 1597, p. 580; Atanasio Kircher, *Mundus subterraneus*, Amsterdam, 1678, l. V, cap. 6; Gian Giacomo Scheuchzer, *Itinera per Helvetiae alpinas regiones*, Lugduni Batavorum, 1723, p. 92–3; Antonio Matani *Delle produzioni naturali del territorio pistojese*, Pistoja, 1762, p. 99; Grimm, *Deutsche Mythologie*, 4ª ediz., Berlino, 1875-78, vol. I, p. 496; Liebrecht, *Des Gervasius von Tilbury Otia imperialia*, Hannover, 1856, pp. 146-9.

(3) Vedi Reumont, *Il Monte di Venere in Italia*, nei *Saggi di storia e letteratura*, Firenze, 1882, pp. 378-94.

Pietro Bersuire (m. 1362) racconta nel suo *Reductorium morale* (1) la seguente istoria: « Exemplum terribile esse circa Nursiam (2) Italiae civitatem audivi pro vero et pro centies experto narrari a quodam praelato summe inter alios fide digno. Dicebat enim inter montes isti civitati proximos esse lacum ab antiquis daemonibus consecratum et ab ipsis sensibiliter inhabitatum, ad quem nullus hodie praeter necromanticos potest accedere, quin a daemonibus rapiatur. Igitur circa terminos lacus facti sunt muri qui a custodibus servantur, ne necromantici pro libris suis consecrandis daemonibus illuc accedere permittantur. Est ergo istud ibi summe terribile, quia civitas illa omni anno unum hominem vivum pro tributo infra ambitum murorum iuxta lacum ad daemones mittit, qui statim visibiliter illum hominem lacerant et consumunt, quod (ut aiunt) nisi civitas faceret, patria tempestatibus deperiret. Civitas ergo annuatim aliquem sceleratum eligit, et pro tributo illuc daemonibus mittit. Istud autem quia alicubi non legi, nullatenus crederem, nisi a tanto episcopo firmiter asseri audivissem. »

La storia narrata da Pietro Bersuire ha molta somiglianza con quella che del monte Cannaro in Catalogna racconta Gervasio di Tilbury nei suoi *Otia Imperialia* (3). In essa non è fatto cenno di Pilato, come non ne è fatto cenno nel *Guerino Meschino*, il quale fu composto poco dopo il tempo in cui il benedettino francese compilava il suo *Reductorium*, e dove si parla a lungo dell'antro della Sibilla e della lieta vita che si menava nei regni sotterranei di lei (4); ciò nondimeno, una leggenda in cui figurava Pilato era indubitatamente già nata, giacchè se ne trova il ricordo nel *Dittamondo* di Fazio degli Uberti, il quale visse sino circa il 1367. Nel già citato luogo di questo poema, Fazio dice, continuando a parlare della Marca:

La fama qui non vo' rimanga nuda
Del monte di Pilato, ov'è uno lago
Che si guarda la state a muda a muda.

---

(1) L. XIV, c. 30.

(2) Nella stampa, che io ho tra mani, si legge con manifesto errore *Noricam*. Non è improbabile che il Bersuire abbia scritto *Norciam*, agevolando così lo scambio.

(3) Decis. III, LXXVI nella citata edizione del Liebrecht, dov'è pure da vedere la nota a pp. 137-40.

(4) Vedi tutto il libro V.

Perchè, quale s'intende in Simon Mago
Per sagrar il suo libro là su monta,
Onde tempesta poi con grande smago,
Secondo che per quei di là si conta.

Il Capello nota a questo passo: « El monte de Pilato se dice ch'è supra Norcia, e lì è un luogo di diavoli, al qual vanno quei che si vogliono intendere de arte magica », e non aggiunge altro, e forse non sapeva altro. Può darsi che lo stesso Fazio abbia avuto notizia di questa leggenda un po' tardi, giacchè in un precedente luogo del poema si trova ricordo dell'altra, che poneva in Vienna la prigionia e la morte di Pilato, e le due difficilmente possono insieme accordarsi. Nel L. II, cap. 5, il poeta così si esprime:

Qui ti vo' dir, perchè ti sia diletto,
Pilato fue confinato a Vienna,
Dove s'uccise d'ira e di dispetto.

Merita considerazione un riscontro, forse non fortuito. Pietro Bersuire e Fazio degli Uberti parlano di guardie poste al lago per impedire ai negromanti di accedervi, e il simile si racconta del Monte di Pilato presso Lucerna, su cui, ancora nello scorso secolo era vietato di salire. Nel 1387 sei ecclesiastici di Lucerna furono messi in prigione, perchè avevano tentata l'ascensione del Fracmont (1); e il già citato commentatore dello *Speculum regum* dice, seguitando a parlare della palude in cui era stato gettato il corpo di Pilato: « Et certum est, quod quandocumque aliquis homo aliquid quantumcumque parvum mittit in paludem, tunc incontinenti fiunt tempestates, grandines, fulgura et tonitrua. Ideo sunt homines custodes constituti, qui tempore estatis custodiunt, ne aliquis advena ascendat ». Anche vicino a Lione si poneva un Mont Pilate con un lago suscitatore di tempeste, ma non so se fosse vietato l'andarvi.

La leggenda raccolta da Fazio fu ripetuta da altri, con le variazioni consuete e inevitabili. Un predicator di Foligno, fra Bernardino Bonavoglia, ebbe, sembra, a recitarla dal pulpito: egli nulla sa di muri o di custodi: « Dicitur autem quod iuxta Nursiam est quidam mons in quo est lacus qui dicitur Pilati, quia opinio est quasi multorum, illuc corpus eius fuisse a dyabolis per

(1) Runge, *Pilatus und St. Dominik*, Zurigo, 1859, estratto dal vol. XII delle *Mittheilungen der antiquarischen Gesellschaft in Zürich*, p. 6.

tauros in vehiculo deportatum. Ad hunc locum veniunt homines diabolici de propinquis et remotis partibus, et faciunt ibi aras cum tribus circulis, et ponentes se cum oblatione in tertio circulo, vocant demonem nomine quem volunt, legendo librum consecrandum a dyabulo. Qui veniens cum magno strepitu et clamore dicit: Cur me queris? Respondet: Volo hunc librum consecrare, idest volo ut tenearis facere omnia que in ipso scripta sunt quoties te invocavero, et pro labore tuo dabo animam meam. Et sic firmato pacto accipit librum dyabolus, et designat in eo quosdam characteres, et deinceps legendo librum dyabolus promptus est ad omnia mala faciendum. Ecce qualiter captivantur illi miseri et dampnati homines. Semel accidit quod quidam, dum vellet modo predicto consecrare librum, stans in circulo ibi ordinato, vocavit quendam demonem, cui datum responsum ibi non adesse, sed ivisse ad civitatem Asculi, ut multos perire faciat gladio de exulibus simul et civibus qui tenent statum, hoc peracto revertitur statim et faciet quod postulas. Admiratus ille de tali responso, accepit iter versus Asculum, ut cognoscat tante rei veritatem, et pervenit ad locum fratrum minorum, ubi tunc manebat sanctissimus frater Savinus de Campello, quo cum pervenisset, exposuit per ordinem omnia gesta, et invenit quod nocte precedenti de exulibus XXX fuerunt suspensi in platea, et de interfectis gladio ex utraque parte strages magna fuit in civitate. Hoc quidem comperto, statuit firmiter superdictus vir. . . . . dimittere artem magicam et incantationum, considerans magnam esse artem in dyabulo ad animas capiendas atque perdendas. Hoc retulit supradictus sanctus vir frater Savinus cuidam fratri nostro officio predicatori » (1).

Fra Bernardino accenna ad uomini che venivano da remoti paesi per attendere a lor pratiche di magia; sembra in fatti che la fama dell'antro della Sibilla e del monte e lago di Pilato che si ponevano presso Norcia, si diffondessero per la Germania e per la Francia, e ne richiamassero frequenti visitatori. Nel 1420 vi capitò un cavaliere e poeta di Provenza, Antonio de la Sale, che

(1) Debbo comunicazione di questo testo alla cortesia di Michele Faloci Pulignani, che lo trasse da un manoscritto del secolo XV, contenente prediche di fra Bernardino, e conservato sotto la segnatura AH, II, 10 nella Comunale di Foligno.

raccontò poi le cose vedute (1), e nel 1497 ne imitò l'esempio Arnaldo di Harff, patrizio di Colonia (2). Leandro Alberti, dopo aver parlato, nella sua *Descrittione di tutta l'Italia*, dell'antro della Sibilla, così prosegue: « Poscia alquanto più in su nell'Apennino, nel territorio Nursino, vi è il Lago, non meno biasimevole della Grotta, addimandato Lago di Norsa, nel quale dicono gli ignoranti notare i diavoli, imperò che continuamente si veggono salire et abbassare l'acque di quello in tal maniera che fanno maravigliare ciascuno che le guarda, parendogli cosa sopra naturale, non intendendo la cagione di tal movimento. La onde in tal guisa essendo volgata la fama di detto Lago, et non meno dell'antidetta Caverna appresso gli huomini, non solamente d'Italia, ma altresì fuori, cioè che quivi soggiornano i Diavoli, et danno risposta a chi gli interroga, si mossero già alquanto tempo (come scrive il Razzano) alcuni uomini di lontano paese (però leggiermente) et vennero a questi luoghi per consagrare libri scelerati et malvagi al Diavolo, per poter ottenere alcuni suoi biasimevoli desiderii, cioè di ricchezze, di honori, d'amorosi piaceri, et di simili cose..... Vedendo i Norsini tanto concorso d'incantatori, che salivano sopra questi aspri et alti monti, acciò non possano passare a detti luoghi, hanno serrata primieramente detta Caverna, et poi tengono buone guardie al Lago » (3). L'Alberti, che scriveva verso il mezzo del secolo XVI, di Pilato propriamente non fa menzione, ma cita i versi di Fazio che lo ricordano. Il Razzano da lui nominato è quel Pietro, che nacque in Palermo nel 1420, fu domenicano, storico, oratore e poeta, e morì vescovo di Lucera nel 1492, lasciando molte opere manoscritte. Egli aveva avuto occasione di parlare con alcuni tedeschi dai quali era stato inutilmente tentato l'esperimento della consacrazione (4).

---

(1) Kervyn de Lettenhove, *La dernière Sibylle*, nei *Bulletins de l'Académie royale de Belgique*, *Lettres*, anno 1862, pp. 64-74, citato dal Reumont, che riporta in succinto il racconto, *Op. cit.*, pp. 387-9.

(2) *Die Pilgerfahrt des Ritters* Arnold von Harff, *herausgegeben von* Dr. E. von Groote, Colonia, 1860, pp. 37-8, e Reumont, *Op. cit.*, pp. 390-2.

(3) Terzadecima Regione, Marca Anconitana. Cito dall'edizione di Venezia 1596, f. 273 r. e v.

(4) Intorno al Razzano (latinamente *Ransanus*) vedi Quétif et Echard, *Scriptores ordinis praedicatorum*, t. I, pp. 876-8. L'Alberti attinge sovente dalle opere storiche e geografiche di lui. Benvenuto Cellini, racconta nella

Nel 1621 ricorda il lago portentoso di Norcia Paolo Merula, nella sua *Cosmographia generalis*: « In Piceno ad latus Montis Victoris, quo in Orientem spectat, lacus invenitur fama nobilitatus; Nursinum dicunt. In eo cacodaemones innatare vulgus imperitum dictitat: quoniam aquae perpetuis motibus salire, et vicissim subsidere cernuntur, equidem non sine ingenti illorum admiratione, qui caussam ignorant ». Riferisce ancor egli, come l'Alberti, quanto aveva già detto il Razzano; ma non fa parola di Pilato (1). Sembra del resto che queste leggende norcine cominciassero allora, o poco dopo, a perdere della loro celebrità, perchè non se ne trova cenno in una poesia che in vituperio di Norcia scrisse monsignor Francesco Maria di Montevecchio, andatovi per sua sciagura prefetto (2), e nemmeno nei due capitoli che a Pilato e a Norcia consacrò il Marucelli nel suo sterminato *Mare magnum*, che manoscritto si conserva in Firenze nella biblioteca da lui nominata (3).

Vita, l. I, LXV, che un prete siciliano, negromante, con cui ebbe una strana e ridicola avventura nel Colosseo, gli disse che il luogo più a proposito per la consacrazione dei libri magici era nelle montagne di Norcia. Benvenuto era deliberato d'andarvi e farne esperimento, come prima avesse finite certe medaglie per il papa, intorno alle quali lavorava; ma poi seguì caso che lo svolse da quel pensiero. Nemmen egli fa cenno di Pilato.

(1) *Cosmographia generalis*, Amsterdam, 1621, p. 579. Il Merula non è fra gli scrittori citati dal Reumont, che parlarono dell'antro della Sibilla presso Norcia. Reco qui le sue parole, quali si leggono a pag. 387, sebbene differiscano poco da quelle che l'Alberti scrive intorno lo stesso argomento. « Est et alius Sibyllae specus in Piceno, haud procul Castello D. Mariae Gallicanae, in Apennino, immanis sane et horribilis. De eo vulgi sermo est aut verius insulsa et putida fabula: hac ad Sibyllam patere aditum; quae regnum intus luculentum atque spaciosum possideat, magnificis aedibus et basilicis plenum, in quibus innumerae gentes versentur, oblectationibus veneriis inter choros puellarum lascivientium, et per ea iucundissima tecta et amoenissimos hortos diffluentes; id vero interdium tantum accidere, noctu enim viros mulieresque pariter atque una Sibyllam ipsam in terribiles mutari dracones, simulque cum teterrimis illis belluis primum opere venerio congredi iis necesse esse, qui intra admitti cupiunt; nec ante annum exactum quemquam contra voluntatem retineri, nisi quod unum omnino quotannis, ex numero, qui tunc recepti fuerunt, manere oporteat. Ad hanc porro auram inde reversis tantas Sibyllam praerogativas elargiri, ut felicissimo deinceps toto vitae cursu utantur. »

(2) *Scelta di poesie italiane non mai per l'addietro stampate de' più nobili autori del nostro secolo*, Venezia, 1686, pp. 67-72.

(3) Vol. IV, art. 5; vol. XCVII, art. 17. Non ne è cenno neanche nel raro e

Quando la leggenda norcina di Pilato sia nata io non so, nè vorrei affermare che qualche concorso di elementi e qualche suggestione non le sieno venuti d'oltr'alpe. Essa ha perduto ormai ogni celebrità, e appena ne rimane qualche vestigio tra il popolo di quella provincia (1); e mentre il Monte di Pilato presso Lucerna è cognito a tutti, e attrae ogni anno migliaja e migliaja di visitatori, son ben pochi coloro che conoscano l'esistenza di un monte e di un lago di Pilato fra gli Apennini, nel cuore d'Italia.

---

curioso libro di H. KORNMANN, *De Monte Veneris, d. i. die wunderbare und eigentliche Beschreibung der alten heidnischen und neuen Scribenten Meynung von der Göttin Venus, ihrem Ursprunge, Verehrung und königlichen Wohnung mit deren Gesellschaft, wie auch von der Wasser-, Erde-, Luft- und Feuer- Menschen*, Francoforte, 1614.

(1) Il Witte nota a proposito dei famosi versi del IV del *Purgatorio*, ove Manfredi narra la sorte toccata al proprio corpo. « Oberhalb der Stelle, wo Tronto und Verde sich vereinigen, bei Arquata im Gränzegebirge gegen Norcia liegt ein übelberüchtigter See, bei dem der Volksglaube den Eingang zur Hölle zeigt ». *Dante Alighieri's Göttliche Komödie*, Berlino, 1865, p. 593. Da una lettera, con cui il prof. Vincenzo Ghinassi del R. Liceo di Spoleto gentilmente rispondeva ad alcune mie domande, rilevo che un picciolo stagno presso Norcia serba ancora il nome di Lago di Pilato, ma che tra il popolo s'è perduto il ricordo della leggenda antica, e che a spiegar quel nome un'altra immaginazione si produsse, assai poco acconcia, a dir vero. « Quando accadde in Giudea », così il prof. Ghinassi, « il grande avvenimento della crocifissione di Cristo, i montanari che passavano per quel luogo vedevano deserta la grotta della Sibilla, l'acqua del lago rosseggiante come per sangue, ed inoltre intorno al laghetto, da allora in poi, germogliò una pianticella, le cui foglie hanno sembianza di due mani riunite per il dosso, laonde la fantasia del volgo vede raffigurate in esse le mani del Redentore, congiunte insieme e perforate dai chiodi, argomentando ciò da un segno che si scorge nel mezzo di tali foglie. La fuga della Sibilla, il fenomeno delle acque del lago e della circostante vegetazione, avendo impressionato l'animo degli abitanti della montagna, questi battezzarono il detto lago col nome di Pilato, che fece eseguire la sentenza di morte contro il Nazzareno. Ecco quanto confusamente, ed in varii modi, si narra per le montagne di Norcia, ed a questo si aggiunge ancora che i vecchi montanari affermano di vedere qualche volta dei pesci di forme stranissime notare nelle acque del famoso laghetto. » Questi pesci pajono essere una reminiscenza affievolita degli antichi demoni. Così le immaginose e paurose leggende di altri tempi si vanno scolorando, attenuando e perdendo anche tra i volghi, e nelle più recondite vallate, loro ultimo asilo.

L'Accademico Segretario
GASPARE GORRESIO.

DONI

FATTI

ALLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

E

OPERE ACQUISTATE PER LA SUA BIBLIOTECA

dal 13 al 27 Gennaio 1889

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

NB. Le pubblicazioni notate con un asterisco si hanno in cambio; quelle notate con due asterischi si comprano; quelle senza asterisco si ricevono in dono.

	Donatori
* Bullettino delle Scienze mediche pubblicato per cura della Società Medico-chirurgica di Bologna, ecc.; serie 6ª, vol. XXII, fasc. 5° e 6°. Bologna, 1888; in-8°.	Società Med.-chirurgica di Bologna
* Zoologischer Anzeiger herausgegeben von Prof. J. V. CARUS in Leipzig; XII Jahrgang, n. 297. Leipzig, 1889; in-8°.	J. V. CARUS (Lipsia).
Sachregister zu den Annalen der Physik und Chemie Poggendorff'sche Folge. Band 1-160; Ergänzungsband 1-8 und Inbelband 1824-1877, etc. Leipzig, 1888; 1 vol. di 719 pag. in 8°.	Lipsia. * *
* Monthly Notices of the R. astronomical Society of London; vol. XLIX, n. 2. London, 1888; in-8°.	Reale Società astronomica di Londra.
* Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere; Serie 2ª, vol. XXI, fasc. 19. Milano, 1888; in-8°.	R. Istit. Lomb. (Milano).
* Atti della Società dei Naturalisti di Modena — Memorie; — Serie 3ª, vol VII, fasc. 2. Modena, 1888; in-8°.	Società dei Naturalisti di Modena.

C. Herz (Parigi). * La Lumière electrique — Journal universel d'Électricité, etc., Directeur le Dr. C. Herz; t. XXXI, n. 2, 3. Paris, 1889; in 4°.

La Direzione (Parigi). * Revue internationale de l'Électricité et de ses applications, etc.; t. VIII, n. 75. Paris, 1889; in-4°.

Parigi. * * Annuaire pour l'an 1889, publié par le Bureau des Longitudes, etc. Paris; 1 vol. in-16°.

Osserv. centr. di Pietroborgo. * Annalen des physikalischen Central-Observatoriums herausg von H. Wild, Jahrg. 1887, Theil I. S.-Petersburg, 1888; in-4°.

R. Accademia dei Lincei (Roma). * Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, vol. IV, fasc. 12, 2° sem., e Indice del vol. Roma, 1888; in-8°. gr.

Ufficio centrale di Meteorologia e Geod. ital. (Roma). * Annali dell'Ufficio centrale meteorologico e geodinamico italiano; serie 2ª, vol. VII, parte 2ª, 1885. Roma, 1888; in-4°.

Acc. Pontificia de' Nuovi Lincei (Roma). * Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei, ecc. anno XXIX, sess. I del 30 dic. 1885. Roma, 1886; in-4°.

Società generale dei viticolt. ital. (Roma). Bollettino della Società generale dei Viticoltori italiani; anno IV, n. 1. Roma, 1889; in-8° gr.

R. Comit. geolog. d'Italia * Bollettino del R. Comitato geologico d'Italia; serie 2ª, vol. IX, n. 9 e 10. Roma, 1888; in-8°.

Soc. generale degli Spettr. ital. (Roma). Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani, raccolte e pubblicate per cura del Prof P. Tacchini; vol. XVII, disp. 11. Roma, 1888; in-4°.

R. Accademia de' Fisiocritici di Siena. * R. Accademia dei Fisiocritici in Siena — Bollettino della Sezione dei cultori delle Scienze mediche, ecc.; anno VI, 1888, fasc. 8. Siena, 1889; in-8°.

Osserv. astronom. di Tacubaya. Anuario del Observatorio astronomico nacional de Tacubaya para el año de 1889 bajo la direccion del Ingeniero A. Anguiano; año IX. México, 1888; 1 vol. in-8°.

Università imp. di Tokyo (Giappone). * Imperial University of Japan (Teikoku Daigaku); The Calendar for the year 1888-89 (XXIst-XXIInd year of Meiji). Tōkyo, 1888; 1 vol. in-16°.

Museo di Zool. e Anatomia comp. di Torino. Bollettino dei Musei di Zoologia e di Anatomia comparata della R. Università di Torino; vol. III, n. 35 52. Torino, 1888.

Municipio di Torino. Bollettino medico-statistico pubblicato dall' Ufficio d' Igiene della Città di Torino; anno XVII, n. 33, 33. Torino, 1888; in-4°.

Id. — Consiglio Comunale di Torino, ecc.; 1888-89, n. V-VIII. Torino, 1888; in-4°.

* Bollettino mensuale della Società meteorologica italiana, serie 2ª, vol. VIII, n. 12. Torino, 1888; in-4°. — Soc. Meteor. ital. (Torino).

* Notarisia — Commentarium phycologicum: Rivista trimestrale consacrata allo studio delle alghe, ecc.; anno IV, n. 13. Venezia, 1889; in-8°. — La Direzione (Venezia).

Di alcune proprietà delle coniche coniugate; Memoria del Prof. F. P. Ruffini. Bologna, 1888; 1 fasc. in-4°. — L'A.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dal 20 Gennaio al 3 Febbraio 1889

Donatori

Bulletin de la Société de Géographie commerciale de Bordeaux, 2ᵉ série, XII année, n. 2. B — Società di Geogr. comm. di Bordeaux.

Allgemeine Geschichte, I, 6. — Geschichte des Volkes Israel, von Dr. Bernhard Stade, — Band 2. — I, 6, Geschichte Babiloniens und Assyriens, von Dr. Fritz Hommel. Berlin, 1885-88; in-8°. — Berlino. * *

Giornale di erudizione — Corrispondenza letteraria, artistica e scientifica, raccolta da Filippo Orlando; vol. I, n. 1-6. Firenze, 1888; in-8° picc. — Firenze. * *

* Compte rendu de la Société de Géographie, etc.; 1889, n. 1, pag. 1-26. Paris, in-8°. — Soc. di Geografia (Parigi).

Bibliothèque de l'Ecole des Chartes — Revue d'érudition consacrée specialement à l'étude du moyen age; XLIX, année 1888, livrais. I-V. Paris, 1888; in-8°. — Parigi. * *

Bollettino di Notizie sul Credito e la Previdenza; anno VI, nº 14. Roma, 1888; in-8° gr. — Ministero di Agr., Ind. e Comm. (Roma).

Frontispizio e Indice delle materie contenute nei numeri da 1 a 14 del *Bollettino di Notizie* ecc.; anno VI, 1888; 1 fasc. in-8° gr. — Id.

Biblioteca nazionale centrale Vittorio Emanuele di Roma — Bollettino delle opere moderne straniere acquistate dalle Biblioteche pubbliche governative del Regno d'Italia; vol. III, n. 5. Roma, 1888; in-8° gr. — Bibliot. nazionale Vitt. Emanuele in Roma.

* Studi e documenti di storia e diritto; Pubblicazione periodica; ecc.; anno IX, fasc. 4. Roma, 1888; in-4°. — La Direzione (Roma).

G. Cora (Roma). * Cosmos — Comunicazioni sui progressi più recenti e notevoli della Geografia, ecc.; vol. IX, 1886-88, n. 9. Torino; in-8° gr.

Venezia. * * I diarii di Marino Sanuto, ecc.; t. XXIV, fasc. 110. Venezia, 1889; in-4°.

L'A. L'amministrazione della giustizia nella Corte di Cassazione di Torino per l'anno 1888; Discorso inaugurale del Procuratore generale del Re Giacomo Armò all'assemblea generale del 3 gennaio 1889. Torino, 1889; 1 fasc. in-8°.

L'A. Carmignani e Manzi nella Storia del diritto penale; Notizie tratte da documenti editi ed inediti a cura di Giuliano Carmignani. Pisa, 1889; 1 fasc. in-8°.

L'A. La Società di mutuo soccorso Unione Pio-Tipografica Italiana, Torino-Firenze-Roma, fondata in Torino nel 1738; brevi Cenni del suo Socio onorario Antonio Manno, e Raccolta di documenti nella occasione del cencinquantesimo anniversario dalla sua fondazione. Torino, 1888; 1 fasc. in-8°.

L'A. François Mugnier — Lettres des Princes de la Maison de Savoie à la Ville de Chambéry (1393-1528): — Les filigranes des papiers en Savoie. Chambéry, 1888; 1 fasc. in-8°.

Torino — Stamperia Reale della Ditta G. B. Paravia e C
2672 (350) 13-III-89.

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 27 Gennaio 1889 . . . . *Pag.* 309

CHISTONI — Sul calcolo del coefficiente magnetometrico per i magnetometri costrutti secondo il metodo di Gauss, modificato da Lamont . . . . » 310

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 3 Febbraio 1889 . . . . *Pag.* 327

GRAF — Un monte di Pilato in Italia . . . . » 328

DONI fatti alla R. Accademia delle Scienze dal 13 al 27 Gennaio 1889 (*Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali*) . . *Pag.* 341

DONI fatti alla R. Accademia delle Scienze dal 20 Gennaio al 3 Febbraio 1889 (*Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche*) . . » 343

☛ NB. *A questa dispensa va unita la Tavola IV, relativa alla Memoria del Dott.* DROGOUL, *pubblicata nella Dispensa* 4ª *e* 5ª.

Torino - Tip. Reale-Paravia.

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCI

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CL

VOL. XXIV, DISP. 7ª 1888-89

TORINO
ERMANNO LOESCHER
Libraio della R. Accademia delle Scienze

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 10 Febbraio 1889.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE ARIODANTE FABRETTI
VICEPRESIDENTE

Sono presenti i Soci: Cossa, Lessona, Salvadori, Bruno, Basso, D'Ovidio, Bizzozero, Ferraris, Mosso, Spezia, Gibelli, Giacomini.

Il Socio Segretario dà lettura dell'atto verbale dell'adunanza precedente che è approvato.

Viene partecipata la recente morte del Socio Corrispondente Senatore Giuseppe Meneghini, che fu lustro dell'Ateneo Bolognese dove insegnò Geologia per lunghi anni, e dei molti Corpi scientifici ai quali apparteneva.

Tra le pubblicazioni offerte in omaggio all'Accademia viene segnalata la seguente:

Osservazioni sui giacimenti minerali di Val d'Ala in Piemonte; II, l'idrocrasio del banco d'idrocrasio nel Serpentino della Testa Ciarva al piano della Mussa »; Memoria del Socio Corrispondente Prof. Gio. Struever, presentata dal Socio Cossa.

Le letture e le comunicazioni si succedono nell'ordine che segue:

« *Ricerche di Geometria sulle curve algebriche:* Nota del Dott. Guido Castelnuovo, Assistente alla Scuola di Algebra e Geometria analitica nella R. Università di Torino, presentata dal Socio D'Ovidio.

« *L'equazione modulare nella trasformazione delle funzioni ellittiche* »; lavoro del Dott. Guido Valle, Assistente alla Scuola di Geometria proiettiva e descrittiva nella R. Università di Torino, presentato dal Socio Basso.

In quest'adunanza vengono eletti Soci nazionali residenti i sigg. Dottori Lorenzo Camerano, Assist. al Museo Zoologico, e Corrado Segre, Prof. di Geometria superiore nella R. Università di Torino.

LETTURE

Ricerche di Geometria sulle curve algebriche;

del Dott. GUIDO CASTELNUOVO

La *Geometria sulle curve* non ebbe tanti cultori quanti l'interesse dell'argomento avrebbe meritato, nemmeno dopo il lavoro dei sigg. Brill e Nöther (*) che contiene risultati così notevoli. La causa di ciò sta forse nelle artificiose dimostrazioni che si diedero alle proposizioni fondamentali della teoria. Crediamo quindi utile di indicare un'altra via a ricerche di tal natura.

In questo lavoro noi non adoperiamo il *Restsatz*, nè ci limitiamo a considerare serie di gruppi di punti segate su curve piane da curve aggiunte. Ma consideriamo le curve in generale senza limitare le dimensioni degli spazi che le contengono, e seghiamo le serie mediante spazi di forme fondamentali. Così otteniamo maggiore semplicità e simmetria.

I vantaggi di questo metodo si presentano evidenti trattando una questione finora insoluta (nel caso generale), alla quale è dedicata l'ultima parte del nostro lavoro: *assegnare il massimo genere di una curva che debba contenere una data serie di gruppi di punti;* o in altre parole assegnare il massimo genere di una curva di dato ordine appartenente ad uno spazio a r dimensioni. La risoluzione del problema, servendosi di curve aggiunte, offrirebbe forse non poche difficoltà.

Involuzioni razionali sulle curve.

1. Le definizioni che comunemente si dànno nella *Geometria sulle curve*, sono seguite anche in questo lavoro. Con $g_n^{(r)}$ indicheremo una serie di gruppi di n punti, r volte infinita, giacente sopra una curva algebrica; una serie *d'ordine* n, *ad* r

(*) *Ueber die algebraischen Functionen;* Math. Ann. 7.

dimensioni. Ed anzi, poichè solo di queste serie dovremo occuparci, intenderemo che $g_n^{(r)}$ sia *involutoria* e *razionale*, cioè che r punti della curva sostegno *individuino* un gruppo della serie, e che i gruppi di $g_n^{(r)}$ possano riferirsi univocamente ai punti dello spazio S_r ad r dimensioni. Questa corrispondenza sia di tal natura che ai punti di uno spazio S_q $(q = 0, 1 \ldots r-1)$ di S_r corrispondano gruppi di una $g_n^{(q)}$ di $g_n^{(r)}$; diremo che la $g_n^{(q)}$ giace in $g_n^{(r)}$, è un elemento di $g_n^{(r)}$.

Dalle proprietà degli spazi lineari segue:

$k+1$ *gruppi di una* $g_n^{(r)}$ *individuano una* $g_n^{(k)}$ *elemento di* $g_n^{(r)}$, *se quei gruppi non appartengono ad una serie di molteplicità inferiore a* k (se quei gruppi sono *indipendenti*). Se i $k+1$ gruppi hanno alcuni punti comuni, questi punti si trovano in ogni gruppo di $g_n^{(k)}$.

Due serie $g_n^{(p)}$, $g_n^{(q)}$ *giacenti in una stessa* $g_n^{(r)}$, *hanno in generale una* $g_n^{(p+q-r)}$ *comune, se* $p+q-r \geqq 0$.

I gruppi di una $g_n^{(r)}$ con k punti fissi della curva dànno gruppi di una $g^{(r)}_{n+k}$.

2. Nel seguito considereremo soltanto involuzioni *semplici*; supporremo cioè che i gruppi della $g_n^{(r)}$ che passano per $i(<r)$ punti arbitrari della curva, non abbiano altri punti comuni. Per tali involuzioni valgono i teoremi:

Se sopra una curva C *esiste una* $g_n^{(r)}$ $(r>1)$, *nello spazio ad* r *dimensioni* S_r *si può costruire una curva* C' *d'ordine* n *riferita univocamente a* C; la involuzione di C' corrispondente a $g_n^{(r)}$ è segata dagli spazi S_{r-1} di S_r (*).

In ogni gruppo di una involuzione $g_n^{(r)}$ *si trovano* r *punti, che non giacciono in nessun altro gruppo dell'involuzione* (punti *indipendenti* per quella $g_n^{(r)}$).

I gruppi di $n-\rho$ *punti che insieme a* ρ *punti fissi indipendenti dànno gruppi di una* $g_n^{(r)}$, *appartengono ad una* $g_{n-\rho}^{(r-\rho)}$, *complementare* a quei ρ punti.

3. Un gruppo di m punti G_m dicesi *contenuto* in una $g_n^{(r)}$ $(r<m\leqq n)$, quando questi m punti si trovano in uno stesso gruppo di $g_n^{(r)}$. E si dice che una $g_m^{(q)}$ è *contenuta* nella $g_n^{(r)}$ $(q<r<m,\ m\leq n)$, quando tutti i gruppi della prima serie sono contenuti nella seconda.

(*) V. per la dimostrazione il nostro lavoro *Geometria sulle curve ellittiche;* Atti dell'Acc. di Torino, vol. XXIV.

4. Sopra una curva C giacciano due serie $g_m^{(1)}$, $g_n^{(1)}$, e queste abbiano in comune α_2 coppie di punti, α_3 terne di punti, ... α_r gruppi G_r di r punti.

Se si riferiscono i gruppi delle due serie $g_m^{(1)}$, $g_n^{(1)}$ proiettivamente a due fasci di raggi M, N giacenti in un piano, ad ogni punto P di C si potrà far corrispondere nel piano il punto Q comune ai due raggi di M, N che rappresentano i gruppi delle due serie determinati da P. Fra i fasci M, N in tal guisa si stabilisce una corrispondenza (m, n); e quindi il luogo del punto Q è una curva d'ordine $m+n$, che ha il centro del primo fascio multiplo secondo n, il centro del secondo multiplo secondo m, ed ha inoltre α_2 punti doppi, α_3 tripli ... α_r r.upli. Questa curva è di genere

$$p=(m-1)(n-1)-\sum_{i=2}^{i=r}\alpha_i\frac{i(i-1)}{2},$$

ed è riferita univocamente a C. Da ciò:

Una curva la quale contenga due serie $g_m^{(1)}$, $g_n^{(1)}$ *aventi in comune* α_i *gruppi* G_i $(i=2, 3\ldots r)$ *è di genere*

$$p=(m-1)(n-1)-\sum_{i=2}^{i=r}\alpha_i\frac{i(i-1)}{2},$$

e può sempre riferirsi univocamente ad una (certa) curva piana d'ordine $m+n$, *con un punto* m.*uplo, un punto* n.*uplo ed* α_i *punti multipli secondo* i.

In particolare se una curva contiene una $g_m^{(1)}$, si può sempre costruire una curva piana riferita univocamente alla data, che sia d'ordine $m+k$ ed abbia un punto multiplo secondo k (per k abbastanza grande), per modo che su questa curva la $g_m^{(1)}$ sia segata dalle rette uscenti dal punto k.uplo.

5. *Due serie* $g_n^{(q)}$, $g_n^{(r)}$, *le quali giacciano sopra una stessa curva, ed abbiano una* $g_n^{(t)}$ *comune, sono contenute in una stessa serie* $g_n^{(q+r-t)}$, $(t<q, r)$.

Sia anzitutto $q=r=1$, $t=0$, cioè si tratti di due $g_n^{(1)}$ con un gruppo G_n comune.

La curva proposta può riferirsi univocamente ad una curva piana d'ordine $2n$ con tre punti n. upli; le rette uscenti da due di questi segano sulla curva le due $g_n^{(1)}$. Ora le coniche che

passano per i tre punti n. upli determinano sulla curva una $g_n^{(2)}$, nella quale sono contenute le due $g_n^{(1)}$.

Sia poi $q=1$, $r>1$, $t=0$; si riferisca univocamente la curva proposta ad una curva C^n d'ordine n dello spazio S_r, nel modo indicato dal § 2. Scelta in uno spazio S_{r+2} che contenga S_r una retta arbitraria g, che non seghi S_r, si riferiscano univocamente i punti di g ai gruppi della serie data $g_n^{(1)}$, e si congiunga ciascun punto di g agli n punti che gli corrispondono su C^n. Si otterrà così una rigata d'ordine $2n$ di S_{r+2}, alla quale appartengono quegli n raggi che proiettano i punti del gruppo G_n comune a $g_n^{(1)}$, $g_n^{(r)}$ dal punto di g corrispondente a G_n. Ora G_n giace in un S_{r-1}; e quindi gli n raggi proiettanti stanno in uno spazio ad r dimensioni, che non contiene g. Uno spazio S_{r+1} passante per questo, ma non per g, sega la rigata negli n raggi, e inoltre in una curva d'ordine n, la quale *appartiene* a S_{r+1}, ed è segata dagli S_r di S_{r+1} in una $g_n^{(r+1)}$, che contiene $g_n^{(1)}$ e $g_n^{(r)}$.

Per giungere al caso generale basta applicare più volte i due casi particolari considerati.

Se r *è la massima dimensione di una serie d'ordine* n *sopra una curva, la* $g_n^{(r)}$ *è individuata da uno dei suoi gruppi.*

6. Dal § 4 segue pure che due $g_n^{(1)}$ distinte non possono avere due gruppi di n punti comuni $(n>1)$; e se hanno in comune un gruppo G_n e un G_{n-1}, la curva sostegno è razionale.

Quindi: *Se in una curva non razionale una* $g_n^{(r)}$ *contiene una* $g^{(\varrho)}_{n-1}$, *quest'ultima serie ha per complemento un punto determinato in* $g_n^{(r)}$. Infatti due gruppi arbitrari G_{n-1}, G'_{n-1} di $g^{(\varrho)}_{n-1}$ con due punti M, M' diano due gruppi G_n, G'_n di $g_n^{(r)}$. Se M ed M' non coincidessero, la $g_n^{(1)}$ determinata da G_n, G'_n e l'altra $g_n^{(1)}$ determinata da M coi gruppi della

$$g^{(1)}_{n-1} \equiv (G_{n-1}, G'_{n-1}),$$

avrebbero un gruppo di n punti, e un gruppo di $n-1$ punti comuni.

Due serie $g_n^{(q)}$, $g_n^{(r)}$ *giacenti sopra una stessa curva, le quali abbiano una* $g^{(t)}_{n-1}$ *comune, hanno per complementi due punti determinati in una stessa* $g^{(q+r-t)}_{n+1}$.

Siano Q, R i complementi di $g^{(t)}_{n-1}$ in $g_n^{(q)}$, $g_n^{(r)}$ rispettivamente. Le due serie $g^{(q)}_{n+1}$, $g^{(r)}_{n+1}$ costituite da $g_n^{(q)}$ ed R, da

$g_n^{(r)}$ e Q hanno in comune la $g^{(t)}_{n+1}$ costituita da $g^{(t)}_{n-1}$ con Q ed R; quelle due serie quindi giacciono in una stessa $g_{n+1}^{(q+r-t)}$. Si suppone che la curva sostegno non sia razionale, nel qual caso questo teorema diventa superfluo.

Se sopra una curva giace una $g_n^{(r)}$, *ma non una* $g_{n+1}^{(r+1)}$, *ogni* $g_n^{(1)}$ *della curva o è contenuta nella* $g_n^{(r)}$, *o non ha con questa nessun gruppo* G_{n-1} *comune.*

7. *Punti multipli. — Una serie* $g_n^{(r)}$ *sopra una curva di genere* p *contiene in generale*

$$(1) \qquad (r+1)(n+rp-r)$$

gruppi con un punto multiplo secondo r + 1.

Sia anzitutto $r=1$, e la serie $g_n^{(1)}$ sia segata sopra una curva piana C_p^{n+k} d'ordine $n+k$ e genere p con un punto O multiplo secondo k, dalle rette uscenti da O [4]. Il numero richiesto è il numero delle tangenti a C_p^{n+k} che passano per O. Ora se i rimanenti punti multipli della curva equivalgono (per il genere e per la classe) a δ punti doppi, quel numero è

$$(n+k)(n+k-1)-k(k+1)-2\delta=2(n+p-1)\ ,$$

come dà la (1).

Sia poi $r>1$; si chiede quanti siano gli spazi S_{r-1} iperosculatori a una curva C_p^n d'ordine n e genere p di S_r [2]. Ora questo numero è il numero i dei flessi della curva $C_p^{n'}$ sezione piana degli spazi S_{r-2} osculatori a C_p^n (*). Ma di $C_p^{n'}$ possiamo calcolare l'ordine n', il numero delle cuspidi χ, e la classe μ, se ammettiamo che la formola (1) valga per le serie di molteplicità inferiore ad r.

Perchè n' è il numero degli S_{r-1} che passano per una retta ed hanno un contatto $(r-1)$. punto con C_p^n, cioè

$$n'=(r-1)\{n+(r-2)(p-1)\}\ ;$$

e χ è il numero degli S_{r-1} che passano per un piano ed hanno un contatto $(r-2)$. punto con C_p^n,

$$\chi=(r-2)\{n+(r-3)(p-1)\}\ .$$

(*) VERONESE, *Behandlung der projectivischen Verhältnisse;* Math. Ann. 19

Finalmente μ è il numero degli S_{r-1} che passano per un punto, ed hanno un contatto r, punto con C_p^n,

$$\mu = r \left\{ n + (r-1)(p-1) \right\} .$$

Potremo quindi calcolare il numero dei flessi i di $C_p^{n'}$, mediante la formola

$$i = \chi + 3(\mu - n') ,$$

che nel nostro caso dà

$$i = (r+1)(n + rp - r) ;$$

questo risultato coincide colla (1).

8. Una ricerca fondamentale per noi è la seguente: Quanti gruppi di $r+1$ punti sono comuni a due serie $g_m^{(1)}$, $g_n^{(r)}$ giacenti sopra una stessa curva di genere p?; si suppone che sia $m > r$, e che l'involuzione $g_m^{(1)}$ non sia contenuta nella $g_n^{(r)}$.

La questione fu già risolta per $r=1$; se infatti indichiamo con δ il numero delle coppie di punti G_2 comuni alle serie $g_m^{(1)}$, $g_n^{(1)}$ (quando ogni G_i comune si calcoli equivalente a $\binom{i}{2}$ G_2), si ha [4]

$$p = (m-1)(n-1) - \delta ,$$

ossia

$$\delta = (m-1)(n-1) - p .$$

Dico che in generale

Due serie $g_m^{(1)}$, $g_n^{(r)}$ *giacenti sopra una stessa curva di genere* p, *hanno*

$$\binom{m-1}{r}(n-r) - \binom{m-2}{r-1}p \tag{2}$$

gruppi di $r+1$ *punti comuni.*

Supponiamo che la (2) valga per le serie di dimensione inferiore ad r; allora se indichiamo con α_i il numero dei gruppi di i punti comuni alla $g_m^{(1)}$ e ad una serie d'ordine $n-r-(i-1)$ e di molteplicità $(i-1)$, sarà

$$\alpha_i = \binom{m-1}{i-1}(n-r) - \binom{m-2}{i-2}p \quad (i \leq r),$$

Sia γ_i il numero di quei gruppi di i punti che sono contenuti in $g_m^{(1)}$, e che, quando uno dei loro elementi si conti $r+2-i$ volte, giacciono nella $g_n^{(r)}$; il numero che ci proponiamo di determinare sarà dato da γ_{r+1}.

Finalmente sia δ_i il numero dei punti multipli secondo $(r-i+1)$ di una involuzione d'ordine $n-i$ e molteplicità $r-i$ sulla curva;

$$\delta_i = (r-i+1)\left\{ n-r+(r-i)p \right\}.$$

Supponiamo per semplicità che la curva data di genere p sia una curva piana d'ordine $m+k$ con un punto O multiplo secondo k [4], per modo che la $g_m^{(1)}$ sia segata dalle rette uscenti da O.

È facile stabilire una relazione fra γ_i e γ_{i+1}. Infatti nel fascio O si fissi una corrispondenza, assumendo come omologhi due raggi a_i, b_i, quando uno di essi b_i passi per un punto multiplo secondo $(r-i+1)$ di un gruppo di $g_n^{(r)}$ avente i punti sul raggio a_i. Ad ogni raggio a_i corrispondono $\binom{m}{i}\delta_i$ raggi b_i; e ad ogni raggio b_i corrispondono $m\alpha_i$ raggi a_i. Il numero dei raggi c_i, nei quali coincidono due raggi omologhi a_i, b_i, è adunque

$$\binom{m}{i}\delta_i + m\alpha_i.$$

D'altra parte un raggio c_i, o contiene un gruppo G_i di i punti che, quando uno dei suoi punti si conti $(r-i+2)$ volte, giace in $g_n^{(r)}$, oppure contiene un gruppo G_{i+1} di $i+1$ punti che, quando uno dei suoi punti si conti $(r-i+1)$ volte, giace in $g_n^{(r)}$. Sicchè

$$\gamma_i + \gamma_{i+1} = \binom{m}{i}\delta_i + m\alpha_i.$$

Questa uguaglianza vale per $i=1, 2 \ldots r-1$; vale pure per $i=0$, se si pone $\alpha_0=0$, e per $i=r$, quando al posto di γ_{r+1} si scriva $(r+1)\gamma_{r+1}$, perchè un raggio c_r contenente un gruppo G_{r+1} comune a $g_m^{(1)}$, $g_n^{(r)}$, assorbe $(r+1)$ coincidenze di a_r con b_r.

Attribuendo ad i i valori successivi $r, r-1, \ldots 1, 0$, mu-

tando segno a tutte le uguaglianze di posto pari e poi sommando, si ottiene

$$(r+1)\gamma_{r+1}=\sum_{0}^{r}{}_{i}(-1)^{r-i}\left\{\binom{m}{i}\delta_i+m\alpha_i\right\}.$$

Se al posto delle δ e delle α si sostituiscono le loro espressioni, e poi si eseguiscono le riduzioni, si arriva alla formola

$$(r+1)\gamma_{r+1}=(n-r)\left\{\binom{m-2}{r}+m\binom{m-2}{r-1}\right\}$$
$$-p\left\{2\binom{m-3}{r-1}+m\binom{m-3}{r-2}\right\},$$

ossia

$$\gamma_{r+1}=\binom{m-1}{r}(n-r)-\binom{m-2}{r-1}p,$$

che è precisamente la (2). Ma abbiamo dimostrato che la (2) vale per $r=1$; quindi essa vale per ogni valore di r (*).

9. Se si riflette al ragionamento ora fatto, si riconosce che quando non vi sono infiniti gruppi G_{r+1} comuni alle serie $g_m^{(1)}$, $g_n^{(r)}$, il numero α_{r+1} dato dalla (2) deve risultare positivo o almeno nullo. Ora la (2) assume un valore negativo se è

$$p>\frac{m-1}{r}(n-r),$$

da ciò il teorema:

Se sopra una curva di genere p *giacciono due serie* $g_m^{(1)}$, $g_n^{(r)}$ *ed è*

$$p>\frac{m-1}{r}(n-r),$$

le due serie hanno infiniti gruppi G_{r+1} *comuni.*

(*) La (2) è caso particolare della formola

$$\sum_{0}^{q}{}_{i}(-1)^{i}\binom{m-q-i}{r-i}\binom{n-r-i}{q-i}\binom{p}{i}$$

Da questa proprietà si deducono molti fra i risultati dei paragrafi seguenti.

10. Una conseguenza immediata della (2) è la seguente (già nota (*)):

Se sopra una curva d'ordine n *e genere* p, *appartenente allo spazio* S_r *si trova una serie* $g_m^{(1)}$, *i cui gruppi appartengano a spazi* S_{m-1} $(m-1<r)$, *l'ordine della varietà razionale a* m *dimensioni costituita dagli spazi* S_{m-1} *è* $n-p-(m-1)$.

Questo infatti è per la (2) il numero dei gruppi G_m comuni alla $g_m^{(1)}$ e alla serie $g_n^{(m-1)}$ determinata sulla curva dagli S_{r-1}, che passano per uno spazio a $(r-m)$ dimensioni, arbitrario, di S_r.

Se i gruppi di $g_m^{(1)}$ appartengono a spazi S_ρ, nello stesso modo si prova che l'ordine ν della varietà costituita dagli S_ρ è dato dall'uguaglianza

$$(n-\rho)\binom{m-1}{\rho}-\binom{m-2}{\rho-1}p=\nu\binom{m}{\rho+1}+z,$$

essendo z il numero degli spazi $S_{\rho-1}$ in cui giacciono gruppi $G_{\rho+1}$ contenuti nella $g_m^{(1)}$. Questa uguaglianza, per involuzioni *razionali* $g_m^{(1)}$, coincide con una formola del sig. Segre (**).

Curve normali.

11. Allo spazio ad r dimensioni S_r *appartenga* una curva d'ordine n e genere p C_p^n. Per uno spazio S_ρ di S_r, il quale incontri in s punti la curva, passano $\infty^{r-\rho-1}$ spazi S_{r-1}, i quali segano sulla curva una serie $g_{n-s}^{(r-\rho-1)}$; diremo che S_ρ è *asse* di questa serie.

Gli spazi S_ρ che segano in $(\rho+1)$ punti la curva, sono in numero di $\infty^{\rho+1}$. Gli spazi S_ρ che segano (almeno) in $(\rho+2)$

---

che dà il numero dei gruppi G_{q+r} comuni a due serie $g_m^{(q)}$, $g_n^{(r)}$ sopra una curva di genere p. Per la dimostrazione v. la nota *Una applicazione della Geometria enumerativa;* Rend. del Circolo Matematico di Palermo, 1889.

(*) Segre, *Courbes et surfaces réglées*, § 15, Math. Ann. XXX.

(**) *Sulle varietà algebriche;* Rend. Lincei, vol. III, fasc. 7°.

punti la curva, sono *al più* ∞^ρ. Sicchè si può affermare che uno spazio S_{r-1} *generale* di S_r sega la curva in n punti tali, che r quali si vogliano di essi siano linearmente indipendenti.

Si può anche affermare che una serie $g^{(1)}_{n-r+1}$, la quale abbia per asse uno spazio S_{r-2} secante C_p^n in $r-1$ punti *arbitrari*, contiene un numero finito (zero incluso) di gruppi G_{r+1} giacenti in S_{r-1}. Perchè se ne contenesse infiniti, un punto arbitrario di C_p^n apparterrebbe a qualcuno di questi G_{r+1}, e lo spazio *generale* S_{r-1}, proiezione di S_{r-2} da quel punto, segherebbe C_p^n in n punti, r tra i quali non sarebbero linearmente indipendenti.

12. Si dice che una curva appartenente ad uno spazio è *normale* per questo spazio, quando essa non può ottenersi come proiezione di una curva dello stesso ordine appartenente ad uno spazio superiore.

Se sulla curva C_p^n *normale per* S_r *si trova una serie* $g_m^{(1)}$, *i cui gruppi appartengano a spazi* S_ρ $(\rho < r)$, *il luogo di questi* S_ρ *è una varietà a* $\rho+1$ *dimensioni, d'ordine* $r-\rho$.

Si dimostra collo stesso ragionamento che il sig. Segre adopera in un caso particolare (*). L'ordine della varietà sia $r-\rho+\delta$; la varietà non può giacere in uno spazio avente più di

$$(r-\rho+\delta)+(\rho+1)-1=r+\delta$$

dimensioni, e se giace in uno spazio inferiore è proiezione di una varietà dello stesso ordine di $S_{r+\delta}$. Ora ciò non è possibile se δ è negativo; e se $\delta>0$ la C_p^n sarebbe proiezione di una curva dello stesso ordine appartenente a $S_{r+\delta}$, contro l'ipotesi; quindi è $\delta=0$.

13. Sia $V^{r-\rho}_{\rho+1}$ la varietà di quegli S_ρ. Uno spazio S_{r-1} passante per un S_ρ sega la varietà in una $V_\rho^{r-\rho-1}$ appartenente ad un S_{r-2}, il quale contiene $n-m$ punti della C_p^n; S_ρ è adunque asse di una $g^{(r-\rho-1)}_{n-m}$, i cui gruppi stanno in spazi a $r-2$ dimensioni. Ciascuno di questi spazi è poi asse della $g_m^{(1)}$.

Due serie d'ordine m, $n-m$ sopra una curva di S_r, tali che un gruppo arbitrario dell'una stia in uno spazio S_{r-1} con un qualunque gruppo dell'altra, saranno dette *residue* (una dell'altra).

(*) *Courbes et surfaces réglées*, § 15.

Sopra la curva normale C_p^n *di* S_r *una serie* $g_m^{(1)}$, *i cui gruppi stiano in spazi* S_ρ, *ha per residua una serie* $g_{n-m}^{(r-\rho-1)}$, *i cui gruppi stanno in spazi* S_{r-2}.

Se i gruppi della seconda serie appartenessero a spazi S_{r-q-1}, la prima serie sarebbe contenuta in una $g_m^{(q)}$.

Reciprocamente se la $g_m^{(1)}$ è contenuta in una $g_m^{(q)}$, la serie $g_{n-m}^{(r-\rho-1)}$, che ha per asse lo spazio S_ρ di un gruppo G_m di $g_m^{(1)}$, è residua di ogni $g_m^{(1)}$ passante per G_m e contenuta in $g_m^{(q)}$, è quindi residua di $g_m^{(q)}$. Ogni gruppo di $g_{n-m}^{(r-\rho-1)}$ deve giacere in uno spazio S_{r-q-1}.

Sopra la curva C_p^n *normale per* S_r *una serie* $g_m^{(q)}$, *i cui gruppi giacciano in spazi* S_ρ, *ha per residua una serie* $g_{n-m}^{(r-\rho-1)}$, *i cui gruppi stanno in spazi* S_{r-q-1}.

Dall'esistenza della prima serie segue l'esistenza della seconda.

14. Il numero delle dimensioni dello spazio a cui appartiene un gruppo di $g_m^{(q)}$ non può superare $m-1$, ed è certo inferiore a questo numero per quelle curve C_p^n di S_r nelle quali $n-p<r$.

I gruppi di $g_m^{(1)}$ *sopra una curva* C_p^n *appartenente ad* S_r *stanno in spazi a* $m-2$ *dimensioni, quando* $n-p<r$ (*e* $m-2<r$).

Basta dimostrare che i gruppi di $g_m^{(1)}$ con $r-m+1$ punti arbitrari della curva, dànno gruppi giacenti in spazi S_{r-1}. Perciò si noti che lo spazio di quei $r-m+1$ punti è asse di una serie $g_{n+m-r-1}^{(m-1)}$, la quale contiene la $g_m^{(1)}$, perchè [9] si ha

$$p>\frac{m-1}{m-1}(n+m-r-1-(m-1))\,,$$

in virtù dell'ipotesi $p>n-r$. Non è escluso che i gruppi di $g_m^{(1)}$ appartengano a spazi inferiori. In generale:

I gruppi di una serie $g_m^{(q)}$ *sopra una curva* C_p^n *appartenente ad* S_r *giacciono in spazi a* $(m-q-1)$ *dimensioni* (*o in spazi inferiori*) *se* $n-p<r$, (*e* $m-q-1<r$).

Infatti $q-1$ punti arbitrari della curva hanno per complemento una serie $g_{m-q+1}^{(1)}$, i cui gruppi appartengono a spazi $[m-q-1-\delta]$ (*) (per $\delta\geq 0$). In uno di questi gruppi di

(*) Seguendo lo Schubert indicheremo talvolta con $[r]$ uno spazio ad r dimensioni.

$m-q+1$ punti prendiamo $m-q$ punti *appartenenti* a

$$[m-q-1-\delta],$$

e indichiamo con G_{m-q} il loro insieme; e con G_q il gruppo formato dal punto rimanente e dai $q-1$ punti primitivi. G_{m-q} con ciascun punto di G_q dà un gruppo di una $g_{m-q+1}^{(1)}$ (complementare ai rimanenti $q-1$ punti di G_q), un gruppo quindi giacente in un $[m-q-1-\delta]$; ma poichè un tale spazio è già determinato da G_{m-q}, si conchiude che in questo spazio cadono tutti i punti di G_q; ossia tutti i punti di un gruppo arbitrario di $g_m^{(q)}$.

15. Si noti che l'ultimo teorema, se è applicabile a una curva C_p^n di S_r, vale pure per ogni curva $C_p^{n'}$ di $S_{r'}$ che sia proiezione della prima, anche quando non sussista la disuguaglianza $n'-p<r'$. In virtù del teorema 13 si ha poi:

Se sopra una curva normale C_p^n *di* S_r *per la quale* $n-p<r$, *si trova una serie* $g_m^{(q)}$ $(m-q\leq r)$, *sulla curva si trova pure una serie d'ordine* $(n-m)$ *e di molteplicità* (*almeno*) *uguale a* $(r-m+q)$, *i cui gruppi stanno in spazi* S_{r-q-1}.

16. Una curva d'ordine n e genere p appartenga ad uno spazio S_r; dati n e p vogliamo trovare un limite superiore ad r. Tratteremo in primo luogo il caso in cui è $n>2p-2$, dimostrando un noto teorema dovuto a Clifford.

Se $n>2p-2$ *lo spazio più elevato a cui appartiene una curva d'ordine* n *e genere* p, *ha* $n-p$ *dimensioni.*

Supponiamo infatti che C_p^n appartenga a S_{n-p+1}. Si seghi la curva con uno spazio S_{n-p} tale, che delle n intersezioni $n-p+1$ quali si vogliano siano linearmente indipendenti [11]. Allora per $p-1$ fra questi n punti (poichè per ipotesi è $p-1\leq n-p$) si può condurre uno spazio S_{n-p-1}, che non seghi ulteriormente la curva. E questo S_{n-p-1} è asse di una $g_{n-p+1}^{(1)}$, della quale non tutti i gruppi giacciono in spazi $[n-p-1]$. Ora gli spazi S_{n-p} passanti per un punto della curva che non giaccia in S_{n-p-1}, segano una serie $g_{n-1}^{(n-p)}$ che non contiene la $g_{n-p+1}^{(1)}$. Dunque [9] deve essere

$$p\leq\frac{n-p}{n-p}(n-1-(n-p)),$$

il che è assurdo.

Una curva di genere p e d'ordine $n > 2p - 2$ è normale per lo spazio a $n - p$ dimensioni.

17. Sia ora

$$\alpha) \qquad n \leq 2p - 2 ,$$

e ammettiamo, se è possibile, che sia

$$\beta)' \qquad n < 2r .$$

In S_r si conduca un S_{r-1} che seghi C_p^n in n punti, in guisa che r qualisivogliano fra questi siano linearmente indipendenti; $r - 1$ degli n punti apparterranno ad uno spazio S_{r-2}; e nella serie $g_{n-r+1}^{(1)}$, di cui è base l'ultimo spazio, solo un numero finito di gruppi giacerà in spazi $[n - r - 1]$. Scelti su C_p^n $(2r - n)$ punti, nessuno dei quali giaccia in S_{r-2}, gli S_{r-1} passanti per essi determinano una $g_{2(n-r)}^{(n-r)}$, che non contiene la $g_{n-r+1}^{(1)}$; dunque [9]

$$p \leq \frac{n-r}{n-r}(2(n-r) - (n-r)) ,$$

ossia $p \leq n - r$.

Se aggiungiamo alla α) questa ultima raddoppiata, otteniamo

$$n \geq 2r + 2$$

che contraddice alla $\beta)'$; quindi la $\beta)'$ è incompatibile colla α). Per conseguenza fatta l'ipotesi α), si deve avere

$$\beta) \qquad n \geq 2r ,$$

e perciò

$$\gamma) \qquad r \leq p - 1$$

Se $n \leq 2p - 2$, *e la curva* C_p^n *appartiene ad* S_r, *deve essere*

$$r \leq \frac{n}{2} \ , \ r < p \ .$$

Si noti che la γ) ha per conseguenza la disuguaglianza β). Perchè se, ammessa la γ), non fosse vera la β) ma la $\beta)'$, non potrebbe sussistere la α), e quindi per il teorema di Clifford si

dovrebbe avere $r \leq n - p$, che sommata alla γ) dà una disuguaglianza, che contraddice la $\beta)'$. Si può quindi enunciare il teorema (noto):

Se C_p^n *appartiene allo spazio* S_r *ed è* $r \leq p$, *deve essere* $n \geq 2r$; (il caso $r = p$ non contemplato nel ragionamento precedente, può tuttavia esser trattato colle stesse considerazioni).

Si ha pure:

La curva di genere p *e d'ordine* $2p - 2$ *è normale per lo spazio a* $(p - 1)$ *dimensioni.*

18. Considerazioni analoghe alle precedenti permettono di fissare un limite superiore al genere p di una curva di dato ordine n appartenente ad S_r, quando sussista la disuguaglianza

$$\beta) \qquad n \geq 2r .$$

Perciò si seghi la curva C_p^n con un S_{r-1}, in modo che delle n intersezioni r qualisivogliano siano indipendenti. La $g_{n-r+1}^{(1)}$ che ha per base lo spazio S_{r-2} determinato da $r - 1$ di queste intersezioni, contiene solo un numero finito di gruppi di r punti giacenti in spazi $[r - 2]$, e quindi ha solo un numero finito di G_r comuni colla serie $g_{n-1}^{(r-1)}$, segata dagli S_{r-1} passanti per un punto V della curva non giacente in S_{r-2}. Fra questi G_r si trovano quei $\binom{n-r}{r}$ gruppi formati colle $n - r$ ulteriori intersezioni di C_p^n e dello spazio (VS_{r-2}). Quindi [8]

$$(n-r)\binom{n-r}{r-1} - p\binom{n-r-1}{r-2} \geqq \binom{n-r}{r} ,$$

ossia

$$p \leqq \frac{(n-r+1)\ (n-r)}{r} .$$

Questo limite in generale non sarà raggiunto; ma in seguito mediante considerazioni meno semplici, troveremo il massimo valore che può assumere il genere di una curva di dato ordine appartenente ad S_r. Per ora ci limitiamo ad osservare che:

La curva d'ordine $2r$ *dello spazio* S_r *non può avere il genere superiore ad* $r + 1$.

Così la curva d'ordine $2r + 1$ di S_r non può esser di genere superiore a $r + 3$, se $r > 2$, ecc.

19. ***Si può sempre costruire nello spazio*** S_{p-1} ***una curva d'ordine*** $2p-2$ ***che sia riferita univocamente ad una data curva di genere*** p, ***purchè questa non contenga una*** $g_2^{(1)}$ (non sia iperellittica).

È noto infatti (*) che in una curva piana qualunque d'ordine n e genere p, le curve aggiunte d'ordine $n-3$ segano una $g_{2p-2}^{(p-1)}$, che è involuzione *semplice* se la curva proposta non è iperellittica.

Due curve C_p^{2p-2} di S_{p-1} riferite univocamente si corrispondono in una collineazione (**).

20. *Si può sempre costruire nello spazio* S_r $(r \geq 2)$ *una curva d'ordine* $r+p$, *che sia riferita univocamente ad una data curva di genere* p. Si può supporre che la curva data sia piana d'ordine n ed abbia solo singolarità ordinarie. Le curve aggiunte d'ordine $n-2$ formano un sistema (almeno) $n+p-2$ volte infinito; queste curve segano sulla curva d'ordine n una serie d'ordine $n+2p-2$ e molteplicità non inferiore a $n+p-2$, (perchè se fosse inferiore, per ogni gruppo della serie dovrebbero passare infinite curve aggiunte d'ordine $n-2$, e la curva data dovrebbe scindersi). Dunque in $[n+p-2]$ si trova una curva d'ordine $n+2p-2$, riferita univocamente alla data. Proiettando questa curva sopra un piano da un $[n+p-5]$, otteniamo una curva d'ordine $n+2p-2$, la quale dalle curve aggiunte d'ordine $(n+2p-2)-2$ è segata in una serie d'ordine $n+4p-4$ e dimensione $n+3p-4$; a questa serie corrisponde in $[n+3p-4]$ una curva d'ordine $n+4p-4$; e così via. Procedendo in questo modo si potrà costruire in uno spazio S_R, dove $R>r$, una curva d'ordine $R+p$ riferita univocamente alla curva data. Proiettando la curva di S_R da $R-r$ suoi punti in S_r, si ottiene la curva richiesta.

Si può anche dire che sopra una curva di genere p esiste sempre una serie $g_{r+p}^{(r)}$ qualunque sia r; la serie è completamente definita da un suo gruppo G_{r+p} (che può prendersi ad arbitrio) se $r>p-2$ [5, 16].

(*) V. Brill e Nöther, *Ueber die alg. Functionen.*

(**) Segre, *Courbes et surfaces*, § 7.

La curva C_p^{2p-2} di S_{p-1}.

21. Dai seguenti paragrafi sono escluse le curve iperellittiche (oltre alle razionali, ed ellittiche). Di ogni altra curva di genere p sappiamo che può riferirsi univocamente ad una curva ben determinata d'ordine $2p-2$ di S_{p-1}, che per brevità sarà indicata nel seguito con C_p.

Diremo che una serie $g_n^{(r)}$ è *normale*, quando non è contenuta in una serie dello stesso ordine e di molteplicità superiore. Una curva di S_r, sulla quale gli S_{r-1} seghino questa $g_n^{(r)}$, è normale.

22. Poichè la C_p è normale e $(2p-2)-p<p-1$, valgono i teoremi [14, 13]:

I gruppi di una serie $g_n^{(r)}$ *sopra* C_p, *quando* $n-r<p$, *stanno in spazi a* $n-r-1$ *dimensioni, e appartengono a questi se* $g_n^{(r)}$ *è normale.*

Sopra C_p *una serie* $g_n^{(r)}$ *normale, quando* $n-r<p$, *ha per residua una serie* $g_{2p-2-n}^{(p-1-(n-r))}$, *i cui gruppi stanno in spazi* $[p-2-r]$.

Quanto alla seconda parte del primo teorema si noti che se un gruppo di $g_n^{(r)}$ giacesse in un $[n-r-2]$, la serie residua d'ordine $2p-2-n$ sarebbe di molteplicità

$$p-2-(n-r-2)=p-(n-r),$$

i suoi gruppi dovrebbero giacere in spazi $[p-3-r]$, e quindi la serie proposta $g_n^{(r)}$ sarebbe contenuta in una $g_n^{(r+1)}$, contro l'ipotesi.

Se $g_n^{(r)}$ *è normale, la serie residua è pure normale* $(n-r<p)$.

Dal primo teorema segue che se $n-r<p$, mai n punti possono assumersi ad arbitro per costruire un gruppo che appartenga a qualche $g_n^{(r)}$, ma *al più* $n-r$ punti.

Se su C_p *si trova un gruppo di* n *punti appartenenti ad un* $[n-r-1]$ $(n-r<p)$, *questo gruppo giace in una* $g_n^{(r)}$ *normale*, residua di quella serie che ha per asse lo spazio $[n-r-1]$.

I due primi teoremi di questo paragrafo, tenendo conto della costruzione di C_p [19], possono enunciarsi nella forma nota:

Ogni serie $g_n^{(r)}$ *sopra una curva piana d'ordine* ν *e di genere* p, *se* $n-r<p$, *è segata da curve aggiunte d'ordine* $\nu-3$.

Le curve aggiunte d'ordine $\nu-3$ *che passano per un gruppo di* $g_n^{(r)}$ *segano sulla curva una serie d'ordine* $2p-2-n$ *e di dimensioni* $p-1-(n-r)$, *che è residua di* $g_n^{(r)}$.

Quest'ultimo teorema porta il nome di Riemann-Roch (*).

23. Diremo *speciale* ogni curva di S_r che sia proiezione di C_p da uno spazio S_{p-2-r} di S_{p-1}, il quale può anche segare C_p in qualche punto; e diremo *speciale* ogni serie di molteplicità r che, quando giaccia su C_p, abbia per asse un S_{p-2-r} (**). L'ordine di una curva (o serie) speciale non può superare $2p-2$; la dimensione dello spazio a cui appartiene la curva (o della serie) non può superare $p-1$.

Se $n-r<p$, *una serie* $g_n^{(r)}$ *sopra una curva di genere* p *è speciale, ed è speciale una curva* C_p^n *appartenente ad* S_r, perchè dal n° precedente segue che se $g_n^{(r)}$ giace su C_p, essa è segata dagli S_{p-2} passanti per un $[p-2-r]$ avente $2p-2-n$ punti comuni con C_p. Da questo $[p-2-r]$ la C_p è proiettata in una curva C_p^n di S_r.

Se una serie speciale normale d'ordine n *contiene un gruppo di* m *punti* G_m, *essa contiene ogni serie speciale a cui* G_m *appartenga.*

La serie proposta $g_n^{(r)}$ si trovi su C_p, e il gruppo G_m appartenga ad uno spazio $[m-q-1]$, per modo che la serie speciale normale che lo contiene sia la $g_m^{(q)}$. Sia poi G_n un gruppo di $g_n^{(r)}$ contenente G_m. Uno spazio S_{p-2} passante per G_n sega C_p in altri $2p-2-n$ punti giacenti in un $[p-2-r]$. Questi stessi punti cogli $n-m$ punti di G_n che non stanno in G_m, danno un gruppo di $2p-2-m$ punti di un $[p-2-q]$. Ora lo spazio $[p-2-r]$ è asse di $g_n^{(r)}$, e lo spazio $[p-2-q]$ è asse di $g_m^{(q)}$; e poichè il primo spazio sta nel secondo, segue che la prima serie $g_n^{(r)}$ contiene la seconda $g_m^{(q)}$. Segue pure che la serie residua di $g_n^{(r)}$ è contenuta nella serie residua di $g_m^{(q)}$.

24. Su C_p sia data una serie $g_n^{(r)}$, $(r>1)$, e sia

$$\alpha_1)\qquad n-r<p;$$

la serie è speciale, quindi

$$\beta_1)\qquad n\leq 2p-2.$$

(*) V. BRILL e NÖTHER, *Ueber die algebraischen Functionen*, § 4, 5.

(**) Nella memoria citata di BRILL e NÖTHER si dice speciale ogni serie segata sopra una curva piana d'ordine ν da curve aggiunte d'ordine $\nu-3$.

Sia μ_1 il minimo numero di punti di un gruppo arbitrario G_n della serie, per i quali deve passare un S_{p-2}, affinchè questo contenga tutto G_n; sarà

$$\gamma_1) \qquad \mu_1 \leq n - r,$$

e

$$\delta_1) \qquad d_1 = \mu_1 - 1$$

sarà la dimensione dello spazio a cui appartiene G_n.

In che relazione si trovano due, tre... spazi S_{d_1} contenenti altrettanti gruppi di $g_n^{(r)}$?

La serie $g_n^{(r)}$, la quale appartiene ad una serie normale $g_n^{(r_1)}$, essendo

$$\varepsilon_1) \qquad r_1 = n - \mu_1,$$

avrà per residua una serie $g_{N_1}^{(R_1)}$, dove

$$N_1 = 2p - 2 - n, \quad R_1 = p - \mu_1 - 1.$$

Sia G_n un gruppo *arbitrario* di $g_n^{(r)}$; possiamo supporre che mai r punti di G_n appartengano ad un altro gruppo della serie stessa [11]; poi se $g_n^{(r)}$ non offre particolarità, che $d_1 + 1 = \mu_1$ punti quali si vogliano di G_n siano linearmente indipendenti.

In tale ipotesi io dico che, se

$$R_1 \geq \mu_1 - (r-1),$$

ossia

$$\alpha_2) \qquad 2\mu_1 - (r-1) < p,$$

ogni gruppo G_{N_1} di $g_{N_1}^{(R_1)}$, il quale contenga

$$\mu_1 - (r-1)$$

punti di G_n, contiene tutto G_n.

Infatti se così non fosse, in G_n si troverebbero almeno

$$n - d_1 = n - \mu_1 + 1 > r$$

punti, non giacenti in G_{N_1}. Sia X uno di questi, e G_{r-1} un gruppo formato con $r-1$ dei punti stessi, escluso X. Un gruppo G_n' di $g_n^{(r)}$ diverso da G_n e passante per G_{r-1}, dà con G_{N_1} un gruppo di di $2p-2$ punti giacente in un S_{p-2}. Questo spazio contiene almeno

$$\mu_1 - (r-1) + (r-1) = \mu_1$$

punti di G_n, e quindi contiene tutto G_n, ed in particolare anche X. Ora X non può stare in G_n', perchè G_n' non può aver comuni con G_n r punti senza coincidere con esso; dunque X deve trovarsi in G_{N_1}, e ciò contro l'ipotesi. Segue che G_{N_1} passando per $\mu_1 - (r-1)$ punti di G_n, contiene G_n.

Perciò in primo luogo la α_2) ha per conseguenza $N_1 \geq n$, ossia

$$\beta_2) \qquad 2n \leq 2p - 2.$$

Poi se indichiamo con μ_2 il minimo numero di punti di G_n che devono trovarsi in G_{N_1}, affinchè questo gruppo contenga il primo, si avrà

$$\gamma_2) \qquad \mu_2 \leq \mu_1 - (r-1).$$

Finalmente uno spazio $S_{d_1+\mu_2}$, il quale passi per G_n e per μ_2 punti di un altro gruppo G_n' di $g_n^{(r)}$ contiene G_n'; perchè ogni S_{p-2} passante per $S_{d_1+\mu_2}$, secando C_p, oltre che in G_n, in un gruppo G_{N_1} che contiene μ_2 punti di G_n', deve contenere tutto G_n'.

Dunque *se è soddisfatta la* α_2), *due gruppi arbitrari di una* $g_n^{(r)}$ *su* C_p *appartengono a uno spazio di*

$$\delta_2) \qquad d_2 = d_1 + \mu_2 = \mu_1 + \mu_2 - 1$$

dimensioni.

Le coppie di gruppi di $g_n^{(r)}$ *dànno gruppi di una serie speciale normale d'ordine* $2n$ *e molteplicità*

$$\varepsilon_2) \qquad r_2 = 2n - d_2 - 1 = 2n - (\mu_1 + \mu_2).$$

Ogni gruppo della serie coniugata $g_{N_2}^{(R_2)}$,

$$N_2 = 2p - 2 - 2n, \quad R_2 = p - (\mu_1 + \mu_2) - 1,$$

con un gruppo G_n dà un gruppo G_{N_1}.

25. Sia ora

$$R_2 \geq \mu_2 - (r-1),$$

ossia

$$\alpha_3) \qquad \mu_1 + 2\mu_2 - (r-1) < p.$$

Se di un gruppo G_{N_2} di $g_{N_2}^{(R_2)}$ si prendono $\mu_2 - (r-1)$ punti sopra un gruppo arbitrario G_n di $g_n^{(r)}$, quest'ultimo deve giacer

tutto in G_{N_2}. Perchè se ciò non fosse, si troverebbero in G_n almeno r punti non contenuti in G_{N_2}; uno di questi sia X; per gli altri $r-1$ si potrebbe far passare un altro gruppo G_n' di $g_n^{(r)}$, il quale con G_{N_2} darebbe un gruppo G_{N_1} passante per $\mu_2-(r-1)+(r-1)=\mu_2$ punti di G_n, e quindi per tutto G_n. Il gruppo G_{N_1} conterrebbe anche X, il quale però non appartiene nè a G_n', nè a G_{N_2}. Questa contraddizione dimostra che G_{N_2} contiene G_n. Dunque dalla α_3) segue $N_2 \geq n$, ossia

$$\beta_3) \qquad 3n \leq 2p-2 .$$

Se poi indichiamo con μ_3 il minimo numero di punti di G_{N_2} che devono prendersi su G_n, perchè questo gruppo sia contenuto nel primo, si ha

$$\gamma_3) \qquad \mu_3 \leq \mu_2-(r-1).$$

Se è soddisfatta la α_3), *tre gruppi arbitrari di* $g_n^{(r)}$ *appartengono ad uno spazio di*

$$\delta_3) \qquad d_3=d_2+\mu_3=\mu_1+\mu_2+\mu_3-1$$

dimensioni.

Le terne di gruppi di $g_n^{(r)}$ *dànno gruppi di una serie speciale normale d'ordine* $3n$ *e molteplicità*

$$\varepsilon_3) \qquad r_3=3n-d_3-1=3n-(\mu_1+\mu_2+\mu_3).$$

26. In generale se a $\mu_4 \ldots \mu_k \ldots$ si estendono le definizioni date per μ_1, μ_2, μ_3, e se oltre alle disuguaglianze α_1), α_2), α_3), valgono le

$$\alpha_4) \qquad \mu_1+\mu_2+2\mu_3-(r-1)<p ,$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\alpha_k) \qquad \mu_1+\mu_2+\ldots+\mu_{k-2}+2\mu_{k-1}-(r-1)<p ,$$

allora deve essere

$$\beta_k) \qquad kn \leq 2p-2 ,$$

e oltre alle γ_1), γ_2), γ_3), si deve avere

$$\gamma_4) \qquad \mu_4 \leq \mu_3-(r-1)$$

$$\cdots\cdots\cdots$$

$$\gamma_k) \qquad \mu_k \leq \mu_{k-1}-(r-1).$$

Dalle stesse ipotesi α) seguono i teoremi:

k *gruppi arbitrari di* $g_n^{(r)}$ *appartengono ad uno spazio di*

δ_k) $$d_k = \mu_1 + \mu_2 + \ldots + \mu_k - 1$$

dimensioni.

I gruppi di* $g_n^{(r)}$ *presi a* k *a* k, *dànno gruppi di una serie speciale normale d'ordine* kn *e di molteplicità

ε_k) $$r_k = kn - (\mu_1 + \mu_2 + \ldots + \mu_k).$$

Se valgono le α) deve essere evidentemente $\mu_k > 0$. L'ipotesi opposta porterebbe di conseguenza, che se consideriamo $(k-1)$ gruppi arbitrari di $g_n^{(r)}$, ogni spazio S_{p-2}, passante per μ_1 punti del primo, μ_2 punti del secondo, ... μ_{k-1} punti dell'ultimo, dovrebbe contenere ogni altro gruppo di $g_n^{(r)}$, il che è assurdo.

Ma si vede pure facilmente che deve essere

$$\mu_k > r - 1 ,$$

quando sussistono le α); perchè altrimenti la

$$\mu_k - (r-1) \leq 0 ,$$

insieme colla

$$\mu_1 + \mu_2 + \ldots + \mu_{k-1} + \mu_k < p$$

(conseguenza della α_k) e γ_k)), darebbe

α_{k+1}) $$\mu_1 + \mu_2 + \ldots + \mu_{k-1} + 2\mu_k - (r-1) < p$$

analoga alla α_k); e tuttavia questa disuguaglianza è incompatibile colla $\mu_k - (r-1) \leq 0$, per ciò che si disse sopra (quando al posto di k stava $k-1$).

Da questa osservazione segue che, se, essendo vere le disuguaglianze α_1), α_2) ... α_k), e quindi le γ_1), γ_2) ... γ_k), si trova

γ_k') $$\mu_k \leq 2(r-1) ,$$

allora la disuguaglianza α_{k+1}) non è più vera, ma invece

α'_{k+1}) $$\mu_1 + \mu_2 + \ldots + \mu_{k-1} + 2\mu_k - (r-1) \geq p .$$

Ora le disuguaglianze γ_1), γ_2), ... γ_k) sommate insieme dànno

c) $$\mu_k \leq (n-r) - (k-1)(r-1) ;$$

se invece sommiamo la γ_k) colla γ_{k-1}) raddoppiata, colla γ_{k-2}) moltiplicata per 3, ... colla γ_1) moltiplicata per k, abbiamo

$$\mu_1+\mu_2+\mu_3+\ldots+\mu_k\leq k\left\{(n-r)-\frac{k-1}{2}(r-1)\right\}.$$

Perciò se diamo a k il minimo valore intero non inferiore a

$$\frac{n-r}{r-1}-1\,,$$

la γ_k') è certo soddisfatta, e quindi la α'_{k+1}) dà

$$a)\qquad p\leq k\left\{(n-r)-\frac{k-1}{2}(r-1)\right\}+\mu_k-(r-1).$$

27. La formola a) ci conduce a un risultato notevolissimo. Indichi χ *il più piccolo intero non inferiore a* $\frac{n-r}{r-1}$; allora la a) potrà scriversi

$$p\leq(\chi-1)\left\{(n-1)-\frac{\chi-2}{2}(r-1)\right\}+\mu_{\chi-1}-(r-1).$$

Il secondo membro assume il massimo valore quando $\mu_{\chi-1}$ ha il massimo valore, ossia per la c), quando

$$\mu_{\chi-1}=(n-r)-(\chi-2)(r\cdot\;1).$$

Sostituendo nella penultima, questa diviene

$$p\leq\chi\left\{(n-r)-\frac{\chi-1}{2}(r-1)\right\},$$

od anche

$$p\leq\chi\left\{n-\frac{r+1}{2}-\chi\frac{r-1}{2}\right\}\ (*).$$

Il secondo membro dà il massimo valore che può avere il

(*) Si noti che il secondo membro, quando si faccia variare χ diventa massimo per il valore $\dfrac{n-\frac{r+1}{2}}{r-1}=\frac{n-r}{r-1}+\frac{1}{2}$ della variabile.

genere di una curva su cui giaccia una $g_n^{(r)}$, od anche dà il massimo genere di una curva d'ordine n appartenente ad S_r.

Il genere di una curva d'ordine n *appartenente a* S_r *non può superare*

$$(1) \qquad \chi \left\{ n - \frac{r+1}{2} - \chi \frac{r-1}{2} \right\},$$

dove χ *è il minimo intero non inferiore a* $\frac{n-r}{r-1}$.

Nello stabilire la (1) si è supposto che sussistano le prime $\chi - 1$ delle disuguaglianze α_1), α_2)..., almeno la α_1); era quindi escluso il caso $\chi = 1$ ossia $n < 2r$. È però facile provare che la (1) vale anche in questo caso. Infatti se $n < 2r$, si ha [17] $n > 2p - 2$, e quindi per il teorema di Clifford, il genere ha per massimo valore $n - r$; e questo è il valore della (1) per $\chi = 1$.

Dunque la (1) dà per il genere di C^n in S_r un valore massimo che è raggiunto, se $n < 2r$. Ma anche per ogni valore di $n \geq 2r$, il valore dato dalla (1) è raggiunto. Infatti come risulta da una formola del sig. SEGRE (*), le curve semplici d'ordine n della rigata razionale normale d'ordine $r-1$ di S_r, seganti $\chi + 1$ volte ciascuna generatrice, hanno per genere il valore (1): e l'esistenza di tali curve è provata dalla rappresentazione piana.

Risulta poi dalle considerazioni precedenti che, se la curva C^n di S_r ha il genere dato dalla (1) per $\chi \geq 2$, nella c) si deve prendere il segno di uguaglianza e quindi le γ) devono ridursi a uguaglianze:

$$\Gamma_i) \quad \mu_i = (n-r) - (i-1)(r-1) \quad (i = 1, 2, \ldots \chi - 1).$$

Per $i = 1$ si ha che la C^n è normale per S_r.

28. Chiameremo curva di *genere massimo* per un dato ordine n in S_r, una curva C^n di S_r, il cui genere sia dato dalla (1). Si presenta naturale la domanda se ogni curva di genere massimo di S_r stia sopra la rigata d'ordine $r-1$, come avviene in S_3. Le ultime considerazioni ci permettono di rispondere completamente alla questione.

Le varietà a $r-1$ dimensioni d'ordine k F^k segano sopra

(*) *Intorno alla geometria su una rigata algebrica;* Rend. Lincei, 1887.

una curva C_p^n di S_r una serie d'ordine nk, della quale sia ρ la molteplicità. Poichè le varietà F^k di S_r formano un sistema lineare di molteplicità $\binom{k+r}{r} - 1$, se per C_p^n passano ∞^σ tali varietà F^k, si ha

$$\rho = \binom{k+r}{r} - \sigma - 2 ,$$

da cui

$$\sigma = \binom{k+r}{r} - \rho - 2 ;$$

si intenda che σ abbia il valore -1, quando per C_p^n non si può condurre una varietà F^k.

Ora fra le varietà F^k si trovano i gruppi di k S_{r-1} di S_r, e il sistema di queste varietà degeneri *appartiene* al sistema *lineare* di tutte le varietà F^k; cioè la serie d'ordine nk di minima dimensione che contiene i gruppi segati da k S_{r-1} è $g_{nk}^{(\rho)}$. Ma abbiamo visto che. se fra n, p, r passano le relazioni $\alpha_1)$ $\alpha_2)$ ... $\alpha_k)$, i gruppi della $g_n^{(r)}$ segata dagli S_{r-1} su C_p^n presi a k a k, danno gruppi di una $g_{nk}^{(r_k)}$; dunque per la $\varepsilon_k)$

$$\rho \leq kn - (\mu_1 + \mu_2 + \ldots + \mu_k) ,$$

e quindi

$$\sigma \geq \binom{k+r}{r} - kn + (\mu_1 + \mu_2 + \ldots + \mu_k) - 2 .$$

29. Limitiamoci al caso $k=2$; e sia $r>2$. La curva proposta sia d'ordine $n \geq 2r$ e di genere massimo p.

Supponiamo anzitutto che nella (1) si abbia $\chi > 2$, per modo che sussistano le $\alpha_1)$, $\alpha_2)$. Allora poichè per le $\Gamma_1)$, $\Gamma_2)$

$$\mu_1 + \mu_2 = 2n - 3r + 1 ,$$

si ha

$$\sigma \geq \binom{r+2}{2} - 3r - 1 ,$$

ossia

$$\sigma \geq \binom{r-1}{2} - 1 ,$$

la quale dice che per la curva data C_p^n passano almeno $\binom{r-1}{2}$ quadriche linearmente indipendenti.

Si abbia invece nella (1) $\chi=2$, cioè

$$n \leq 3r-2 \ ,$$

$$p=2n-3r+1 \quad \leq n-1 \ .$$

Poichè $2n > 2p-2$, la serie segata su C_p^n dalle quadriche di S_r non è speciale, e quindi per il teorema di Clifford la dimensione di questa serie non può superare

$$2n-p=3r-1 \ ;$$

così si ha anche in questo caso

$$\sigma \geq \binom{r+2}{2}-(3r-1)-2 \ ,$$

$$\sigma \geq \binom{r-1}{2}-1 \ ,$$

e si arriva alla stessa conclusione.

D'altra parte si vede facilmente che nell'ipotesi $n \geq 2r$, per C_p^n non possono passare $\binom{r-1}{2}+1$ quadriche indipendenti. Infatti sia S_{r-1} uno spazio il quale seghi C_p^n in n punti, dei quali r qualisivogliano siano linearmente indipendenti [11]. Se le quadriche passanti per C_p^n formassero un sistema di $\binom{r-1}{2}$ dimensioni, un sistema di quadriche di S_{r-1} della stessa molteplicità dovrebbe passare per quegli n punti. E le quadriche di S_{r-1} passanti per

$$\left\{ \binom{r+1}{2}-1 \right\} - \binom{r-1}{2} = 2(r-1)$$

di quegli n punti, dovrebbero contenere i rimanenti. Fra queste quadriche si consideri una che degeneri in due spazi S_{r-2}; uno almeno di questi dovrebbe contenere più che $r-1$ fra gli n punti, e ciò contro l'ipotesi fatta su S_{r-1}.

Possiamo dunque asserire che

Per una curva di S_r *d'ordine* $n \geq 2r$ *e del massimo genere passano* $\binom{r-1}{2}$ *quadriche linearmente indipendenti*; e ogni altra quadrica per C_p^n appartiene al sistema di quelle (*).

Se $r=3$, la curva giace adunque sopra una quadrica, il che è già noto.

30. Sia $r>3$; quale sarà la varietà base del sistema Σ di quadriche, di specie $\binom{r-1}{2}-1$?

La dimensione di questa varietà base non può superare 2. Infatti se una varietà a tre dimensioni fosse base del sistema di quadriche, uno spazio S_{r-3} segherebbe Σ in un sistema di quadriche avente per base qualche punto; e la molteplicità di questo sistema sarebbe inferiore a $\binom{r-1}{2}-1$, che è la molteplicità del sistema di *tutte* le quadriche di S_{r-3}; adunque *ogni* spazio S_{r-3} dovrebbe trovarsi in qualche quadrica di Σ. Ma ciò non è possibile, perchè se si conduce lo spazio S_{r-2} determinato da $r-1$ punti linearmente indipendenti di C_p^n, uno spazio S_{r-3} di S_{r-2} che non contenga nessuno di quegli $r-1$ punti *non* può trovarsi in una quadrica passante per C_p^n.

Visto ciò, si seghi la curva C_p^n e il sistema Σ con uno spazio S_{r-1} in n punti e in un sistema Σ' della stessa dimensione di Σ; e sia tale lo spazio S_{r-1} che delle n intersezioni r qualisivogliano siano linearmente indipendenti. Poichè tutte le quadriche di S_{r-1} formano un sistema di specie $\binom{r+1}{2}-1$, ogni quadrica passante per

$$\left\{\binom{r+1}{2}-1\right\}-\left\{\binom{r-1}{2}-1\right\}=2r-1$$

di quegli n punti, deve contenere i rimanenti.

Dico ora che se $n>2r$, gli n punti si trovano sopra una curva razionale d'ordine $r-1$, la quale è contenuta in tutte le quadriche di Σ'. Indichiamo gli n punti con

$$\text{(G)} \qquad A_1, A_2 \ldots A_{2r-1}, B_1, B_2 \ldots B_{n-2r+1},$$

(*) Questo teorema è noto nel caso $n=2r$, $p=r+1$.

e i primi $2r-1$ abbiano la proprietà che ogni quadrica passante per essi, passi per i rimanenti. Basterà dimostrare che la curva razionale C_o^{r-1} determinata dagli $r+2$ punti

$$A_1, A_2, \dots A_r, B_1, B_2,$$

passa per tutti i punti B, e per uno qualunque dei rimanenti punti A ad es. per A_{2r-1}. Perciò consideriamo la piramide fondamentale che ha per vertici i punti

$$A_1, A_2 \dots A_{r-1},$$

e indichiamo con $S^{(i)}_{r-3}$ lo spazio-faccia a $r-3$ dimensioni che non passa per A_i. Sia poi S_{r-3} lo spazio determinato dai punti

$$A_{r+1}, A_{r+2} \dots A_{2r-2}.$$

Se riferiamo proiettivamente i due fasci di S_{r-2} che hanno per sostegni $S^{(i)}_{r-3}$, S_{r-3}, in guisa che si corrispondano gli spazi proiettanti A_i, A_r, A_{2r-1}, otteniamo come luogo delle intersezioni degli spazi omologhi una quadrica, che passando per tutti i punti A, dovrà contenere tutti i punti (G); quindi

$$S^{(i)}_{r-3}(A_r, A_{2r-1}, B_1, B_2 \dots) \wedge S_{r-3}(A_r, A_{2r-1}, B_1, B_2 \dots).$$

Poichè in questa relazione, quando ad i si danno i valori $1, 2, 3 \dots r-1$, il secondo membro non si altera, segue che gli $r-1$ fasci proiettivi aventi per sostegno le faccie della piramide, generano una curva razionale d'ordine $r-1$, la quale passa oltre che per

$$A_1, A_2, \dots A_r, B_1, B_2,$$

anche per A_{2r-1} e per tutti i punti B; e ciò appunto si voleva dimostrare. Poichè le quadriche di Σ' contengono ciascuna più che $2(r-1)$ punti di questa curva razionale C_o^{r-1}, segue che le quadriche stesse passano per C_o^{r-1}.

Dunque se $n > 2r$, le quadriche di Σ hanno una varietà base che è segata da ogni S_{r-1} in una C_o^{r-1}; questa varietà deve essere una superficie a due dimensioni di ordine $r-1$.

Se n$>$2r *la curva d'ordine* n *e di genere massimo di* S_r *sta in una superficie a due dimensioni d'ordine* r − 1 (*); questa superficie è rigata se r è diverso da 5, e può esser non rigata per $r=5$. Nel caso di una superficie rigata, il numero χ della (1) aumentato di una unità dà il numero dei punti in cui la curva sega ogni generatrice.

Se $n=2r$, $r>3$ la curva non sta *necessariamente* sopra una superficie d'ordine $r-1$; anzi sta sopra la rigata d'ordine $r-1$ solo quando la curva contenga una $g_3^{(1)}$.

Finalmente una curva d'ordine $n<2r$ e di genere massimo ($\chi=1$) non può giacere sopra la rigata d'ordine $r-1$ di S_r, a meno che la curva non sia iperellittica.

Torino, 1° Febbraio 1889.

(*) Crediamo che anche il sig. Del Pezzo sia giunto a questo teorema, però siccome il suo lavoro è ancora inedito, non conosciamo la via che lo ha guidato (febbraio 1889). Al sig. Del Pezzo poi è dovuto lo studio delle superficie a due dimensioni d'ordine $r-1$ immerse nello spazio a r dimensioni (Rend. della R. Acc. di Napoli, settembre 1885).

L'equazione modulare nella trasformazione delle funzioni ellittiche;

del Dott. Guido Valle

Il problema della trasformazione delle funzioni ellittiche si enuncia generalmente nei seguenti termini: *Trovare una funzione razionale* y *di* x *per cui sia soddisfatta l'equazione differenziale:*

$$(1)\ldots \qquad \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-k^2x^2)}}=\mu\frac{dy}{\sqrt{(1-y^2)(1-\lambda^2y^2)}}$$

nella quale il nuovo *modulo* λ dipende dal *modulo* k della funzione proposta. Tale funzione y è adunque della forma $\frac{P}{Q}$, dove P e Q indicano due polinomi interi in x; e detto n il grado del polinomio di grado maggiore, n sarà l'ordine della trasformazione.

In generale ad ogni trasformazione corrispondono per λ diversi valori, e questi sono le varie radici di una particolare equazione, detta da Iacobi *Equazione modulare.*

Dopo Iacobi molti si occuparono di questa equazione; tra gli altri primo il Dott. Guetzlaff, il quale in una sua Nota diede l'equazione modulare relativa alla trasformazione del 7° ordine. Indotto dal suo esempio, l'amico di lui, il Ch.mo Sohnke, diede quelle relative all'11°, 13° e 17° grado; ed in seguito, con una sua pregevolissima Memoria inserita nel 16° volume del *Giornale di Crelle*, mostrò come si possa formare l'equazione modulare nel caso in cui il numero n sia primo. Una tale restrizione non è qui fatta; il numero n è supposto impari senz'altro; e lo scopo della presente Nota è di stabi-

lire in tale ipotesi l'esistenza ed il grado dell'equazione modulare, la cui importanza è capitale nel problema della trasformazione.

È noto che le funzioni ellittiche si possono riguardare come i quozienti di quattro funzioni, due a due, delle quali non sarà inopportuno ricordare qui le definizioni.

Posto:

$$(2)\ldots\quad \begin{cases} \omega=\displaystyle\int_0^1\frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-k^2x^2)}} & i\omega'=\displaystyle\int_0^{\frac{1}{k}}\frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-k^2x^2)}} \\ i=\sqrt{-1} & q=e^{-\pi\frac{\omega'}{\omega}}=e^{i\pi\varrho} \end{cases}$$

si hanno le relazioni seguenti:

$$(3)\ldots\quad \begin{cases} \Theta\,(x)=1+2\displaystyle\sum_{\sigma=1}^{\sigma=\infty}(-1)^\sigma q^{\sigma^2}\cos\frac{\sigma\pi x}{\omega} \\ \Theta_1(x)=1+2\displaystyle\sum_{\sigma=1}^{\sigma=\infty}q^{\sigma^2}\cos\frac{\sigma\pi x}{\omega} \\ H\,(x)=\qquad 2\displaystyle\sum_{\sigma=0}^{\sigma=\infty}(-1)^{\sigma+1}q^{\left(\frac{2\sigma+1}{2}\right)^2}\operatorname{sen}\frac{(2\sigma+1)\pi x}{2\omega} \\ H_1(x)=\qquad 2\displaystyle\sum_{\sigma=0}^{\sigma=\infty}q^{\left(\frac{2\sigma+1}{2}\right)^2}\cos\frac{(2\sigma+1)\pi x}{2\omega} \end{cases}$$

Tra queste passano le relazioni seguenti:

$$(4)\ldots\quad \begin{cases} \Theta\,(x+2i\omega')=-e^{\pi\frac{\omega'}{\omega}}e^{-\frac{i\pi x}{\omega}}\,\Theta\,(x) \\ \Theta_1(x+2i\omega')=\quad e^{\pi\frac{\omega'}{\omega}}e^{-\frac{i\pi x}{\omega}}\,\Theta_1(x) \\ H\,(x+2i\omega')=-e^{\pi\frac{\omega'}{\omega}}e^{-\frac{i\pi x}{\omega}}\,H\,(x) \\ H_1(x+2i\omega')=\quad e^{\pi\frac{\omega'}{\omega}}e^{-\frac{i\pi x}{\omega}}\,H_1(x) \end{cases}$$

e le altre più generali

$$(5)\ldots\quad \begin{cases} \Theta\,(x+2\,mi\omega')=(-1)^m e^{m^2\pi\frac{\omega'}{\omega}} e^{-m\frac{i\pi x}{\omega}}\,\Theta\,(x) \\ \Theta_1(x+2\,mi\omega')= e^{m^2\pi\frac{\omega'}{\omega}} e^{-m\frac{i\pi x}{\omega}}\,\Theta_1(x) \\ H\,(x+2\,mi\omega')=(-1)^m e^{m^2\pi\frac{\omega'}{\omega}} e^{-m\frac{i\pi x}{\omega}}\,H\,(x) \\ H_1(x+2\,mi\omega')= e^{m^2\pi\frac{\omega'}{\omega}} e^{-m\frac{i\pi r}{\omega}}\,H_1(x) \end{cases}$$

e finalmente, poichè ci saranno spesso utili, registreremo ancora le relazioni seguenti:

$$(6)\ldots\quad \begin{cases} \Theta_1(x+i\omega')=H_1(x)\,e^{-\frac{i\pi}{4\omega}(2x+i\omega')} \\ H_1(x+i\omega')=\Theta_1(x)\,e^{-\frac{i\pi}{4\omega}(2x+i\omega')} \end{cases}$$

Ciò posto, si sa che le funzioni ellittiche sono definite dalle seguenti relazioni:

$$(7)\ldots\quad \begin{cases} \operatorname{sen} am\, x=\dfrac{1}{\sqrt{k}}\,\dfrac{H\,(x)}{\Theta\,(x)} \\ \cos am\, x=\sqrt{\dfrac{k'}{k}}\,\dfrac{H_1(x)}{\Theta\,(x)} \\ \Delta\, am\, x=\sqrt{k'}\,\dfrac{\Theta_1(x)}{\Theta\,(x)} \end{cases}$$

dove si ha:

$$(8)\ldots\quad \sqrt{k}=\frac{H_1(o)}{\Theta_1(o)}\,;\qquad k^2+k'^2=1$$

Le quantità ω ed $i\omega'$ essendo quelle che figurano nei periodi della funzione proposta; se indichiamo con Ω ed $i\Omega$ le quantità che compaiono nei periodi della trasformata, si sa che:

$$(9)\ldots\quad \Omega=\frac{\omega}{n'}\,;\quad i\Omega'=\frac{i\omega'+\dfrac{1\sigma t\omega}{n'}}{n''}$$

ed il nuovo modulo λ sarà definito dalla relazione:

$$\sqrt{\lambda}=\frac{H_1(o,\Omega,\Omega')}{\Theta_1(o,\Omega,\Omega')}$$

Ora, è noto che ad ogni trasformazione di ordine n corrispondono tre numeri n', n'', t tali, che mentre si ha $n = n'\,n''$, t sia primo col massimo comun divisore di n', n''. Or bene, di qui si può conchiudere che le trasformazioni distinte d'ordine n sono appunto tante quante sono le terne n', n'', t. Allo scopo di determinare il numero di queste terne, si noti che se fosse:

$$n = n_1\,n_2$$

dove n_1 ed n_2 non fossero numeri primi, allora ad ogni terna n', n'', t relativa al numero n se ne potrebbero far corrispondere due altre; n_1', n_1'', t_1 ed n_2', n_2'', t_2 relative ai numeri n_1, n_2; ciò è di per se stesso evidente. Se adunque indichiamo con τ il numero delle terne n', n'', t, e con τ_1, τ_2 le terne analoghe relative ad n_1, n_2, sarà evidentemente

$$\tau = \tau_1\,\tau_2$$

laonde se per maggior generalità si suppone:

$$n = a^\alpha\, b^\beta\, c^\gamma \ldots l^\lambda$$

sarà

$$\tau = \tau_\alpha \tau_\beta \tau_\gamma \ldots \tau_\lambda$$

Vediamo come un tal numero τ si possa in ogni caso determinare.

Sia f^φ un fattore qualunque di n; corrispondentemente ad esso si avranno varie terne, delle quali una è la seguente:

$$f^\varphi,\ 1,\ 0$$

ed un'altra qualunque sarà della forma

$$f^{\varphi - \varphi'},\ f^{\varphi'},\ t'$$

e mentre φ' assumerà i valori $1, 2, \ldots \varphi - 1$; t' a sua volta dovrà assumere valori primi con $f^{\varphi'}$ e non maggiori di esso; dunque le terne del 2° tipo saranno $f^{\varphi-1}\,(f-1)$, le quali, aggiunte alla prima, forniscono $f^{\varphi-1}\,(f-1)+1$ terne. Ma queste non sono tutte; si può, infatti, porre

$$1,\ f^\varphi,\ t''$$

dove f^φ restando fisso, t'' dovrà assumere tutti i valori compresi fra zero ed $f^{\varphi-1}$; laonde si potrà conchiudere che le terne corrispondenti al fattore f^φ sono

$$\tau_\varphi = f^{\varphi-1}\,(f+1)$$

Cose analoghe verificandosi per tutti gli altri fattori, si vede che in totale le terne corrispondenti al numero n saranno

$$(11)\ldots \qquad \tau = a^{\alpha-1} b^{\beta-1} \ldots l^{\lambda-1} (a+1)(b+1)\ldots(l+1)$$

il qual numero nel caso in cui sia n semplicemente impari e privo di divisor quadratico, è uguale alla somma dei divisori di n (*). — Così rimane dimostrato ed anche, se non erro, meglio dichiarato un teorema dato, senza dimostrazione, da Iacobi nei suoi *Fundamenta Nova*, pag. 101.

Determinato così il numero delle terne corrispondenti al numero n, sostituendo questi valori nelle relazioni (9) e poi calcolati effettivamente i valori corrispondenti delle funzioni: $\Theta_1(0, \Omega, \Omega')$ ed $H_1(0, \Omega, \Omega')$; la relazione (10) ci potrebbe fornire tutti i valori di λ.

Si può tuttavia giungere ad un risultato più elegante esprimendo le nuove funzioni di Θ_1 ed H_1 relativa ai nuovi periodi Ω ed $i\Omega'$ mediante le medesime funzioni relative ai periodi ω, $i\omega'$.

Infatti, tenendo presenti le (9), si vede che si passa dalla funzione $\Theta_1(x)$ alla funzione $\Theta_1(x, \Omega, \Omega')$ dividendo il primo periodo per n', e poi la quantità $\omega' = 16\, t\, i \frac{\omega}{n'}$ per n''.

Applicando adunque al caso nostro la formola per la divisione del periodo immaginario data da Briot e Bouquet (*Théorie des fonct. elliptiques*, pag. 544)

$$\Theta_1\left(x, \frac{2i\omega'}{n''}\right) = A' \prod_{p'=-\frac{n''-1}{2}}^{p'=+\frac{n''-1}{2}} \Theta_1(x + 2p'i\Omega')$$

e tenendo presenti le relazioni (9), ricaveremo:

$$\Theta(x, \Omega, \Omega') = A' \prod_{p'=-\frac{n''-1}{2}}^{p'=+\frac{n''-1}{2}} \Theta\left(x + 2p'i\Omega', \frac{\omega}{n'}, \omega'\right)$$

(*) Cfr. KÖNISBERGER, *Die Modulargleichungen der Elliptischen functionen*. Leipzig, 1868, pag. 73.

Applicando poi alla funzione $\Theta\left(x+2p'i\Omega', \frac{\omega}{n}\omega'\right)$ la formola per la divisione del periodo reale:

$$\Theta\left(x, \frac{\omega}{n}\right) = A'' \prod_{p=-\frac{n'-1}{2}}^{p=+\frac{n'-1}{2}} \Theta\left(x+2p\frac{\omega}{n}\right)$$

si trae:

$$\Theta\left(x+2p'i\Omega', \frac{\omega}{n}, \omega'\right) = A'' \prod_{p=-\frac{n'-1}{2}}^{p=+\frac{n'-1}{2}} \Theta(x+2p\Omega+2p'i\Omega')$$

e quindi:

$$(12)\ldots\ \Theta(x, \Omega, \Omega') = A \prod_{p=-\frac{n'-1}{2}}^{p=+\frac{n'-1}{2}} \prod_{p'=-\frac{n''-1}{2}}^{p'=+\frac{n''-1}{2}} \Theta(x+2p\Omega+2p'i\Omega').$$

Se ora in questa si muta x in $x+i\omega'$ e si tengono presenti le relazioni (5) e (6), si trova che il 2° m. della precedente diviene:

$$e^{\frac{n\pi\omega'}{4\omega}} e^{-\frac{ni\pi x}{2\omega}} A \prod_{p=-\frac{n'-1}{2}}^{p=+\frac{n'-1}{2}} \prod_{p'=-\frac{n''-1}{2}}^{p=+\frac{n''-1}{2}} \Theta_1(x+2p\Omega+2p'i\Omega')$$

Se poi si tien conto della identità:

$$i\omega' = n''i\Omega' - 16t\frac{\omega}{n} = i\Omega' + (n''-1)i\Omega' - 16t\Omega$$

si avrà:

$$\Theta_1(x+i\omega', \Omega, \Omega') = e^{\left(\frac{n''-1}{2}\right)^2 \pi\frac{\Omega'}{\Omega}} e^{-\frac{n''-1}{2}\frac{i\pi(x+i\Omega')}{\Omega}} \Theta_1(x+i\Omega', \Omega, \Omega')$$

D'altra parte si ha per la 2ª delle (6)

$$\Theta_1(x+i\Omega', \Omega, \Omega') = e^{\pi\frac{\Omega'}{4\Omega}} e^{-\frac{i\pi x}{2\Omega}} H_1(x, \Omega, \Omega')$$

laonde sostituendo nella precedente e riducendo verrà:

$$\Theta_1(x+i\Omega', \Omega, \Omega') = e^{\frac{n\pi\omega'}{4\omega}} e^{-\frac{ni\pi x}{2\omega}} H_1(x, \Omega, \Omega')$$

Sostituendo finalmente nella (12) e sopprimendo i fattori comuni, avremo:

$$(13)\ldots\ H_1(x, \Omega, \Omega') = A \prod_{p=-\frac{n'-1}{2}}^{p=+\frac{n'-1}{2}} \prod_{p'=-\frac{n''-1}{2}}^{p''=+\frac{n''-1}{2}} H_1(x + 2p\Omega + 2p'i\Omega')$$

Le funzioni H_1 e Θ_1 così espresse potrebbero benissimo fornirci i valori di λ relativi alla trasformazione di ordine n; tuttavia sarà possibile di far coincidere i risultati che così si sarebbero ottenuti con quelli proposti da Iacobi. Egli, infatti, ha dimostrato (*Fundamenta*, pag. 59) che quando n è numero primo i valori di λ sono forniti dalla relazione seguente:

$$(14)\ldots\ \sqrt[4]{\lambda} = \sqrt[4]{k^n} \left| \operatorname{sen} coam\, 4\varpi \,.\, \operatorname{sen} coam\, 8\varpi \ldots \operatorname{sen} coam\, 2(n-1)\varpi \right|$$

dove sia

$$\varpi = \frac{m\omega + m'i\omega'}{n}$$

m, m' essendo due numeri interi qualunque primi con n, che si potranno supporre minori di n.

Orbene, non sarà difficile il dimostrare che, corrispondentemente ad una terna qualunque n', n'', t relativa al numero impari n si potranno determinare due numeri m, m' tali che si abbia:

$$4\sigma\varpi + 2\sigma_1\omega + 2\sigma' i\omega' = 2p\Omega + 2p'i\Omega'$$

ossia

$$\left(\frac{4\sigma m}{n} + 2\sigma_1\right)\omega + \left(\frac{4\sigma m'}{n} + 2\sigma'\right)i\omega' = \left(\frac{2p}{n'} + \frac{32p't}{n}\right)\omega + \frac{2p'}{n''}i\omega'$$

Si ricavano infatti le relazioni:

$$4\sigma m + n\sigma_1 = pn'' + 16tp'$$
$$2\sigma m' + n\sigma' = p'n'$$

Dalla seconda si trae subito:

$$(15)\ldots \qquad m' = \varkappa n'$$

quindi la medesima diviene:

$$2\sigma\varkappa + n''\sigma' = p'$$

Indi sostituendo nella prima, si trova:

$$2\sigma(m - 16\,t\varkappa) + n\sigma - 16\,t n''\sigma' = p n''$$

la quale esige che sia:

$$m - 16\,t\varkappa = s n''$$

donde

$$(16)\ldots \qquad m = s n'' + 16\,t\varkappa$$

Ciò posto; se nelle relazioni (12) e (13) si fanno le sostituzioni precedenti prendendo per variabile $x + 4\sigma\varpi$, e si tengono presenti le (5), si ricava:

$$\Theta_1\left[(x + 4\sigma\varpi) + 2\sigma' i\omega'\right] = e^{\sigma'^2\pi\rho}\, e^{-\sigma'\frac{i\pi(x+4\sigma\omega)}{\omega}}\,\Theta_1(x + 4\sigma\varpi)$$

Mutando in questa σ e σ' in $-\sigma$ e $-\sigma'$

$$\Theta_1\left[(x - 4\sigma\varpi) - 2\sigma' i\omega'\right] = e^{\sigma'^2\pi\rho}\, e^{\sigma'\frac{i\pi(x-4\sigma\omega)}{\omega}}\,\Theta_1(x - 4\sigma\varpi)$$

Moltiplicando $m.$ a $m.$, e poi sostituendo nella (12) avremo:

$$\Theta_1(x, \Omega, \Omega') = A\,\Theta_1(x) \prod_{\sigma=1}^{\sigma=\frac{n-1}{2}} \Theta_1(x + 4\sigma\omega)\,.\,\Theta_1(x - 4\sigma\omega).$$

Analogamente si troverebbe:

$$H_1(x, \Omega, \Omega') = A\,.\,H_1(x) \prod_{\sigma=1}^{\sigma=\frac{n-1}{2}} H_1(x + 4\sigma\omega)\,.\,H_1(x - 4\sigma\omega)$$

Dalle quali subito si trae:

$$\sqrt{\lambda} = \frac{H_1(0, \Omega, \Omega')}{\Theta_1(0, \Omega, \Omega')} = \frac{H_1(0)}{\Theta_1(0)} \prod_{\sigma=1}^{\sigma=\frac{n-1}{2}} \frac{H_1^2(4\sigma\varpi)}{\Theta_1^2(4\sigma\varpi)}$$

ossia ricordando la relazione $\sqrt{k}=\frac{H_1(0)}{\Theta_1(0)}$

$$\sqrt{\lambda}=\sqrt{k}\prod_{\sigma=1}^{\sigma=\frac{n-1}{2}}\frac{H_1^2(4\sigma\varpi)}{\Theta_1^2(4\sigma\varpi)}$$

donde

$$\sqrt[4]{\lambda}=\sqrt[4]{k}\prod_{\sigma=1}^{\sigma=\frac{n-1}{2}}\frac{H_1(4\sigma\omega)}{\Theta_1(4\sigma\omega)}$$

Ed ora visto, che è:

$$\text{sen}\,coam\,x=\frac{\cos am\,x}{\Delta\,am\,x}=\frac{\sqrt{\frac{k'}{k}}\,\frac{H_1(x)}{\Theta(x)}}{\sqrt{k'}\,\frac{\Theta_1(x)}{\Theta(x)}}=\frac{1}{u^2}\,\frac{H_1(x)}{\Theta_1(x)}$$

avremo:

$$(17)\ldots\quad v=u^n\prod_{\sigma=1}^{\sigma=\frac{n-1}{2}}\text{sen}\,coam\,(4\sigma\varpi)$$

la quale coincide perfettamente con quella data da Iacobi, e ci fornisce tutti i valori del nuovo modulo λ relativo alla trasformazione di ordine n.

Ora il ch.^{mo} Sohnke dimostra che tutti i valori di v si possono ottenere sviluppati in prodotto infinito, sostituendo nella nota relazione:

$$(18)\ldots\quad u=\sqrt{2}\,\sqrt[8]{q}\prod_{r=1}^{r=\infty}\frac{1+q^{2r}}{1+q^{2r-1}}$$

successivamente q^n, $q^{\frac{1}{n}}$, $\alpha q^{\frac{1}{n}}, \ldots \alpha^{n-1} q^{\frac{1}{n}}$, dove α rappresenta una radice qualunque dell'equazione binomia $x^n-1=0$. Vediamo come si modifichi il teorema quando n sia numero impari. La (17) si può scrivere:

$$v=u^{n'}\prod_{l=1}^{l=\frac{n'-1}{2}}\text{sen}\,coam\,(4\,l\,n''\varpi)\times u^{n''-1}\prod_{\sigma=1}^{\sigma=\frac{n''-1}{2}}\text{sen}\,coam\left[4\left(\frac{n'-1}{2}n''+\sigma\right)\varpi\right]\times$$

$$\times\, u^{(n'-1)(n''-1)}\prod_{l=0}^{l=\frac{n'-3}{2}}\ \prod_{\sigma=1}^{\sigma=n''-1}\text{sen}\,coam\left[4\,(l+n'')\,\varpi\right]$$

Ma se si ricordano le relazioni (15) e (16) tenendo conto della periodicità della funzione sen $coam\, x$, e si variano convenientemente indici ed argomento, potremo scrivere:

$$v = u^{n'} \prod_{l=1}^{l=\frac{n'-1}{2}} \text{sen}\, coam \left(l \frac{4 m \omega}{n'} \right) \times$$

$$\times\, u^{n'(n''-1)} \prod_{\sigma=1}^{\sigma=\frac{n''-1}{2}} \prod_{l=-\frac{n''-1}{2}}^{l=+\frac{n''-1}{2}} \text{sen}\, coam \left(4 \sigma \varpi + l \frac{4 m \omega}{n'} \right)$$

D'altra parte, poichè si ha:

$$u^2 \text{sen}\, coam \left(x, \frac{\omega}{n'}, \omega' \right) = u^{2 n'} \prod_{l=-\frac{n'-1}{2}}^{l=+\frac{n'-1}{2}} \text{sen}\, coam\, x$$

e quindi:

$$u^{n''-1} \prod_{\sigma=1}^{\sigma=\frac{n''-1}{2}} \text{sen}\, coam \left(4 \sigma \varpi, \frac{\omega}{n'}, \omega' \right) =$$

$$= u^{n'(n''-1)} \prod_{\sigma=1}^{\sigma=\frac{n''-1}{2}} \prod_{l=-\frac{n'-1}{2}}^{l=+\frac{n'-1}{2}} \text{sen}\, coam \left(4 \sigma \varpi + l \frac{4 m \omega}{n'} \right)$$

sostituendo, verrà:

$$v = u^{n'} \prod_{l=1}^{l=\frac{n'-1}{2}} \text{sen}\, coam \left(l \frac{4 m \omega}{n'} \right) u^{n''-1} \prod_{\sigma=1}^{\sigma=\frac{n''-1}{2}} \text{sen}\, coam \left(4 \sigma \varpi, \frac{\omega}{n'}, \omega' \right)$$

ossia tenendo conto delle (15) e (16)

$$(18) \quad v = u^{n'} \prod_{l=1}^{l=\frac{n'-1}{2}} \text{sen}\, coam \left(l \frac{4 m \omega}{n'} \right) u^{n''-1} \prod_{\sigma=1}^{\sigma=\frac{n''-1}{2}} \text{sen}\, coam \left[4 \varkappa \left(\frac{16 t \omega}{n} + \frac{s \omega'}{n''} \right) \right]$$

Ottenuto questo risultato, il calcolo rimanente si fa senza alcuna difficoltà. È nota infatti la relazione:

$$\text{sen}\, coam\, x = \frac{2}{u^2} q^{\frac{1}{4}} \cos\frac{\pi x}{2\omega} \prod_{r=1}^{r=\infty} \frac{\left(1+q^{2r} e^{\frac{i\pi x}{\omega}}\right)\left(1+q^{2r} e^{-\frac{i\pi x}{\omega}}\right)}{\left(1+^{2r-1} e^{\frac{i\pi x}{\omega}}\right)\left(1+q^{2r-1} e^{-\frac{i\pi x}{\omega}}\right)}$$

Mutando in questa x in $l\frac{4m\omega}{n'}$ e tenendo presente la relazione (17) avremo;

$$u^{n'} \prod_{l=1}^{l=\frac{n'-2}{2}} \text{sen}\, coam\left(l\frac{4m\omega}{n'}\right) =$$

$$= \sqrt{2}\cdot 2^{\frac{n'-1}{2}} q^{\frac{n'}{8}} \prod_{l=1}^{l=\frac{n'-1}{2}} \cos\left(l\frac{4m\omega}{n'}\right) \prod_{l=-\frac{n'-1}{2}}^{l=+\frac{n'-1}{2}} \prod_{r=1}^{r=\infty} \frac{1+q^{2r} e^{\frac{4mli\pi}{n'}}}{1+q^{2r-1} e^{-\frac{4mli\pi}{n'}}}.$$

E poichè $e^{\frac{4mli\pi}{n'}}$ è radice primitiva dell'equazione binomia $x^{n'}-1=0$, posto per brevità $\varphi = e^{\frac{4mi\pi}{n'}}$, si trae facilmente:

$$(\alpha) \ldots \left\{ \begin{aligned} &\prod_{l=-\frac{n'-1}{2}}^{l=+\frac{n-1}{2}} \prod_{r=1}^{r=\infty} \frac{1+q^{2r} e^{\frac{4mli\pi}{n'}}}{1+q^{2r-1} e^{\frac{4mli\pi}{n'}}} \\ &= \prod_{l=1}^{l=n'} \prod_{r=1}^{r=\infty} \frac{1+q^{2r}\varphi^l}{1+q^{2r}\varphi^l} = \prod_{r=1}^{r=\infty} \frac{1+q^{n'\cdot 2r}}{1+q^{(2r-1)n'}}. \end{aligned} \right.$$

Per altra parte si ha:

$$(\beta) \ldots \qquad 2^{\frac{n'-1}{2}} \prod_{l=1}^{l=\frac{n'-1}{2}} \cos\left(l\frac{4m\omega}{n'}\right) = (-1)^{\frac{n'^2-1}{8}}.$$

Infatti si ha pel teorema di Cotes

$$\frac{1+x^{n'}}{1+x}=\left(x^2+2x\cos\frac{2\pi}{n'}+1\right)\left(x'+2x\cos\frac{4\pi}{n'}+1\right)\dots$$
$$\dots\left(x^2+2x\cos\frac{n'-1}{n'}\pi+1\right).$$

Ponendo in questa $x=i$, verrà:

$$\frac{1+i^{n'}}{1+i}=2^{\frac{n'-1}{2}}i^{\frac{n'-1}{2}}\cos\frac{2\pi}{n'}\cos\frac{4\pi}{n}\dots\cos\frac{(n'-1)}{n'}\pi=i^{\frac{n'-1}{2}}P.$$

Adunque sarà $P=+1$ ovvero $P=-1$ secondochè sarà: $n'=8\gamma\pm1$ ovvero $n'=8\gamma\pm3$.

E poichè $\frac{(8\gamma\pm1)^2-1}{8}=8\gamma^2\pm2n'$, onde $(-1)^{\frac{(8\gamma\pm1)-1}{8}}=+1$; e di più:

$$\frac{(8\gamma\pm3)^2-1}{8}=8\gamma^2\pm2\gamma+1,\quad\text{onde}\quad(-1)^{\frac{(8\gamma\pm3)^2-1}{8}}=-1,$$ si trae:

$$2^{\frac{n'-1}{2}}P=(-1)^{\frac{n'^2-1}{8}}.$$

Sostituendo nella (18) i risultati dati dalle (α) e β e riducendo si trova:

$$(18')\dots\left\{\begin{aligned}&v=(-1)^{\frac{n'^2-1}{8}}\sqrt{2}\,q^{\frac{n'}{8}}\prod_{r=1}^{r=\infty}\frac{1+q^{n'.2r}}{1+q^{n'(2r-1)}}\times\\&\times u^{n''-1}\prod_{\sigma=1}^{\sigma=\frac{n\eta_1}{2}}\text{sen}\,coam\left[4x\left(\frac{16t\omega}{n}+\frac{s\omega'}{n''}\right)\right]\end{aligned}\right.$$

In un modo perfettamente analogo si può trasformare l'ultimo fattore della precedente. Applicandovi infatti la nota formola

$$\text{sen}\,coam\,x=\frac{1}{u^2}q^{\frac{1}{4}}e^{\frac{i\pi x}{2\omega}}\left(1+e^{\frac{i\pi x}{\omega}}\right)\prod_{r=1}^{r=\infty}\frac{\left(1+q^{2r}e^{\frac{i\pi x}{\omega}}\right)\left(1+q^{2r}e^{-\frac{i\pi x}{\omega}}\right)}{\left(1+q^{2r-1}e^{\frac{i\pi x}{\omega}}\right)\left(1+q^{2r-1}e^{-\frac{i\pi x}{\omega}}\right)}$$

ponendo per brevità $\alpha = e^{\frac{16 i i \pi}{n''}}$ ed osservando che

$$e^{\pm\frac{i\pi x}{\omega}} \quad \text{si muta in} \quad \left(\alpha q^{\frac{n'}{n''}}\right)^{\pm 4x\sigma}$$

$$e^{-\frac{i\pi x}{2\omega}} \quad \text{»} \quad \left(\alpha q^{\frac{n'}{n''}}\right)^{-2x\sigma}$$

si ricava:

$$v = (-1)^{\frac{n'^2-1}{8}} \sqrt{2}\, q^{\frac{n'(n''-1)}{8}} \prod_{r=1}^{r=\infty} \frac{1+q^{2r}}{1+q^{2r-1}} \prod_{\sigma=1}^{\sigma=\frac{n''-1}{2}} \left\{ \left(\alpha q^{\frac{n'}{n''}}\right)^{-2x\sigma} \left[1+\left(\alpha q^{\frac{n'}{n''}}\right)^{4x\sigma}\right] \right\} \times$$

$$\times \prod_{\sigma=1}^{\sigma=\infty} \prod_{r=1}^{r=\infty} \frac{\left[1+\left(\alpha q^{\frac{n'}{n''}}\right)^{2n''r+4x\sigma}\right]\left[1+\left(\alpha q^{\frac{n'}{n''}}\right)^{2n''r-4x\sigma}\right]}{\left[1+\left(\alpha q^{\frac{n'}{n''}}\right)^{(2r-1)n''+4x\sigma}\right]\left[1+\left(\alpha q^{\frac{n'}{n''}}\right)^{(2r-1)n''-4x\sigma}\right]} \text{(*)}.$$

Ora nel numeratore si trovano tutte le potenze pari (positive e negative) quelle eccettuate, le quali corrispondono ad $r=0$ (e queste ci sono fornite dal 2° fattore) e quelle ancora le quali sono corrispondenti a $\sigma=0$; queste provengono dal primo fattore. Parimente nel denominatore si trovano tutte le potenze impari, tranne quelle corrispondenti a $\sigma=0$, le quali ci sono fornite dal primo fattore.

Inoltre si osservi l'identità

$$\prod_{\sigma=1}^{\sigma=\frac{n''-1}{2}} \left(\alpha q^{\frac{n'}{n''}}\right)^{-2x\sigma} = \left[\left(\alpha q^{\frac{n'}{n''}}\right)^{1+2+\ldots+\frac{n''-1}{2}}\right]^{-2x} = \left(\alpha q^{\frac{n'}{n''}}\right)^{-x\frac{n''^2-1}{4}}.$$

Dopo ciò si vede che il precedente risultato si potrà scrivere sotto la seguente formola più concisa:

$$v = (-1)^{\frac{n'^2-1}{8}} \left(\alpha q^{\frac{n'}{n''}}\right)^{-x\frac{n''^2-1}{4}+\frac{n''-1}{8}+\frac{1}{8}} \left(\alpha q^{\frac{n'}{n''}}\right)^{x} \prod_{r=1}^{r=\infty} \frac{1+\left(\alpha q^{\frac{n'}{n''}}\right)^{2r}}{1+\left(\alpha q^{\frac{n'}{n''}}\right)^{2r-1}} \tag{20}$$

nella quale $\left(\alpha q^{\frac{n'}{n''}}\right)^{x}$ rappresenta il prodotto di tutti i fattori negativi provenienti dai due termini della frazione.

(*) Cfr. Sohnke, *Crelle's Journal*, 16 vol., pag. 105.

Le cose essendo ridotte a questo punto, il calcolo che segue per la determinazione di x è quasi intieramente una riproduzione di quello fatto da Sohnke nel suo sopracitato lavoro.

È chiaro che x è funzione di $\varkappa$, poichè ad ogni valore di v, o, quel che è lo stesso, di $\varkappa$, corrisponde un valore di x.

Laonde posto $x = \varphi(\varkappa)$, avremo:

$$(21) \qquad v = (-1)^{\frac{n''^2-1}{8}} \left(\alpha q^{\frac{n'}{n''}}\right)^{\frac{n''^2 - \varkappa(n''-1) + 8\varphi(\varkappa)}{8}} \prod_{r=1}^{r=\infty} \frac{1 + \left(\alpha q^{\frac{n'}{n''}}\right)^{2r}}{1 + \left(\alpha q^{\frac{n'}{n''}}\right)^{2r-1}}$$

Ora, poichè il valore di v fornito dalla (20) rimane inalterato quando in essa si muti $\varkappa$ in $\varkappa + n''z$ (essendo z un numero intero qualunque), la stessa cosa dovrà avvenire nella (21). Fatta una tale sostituzione, indi paragonati gli esponenti, si trae:

$$\varphi(\varkappa + zn'') - \varphi(\varkappa) = \frac{zn''(n''^2 - 1)}{4}$$

ossia

$$\frac{\partial \varphi(\varkappa)}{\partial \varkappa} \cdot zn'' + \frac{\partial^2 \varphi(\varkappa)}{\partial \varkappa^2} \cdot \frac{z^2 n''^2}{1.2} + \ldots = \frac{zn''(n''^2 - 1)}{4}$$

Dividendo per zn indi ponendo $z = 0$ viene:

$$\varphi(\varkappa) = \varkappa \frac{n''^2 - 1}{4} + \text{cost.}$$

Determinando poi la costante col procedimento stesso dato dal Sohnke avremo:

$$\varphi(\varkappa) = \varkappa \frac{n''^2 - 1}{8} - \frac{n''^2 - 1}{8}$$

Sostituendo adunque nella (20), verrà finalmente:

$$(22)\ldots \qquad v = (-1)^{\frac{n''^2-1}{8}} \sqrt[8]{\alpha q^{\frac{n'}{n''}}} \prod_{r=1}^{r=\infty} \frac{+1 \left(\alpha q^{\frac{n'}{n''}}\right)^{2r}}{1 + \left(\alpha q^{\frac{n'}{n''}}\right)^{2r-1}}$$

Ecco il risultato a cui si giunge; esso prova che quando n è un numero impari qualunque, esiste l'equazione modulare e di più ne fornisce le radici sviluppate in prodotto infinito.

E queste radici si ottengono ponendo nella relazione (18) al posto di q, $q^{\frac{n'}{n''}}$ dove n' ed n'' sono due qualunque dei fattori in cui può decomporsi il numero n. Inoltre la (22) ci attesta che le radici dell'equazione modulare si classificano in tanti gruppi quante sono le coppie di fattori di n; laonde, se si suppone n primo, allora poichè quelle coppie si riducono a due, e cioè: $1 . n$ ed $n . 1$, si vede che la (22) coinciderà in tal caso con quella data da Sohnke.

Accennerò, terminando, ad un esempio di equazioni modulari pel caso in cui sia $n=9$. — Il grado di questa equazione sarà 12; e se la si ordina secondo le potenze discendenti di v e si determinano gli esponenti $m_1, m_2, \dots m_{11}$ di u con le condizioni (*):

$$m_1 + 9 . 11 \equiv 12 \pmod{8}$$

$$m_2 + 9 . 10 \equiv 12 \pmod{8}$$

$$\dots\dots\dots\dots$$

avremo:

$$v^{12} + u v^{11} (\alpha_0 + \beta_0 u^8) + u^2 v^{10} (\alpha_1 + \beta_1 u^8) + u^3 v^9 (\alpha_2 + \beta_2 u^8) +$$
$$+ \beta_3 u^4 v^8 + \beta_4 u^5 v^7 + \beta_5 u^6 v^6 + \beta_6 u^7 v^5 + \beta_7 u^8 v^4 + u v^3 (\alpha_8 +$$
$$+ \beta_8 u^8) + u^2 v^2 (\alpha_9 + \beta_9 u^8) + u^3 v (\alpha_{10} + \beta_{10} u^8) + u^{12} = 0.$$

Ora, è noto che i coefficienti dei termini $u^m v^p$ ed $u^p v^m$, come pure quelli dei termini $u^m v^p$ ed $u^{\tau-m} v^{\tau-p}$ (dove τ è il grado dell'equazione) sono eguali e dello stesso segno, oppure di segno contrario, secondochè l'ultimo termine è positivo o negativo. È parimenti noto che per $u=1$ è $v=\pm 1$; nel caso nostro per $u=1$ l'equazione ha dieci radici eguali a $+1$ e due eguali a -1; laonde sviluppando i binomi, indi eguagliando i cofficienti delle potenze eguali avremo:

$$v^{12} - 8 u 8^{11} (2 u^8 - 1) + 2 u^2 v^{10} (5 + 8 u^8) - 8 u^3 v^9 (7 + 2 u^8) +$$
$$+ 15 u^4 v^8 + 48 u^5 v 7 - 84 u^6 v^6 + 48 u^7 v^5 + 15 u^8 v^4 - 8 u v^3 (2 +$$
$$+ 7 u^8) + 2 u^2 v^2 (8 + 5 u^8) + 8 u^3 v (u^8 - 2) + u^{12} = 0.$$

(*) Cfr. Königsberger, pag. 184.

Ossia ancora ponendo $u=\sqrt[4]{k} : v=\sqrt[4]{\lambda} : k'^2=1-k^2 : \lambda'^2=1-\lambda^2$

$$\sqrt[8]{k\lambda}\Bigg[\sqrt[4]{\frac{1+k}{2}\cdot\frac{1+\lambda}{2}}\left(\sqrt[4]{\lambda^3}\sqrt{\frac{1+k}{2}}-\sqrt[4]{k^3}\sqrt{\frac{1+\lambda}{2}}\right)+$$

$$+\sqrt[4]{\frac{1-k}{2}\cdot\frac{1-\lambda}{2}}\left(\sqrt[4]{\lambda^3}\sqrt{\frac{1-k}{2}}\sqrt[4]{k^3}\sqrt{\frac{1-\lambda}{2}}\right)\Bigg]=$$

$$=\sqrt[8]{k'\lambda'}\Bigg[\sqrt[4]{\frac{1+k'}{2}\cdot\frac{1+\lambda'}{2}}\left(\sqrt[4]{k'^3}\sqrt{\frac{1+\lambda'}{2}}-\sqrt[4]{\lambda'^3}\sqrt{\frac{1+k'}{2}}\right)+$$

$$+\sqrt[4]{\frac{1+k'}{2}\cdot\frac{1+\lambda'}{2}}\left(\sqrt[4]{k'^3}\sqrt{\frac{1-\lambda'}{2}}-\sqrt[4]{k'^3}\sqrt{\frac{1-k'}{2}}\right)\Bigg].$$

Torino, Febbraio 1889.

L'Accademico Segretario
GIUSEPPE BASSO.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 17 Febbraio 1889.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE ARIODANTE FABRETTI
VICEPRESIDENTE

Sono presenti i Soci: B. PEYRON, Direttore, G. GORRESIO, Segretario della Classe, FLECHIA, CLARETTA, V. PROMIS, ROSSI, BOLLATI di SAINT-PIERRE, PEZZI, FERRERO, COGNETTI DE MARTIIS, NANI, GRAF.

Il Segretario legge l'atto verbale dell'adunanza precedente che viene approvato.

Il Socio Barone BOLLATI DI SAINT-PIERRE presentando un opuscolo del Socio straniero Paolo Meyer, che ha per titolo: « *La langue romane du Midi de la France et ses différents noms*, » legge una breve notizia sul contenuto e sull'importanza dell'opuscolo presentato.

LETTURE

La breve scrittura che a nome dell'illustre nostro Collega Paolo Meyer ho l'onore di offrire alla Classe, è il primo Capitolo di una Storia ch'egli sta scrivendo sulla Letteratura provenzale.

La conclusione di questo Capitolo si è che, mentre nella Francia nordica, in Italia, e nella Spagna, l'idioma di una regione, talvolta di una città, prese il sopravvento sulle varietà congeneri, e così il francese parlato in Parigi, l'italiano di Firenze, e il castigliano in Ispagna, sono divenuti i volgari illustri, invece nel mezzodì della Francia nessuna varietà dialettale, giunse ad avere il monopolio della coltura letteraria, e niuna denominazione locale può con fondamento istorico essere sostituita alle altre.

Per dimostrare questo suo pronunziato, il Meyer, premesso che la dizione « letteratura provenzale » sarebbe stata adottata in generale, perchè in certo modo portata dalla tradizione e più soddisfacente d'ogni altra, passa a rassegna le diverse denominazioni che appariscono date all'idioma provenzale, notando con sobria e soda erudizione, come l'antico nome latino « Provincia » sotto il quale si comprendeva la maggiore estensione di territorio, siasi adoperato nel medio evo a designare territorii situati tanto sull'una che sull'altra sponda del Rodano, e fra i cronisti taluni abbiano assegnato alla Provenza il Puy, altri Monpellieri, altri ancora l'Albigese, altri infine tutto il mezzodì della Gallia, comprese per giunta l'Alvernia, la Guienna e la Guascogna. Cita poi anche il nostro Autore varii passi di scrittori parimente medievali, come l'Uc Faidit, il Gioffredo di Foxà, e Raimondo Vidal, i quali confermano la varia estensione data alla Provenza, avendola benanco i due ultimi

allargata fino al Viennese, donde l'idioma provenzale fu pur chiamato limosino.

Io non procederò oltre nell'analisi di questo breve e succoso lavoro del nostro Collega, poichè verrei a riprodurre quasi intiera la sua Monografia. Il cenno che ne ho dato parmi sufficiente per farne presentire il valore. Aggiungerò solo che l'argomento è trattato con vera dovizia di particolari storici e letterarii, tanto che nulla forse rimane agli scrittori posteriori da spigolare per rendere più compiuta la descrizione geografico-storica e le antiche denominazioni della Provenza e della lingua detta romanza o romana.

17 Febbraio 1889.

L'Accademico Segretario
Gaspare Gorresio.

DONI

FATTI

ALLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

E

OPERE ACQUISTATE PER LA SUA BIBLIOTECA

dal 27 Gennaio al 10 Febbraio 1889

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

NB. Le pubblicazioni notate con un asterisco si hanno in cambio; quelle notate con due asterischi si comprano; quelle senza asterisco si ricevono in dono

Donatori

Donatori	
Museo nazionale di Buenos Aires.	* Anales del Museo nacional de Buenos Aires, etc.; entrega XIV, 3ª del tomo III. Buenos Aires, 1888; in-4°.
Museo di Zool. comp. (Cambridge).	* Bulletin of the Museum of comparative Zoölogy at Harward College; whole series, vol. XVI, n. 3 (geological series, vol. II). Cambridge, 1888; in-8°.
Accad. Gioenia delle Sc. naturali. di Catania.	* Bollettino mensile dell' Accademia Gioenia di Scienze naturali in Catania, ecc.; nuova serie, fasc, 2, dicembre, 1888; in-8°.
Scuola politecnica di Delft.	* Annales de l' École polytechnique de Delft; t. IV, 3 livrais. Leide, 1888; in-8°.
R. Accad. Irland. (Dublino).	* Proceedings of the R. Irish Academy; 3 series, vol. I, n. 1. Dublin, 1889; in-4°.
La Direzione (Filadelfia).	* The Journal of comparative Medicine and Surgery, edited by W. A. Conklin, ecc,, vol. X, n. 1. Philadelphia, 1888; in-8°.

Biblioteca nazionale centrale di Firenze — Bollettino delle Pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa, 1889, n. 73. Firenze, 1889; in-8° gr. — Bibl. nazionale di Firenze.

— Indici del Bollettino delle Pubblicazioni italiane, ecc. nel 1888; pag. 1-16; in-8° gr. — Id.

Prof. Roberto CAMPANA — Clinica dermopatica e sifilopatica della R. Università di Genova; anno V, fasc. 5. Genova, 1889; in-8°. — La Direzione (Genova).

* Zoologischer Anzeiger herausg. von Prof. J. V. CARUS in Leipzig; XII Jahrgang, n. 298, 299. Leipzig. 1889; in-8°. — J. V. Carus (Lipsia).

* Proceedings of the R. Society of London; vol. XLV, n. 273. — Società Reale di Londra.

Association géodésique internationale — Le réseau de Triangulation Suisse publié par la Commission Géodésique Suisse; III vol. — La Mensuration des bases, par A. HIRSCH et J. DUMUR. Lausanne, 1888; in-4°. — Comm. geodetica della Svizzera (Losanna)

Boletin mensual de Observatorio méteorológico-magnético central de México; t. I, n. 1-10. México, 1888; in-4°. — Osservatorio meteorol. centrale del Messico.

* Rendiconto dell'Accademia delle scienze fisiche e matematiche (Sezione della Società Reale di Napoli); serie 2ª, vol. II, fasc. 12. Napoli, 1888; in-4°. — Società Reale di Napoli.

* Mittheilungen aus der Zoologischen Station zu Neapel, etc.; Band VIII, 3 und 4 Heft. Berlin, 1888; in-8°. — Staz. Zoologica di Napoli.

Comptes-rendus de l'Athénée Louisianais, etc.; 3° série, t. VI, livrais. 1r. Nouvelle Orléans, 1889; in-8°. — La Direzione (Nuova Orléans).

Annales des maladies de l'oreille, du larynx, du nez et du pharynx, etc.; publiées par A. GOUGUENHEIM; t. XV, n. 1. Paris, 1889; in-8°. — La Direzione (Parigi).

* Revue internationale de l'Électricité et de ses applications; 5° série, t. VIII n. 74. Paris, 1889; in-4°. — La Direzione (Parigi).

* La Lumière électrique — Journal universel d'Électricité, etc., Directeur le Dr. C. HERZ; t. XXXI, n. 4, 5. Paris, 1889; in-4°. — Dott. C. Herz. (Parigi).

Bulletin de la Société philomatique de Paris, etc.; 7° série, t. XII, n. 1. Paris, 1888; in-8°. — Soc. filomatica di Parigi.

Journal de la Société physico-chimique russe à l'Université de St.-Petersbourg; t. XX, n. 9. St.-Pétersbourg, 1889; in-8°. — Soc. fisico-chim. dell' Università di Pietroborgo.

Osservat. imp. di Rio Janeiro. * Revista do Observatorio — Publicaçao mensal do imperial Observatorio do Rio de Janeiro; anno III, n. 12. Rio de Janeiro; 1888; in-4°.

R. Accademia dei Lincei (Roma). * Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, ecc.; vol. V, 1° sem., fasc. 1 e 2. Roma, 1889; in-8° gr.

Soc. generale dei Viticolt. ital. (Roma). Bollettino della Società generale dei viticoltori italiani; anno IV, n. 2. Roma, 1889; in-8° gr.

La Direzione (Roma). * Rivista di Artiglieria e Genio; dicembre 1888, e gennaio 1889. Roma; in-8°.

R. Comitato geol d'Italia (Roma). * Memorie per servire alla descrizione della Carta geologica d'Italia, pubblicate a cura del R. Comitato geologico del Regno; vol. III, parte 2ª. Roma, 1888; in-4°.

R. Acc. di Medic. di Torino. * Giornale della R. Accademia di Medicina di Torino, ecc.; anno LI, n 12. Torino; 1888; in-8°.

Il Club alpino italiano (Torino). * Rivista mensile del Club alpino italiano, ecc.; vol. VIII, n. 1. Torino, 1888; in-8°.

I. R. Soc. geol. di Vienna. * Verhandlungen der k. k. geologischen Reichsanstalt, zu Wien, etc.; n. 16. 17, 18, 1888; n. 1, 1889. Wien; in-8° gr.

L'A. Cyclones et trombes; Observations et expériences par le Prof. Jean Luvini Turin, 1888; 1 fasc. in-8°.

L'A. Nuove figure elettriche; Nota del Prof. A. Righi. Roma, 1888, 1 fasc. in-8° gr.

L'A. Osservazioni sui giacimenti minerali di Val d'Ala in Piemonte; II, l'idrocrasio del banco d'idrocrasio nel serpentino della Testa Ciarva al piano della Mussa; Memoria del Prof. Giovanni Struever. Roma, 1888; 1 fasc. in-4°.

Id. Cristallografia — Sulle leggi di geminazione e le superficie di scorrimento nella ematite dell'Elba; Nota del Prof. G. Struever. Roma, 1888; 3 fasc in-8° gr.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche

Dal 3 al 17 Febbraio 1889

Donatori

* Viestnik hrvaskloga arkeologickoga Druztva; Godina X, Br. 1. U Zagrebu, 1889; in-8°. — Società Archeol. di Agram.

Bulletin de la Société de Géographie commerciale de Bordeaux, etc ; 2e série, XIIe année, n. 3. Bordeaux, 1889; in-8°. — Società di Geogr. comm. di Bordeaux.

Biblioteca nazionale centrale di Firenze – Bollettino delle Pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa; 1889, n. 74. Firenze, 1889; in-8° gr. — Bibliot. nazionale di Firenze.

* Atti della Società Ligure di Storia patria; vol. XIX, fasc. 2; vol. XX; — Appendice al vol. XIV. Genova, 1888; in-8° gr. — Società Ligure di Storia patria (Genova).

Dr. A. Petermanns Mitteilungen Justus Perthes' geographischer Anstalt; herausg. von Prof. Dr. A. Supan; XXXV Band. n. 1. Gotha, 1889; in-4°. — Gotha.

* Proceedings of the R. Society of London; vol. XLV, n. 274. London, 1888; in-8°. — Società Reale di Londra.

* Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere; serie 2a, vol. XXI, fasc. 20; vol. XXII, fasc. 1, 2. Milano, 1889; in-8°. — R. Istit. Lomb. (Milano).

* Compte rendu des séances de la Commission centrale de la Société de Géographie, etc.; 1889, n. 2, pag. 25-56; in-8°. — Soc. di Geografia (Parigi).

Catalogo da Exposiçao permanente dos cimelies da Bibliotheca nacional, publicado sob a direcçao do Bibliothecario Joao de Saldanha da Gama. Rio de Janeiro, 1885; 1 vol. in-8°. — Bibliot. nazionale di Rio Janeiro.

– Guiã da Exposiçao permanente da Bibliotheca nacional, etc. Rio de Janeiro, 1885; 1 fasc. in-16°. — Id.

Bollettino ufficiale dell' Istruzione, ecc.: anno XVI, n. 1-6. Roma, 1889; in-8° gr. — Ministero dell' Istr. Pubbl. (Roma).

Annali di Statistica — Statistica industriale, fasc. XIV, — Notizie sulle condizioni industriali della provincia di Cremona. Roma, 1888; in-8°. — Ministero di Agr. Ind. e Comm. (Roma).

— Saggio di statistica delle mercedi — Mercedi pagate agli operai degli Stabilimenti meccanici e metallurgici e dei cantieri navali. — Notizie sommarie sulle mercedi pagate in altre industrie. Roma, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

La Direzione (Spalato). * Bollettino di Archeologia e Storia dalmata; anno XII, n. 1. Spoleto, 1889; in-8°.

R. Università di Torino. Annuario della R. Università degli Studi di Torino per l' anno accademico 1888-89. Torino, 1889; 1 vol. in-8°.

Venezia. * * I diarii di Marino Sanuto, ecc.; t. XXIV, fasc. 111. Venezia, 1888; in-4°.

L'Autore. Notizie storiche ed archeologiche dell' antica *Gnathia* raccolte da Ludovico Pepe. Ostuni, 1883; 1 vol. in-8°.

Id. — Memorie storiche dell'antica Valle di Pompei; di Ludovico Pepe. Valle di Pompei, 1887; 1 vol. in-8°.

Id. — Il Libro Rosso della Città di Ostuni – Codice diplomatico compilato nel MDCIX da Pietro Vincenti, ed ora per la prima volta pubblicato con altri diplomi e note, premesse le notizie bibliografiche del Vincenti, da Ludovico Pepe. Valle di Pompei, 1888; 1 vol. in-8°.

Torino — Stamperia Reale della Ditta G. B. Paravia e C.
2754 (250) 28-III-89.

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 10 Febbraio 1889 . . . . *Pag.* [illegible]

Castelnuovo — Ricerche di geometria sulle curve algebriche . . . » [illegible]

Valle — L'equazione modulare nella trasformazione delle funzioni ellittiche . . . . » [illegible]

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 17 Febbraio 1889 . . . . *Pag.* [illegible]

Bollati di Saint-Pierre — Presentazione di un opuscolo di P. Meyer » [illegible]

Doni fatti alla R. Accademia delle Scienze dal 27 Gennaio al 10 Febbraio 1889 (*Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali*) *Pag.* [illegible]

Doni fatti alla R. Accademia delle Scienze dal 3 al 17 Febbraio 1889 (*Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche*) . . . . » [illegible]

Torino - Tip. Reale-Paravia.

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOL. XXIV, DISP. 8ª 1888-89

TORINO
ERMANNO LOESCHER
Libraio della R. Accademia delle Scienze

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 24 Febbraio 1889.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ARIODANTE FABRETTI
VICEPRESIDENTE

Sono presenti i Soci: Cossa, Lessona, Bruno, Berruti, Basso, D'Ovidio, Bizzozero, Ferraris, Spezia, Giacomini.

Vien letto l'atto verbale dell'adunanza precedente, che è approvato.

Tra le pubblicazioni presentate in omaggio all'Accademia vengono segnalati tre opuscoli stampati del Dott. Federico Sacco, che trattano *Dei terreni terziari e quaternari del Biellese; Dei terreni terziari della Svizzera*, e *Della classificazione dei terreni conforme alle loro faccie*, presentati dal Socio Spezia.

Le letture e le comunicazioni si succedono nell'ordine che segue:

« *Studio sull'accelerazione d'ordine* n *nel moto di una retta*, » del Dott. Enrico Novarese, Assistente alla Scuola di Meccanica razionale nella R. Università di Torino, presentato dal Socio Basso;

« *Riassunti per l'anno* 1887 *delle medie mensili e dei massimi e minimi annuali riguardanti l'altezza barometrica, la temperatura esterna al Nord, la tensione del vapore acqueo e l'umidità relativa* », lavori eseguiti nell'Osservatorio della R. Università di Torino; presentati dal Socio Basso per la consueta pubblicazione nel Bollettino annesso agli *Atti*;

« *I Cheloni astiani del Piemonte* »; Monografia del Dottore Federico Sacco, presentata dal Socio Spezia. Siccome l'Autore ne desidera l'inserzione nei volumi delle *Memorie*, viene nominata una Commissione incaricata di esaminare il lavoro e riferirne alla Classe in una prossima adunanza.

LETTURE

Studio sull'accelerazione di ordine **n** *nel moto di una retta;*
del Dott. Enrico Novarese

Questo scritto è, come appare dal titolo, uno studio sulle accelerazioni d'ordine qualsivoglia dei punti di una retta mobile comunque nello spazio, argomento modesto ma che mi pare non indegno del tutto di attenzione e finora (di proposito) poco considerato. Il lavoro è diviso in due parti. Nella prima sono esposte le proprietà che parvero degne di menzione onde godono quelle accelerazioni: di tali proprietà alcune sembrano, per quanto facili a stabilirsi, non avvertite, altre o sono note o sono estensioni di cose note; il metodo di ricerca è diverso da quelli da altri adottati e, per semplicità, non mi pare inferiore. La seconda parte del lavoro è dedicata allo studio di un paraboloide iperbolico, a cui quelle accelerazioni dànno luogo: l'esistenza di questo paraboloide è conosciuta (V. nota al n° 12), ma lo studio di esso non venne fatto se non nel caso particolare relativo alle velocità (accelerazioni d'ordine zero) (V. nota al n° 15).

I.

Proprietà varie delle accelerazioni dei punti di una retta mobile.

1. Consideriamo una retta D che si muove comunque nello spazio, e riferiamo le sue posizioni successive a tre assi ortogonali immobili. Alla fine del tempo t, siano a, b, c i coseni direttori di un verso stabilito della retta, x_0, y_0, z_0 le coordinate di un punto M_0 di essa. Le coordinate di un altro punto qualunque M della retta saranno, posto $M_0 M = u$,

$$x_0 + au, \qquad y_0 + bu, \qquad z_0 + cu\,;$$

e le projezioni sugli assi della sua accelerazione di ordine $n-1$ varranno

$$(1) \ldots \qquad x_0^{(n)} + a^{(n)} u, \quad y_0^{(n)} + b^{(n)} u, \quad z_0^{(n)} + c^{(n)} u,$$

designando con $x_0^{(n)}, \ldots, a^{(n)}, \ldots$ le derivate n^{esime} $\frac{d^n x_0}{dt^n}, \ldots,$ $\frac{d^n a}{dt^n}, \ldots$

2. Il moto della retta si può concepire composto di una traslazione conforme al moto del punto M_0 e di una rotazione intorno ad M_0. Dalle espressioni (1) appare che l'accelerazione (*) J del punto M è la somma geometrica 1° di un' accelerazione di traslazione, equipollente all'accelerazione J_0 del punto M_0; 2° di un' accelerazione di rotazione, della quale la direzione è la stessa per tutti i punti M e non dipende dalla scelta del punto M_0, la grandezza è proporzionale alla distanza u. Immaginiamo un segmento, le cui projezioni sugli assi siano uguali ad $a^{(n)}$, $b^{(n)}$, $c^{(n)}$: chiameremo questo segmento *accelerazione sferica* (di ordine $n-1$) della retta D e lo rappresenteremo con Ω (**). Diremo allora che l'accelerazione di rotazione J_r del punto M ha la direzione di Ω, ha il verso di Ω od il verso opposto secondochè u è positivo o negativo, cioè secondochè M giace dall'una parte o dall'altra del punto M_0. ha una grandezza espressa dal valore assoluto di Ωu.

Traducendo in formole avremo:

$$(2) \ldots \quad \begin{cases} J^2 = J_0^2 + 2 J_0 \Omega u \cos(J_0 \Omega) + \Omega^2 u^2 \\ \cos(J J_0) = \dfrac{J_0 + \Omega u \cos(J_0 \Omega)}{J} \\ \cos(J\Omega) = \dfrac{J_0 \cos(J_0 \Omega) + \Omega u}{J} = \dfrac{1}{\Omega} \dfrac{dJ}{du}. \end{cases}$$

3. Osserviamo che l'accelerazione J_r è la stessa come se il

(*) Qui ed in seguito, ogniqualvolta nulla avvertiamo esplicitamente, dicendo « accelerazione » sottintendiamo « di ordine $n-1$ ».

(**) Ω è l'accelerazione che avrebbe (alla fine del tempo t) un punto m mobile sopra una superficie sferica di centro O e di raggio 1 con legge tale che i coseni direttori del raggio Om fossero, in ogni istante, uguali ad a, b, c. — Per $n = 1$, Ω è la *Winkelderivirte* del SOMOFF (V. *Theoretische Mechanik* I Th., § 13).

moto relativo della retta fosse rotatorio intorno ad un asse $M_0 I$ normale ad Ω, con un'accelerazione angolare (d'ordine $n-1$) uguale al quoziente di Ω pel seno dell'angolo compreso tra la retta D e l'asse $M_0 I$. Ne segue (cosa rimarchevole se si confronta con ciò che ha luogo nella rotazione intorno a un punto di una figura a più dimensioni) che, quando una retta ruota intorno ad un suo punto M_0, esistono ad ogni istante, per ogni ordine di accelerazioni, infiniti assi di rotazione istantanea; e questi sono tutte le rette condotte per M_0 in un piano normale all'accelerazione sferica di quell'ordine. Non occorre dire che, quando tra queste rette fosse compresa la retta mobile (il che in generale non avviene, poichè in generale Ω non è normale alla D (*)), si dovrebbe escluderla dal novero degli assi istantanei suaccennati.

4. In un istante qualunque, per conoscere le accelerazioni di tutti i punti della retta mobile, basta conoscere le accelerazioni J_0, J_1 di due punti M_0, M_1. Infatti, la differenza geometrica tra J_1 e J_0 e la distanza $u_1 = M_0 M_1$ determinano pienamente Ω. Volendo determinare analiticamente l'angolo $(J_0 \Omega)$, si hanno le relazioni:

$$(3) \quad \ldots \left\{ \begin{aligned} \operatorname{sen}(J_0 \Omega) &= \frac{J_1 \operatorname{sen}(J_0 J_1)}{+\sqrt{J_0^2 + J_1^2 - 2 J_0 J_1 \cos(J_0 J_1)}} \\ \cos(J_0 \Omega) &= \frac{J_1 \cos(J_0 J_1) - J_0}{+\sqrt{J_0^2 + J_1^2 - 2 J_0 J_1 \cos(J_0 J_1)}} . \end{aligned} \right.$$

5. Se si dà a u il valore particolare

$$u^* = -\frac{J_0}{\Omega} \cos(J_0 \Omega) \ , \ .$$

(*) È utile domandarsi se Ω possa riescire normale alla retta D. La risposta è semplice e non priva d'interesse per $n = 1, 2, 3$. Da $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ si trae:

1° $a a' + b b' + c c' = 0$. La velocità sferica è sempre normale alla D;

2° $a a'' + b b'' + c c'' = -(a'^2 + b'^2 + c'^2)$. L'accelerazione sferica di 1° ordine è normale alla D solamente in quegli istanti nei quali la velocità sferica è nulla;

3° $a a''' + b b''' + c c''' = -\dfrac{3}{2} \dfrac{d}{dt}(a'^2 + b'^2 + c'^2)$. L'accelerazione sferica di 2° ordine è normale alla D in quegli istanti in cui o è zero la velocità sferica, o è zero la sua derivata, e però in ogni istante quando la velocità sferica è costante.

dall'ultima delle (2) risulta

$$\frac{dJ}{du}=0\ , \qquad \cos(J\Omega)=0\ ;$$

u^* è d'altronde l'unico valore di u che verifichi queste equazioni. Dunque:

Ad ogni istante, esiste sulla retta mobile un punto M* *la cui accelerazione è minima* (evidentemente, J non ammette massimo). *Questo punto è il solo del quale l'accelerazione sia normale all'accelerazione sferica* (*).

La posizione del punto M^* è definita dal valore u^* del parametro u, e la grandezza dell'accelerazione minima J^* è data da

$$J^*=J_0 \operatorname{sen}(J_0\Omega)\,.$$

Si possono determinare il punto M^* e la grandezza della sua accelerazione mediante due accelerazioni J_0, J_1: valendosi delle formole (3), si trova

$$u^*=\frac{J_0 u_1 [J_0-J_1\cos(J_0 J_1)]}{J_0^2+J_1^2-2J_0J_1\cos(J_0J_1)}$$

$$J^*=\frac{J_0J_1\operatorname{sen}(J_0J_1)}{\sqrt{J_0^2+J_1^2-2J_0J_1\cos(J_0J_1)}}\ (^{**}).$$

6. Se si prende il punto M^* per punto M_0, le due componenti dell'accelerazione di ogni punto M sono ad angolo retto. Si ha allora, denotando con u' la distanza M^*M,

$$J^2=J^{*2}+\Omega^2 u'^2$$

$$\cos(JJ^*)=\frac{J^*}{J}\ , \qquad \cos(J\Omega)=\frac{\Omega u'}{J}\ ;$$

pertanto:

Le accelerazioni di due punti della retta equidistanti dal punto M* *hanno grandezze uguali: esse fanno angoli uguali*

(*) Per le accelerazioni di 1° ordine, la prima parte di questa proposizione, come pure la prima parte della seguente, si trovano nel trattato dello SCHELL: 2ª ediz., I vol., p. 506.

(**) Il SOMOFF ha dato queste formole per le velocità: *Theoretische Mechanik*, I Th., p. 271.

coll'accelerazione minima ed angoli supplementari coll'accelerazione sferica.

Avvertiamo di volo che in questo caso l'accelerazione di rotazione J_r può riguardarsi come dovuta ad un moto rotatorio intorno alla direzione di J^* (*), cioè intorno ad un asse parallelo all'accelerazione di traslazione (n[i] 3 e 5). Se, in particolare, consideriamo le accelerazioni di ordine zero (velocità), ne segue che la direzione della velocità minima è l'*asse del moto elicoidale.*

7. Le cose esposte nei n[i] 4 — 6 si possono tradurre in una elegante costruzione grafica, che il Somoff ha dato per le velocità e che si estende senz'altro alle accelerazioni. Siano $M_0 N_0$, $M_1 N_1$ i segmenti che rappresentano le accelerazioni J_0, J_1 di due punti M_0, M_1. Da N_1 si conduca $N_1 A_0$ uguale e parallelo a $M_0 N_0$ e volto pel verso opposto: $M_1 A_0$ rappresenterà l'accelerazione di rotazione del punto M_1, e però la direzione $M_1 A_0$ sarà la direzione di Ω ed il rapporto $\frac{M_1 A_0}{M_0 M_1}$ sarà uguale ad Ω. Ciò premesso, da un terzo punto qualunque M della retta mobile si conduca una parallela ad $M_0 A_0$ e sia A il punto dove essa incontra $M_1 A_0$: sarà $A A_0 \triangleq J_r$, $A N_1 \triangleq J$. È manifesto che l'accelerazione minima si otterrà abbassando da N_1 la perpendicolare $N_1 A^*$ su $M_1 A_0$, e che il punto M^* si troverà all'incontro della retta D colla parallela ad $A_0 M_0$ condotta dal punto A^*. È pur manifesto che saranno uguali le accelerazioni di due punti equidistanti da M^*, ecc.

8. Projettiamo l'accelerazione J sopra un asse normale ad Ω: la projezione di J si ridurrà alla projezione di J_0 (n° 2 o n° 7); dunque:

Ad ogni istante, le projezioni delle accelerazioni dei varj punti della retta mobile, sopra un asse normale all'accelerazione sferica, sono equipollenti.

In particolare, se si considerano le velocità, fra le rette normali alla velocità sferica vi è la retta mobile stessa (n° 3, in nota); si ritrova così una proposizione ben conosciuta.

9. Dal n° 2 segue ancora:

Le accelerazioni di tutti i punti M *della retta mobile sono parallele ad un piano determinato dalle direzioni di* J_0 *e di* Ω.

Per conseguenza, *se nei varj punti* M *si conducono i piani*

(*) Per comodità di linguaggio, qui ed altrove diciamo « direzione di un'accelerazione J » per designare la retta indefinita sulla quale essa giace.

normali alle accelerazioni rispettive, questi piani si tagliano secondo rette tutte parallele. E si può dimostrare che, affinchè queste intersezioni coincidano in una retta unica, è necessario (*) e sufficiente che l'accelerazione sferica sia normale alla retta D. Di qui si vede che la coincidenza accennata avrà sempre luogo per le velocità (proposizione ben nota), e non potrà in generale verificarsi per le accelerazioni propriamente dette.

10. Il teorema seguente si deduce in modo affatto elementare dal n° 1:

I termini (Endpunkte) *delle accelerazioni che i varj punti* M *hanno in un medesimo istante, giacciono sopra una retta* Δ *e formano una punteggiata simile alla punteggiata mobile* (**).

Possiamo aggiungere che i coseni direttori della retta Δ sono proporzionali ad $a + a^{(n)}$, $b + b^{(n)}$, $c + c^{(n)}$, e che il rapporto di similitudine è $\sqrt{(a+a^{(n)})^2 + (b+b^{(n)})^2 + (c+c^{(n)})^2}$.

11. A questo teorema si accompagna quest'altro (***), corollario evidente del n° 7:

Se da un punto arbitrario dello spazio si conducono tanti segmenti equipollenti alle accelerazioni che i diversi punti M *hanno in un medesimo istante, i termini di questi segmenti cadono sopra una retta* Δ' *e formano una punteggiata simile alla punteggiata mobile.*

La retta Δ' è parallela ad Ω ed il rapporto di similitudine è uguale ad Ω.

12. Dal teorema del n° 10, ovvero dalla prima parte di esso riunita al teor. del n° 9, segue immediatamente:

Le direzioni delle accelerazioni dei singoli punti M *sono le generatrici di uno stesso sistema d'un paraboloide iperbolico. La retta* D *e la retta* Δ *sono due generatrici dell'altro sistema* (****).

Lo studio di tale paraboloide forma l'oggetto del § seguente.

(*) In generale, cioè supponendo che il moto della retta non si riduca nè ad una traslazione, nè ad una rotazione intorno a uno de' suoi punti.

(**) Questo teorema è un caso affatto particolare di una proposizione nota dovuta, crediamo, al prof. Burmester (V. Zeitschrift für Mathem. u. Physik, Bd. XXIII (1878). — V. anche Mehmke, *Ueber die Geschwindigkeiten beliebiger Ordnung*, ecc. (Civilingenieur, Bd. XXIX (1883), p. 491).

(***) Dovuto al sig. Mehmke, loc cit., pag. 491-92.

(****) Un caso particolare di questa proposizione, e cioè il caso relativo alle velocità, fu enunciato fin dal 1843 dallo Chasles (*Comptes Rendus*, T. XVI), p. 1423). Esteso alle accelerazioni di ogni ordine, il teorema si trova in una

II.

Il paraboloide delle accelerazioni.

13. Cominceremo dallo stabilire altrimenti l'esistenza del paraboloide, tenendo una via puramente analitica, basata soltanto sul n° 1: otterremo ad un tempo l'equazione della superficie.

La retta indefinita, secondo cui è diretta l'accelerazione J, ha per equazioni

$$\frac{x-(x_0+au)}{x_0^{(n)}+a^{(n)}u}=\frac{y-(y_0+bu)}{y_0^{(n)}+b^{(n)}u}=\frac{z-(z_0+cu)}{z_0^{(n)}+c^{(n)}u},$$

ossia, chiamando λ il valor comune di questi rapporti,

$$(4) \ldots\ldots\ \begin{cases} x-x_0=au+(x_0^{(n)}+a^{(n)}u)\lambda \\ y-y_0=bu+(y_0^{(n)}+b^{(n)}u)\lambda \\ z-z_0=cu+(z_0^{(n)}+c^{(n)}u)\lambda\,. \end{cases}$$

L'eliminazione di u e di λ fra queste tre equazioni fornirà l'equazione di una superficie, luogo delle direzioni delle accelerazioni di tutti i punti M. Ora, se queste equazioni si considerano come tre equazioni lineari fra u, λ, $u\lambda$, se ne ricava

$$u=\frac{\begin{vmatrix} x-x_0 & x_0^{(n)} & a^{(n)} \\ y-y_0 & y_0^{(n)} & b^{(n)} \\ z-z_0 & z_0^{(n)} & c^{(n)} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & x_0^{(n)} & a^{(n)} \\ b & y_0^{(n)} & b^{(n)} \\ c & z_0^{(n)} & c^{(n)} \end{vmatrix}}.$$

Memoria di Cinematica trattata colla Geometria sintetica del prof. BURMESTER, Zeitschr. für Mathem. u. Physik, Bd. XXIII (1878), p. 125. Esso vi figura incidentalmente, fra diversi corollari di una proposizione che comprende come caso particolare il teor. del n. 10 — Per le accelerazioni di 1° ordine, il teorema è anche dimostrato (sinteticamente) nella *Kinematik* del PETERSEN, Kopenhagen 1884, p. 43.

D'altra parte, se le equazioni (4) si dividono per λ e si riguardano come tre equazioni lineari fra $\frac{1}{\lambda}$, $\frac{u}{\lambda}$, u, si ha

$$u = - \frac{\begin{vmatrix} x - x_0 & a & x_0^{(n)} \\ y - y_0 & b & y_0^{(n)} \\ z - z_0 & c & z_0^{(n)} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} x - x_0 & a & a^{(n)} \\ y - y_0 & b & b^{(n)} \\ z - z_0 & c & c^{(n)} \end{vmatrix}}.$$

Uguagliando queste due espressioni di u, risulta

$$\begin{vmatrix} x-x_0 & x_0^{(n)} & a^{(n)} \\ y-y_0 & y_0^{(n)} & b^{(n)} \\ z-z_0 & z_0^{(n)} & c^{(n)} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x - x_0 & a & a^{(n)} \\ y - y_0 & b & b^{(n)} \\ z - z_0 & c & c^{(n)} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a & x_0^{(n)} & a^{(n)} \\ b & y_0^{(n)} & b^{(n)} \\ c & z_0^{(n)} & c^{(n)} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x - x_0 & a & x_0^{(n)} \\ y - y_0 & b & y_0^{(n)} \\ z - z_0 & c & z_0^{(n)} \end{vmatrix} = 0.$$

Questa è l'equazione cercata: essa rappresenta un paraboloide iperbolico, poichè i termini a secondo grado si scompongono in due fattori reali; dunque, ecc.

14. Procediamo a determinare gli elementi caratteristici del paraboloide. In una parte di questa ricerca, all'uso dell'eq. (5) torna assai preferibile l'uso di alcuni dei teoremi esposti nel § I. Dal n° 9 risulta che uno dei piani direttori è parallelo alle direzioni di J_0 e di Ω; è facile vedere che l'altro piano direttore è parallelo alle direzioni di Ω e di D. Infatti, i coseni di direzione d'una retta normale al secondo piano direttore sono proporzionali ai determinanti della matrice $\begin{Vmatrix} a & b & c \\ a + a^{(n)} & b + b^{(n)} & c + c^{(n)} \end{Vmatrix}$; ma questi si riducono ai determinanti della matrice $\begin{Vmatrix} a & b & c \\ a^{(n)} & b^{(n)} & c^{(n)} \end{Vmatrix}$, dunque, ecc.

Ne segue immediatamente che l'asse del paraboloide è parallelo all'accelerazione sferica.

Cerchiamo il vertice della superficie. Fra le generatrici del primo sistema (accelerazioni J), ve n'è una normale all'asse del paraboloide, ed è quella che passa pel vertice. Ora il n° 5 mostra

che tale generatrice è la direzione dell'accelerazione minima. Analogamente: sia P il punto d'incontro di una generatrice del secondo sistema colla direzione dell'accelerazione J del punto M, e poniamo $MP = kJ$; si riconosce facilmente che i coseni direttori di quella generatrice sono proporzionali ad $a + ka^{(n)}$, $b + kb^{(n)}$, $c + kc^{(n)}$. Per conseguenza, indicando con k^* il valore di k relativo alla generatrice del secondo sistema che contiene il vertice, si avrà l'equazione

$$a^{(n)}(a + k^* a^{(n)}) + b^{(n)}(b + k^* b^{(n)}) + c^{(n)}(c + k^* c^{(n)}) = 0 ,$$

da cui

$$k^* = -\frac{a\,a^{(n)} + b\,b^{(n)} + c\,c^{(n)}}{a^{(n)2} + b^{(n)2} + c^{(n)2}} = -\frac{\cos(D\Omega)}{\Omega}.$$

E le coordinate del vertice saranno:

$$\mathrm{x} = x_0 + a u^* + k^*(x_0^{(n)} + a^{(n)} u^*)$$
$$\mathrm{y} = y_0 + b u^* + k^*(y_0^{(n)} + b^{(n)} u^*)$$
$$\mathrm{z} = z_0 + c u^* + k^*(z_0^{(n)} + c^{(n)} u^*) .$$

Rimangono da calcolarsi i parametri delle parabole principali. Ci varremo a tal uopo dell'eq. (5) e, per evitare calcoli laboriosi, faremo una trasformazione di coordinate. Prenderemo per nuova origine il vertice del paraboloide, per assi delle x', delle y', delle z' rispettivamente la direzione dell'accelerazione J^*, l'altra generatrice passante pel vertice, l'asse del paraboloide. Le formole di trasformazione saranno (I segni dei coefficienti di x', y', z' mostrano in qual modo sono scelti i versi positivi de' nuovi assi):

$$x = \mathrm{x} + \frac{x_0^{(n)} + a^{(n)} u^*}{J^*} x' + \frac{a + k^* a^{(n)}}{\mathrm{sen}\,(D\Omega)} y' + \frac{a^{(n)}}{\Omega} z'$$

$$y = \mathrm{y} + \frac{y_0^{(n)} + b^{(n)} u^*}{J^*} x' + \frac{b + k^* b^{(n)}}{\mathrm{sen}\,(D\Omega)} y' + \frac{b^{(n)}}{\Omega} z'$$

$$z = \mathrm{z} + \frac{z_0^{(n)} + c^{(n)} u^*}{J^*} x' + \frac{c + k^* c^{(n)}}{\mathrm{sen}\,(D\Omega)} y' + \frac{c^{(n)}}{\Omega} z' \;(*).$$

(*) Si osservi che

$$(a + k^* a^{(n)})^2 + (b + k^* b^{(n)})^2 + (c + k^* c^{(n)})^2 = \mathrm{sen}^2(D\Omega).$$

Effettuando le sostituzioni nell'eq. (5), si ha senza fatica a fattor comune il quadrato del determinante

$$\begin{vmatrix} a & x_0^{(n)} & a^{(n)} \\ b & y_0^{(n)} & b^{(n)} \\ c & z_0^{(n)} & c^{(n)} \end{vmatrix};$$

sopprimendolo e riducendo, l'equazione del paraboloide diventa

$$x' y' = \frac{J^*}{\Omega} \operatorname{sen}(D\Omega) \, . \, z' \, .$$

Ora, designiamo con φ l'angolo compreso tra i versi positivi degli assi delle x' e delle y', con p_1 il parametro della parabola principale il cui piano biseca l'angolo φ, con p_2 il parametro dell'altra parabola principale. Dalla equazione precedente si deduce

$$p_1 = 4 \frac{J^*}{\Omega} \operatorname{sen}(D\Omega) \cos^2 \frac{1}{2} \varphi$$

$$p_2 = -4 \frac{J^*}{\Omega} \operatorname{sen}(D\Omega) \operatorname{sen}^2 \frac{1}{2} \varphi \quad ,$$

essendosi preso positivo quello dei due parametri che appartiene alla parabola avente il fuoco sulla parte positiva dell'asse delle z'.

Raccogliendo i risultati ottenuti nel presente n°, completeremo come segue il teorema del n° 12:

Il vertice del paraboloide si trova sulla direzione dell'accelerazione minima, alla distanza $-\frac{J^*}{\Omega}$ *cos* (DΩ) *dal punto* M*, *dalla parte dalla quale è rivolta quell'accelerazione, ovvero dalla parte opposta secondochè l'angolo* (DΩ) *è ottuso o acuto. L'asse è parallelo all'accelerazione sferica; uno dei piani direttori è parallelo all'accelerazione di uno qualunque dei punti della retta mobile, l'altro è parallelo a questa retta. Le parabole principali sono definite dalle formole soprascritte.*

15. È interessante il vedere che cosa divengano questi risultati quando si tratta delle velocità. La velocità sferica essendo normale alla retta mobile (n° 3, in nota), il vertice del paraboloide coincide in tal caso col punto di velocità minima. La di-

rezione di quest'ultima e la retta D sono le generatrici passanti pel vertice. I valori dei parametri p_1, p_2 si riducono a

$$p_1 = 4\frac{J^*}{\Omega}\cos^2\frac{1}{2}(J^*D)$$

$$p_2 = -4\frac{J^*}{\Omega}\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}(J^*D),$$

essendo ora J^* la velocità minima e Ω la velocità sferica (*).

16. Vi è un caso notevole in cui il paraboloide delle accelerazioni si riduce ad un piano doppio; ed è quando la retta D, l'accelerazione J_0 ed il segmento Ω (supposto condotto dal punto M_0) cadono in uno stesso piano. Allora in questo piano medesimo cadono le accelerazioni di tutti i punti M (n° 9); dippiù, in questo caso (ed in questo soltanto) esiste un punto della retta mobile, l'accelerazione del quale è disposta secondo la retta stessa. Si estende così alle accelerazioni d'ordine qualunque un altro teorema che lo CHASLES enunciava per le velocità (**):

Quando l'accelerazione d'ordine n *di un punto della retta mobile è disposta secondo questa retta, le accelerazioni d'ordine* n *degli altri suoi punti sono tutte contenute in un piano e inviluppano una parabola.*

L'ultima parte dell'enunciato risulta dal teor. del n° 10.

(*) Il paraboloide delle velocità è stato studiato (sinteticamente) dal signor SCHÖNFLIES in una Nota *Ueber die Bewegung eines starren Systems* Zeitschr. für Mathem. u. Physik, Bd. XXVIII (1883)). Il sig. SCHÖNFLIES presenta i suoi risultati sotto un altro aspetto.

(**) *Comptes Rendus*, T. XVI, p. 1424.

L'Accademico Segretario
GIUSEPPE BASSO.

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 3 Marzo 1889.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ARIODANTE FABRETTI
VICEPRESIDENTE

Sono presenti i Soci: B. PEYRON, Direttore, G. GORRESIO, Segretario della Classe, FLECHIA, CLARETTA, PROMIS, ROSSI, BOLLATI DI SAINT-PIERRE, SCHIAPARELLI, PEZZI, FERRERO, CARLE, NANI, COGNETTI, GRAF.

Il Socio Segretario legge l'atto verbale dell'adunanza precedente, che viene approvato.

Il Socio Prof. GRAF legge un suo scritto, in cui prende ad esaminare le dottrine di Ippolito TAINE e di Emilio HENNEQUIN; discute i principii ed i procedimenti di una critica scientifica delle opere letterarie.

Il Socio V. PROMIS legge una breve notizia sopra una lapide romana scoperta poco tempo addietro in Torino.

In questa adunanza vengono eletti: a Socio Straniero il Signor Gastone PARIS, Professore nel Collegio di Francia; a Corrispondenti i Signori Professori Giulio OPPERT, Ignazio GUIDI, Antonio PERTILE, Carlo Francesco GABBA ed il Cav. Alessandro PALMA DI CESNOLA.

LETTURE

Questioni di critica;

del Socio Prof. ARTURO GRAF

I.

Se fosse possibile, con una sola parola, qualificare e definire il secolo ingombro e tumultuoso in cui viviamo, bisognerebbe, senza più, chiamarlo il secolo della critica. Così dentro come fuori, così in basso come in alto, negli ordini del pensiero e in quelli dell'azione, la vita presente e la presente civiltà rivelano l'intimo travaglio e il fermento dello spirito critico. Altri indaghi le origini di quello spirito, ne segua i moti, ne misuri gl'incrementi, e distinta e specificata la critica secondo gli obbietti e gli intendimenti suoi, discorra dei metodi e dei confini proprii di ciascuna specie: io qui non intendo parlare se non di critica letteraria, datamene l'occasione da un recente libro in cui se ne ragiona di proposito e largamente. Essendo sterminato, anche qui da noi, il numero di coloro che s'impancano a critici, e pochissimi quelli che abbiano cercato di darsi conto, in qualche maniera, delle ragioni e delle condizioni della critica, l'argomento che ho preso a trattare non parrà forse privo di opportunità e d'importanza.

Il libro cui accennavo s'intitola, non senza qualche po' di jattanza, *La Critica scientifica*, ed è opera di un giovane letterato francese, Emilio Hennequin (1), prematuramente rapito agli studii la state scorsa. Notato, nelle prime pagine, come alla critica soggettiva, governata dal preconcetto e dal sentimento, si sia venuta sostituendo a poco a poco la critica oggettiva o scientifica, l'autore passa a discutere gl'intendimenti e il metodo di questa seconda critica, a denotar la quale foggia, ma senza mostrarsene troppo pago egli stesso, il nome ponderoso di estopsicologia.

(1) *La Critique scientifique par Émile Hennequin*, Parigi, 1888.

Ecco in breve le sue idee, le quali io intendo esaminare solo in quanto si riferiscono all'opera letteraria, al libro.

La critica scientifica si propone di risalire dal libro al suo autore, dall'autore al gruppo degli ammiratori e seguitatori suoi. Il problema di cui essa deve procacciare la soluzione, potrebbe essere enunciato in questi termini: dato tale libro, definire e descrivere psicologicamente il suo autore; dato tale autore, definire e descrivere psicologicamente il gruppo di persone cui il libro piace, e che possono considerarsi come ammiratori e fautori dell'autore. La critica scientifica giunge alla soluzione del problema, percorrendo tre gradi; il primo segnato dall'analisi estetica, il secondo segnato dall'analisi psicologica, il terzo segnato dall'analisi sociologica. Nel primo grado essa si studia di riconoscere e di circoscrivere le emozioni che l'opera letteraria suscita nell'animo del lettore o dell'uditore, e scevera gli elementi di cui si generano e i mezzi che procacciano quelle emozioni, cioè a dire (trattandosi, per esempio, di un romanzo) il vocabolario, la sintassi, la retorica, il tono, la composizione, i personaggi, i luoghi, l'intrigo, le passioni, il soggetto, tutto ciò insomma che costituisce la materia e la forma del libro. Nel secondo grado la critica risale, per via d'induzione, dal libro analizzato al suo autore, dalle particolarità estetiche del libro alle particolarità psichiche dell'autore, ai fatti mentali da cui quelle derivano e di cui sono la necessaria espressione, per giungere poi, mediante il coordinamento dei fatti mentali così rintracciati, alla ricostruzione ipotetica della psiche entro cui si raccolgono. Nel terzo ed ultimo grado finalmente, la critica, movendo dal principio che l'opera d'arte non commuove esteticamente se non le persone di cui ritragga, co' caratteri suoi, le particolarità psichiche, le persone, cioè, le quali abbiano un organismo mentale analogo a quello dell'autore che l'ha concepita e prodotta, ricostruisce psicologicamente, sul modello già prima ricostruito dell'autore, l'intero gruppo degli ammiratori e dei seguaci.

La dottrina che ho brevemente esposta non è tutta nuova. Il libro fu sempre considerato come una specie di documento psicologico, come un segno dell'animo ond'è uscito. Il detto celebre del Buffon, *lo stile è l'uomo*, esprime parte soltanto di una verità sempre e universalmente sentita, cioè che l'uomo non può non trasfondere sè nelle opere sue. Il nostro autore, per una parte, allarga molto i termini di quella corrispondenza; per una

altra, dà all'intero procedimento analitico ed induttivo un carattere di rigore e di esattezza, che potrà piacere agli spiriti sistematici, ma che difficilmente mai si accorderà con le condizioni del sapere effettivo, sieno pure quali e quanti si vogliano in avvenire gli accrescimenti della psicologia costituita in iscienza. Certo, nel libro di lui sono molte idee ingegnose; ma non pare ch'egli siasi reso pienamente conto di certe difficoltà, e taluna delle opinioni ch'ei mette innanzi è indubitatamente erronea.

Notiamo una cosa anzi tutto. Egli non considera l'opera d'arte altrimenti che come un segno. L'estopsicologia (son queste le sue proprie parole) non giudica il merito dell'opera d'arte e dei mezzi generali che vi sono adoperati: tale ufficio spetta all'estetica pura e alla critica letteraria: essa non considera l'opera d'arte in sè stessa, nel suo scopo, nella sua evoluzione; ma solo in quanto le particolarità sue sieno espressione di certe particolarità psichiche e sociali. Il Taine aveva già detto, in forma più risoluta ed esclusiva, nella Introduzione alla sua *Histoire de la littérature anglaise*: *Pourquoi étudiez-vous la coquille, sinon pour vous figurer l'animal? De la même façon vous n'étudiez le document qu'afin de connaître l'homme; la coquille et le document sont des débris morts, il ne valent que comme indices de l'être entier et vivant. C'est jusqu'à cet être qu'il faut arriver; c'est lui qu'il faut tâcher de reconstruire. On se trompe lorsqu'on étudie le document comme s'il était seul. C'est traiter les choses en simple érudit, et tomber dans une illusion de bibliothèque.* Queste parole dell'illustre scrittore contengono una esagerazione pericolosa. Il documento, cioè a dire il libro in questo caso, può e deve, senza dubbio, esser considerato come un segno; ma può anche e deve essere considerato in altro modo. Come ogni altra opera d'arte, come il quadro e la statua, come il monumento architettonico e lo spartito musicale, il libro è cosa che sta da sè, che ha un valor proprio. Di cento lettori dell'*Orlando Furioso* e del *Don Chisciotte*, novanta, a dir poco, non si curano punto di sapere che uomini sieno stati Ludovico Ariosto e il Cervantes, come e dove sieno vissuti, in quali condizioni di animo abbiano pensati e scritti i libri loro. Degli artefici che modellarono e scolpirono il Laocoonte conosciamo a mala pena i nomi e la patria, e non sappiamo con certezza il tempo in cui vissero; ma questa poca cognizione, o per dir meglio questa ignoranza, non nuoce gran che alla emozione estetica che noi risen-

tiamo in contemplarlo. Il sapere che la musica del *Matrimonio segreto* fu scritta da Domenico Cimarosa, nato in Aversa o in Napoli, educato nel conservatorio di Santa Maria di Loreto, vissuto più tardi nella corte di Caterina II di Russia e in quella di Leopoldo II d'Austria, non accresce in nessunissima guisa il piacere che noi proviamo in udirla. Certo, la cognizione minuta ed esatta del carattere e della vita dell'autore, e delle condizioni di tempo e di luogo in cui questi ebbe a pensare, a comporre, a produrre, agevola e rende più piena l'intelligenza dell'opera d'arte, e, in più particolar modo dell'opera letteraria; ma nulla, o ben poco, e di rado, conferisce alla emozione estetica che quell'opera suscita in noi, se pure, come accade talvolta, non l'altera e non l'offusca. Per quanto io so, nessuno mai ebbe a dolersi che la fitta oscurità in cui stassi involta la persona di Omero, e il dubbio stesso circa l'esistenza di lui, abbiano, come che sia, menomata la virtù estetica dell'*Iliade* (1). Voi potete dunque studiare il libro per sè stesso, nei suoi elementi, nella sua struttura, nel suo carattere, nelle ragioni di ciò ch'egli opera sull'animo altrui, a quella stessa guisa che il botanico studia una pianta, quale individuato organismo, prescindendo dalle svariate condizioni di clima, di suolo, di coltura, e altre simili, che la fanno qual è. Ma voi potete ancora considerare il libro sott'altro aspetto. Voi potete considerarlo quale anello di una catena, quale termine di una serie, quale individuo di una specie morfologicamente variabile, chè sorge, si qualifica, prospera, deperisce, sparisce; e così considerandolo, voi vi argomentate di ritrovare i nessi e le cognazioni che lo congiungono alle forme che precedono, alle forme che susseguono, e di determinare il grado della variazione segnata per esso. La cognizione della natura psichica e della vita dell'autore, e dell'altre condizioni tutte in cui il libro ebbe a prodursi, vi sarà in cotal caso di gran giovamento. Fi-

(1) Non vorrei aver l'aria di affermar troppo e troppo recisamente. Il libro non produce emozione estetica in noi se non quando è inteso, e tanto più larga ed intensa emozione produce quanto più largamente e intensamente è inteso. Ora, ci sono libri i quali non s'intendono per intero se non quando se ne conosca bene l'autore, e le condizioni in cui furono composti. Esteticamente parlando, i libri più perfetti sono quelli che manco abbisognano di tale conoscenza. Tutto ciò vorrebbe essere chiarito con minuta discussione e opportuni esempi, di che non è il luogo.

nalmente voi potete considerare il libro come un prodotto, e in tal caso la cognizione delle cause tutte che concorsero a produrlo, sieno esse di qual natura si vogliano, vi sarà indispensabile.

I tre aspetti, sotto a' quali io dico che il libro può essere considerato, rispondono a tre gradi di cognizione, disposti in ordine ascendente di complessità, e legati tra loro da un vincolo pure ascendente di dipendenza, non potendosi avere la cognizione del secondo grado senza quella del primo, nè la cognizione del terzo senza quella del primo e del secondo. Per essi l'intero studio, statico e dinamico, si esaurisce.

In nessuno di questi tre gradi il libro è considerato come *segno*. Ora, il Taine sembra non volere che si consideri altrimenti, e l'Hennequin espressamente serba il nome di critica scientifica alla sola estopsicologia, alla scienza cioè che studia il libro in quanto è segno di certe particolarità psichiche e sociali. Ma, o io m'inganno forte, o c'è qui sotto un grosso equivoco per non dire un grosso errore. Tanto al Taine, quanto all'Hennequin, si potrebbe, parmi, dire così: l'opera d'arte è *anche*, senza dubbio alcuno, un segno, e voi operate legittimamente quando di questo segno vi giovate per ricostruire un uomo, un gruppo d'uomini, un ambiente, un periodo storico; ma quando ciò fate, non fate più della critica d'arte, e tanto meno della critica scientifica d'arte, ma fate della psicologia sociale e storica. La zoologia è la scienza che studia gli organismi animali, non in quanto possono essere segno di certe forze fisiche e chimiche, ma in quanto sono per lo appunto organismi, soggetti a certe leggi biologiche, aventi una storia. La critica scientifica d'arte è la scienza che studia l'opera d'arte, non in quanto sia segno di uno spirito, o di molti spiriti, o di una condizione di vita storica, ma in quanto è formazione estetica, qualificata così e così, in tale e tale modo congiunta, effetto di tali e tali cause. O pure la critica d'arte può anche considerare l'opera d'arte come un segno; ma quando il fa, il fa non in servigio della biografia e della storia, ma in servigio proprio, per meglio giungere alla cognizione delle cause e degli effetti di quell'opera d'arte ch'essa studia. Certo che nella pratica queste distinzioni e queste limitazioni perdono alquanto di lor precisione e anche di loro opportunità; ma in teorica vogliono essere rigorosamente osservate.

II.

Passiamo ora ad esaminare un po' più da vicino la nuova scienza cui l'Hennequin dà il nome di estopsicologia, e discutiamone le ragioni, i mezzi, il fine.

Il nostro autore s'accorda col Taine in considerare l'opera d'arte quale un segno; ma l'accordo cessa poi quasi subito, e si muta anzi in opposizione risoluta. Il Taine sostenne ripetutamente in parecchi dei libri suoi, che la letteratura di un popolo, ed ogni singolo monumento di essa (per non parlare dell'altre arti) sono prodotti e necessariamente determinati da tre fattori: la razza, l'ambiente (fisico e storico), il momento; o, com'egli anche dice: la energia interna. la pressione esterna, l'impulso acquistato. A quèsto proposito l'Hennequin nota: « Le teoriche esposte dal Taine sono probabili, e può darsi che si riesca o prima o poi, tenendo conto dei temperamenti suggeriti dall'esperienza, a dimostrarne la verità; ma a me non sembrano esse, nè giuste nel rigor loro, nè verificabili esattamente, nè, per conseguenza, di tale sicurezza nell'applicazione, che se ne possa far uso come di un metodo d'investigazione storica ». E mette innanzi le teoriche proprie, le quali dovrebbero essere assai più sicure, assai più facilmente verificabili, e che noi, in iscorcio, abbiamo veduto già quali sieno.

Lasciamo stare quella parte di esse che concerne l'analisi estetica, ov'è pure qualche cosa che potrebbe dare argomento a critica, e veniamo a quella che concerne l'analisi psicologica. Le particolarità del libro sono segni delle particolarità psichiche dell'autore, e si deve poter dalle une risalire alle altre. In teorica sì certamente; ma in pratica gli è e sarà sempre un' altra faccenda. Fra tali e tali elementi del libro e tali e tali elementi della psiche dell'autore v'è, senza dubbio, una relazione; ma questa relazione può esser diretta o indiretta, mediata o immediata, durevole o transitoria, e secondo che varia il modo della relazione, varia ancora il valore del segno, e se il modo della relazione ci è ignoto, la *lettura* del segno sarà facilmente erronea e la definizione del *segnato* fallace. Ora, il libro ci dà bensì il segno; ma non, di solito, la qualità propria della relazione. Che l'autore deve necessariamente metter sè nell'opera sua è un fatto; ma ch'egli non ci si mette tutto è pure un fatto. Molte volte non ci si mette se non dimezzato. Di quanti scrittori, e non degli

ultimi, non fu egli detto ch'erano in loro come due uomini, dei quali l'uno si lasciava vedere nella vita, l'altro nei libri? I poeti, quando compongono, sono in una specie di condizione irregolare: quale condizione rivelerà l'analisi psicologica, l'irregolare o la regolare? Io leggo due romanzi consecutivi di Emilio Zola, *La Terre* e *Le Rêve*, di cui l'uno sembra essere per molti rispetti il rovescio dell'altro: a qual conclusione chiara e precisa potrò riuscire circa i pensieri e gli affetti più famigliari all'autore, circa i gusti suoi, le sue tendenze, i suoi propositi? Non v'è quasi scrittore che o poco o molto non si pieghi a certe esigenze del tempo suo, non segua certi andazzi, non si adatti a qualche forma d'imitazione; come farò io a sapere s'egli ciò fa obbedendo naturalmente al proprio temperamento artistico, oppure in forza di ragioni che nulla han di comune coll'arte? E senza questa conoscenza è impossibile ch'io rifaccia quella psiche.

Non giova moltiplicar le obbiezioni. Perchè l'analisi psicologica preconizzata dal nostro autore potesse dare i frutti ch'egli spera, bisognerebbe ch'essa divenisse così precisa, così sicura, così facile ad adoperare come è l'analisi algebrica, e ancora non basterebbe. L'idea di rifare un uomo *argomentandolo* dal suo libro, come il paleontologo rifà un animale di razza estinta, argomentando da un femore o da una scapula, è un' idea seducente, ma chimerica e pericolosa. L'analisi psicologica può rendere molti servigi, e più ne renderà come più la psicologia stessa andrà acquistando rigore e pienezza di scienza; ma le indicazioni che essa darà saranno sempre generalissime, e serviranno solo a far riconoscere la *specie psicologica*, se così posso esprimermi, a cui lo scrittore appartiene, non a determinare e descrivere la sua *individualità* psicologica. Da essa non potrà ricavarsi, come l'autore immagina, una « nozione esatta, compiuta e definita » dell'anima dello scrittore; ma solo una nozione approssimativa, parziale ed incerta, salvo che lo scrittore abbia, nelle parole, manifestato ed espresso sè medesimo per modo che non ci sia più bisogno d'interpretar *segni*, ma solo d'intendere *proposizioni*. Per avere quella nozione esatta, compiuta e definita, il critico e lo storico dovranno ricorrere ad ogni altro possibile mezzo d'informazione, giovarsi di tutti gli ajuti, attingere a tutti i fonti della biografia. Non v'è cultore di storia letteraria il quale non sappia come alle volte un piccol fatto, una piccola azione della vita intima e giornaliera, colti sul vivo, spargano più lume sul carattere di

uno scrittore di quello faccia un intero volume. Vero è che il nostro autore pone, dopo l'analisi, la sintesi psicologica; ma non la vuol se non dopo, e censura quei critici che per giungere « a determinare l'individualità di un artista, fanno uso simultaneamente della storia della sua vita, dell'etnologia, delle dottrine concernenti l'eredità e l'ambiente, dell'analisi diretta delle opere ». Egli vuole che dall'analisi psicologica dell'opera si ricavi lo schema mentale di chi la fece, e si disponga poi e si ordini dentro a sì fatto schema, e intorno ad esso, gli elementi tutti costituenti la vita, così che si vegga apparire da ultimo, nella sua integrità, l'uomo fisiologico, l'uomo vivo, senziente, pensante, operante. Ma perchè formar quello schema sulle sole tracce rivelate dal libro, con pericolo di doverlo scomporre la prima volta che non quadri a dovere? Forse che gli atti della vita non sono rivelatori dell'anima al pari e più dei libri? E se sono, perchè non giovarsi di essi per giungere alla cognizione di quell'anima, perchè non giovarsi di tutto quanto può porgere un indizio, può dar fondamento a una congettura, può richiamar l'attenzione sopra una probabilità? Lungi dunque dal raccomandare al critico di non usare simultaneamente più mezzi d'indagine, bisogna raccomandargli di usarli simultaneamente tutti, e di cercare negli uni la conferma, la correzione o la negazione dei risultamenti ottenuti con gli altri, mantenendo l'intera investigazione in uno stato di mobilità obbediente, finchè non sia giunta a raccogliere gli elementi di cui ha bisogno, le certezze e le probabilità per il cui conseguimento si affatica.

III.

L'Hennequin nega, non senza qualche contraddizione tuttavia, che le razze abbiano un' indole propria e distinta, nega, in altri termini, l'esistenza stessa delle razze, e s'ingegna di confutare il Taine, il quale considera come di gran momento, nello studio delle letterature, e di tutte le arti in genere, la notizia larga e precisa dello spirito di razza. L'opinione ch'egli sostiene, e che altri già ebbe a sostenere prima di lui, non merita troppa discussione. Sieno quali esser si vogliano le cagioni per le quali popoli usciti da un medesimo stipite, riescono, in capo di certo tempo, a presentare caratteri fisici e morali più o meno diversi,

il fatto di tale diversità è innegabile e cade a dirittura sotto l'osservazione volgare. Nelle letterature popolari di tutti i paesi abbondano i detti proverbiali intesi a raccogliere e significare in forma epigrammatica, e non di rado con maligna intenzione, il carattere proprio di tale o tal altra gente. Come esiste il tipo etnico fisico, così esiste il tipo etnico mentale. Certo, questo tipo non è assoluto, non è invariabile. Esso comporta molte eccezioni, e muta, più o meno rapidamente, col mutare dei tempi, col variare dei casi. Pure, taluna volta, anche dopo secoli passati, anche dopo rivolgimenti storici profondi, serba tanto di suo carattere primitivo da poter essere facilmente riconosciuto. Chi, nelle memorande pagine di Tacito, non ritrova descritte alcune delle virtù fondamentali proprie, oggi ancora, del popolo tedesco? e chi nei Francesi dell'età presente non riconosce i Galli dipinti da Giulio Cesare, da Strabone e da Diodoro Siculo? L'Hennequin ha ragione quando dice che, ad ogni modo, lo spirito di razza non può ajutarci gran fatto a intendere il carattere proprio di un determinato scrittore, singolarmente preso, e che ogni letteratura ha scrittori i quali, anzichè conformarsi allo spirito della razza, sembrano porsi in aperta contraddizione con esso; ma ciò che serve poco nel caso singolo, serve moltissimo nella universalità dei casi, ed è fuor di dubbio che una letteratura, considerata nella totalità sua, appare come impregnata dello spirito del popolo che l'ha prodotta, è l'opera e l'espressione di quello spirito. La legge di eredità sembra spesso obliterata nel passaggio dall'ascendente al discendente, nell'individuo singolarmente considerato, ma riappare con tutta l'intensità che l'è propria nel complesso largo delle generazioni e delle cognazioni, nella tribù e nella gente. Senza dubbio, i caratteri che distinguono tuttora i varii popoli civili si vanno man mano attenuando, in grazia di quella stessa civiltà, comune a tutti in gran parte, cui essi partecipano, e tendono manifestamente a sparire; ma è ancora lontano il giorno in cui il critico e lo storico potranno, senza danno degli studii loro, trascurarne l'esame e trasandarne gli effetti.

Vedremo or ora quale ragione induca l'Hennequin a negare la razza; vediamo intanto quali sieno le opinioni sue circa l'ambiente. Di tutto il libro è questo il punto sul quale mi preme maggiormente d'insistere.

IV.

Il nostro autore non è certamente nel torto quando afferma che nelle condizioni presenti della etnografia non si ha, nè uno insieme di osservazioni sicure, nè una legge definita e formulata, che pongano in grado di conoscere quale influsso i caratteri climatici, geografici o pittorici di un paese esercitino sulla popolazione che l'abita. Egli va ciò nondimeno tropp' oltre con questa sua affermazione. Che le temperature estreme, il freddo polare e la caldura equatoriale, sieno, per citare un esempio, sfavorevoli all'operosità dello spirito, e sfavorevoli per conseguenza alla civiltà, è cosa risaputa universalmente. Se il così detto nervosismo americano, tanto diffuso negli Stati Uniti, dipende in parte, secondo che da medici di grande autorità si vede attestato, dalla qualità del suolo e del clima, più particolarità della vita e della civiltà americana si potranno riferire, in giusta misura, alle condizioni dell'ambiente fisico. Comunque sia, gli è certo che l'ambiente fisico non dà ragione, salvo forse alcun caso eccezionale, di un' arte fiorita in esso, e che ebbe torto il Taine, quando volle collegare certe forme e certi caratteri dell'arte greca a certi aspetti della penisola abitata dai Greci (1).

---

(1) Ebbe torto perchè volle entrar troppo nel particolare, mentre in così fatto argomento è mestieri tenersi sulle generali e contentarsi di semplici raccostamenti, di riscontri e di analogie. Che la fantasia di un popolo, per esempio, prenda colore dal cielo sotto cui quel popolo vive, è qualche cosa più che una semplice congettura; e, per tornare al popolo greco, chi non vede che tutta la sua storia, e tutta l'arte per conseguenza, sarebbero state affatto diverse, se invece d'abitare la penisola cui diede il suo nome, esso avesse abitata una regione dell'Asia centrale? Lo stesso Hennequin dice del resto: « Che l'ambiente fisico eserciti un influsso è probabile; ma tale influsso è debole e stenta un gran pezzo a farsi sentire. Quanto poi al modo con cui l'esercita, e alla impronta che può lasciare di sè, noi non sappiamo nulla, e non possiamo da una causa sconosciuta dedurre effetti ipotetici ». Anche qui peraltro ci sarebbe da muovere una obbiezione. Se l'influsso è, come dite probabile, gli è pur probabile che la scienza riesca un giorno a conoscerne i modi e le leggi. Allora lo studio di esso ritroverebbe necessariamente il suo posto nella critica scientifica. Voi nella critica scientifica accogliete un'analisi psicologica che è ancora di là da venire; perchè ne volete escludere le indagini concernenti l'ambiente fisico?

Dopo l'ambiente fisico, l'ambiente storico. Herbert Spencer mostrò come la vita fisiologica consista in una corrispondenza tra l'essere organato e l'ambiente, cioè a dire in un adattamento di quello a questo. Il nostro autore insorge contro la dottrina del filosofo inglese, e censura, in genere, il concetto che della vita si sono formati i seguaci della dottrina dell'evoluzione e le definizioni che essi ne dànno. Secondo lui la vita è essenzialmente segregazione e resistenza. Non discuto l'opinion sua; noto solamente che le sta contro tutta intera una delle più salde e comprensive ipotesi della scienza contemporanea, l'ipotesi della variazione delle specie. Quella opinione spiega ciò ch'egli dice dell'ambiente storico e dell'influsso che si suppone esercitato da esso. Tale influsso, egli dice, fu veramente vigoroso nelle età più antiche, quando le società umane erano assai più omogenee che ora non sieno, quando imperava tirannico il costume, e tutti gli spiriti erano come foggiati sopra un solo esemplare. Col volger dei secoli, crescendo la civiltà e la vita disimpacciandosi da quegli antichi ritegni e uscendo da quelle stretture, l'uomo acquista gradatamente la libertà, e si emancipa sempre più da ogni influsso esteriore. L'ambiente storico non esercita influsso alcuno sopra i genii più poderosi, come Eschilo, Michelangelo, il Rembrandt, il Balzac, il Beethoven, e quell'influsso cessa pressochè interamente nelle società più incivilite, nell'Atene dei sofisti, nella Roma degli imperatori, nell'Italia del rinascimento, nella Francia moderna e nell'Inghilterra moderna.

Tale, in succinto, il pensiero dell'autore, il quale, giova dirlo subito, mostra di non avere avuto un concetto molto chiaro di ciò che l'ambiente sia e del modo con cui si viene esercitando il suo influsso. Per provare che tale influsso in realtà non esiste, egli fa osservare come abbondino in ciascuna letteratura, in ciascun periodo letterario, ingegni contemporanei e pur profondamente diversi, talvolta anzi a dirittura contrarii. Una stessa causa, egli dice, non può produrre effetti opposti. Ma l'errore sta appunto nel credere che l'ambiente sia una causa unica ed uniforme, ed anche nel dimenticare che quando pur fosse tale, esso opera in concorrenza con più altre cause. In effetto, sotto il nome unico di ambiente parecchie cause si comprendono; in altri termini l'ambiente non è uniforme, ma è vario; non è uno, ma è molteplice, e potrebbe assomigliarsi ad un

mare in cui numerose correnti si movessero, le une superficiali, le altre profonde, quelle in un verso, queste in un altro. Ciascun gruppo di sentimenti, d'idee, d'interessi, formatosi storicamente sotto il titolo della religione, della politica, della filosofia, ecc, ecc. nell'ámbito della vita sociale, dà luogo a una particolar corrente, la quale è favorita qua, contrastata là, deviata più oltre. Gli spiriti singoli vivono come immersi in questo mare rimescolato; ma non tutti senton l'azione delle stesse correnti, e mentre l'uno è spinto in una direzione, l'altro è spinto in un' altra. Di qui le differenze e i contrasti, i quali provano, non la mancanza, ma la varietà e la molteplicità dell'influsso.

Che tale influsso sia stato più largo e più intenso nel tempo antico e nelle società primitive, e sia molto meno largo e meno intenso nel tempo moderno e nelle società che fruiscono di raffinato incivilimento, è assai più vero in apparenza che in sostanza. L'ambiente ancor esso è soggetto alla suprema legge che governa la vita dell'universo, e che primo lo Spencer pose in evidenza, il graduato passaggio dall'omogeneo all'eterogeneo. La cresciuta eterogeneità, moltiplicando e variando l'influsso, fa nascere l'illusione di una libertà maggiore, e sì fatta illusione è poi accresciuta dal fatto che l'uomo moderno, potendo, dirò così, mutar luogo dentro la società cui appartiene, e fuori ancora di essa, può pure sottoporsi successivamente a nuovi e differenti influssi. Quando siasi bene inteso ciò, certe obbiezioni messe innanzi dal nostro autore perdono ogni gravità e si ribattono facilmente. Il fatto, ch'egli allega, di scrittori i quali piacquero fuori del loro paese, o nel loro paese sì, ma più o men lungo tempo dopo che scrissero e misero in luce le opere loro, non prova nulla contro la teorica dell'ambiente.

Vediamo prima il secondo caso. Supponiamo che in un dato ambiente una corrente siasi formata, debole in sul principio ed incerta, ma tale tuttavia che, per un' insieme di cause storiche, sia destinata a diventar col tempo forte e determinata. Uno scrittore, preso nel suo moto, scrive un certo numero di libri, i quali si risentono profondamente dell'influsso. I libri non piacciono; e perchè non piacciono? perchè la più parte del pubblico si trova fuori di quell'influsso, e non sente e non pensa come l'autore. Ma passano gli anni, pochi o molti secondo i casi, e quell'influsso si allarga, si rinforza, e si esercita sopra un numero sempre crescente di persone; ed ecco che i libri, i quali

avran forse contribuito a produr tale effetto, cominciano a piacere, e ad acquistar voga. L'autore, ch'era quasi ignorato, diventa celebre. Tale, a un di presso, fu il caso del Balzac, il quale, tenuto in poco conto da vivo, diventò, dopo morto, capo di una scuola, e di una scuola molto numerosa e molto applaudita. Se si cercano le ragioni di così fatta vicenda, si vede che il moderno naturalismo in arte è dovuto a un complesso di cause, tra le quali la principale forse è il prevalere della coltura scientifica e dello spirito scientifico; che queste cause, nel tempo in cui il Balzac prese a scrivere, già lavoravano, ma debolmente ancora, e in modo poco palese; che, passando gli anni, l'opera loro si andò facendo sempre più vigorosa e manifesta. Gli esempii di scrittori che precorsero in qualche modo i tempi loro sono tutt'altro che rari: non si dimentichi a tale proposito che l'artista, generalmente parlando, ha una sensitività più squisita che non gli altri uomini, e che mercè di tale sensitività egli avverte prima degli altri i moti nascenti dentro l'ambiente sociale.

L'altro caso, che ho indicato, non presenta maggiori difficoltà e si spiega in consimile modo. In un determinato ambiente si muove, formata da molto o da poco tempo, una certa corrente, ma debole e combattuta. Uno scrittore soggiace all'azione sua e rimane oscuro nel proprio paese. Ma una corrente in tutto simile a quella si muove larga e vigorosa in un altro ambiente sociale, e in quell'ambiente lo scrittore avrà il riconoscimento e la gloria che gli mancarono in patria. Rechiamo un esempio, tolto alla storia letteraria nostra. Il gusto del meraviglioso magico od ascetico, non fu mai molto vivo in Italia. Le grandi leggende medievali sono, quanto all'origine, pressochè tutte estranee al nostro paese, e di tutte le cronache di quella età, le italiane sono le più povere di racconti meravigliosi. Col sopravvenire e col procedere del Rinascimento quel gusto si attenua ancora. Tuttavia il gusto c'è, e dà luogo a certa corrente, debole sì, e come dissipata, ma tenuta pur viva e alimentata dalle fiabe popolari, che si trasmettono di generazione in generazione. Le *Piacevoli Notti* dello Straparola e il *Pentamerone* del Basile la rivelano, quelle nel secolo XVI, questo nel XVII. Poc'oltre il mezzo del secolo scorso uno scrittor veneziano, Carlo Gozzi, si trova, per un complesso di cause che a noi non importa ora di rintracciare, come trasposto in quella corrente. Egli scrive le *Fiabe drammatiche*, le

quali ottengono una voga veramente straordinaria. Ma tale voga non è provocata da quella corrente, è provocata da altre cause: queste cause cessano, e la voga cessa, e l'opera di Carlo Gozzi è dimenticata, o si ricorda solo per farne biasimo. Ciò avviene in Italia; in Germania avviene l'opposto. I Tedeschi giudicano Carlo Gozzi un autore drammatico di prim'ordine, lo studiano, lo imitano, ne ristampano e ne traducono le opere. Perchè? per più ragioni probabilmente; ma anzi tutto perchè quella corrente di meraviglioso che in Italia è debole e dissipata, in Germania è poderosa e raccolta.

Ragioni del medesimo ordine spiegano come un popolo possa imitare la letteratura di un altro. Tale è, come tutti sanno, il caso del popolo romano, che giunto a certa età di sua storia, prese a imitare la letteratura greca. L'Hennequin reca innanzi questo caso come una obbiezione grave contro la dottrina dell'ambiente, e non è. Nè la razza, nè l'ambiente, egli dice, possono darne ragione; fu l'aristocrazia di Roma quella che trovò la letteratura di Grecia conforme alla condizione ed ai gusti suoi, e che prese per questo a imitarla. Ma qui mi pare si perda a dirittura il senso della storia. Gli scrittori romani imitano la letteratura greca; ma perchè propriamente la greca? avrebbero essi potuto, per esempio, imitare la letteratura ebraica? se dite di sì, cadete in una assurdità manifesta; se dite di no, distruggete voi stessi la vostra obbiezione. Secondo voi fu il raffinamento dell'aristocrazia romana quello che dettò la imitazione; ma tale raffinamento non costituiva esso per lo appunto un ambiente intellettuale e morale? e non era esso la conseguenza di tutto un ordine di precedenti storici? e non doveva esso, dati i caratteri che lo distinguono, e date più altre condizioni della vita di Roma in quel tempo, condurre fatalmente alla imitazione della letteratura greca? Chi lo afferma è certo assai più nel vero di chi lo nega.

L'Hennequin da ultimo vuole, come abbiamo veduto, interamente sottratti a qualsiasi influsso dell'ambiente i genii maggiori. Quale influsso mai, dic'egli, può spiegare la dolcezza di Virgilio in mezzo alla brutalità delle guerre civili? Si può rispondere, prima di tutto, che la ragione di quella dolcezza è da cercar forse nella eredità e non nell'influsso dell'ambiente; ma si può rispondere anche in modo più diretto. Le guerre civili non avevano mica disseccate le sorgenti tutte della umanità e della gentilezza; alcune anzi esse avevano potuto farle più copiose e più

vive. Tutti sanno come certe virtù si ritemprino a contatto del vizio, come, combattute o negate, si affermino. I contrarii a vicenda si provocano, e l'azione suscita la reazione. I martiri cristiani fioriscono fra la putredine e il lezzo della corruzione pagana. Gli è indubitato che ai tempi di Virgilio c'è, starei per dire, nell'aria, uno spirito di carità che prepara l'avvenimento del cristianesimo. La rapidissima diffusione della nuova fede in tutto il mondo pagano prova l'esistenza di un ambiente atto a riceverla, e questo ambiente potrebbe spiegare la dolcezza di Virgilio. Ad ogni modo l'esempio del massimo epico latino è tutt'altro che favorevole alla opinione da me combattuta. L'*Eneide* è, senza dubbio, opera di Virgilio; ma è, più ancora, opera del popolo romano e frutto della sua storia. Si può immaginare l'*Eneide* fatta da un altro poeta; non la si può immaginare sòrta da una altra storia, in mezzo ad un altro popolo. L'azione sua è data essenzialmente dalla tradizione romana e il suo spirito è lo spirito stesso della Roma augustea.

Se veramente i genii sfuggono all'azione dell'ambiente, come l'Hennequin vuole, non s'intende perchè essi dovrebbero mancare nei tempi di decadenza; mentre il mancar loro facilmente si spiega se si ammette che le cause in forza delle quali un popolo intero decade impediscono ai genii di nascere, o, almeno, impediscono loro di manifestarsi.

IV.

Ho detto che l'Hennequin non ebbe un concetto chiaro nè dell'ambiente, nè dell'influsso che l'ambiente esercita.

Egli considera lo scrittore in alcun suo carattere o atteggiamento più particolarmente proprio e individuale, e non riuscendo a scorgerne, nell'ambiente, la causa o il riscontro, dichiara senz'altro che lo scrittore non soggiace all'azione dell'ambiente. L'error suo, a questo riguardo, somiglia a quello che commetterebbe un naturalista, il quale trascurando i caratteri sostanziali di un animale o di una pianta, ricusasse, solo per certa particolarità di costume o di colore, di ascrivere l'uno o l'altra alla specie, al genere o alla famiglia cui naturalmente appartiene. Gli è così appunto che procede il volgo, il quale non ha occhi che per l'insolito e non istima importante che l'insolito; ma non è così

che procede lo scienziato vero. Ora bisogna persuadersi di questo, che tra un genio anche massimo, e l'uomo che si suol chiamare medio, è assai maggiore la somiglianza che non la dissomiglianza, è maggiore cioè, parlando qui della sola vita psichica, la parte comune che non la parte separata. Pur concedendo dunque che il genio possa sottrarsi all'influsso dell'ambiente per quella parte che è in lui originale e distinta, bisogna riconoscere che per l'altra parte, di molto maggiore, egli a quell'influsso rimane soggetto. E ciò che qui si dice del genio, si dice ancora del libro. Nel più bel libro di questo mondo, la parte che si può veramente dir nuova ed originale è poca cosa in confronto di quella che lo scrittore trova, per dir così, bella e fatta. Per poco che si approfondisca l'esame si vede che l'ambiente ha dato, in grandissima parte, se non in tutto, la materia e la forma. Ed è necessario che sia così, perchè altrimenti il libro non sarebbe inteso. Immaginiamo un romanzo quanto più si possa dire originale e nuovo: i personaggi che si muovono in esso potranno non appartenere nè al paese nè al tempo dell'autore, ma avranno tuttavia con gli uomini di quel tempo e di quel paese molte più somiglianze che dissomiglianze, avranno cioè comuni con essi i caratteri fisici e psichici essenziali; e così ancora l'azione sarà conforme alle necessità irriducibili della vita; oppure personaggi ed azione si conformeranno a certe credenze, a certi concetti mitici. La lingua, lo stile, l'esposizione saranno condizionati, e come circoscritti, dall'esigenza della intelligibilità, e via discorrendo. A qualsiasi scrittore l'ambiente, preso nel senso più largo possibile, e cooperante con l'eredità, porge tutto un mondo di rappresentazioni, di sentimenti, di pensieri, una credenza religiosa, o una filosofia e una scienza, dà insomma la sostanza della vita psichica, sulla quale poi si scrive il rabesco sottile del carattere personale. L'ambiente dà ancora la lingua, la quale ingegnosamente e giustamente fu detta una psicologia cristallizzata; e basterebbe il fatto della lingua a fermar la soggezione dello scrittore all'ambiente.

Per meglio chiarir tutto ciò ricorriamo a un esempio, e sia quello di Dante e dell'opera sua: non mi si accuserà di scegliere un ingegno mezzano, e un' opera priva di carattere. Indubitatamente Dante è uno degli spiriti più alti e più originali che mai sieno stati, e della *Divina Commedia* fu detto, non senza qualche ragione, che forma un genere a sè; e pure quanto scarsa, nell'uomo e nel libro, è la parte che si potrebbe dir nuova di fronte a quella che è semplicemente comunicata e trasmessa!

Cominciamo dall'uomo. Tutti ammettono ch'egli è un uomo del medio evo, il quale si drizza sul limitare del Rinascimento, ma senza propriamente varcarlo, e raccoglie e compendia in sè l'età che si chiude. Natura essenzialmente religiosa, egli riceve la fede sua dall'ambiente, e nulla vi aggiunge; e come l'idea religiosa è l'idea madre del suo spirito, così quell'idea è pure, a dispetto di numerosi contrasti, l'idea madre dell'ambiente. Nello stesso modo egli riceve tutto il saper suo in fatto di scienze speciali e la sua filosofia. La dottrina politica ch'egli espone sistematicamente nel *De Monarchia* è provocata dai fatti più rilevanti, dai più gagliardi conflitti della vita del tempo, è in pieno accordo con tutto un ordine di pensieri e di sentimenti che allora avevano corso, e, prima che da lui, era stata, sebbene in forma meno risoluta ed intera, esposta da altri. Così tutta la sostanza del pensiero di Dante viene dall'ambiente in cui egli vive, e le vie in cui quel pensiero si muove sono le vie in cui il pensiero del medio evo si muove. Lo stesso avviene dei sentimenti. Per dire di uno e tacere degli altri, l'amor del poeta per Beatrice sente profondo l'influsso di dottrine e di costumanze che il poeta non crea. Quell'amore si raccoglie entro lo schema dell'amore idealizzato, di cui vediam fatto oggetto, nella poesia del dolce stil nuovo, la donna angelicata, e questo amore si connette con quello che dà vita alle rime dei poeti siciliani, il quale, a sua volta, si lega a quello cantato dai trovatori di Provenza, ch'è poi come l'affondimento di tutto un ordine di concetti e di sentimenti ond'è formato lo spirito della cavalleria. Se, dopo il poeta, noi prendiamo a considerare il poema, vediamo che le cose non vanno altrimenti. Il poema nasce dalla idea religiosa, come da idea madre, e riceve impronta e carattere, e quando un impulso, e quando una limitazione, da fatti molteplici della vita di allora. Se invece di avere a patria Firenze, Dante avesse avuto a patria Napoli o Venezia, si può dire, con poco pericolo d'ingannarsi, che la *Divina Commedia* sarebbe stata, in alcune parti almeno, profondamente diversa da ciò ch'ella è; senza l'esiglio del poeta, forse non nasceva nemmeno. Il concetto stesso del poema non è nuovo, dacchè è pure il concetto di tutte le visioni senza numero, di cui, molto prima di Dante, mostrasi ricca la letteratura ascetica del medio evo. Persino di Virgilio si può dire che Dante nol torrebbe forse a guida, nè tanto onore gli renderebbe se una diffusissima leggenda, e che ha lontane le origini, non facesse dell'autor dell'Eneide il più meraviglioso dei sapienti.

Sotto qualunque aspetto dunque si guardino, Dante e l'opera sua non appajono davvero come segregati, o come un caso, starei per dire, di eterogenesi; ma mostrano anzi di avere e con l'ambiente, e con tutto un passato assai lungo, i legami più stretti, e la conformità più spiccata. All'esempio ch'essi ci porgono, altri mille, del resto, se ne potrebbero aggiungere, tolti così dalle età più antiche come dall'età moderna. Chi oserebbe negare che i profeti d'Israele sono prodotti dall'ambiente in cui sorgono? Il *Canzoniere* del Petrarca, l'epopea dell'Ariosto, si possono considerare come il risultamento finale di un lungo lavoro di preparazione, e sono, in ogni parte loro, determinati dall'ambiente. Gli scrittori francesi contemporanei, che vivono in Parigi, rivelano il complicato e tumultuoso ambiente della gran metropoli, in ogni pagina che scrivono, nella forma stessa del pensiero, nel giro della frase, nell'organamento del periodo, nell'epiteto e nel colore. Certe specie di componimento, come la commedia, il romanzo, la satira, non sogliono essere altro che l'espressione letteraria dell'ambiente mobile e vivo.

Certo, l'azione di cui son venuto discorrendo sin quì non sempre è facile a rintracciare e a riconoscere nelle singole modalità sue. La corrispondenza fra l'organismo e il suo ambiente, dice lo Spencer, è diretta e omogenea nei bassi gradi della vita, si fa diretta ed eterogenea nei gradi che a quelli immediatamente susseguono, riesce ad essere eterogenea e indiretta nei gradi più alti. Essa acquista sempre più in generalità e complessità. L'equazione diventa così sempre più difficile a stabilire; ma ciò che tale difficoltà mette in forse è il risultamento della nostra indagine speciale, non già la verità generale di quella corrispondenza, la quale ci è provata da quanto noi sappiamo di fisica e di fisiologia, di psicologia e di storia. Tutto si muove e fluisce, ma tutto a tutto si lega; tale è la legge, tale la vita delle cose. La storia varia perpetuamente, ma lento è il suo variare, e si compie in virtù di piccole accessioni, le quali, a chi non si lascia ingannare dalle apparenze, son poca cosa a paragone di ciò che preesiste. Il moto aggiunto in ogni singolo istante è poco in confronto di quello prodotto e cumulato prima, nel corso dei secoli, e il genio più poderoso riceve dall'ambiente assai più che all'ambiente non dia. Anche riguardo ai genii si addimostra vero il celebre aforismo di Linneo: *Natura non facit saltus*.

V.

Ma non la pensa così lo scrittore di cui ho preso ad esaminare e confutar le opinioni. Secondo lui non è l'ambiente che forma, in un certo senso, e in una certa misura l'artista; ma è l'artista che crea l'ambiente. Un poeta, per esempio, concepisce certo ordine di sentimenti e di pensieri, e concepitolo l'esprime. Comincia allora un lavoro di suggestione e di trasfusione, per cui ciò che era nell'anima del poeta passa negli animi di una moltitudine, più o meno numerosa, secondo i casi. La conformità, in tal modo ottenuta costituisce l'ambiente. Il principio di formazione dell'ambiente sarebbe dunque la imitazione, ed una letteratura, a cagion d'esempio, esprimerebbe l'indole di un popolo, non perchè quel popolo l'abbia comechessia prodotta, ma perchè l'ha adottata, si è compiaciuto in essa, ha glorificato gl'ingegni che di proprio impulso, indipendentemente da lui, la crearono. Questa teorica non appartiene propriamente all'Hennequin; l'aveva già esposta e sostenuta l'economista inglese W. Bagehot, il quale s'ingegnò pure di spiegar col suo ajuto, ma molto infelicemente a mio avviso, la formazione dei caratteri nazionali e di razza. Non già che tutto in essa sia falso. Lo scrittore, l'artista in genere, e più generalmente ancora il grand'uomo, opera sull'ambiente, e lo modifica più o meno, secondo che maggiore o minore è la sua potenza. Un libro può giungere ad avere, e a conservare per lunghissimo tempo, una grandissima forza plastica e modellatrice: valga per tutti l'esempio della Bibbia. Ma ciò non vuol punto dire che lo scrittore ed il libro sieno indipendenti dall'ambiente. La virtù loro viene da ciò, che avendo raccolto dall'ambiente una forza sparsa, avendola concentrata e ordinata, e avendola accresciuta di alcun particolare elemento dinamico, la riproducono in forma più definita e in condizioni di maggiore efficacia. Lo scrittore e il libro determinano meglio, coordinano, rinforzano l'ambiente, ma non lo creano.

E valga il vero. Tutti sanno quanto è difficile di mutare un ambiente. Gli uomini non accettano veramente una dottrina o un costume, se non quando sieno, sino ad un certo segno, preparati a riceverli. I missionarii hanno un bel predicare il cristianesimo alle tribù selvagge dell'Africa centrale o della Polinesia: la nuova fede non penetra negli animi impreparati e l'opera loro non muta

in modo sensibile l'ambiente. Cristo stesso non potè fare che la sua dottrina, la quale si diffuse poi così rapidamente tra i pagani, fosse accolta in Giudea. È un fatto che non si può suggerire agli uomini se non ciò che già, in qualche misura, trovasi in essi; e se così è, non si vede perchè debba ammettersi la suggestione che va dall'uno ai molti e negar quella che va dai molti all'uno. Se i grandi uomini potessero tanto, ci dovrebbero essere decadenze e risorgimenti più frequenti e più rapidi.

L'Hennequin nega il carattere della razza, e nega l'influsso dell'ambiente, a fine di costituire il grand'uomo in una specie di autonomia e di autocrazia, e di farne il supremo motore della storia. È questo un vecchio errore: i grandi uomini accelerano il corso della storia, l'alzano anche ad un livello cui non perverrebbe altrimenti; ma la storia non cesserebbe di muoversi se essi mancassero. L'ambiente varia a poco a poco da sè, in virtù della trasmissione ereditaria, la quale accumula i piccoli guadagni che pel fatto stesso della vita si producono; muta per tal modo la condizione dell'organo cerebrale in tutto un popolo, e muta in conseguenza anche la costituzione mentale di esso (1). Gli uomini di un tempo non sentono e non pensano come gli uomini di un altro. Vediamo, per esempio, che cosa dovrà avvenire in virtù di una condizione essenzialmente negativa, propria della vita dei popoli civili in questi tempi, la libertà. La libertà dà modo a ciascun cittadino di esercitare in molte più forme l'operosità sua, così mentale come pratica. Un così fatto esercizio produce aumento di certe attitudini, e questo aumento è trasmesso per eredità dal padre al figliuolo. Il figliuolo, trovandosi nelle medesime condizioni del padre, aumenta ancora quelle attitudini che già ricevette aumentate, e le trasmette a sua volta a chi nasce da lui. Accrescimento e trasmissione si ripetono così di generazione in generazione, e in capo di certo tempo lo spirito e il costume di un intero popolo son mutati più o meno profondamente. Non si può intendere in altro modo la formazione lenta e graduale di certi sentimenti; per esempio, del sentimento della natura (2).

Il complesso di dottrine estetiche e di procedimenti d'arte, che va sotto il nome di naturalismo, si spiega assai meglio se

(1) Vedi Ribot, *L'hérédité psychologique*, 3ª ed., Parigi, 1887, p. 305.
(2) *Ibid.*, p. 312

si cerchi la ragion sua nell'ambiente anzichè nel capriccio o nel proposito di tale o tale artista. Come spiegare, in fatti, il tendere simultaneo di più arti (letteratura, pittura, scultura) al naturalismo, se non si ammette una forza in certo qual modo generale e diffusa che a tutte dia il medesimo impulso? E i campioni del naturalismo non han mancato di dire che l'impulso veniva loro dall'ambiente, e che nell'ambiente era la legittimazione del loro operato. Il pessimismo, che sovrabbonda nella letteratura contemporanea, viene per diritta via dall'ambiente. Nel medio evo è tale e tanta la virtù dell'ambiente intellettuale e morale da imprimere a una mezza dozzina di letterature, appartenenti a popoli diversissimi, un carattere di uniformità che non trova riscontro in nessun altro tempo. Come più si studiano i fattori, più si conosce che le arti tutte hanno con l'ambiente in cui fioriscono relazione di strettissima dipendenza, e che l'artista è fatto dall'ambiente assai più ch'egli nol faccia.

VI.

Dal libro l'Hennequin vuole si risalga, non all'ambiente, ma agli ammiratori, in virtù di quel principio da lui espresso che un' opera d'arte non produce emozione estetica se non nelle persone che hanno costituzione psichica simile a quella dell'autore. Questo principio in teorica sta, ma in pratica non può dar luogo a nessun'utile applicazione. Io conosco la Bibbia e so che centinaja di migliaja d'uomini cotidianamente la leggono: che razza di congettura mai potrò fare sull'indole e sul carattere di questa moltitudine? C' è chi la legge mosso da ragioni di credenza; c' è chi la legge per raccogliervi un' alta e forte poesia; c' è chi la legge per analizzarla e per criticarla. I lettori del poema di Dante sono innumerevoli, e sa il cielo se di cento espositori e commentatori n' è uno, il quale abbia col poeta, somiglianza maggiore di quella che un uomo qualsiasi può avere con un altr'uomo qualsiasi. Gli ammiratori del Leopardi non sono tutti ammalati di leopardismo, giacchè moltissimi non guardano ad altro che alla lucidità della frase e alla fattura del verso. Non bisogna dimenticare che la coltura allarga il senso estetico, e che il senso estetico allargato permette a chi l'ha di gustare molte più forme d'arte, e di ammirar libri e pitture, edifizii e

spartiti, con gli autori dei quali egli non ha somiglianza psichica particolare. Gli è anzi a questa nuova condizione del senso estetico e del gusto che è dovuto in grandissima parte il rivolgimento a cui andò soggetta la critica in questi ultimi tempi.

L'Hennequin vuole, è vero, la sintesi sociologica come vuole la sintesi psicologica. Riconosciuta, col metodo analitico da lui indicato, l'ossatura mentale, se così può dirsi, degli ammiratori e dei fautori, il critico dovrà restituire nella pienezza e nella integrità della vita l'intero gruppo formato da essi. A tal fine egli dovrà prendere in considerazione e discutere tutti i documenti risguardanti un'opera d'arte, e atti a mostrare il modo e il grado della sua voga. L'indagine fatta così per di fuori compirà l'indagine fatta prima per di dentro. Il guajo si è che i documenti e le testimonianze non hanno un valore assoluto, e che per conoscerne il valore è necessario appunto studiare le condizioni di quell'ambiente che non si voleva prendere in considerazione. Insomma, checchè si faccia si ricasca sempre nell'ambiente.

Il libro può considerarsi come un segno, e dell'autore che l'ha composto, e dell'ambiente al cui influsso l'autore soggiacque. Molti libri presi insieme formano una letteratura, e la letteratura porge uno de' mezzi più possenti d'investigazione che la storia possegga. Con l'ajuto della letteratura, con l'ajuto dei monumenti, con l'ajuto di tutte l'altre testimonianze della vita di un tempo noi restauriamo, per quanto la condizione e delle cose e del saper nostro il concede, l'ambiente di quel tempo, nella varietà e complessità sua, con le correnti molteplici, coi numerosi contrasti. Conosciuto l'ambiente, possiamo ridiscendere da esso al libro, o ad un'altra qualsiasi opera d'arte, e intender meglio, se non appieno, com'essa siasi prodotta, quale sia, rispetto all'ambiente stesso, la dipendenza sua e del suo autore. Abbiamo qui dunque un doppio procedimento, quale usa in tutte le scienze; induttivo nel primo grado, deduttivo nel secondo.

Come ho detto già, non è mai cosa agevole, e spesse volte è cosa soprammodo difficile, determinare il modo e la qualità di quella relazione. Non si dimentichi che i fenomeni della vita sociale sono di gran lunga i più complessi e i più involuti, quelli in cui le cause e gli effetti più fittamente s'annodano e s'intrecciano, quelli, di cui riesce più malagevole indagar la struttura e scoprire le leggi. Se, in molti casi, l'azione dell'ambiente non si lascia scorgere a primo aspetto, ciò non vuol dire che l'azione non vi

sia, ma vuol dire, assai più probabilmente, che l'azione è dissimulata. Come più lo studio delle letterature si fa diligente e minuto, più numerose si mostrano, dove non si sospettava ci dovessero essere, le preparazioni, le attinenze, le dipendenze. Certo, in così fatte indagini non si può pretendere, per ora almeno, di giungere a risultamenti di matematica esattezza. La psicologia comincia appena ad ammettere le determinazioni quantitative; la sociologia non può ancora andar più in là delle qualitative. Il progresso della scienza è nel passaggio da queste a quelle; ma avrebbe gran torto chi, non potendo giungere alla integrità del vero, sdegnasse la lenta e crescente approssimazione al vero.

Nuovo marmo torinese scritto;

del Socio VINCENZO PROMIS

Sui primi del febbraio del corrente anno 1889 demolendosi un muro di una casa in fondo alla via dei Pasticcieri pella diagonale che dalla piazza San Giovanni mette alla via Milano presso il Palazzo di Città, vennero alla luce due massi di marmo di Carrara stati anticamente adoprati come materiali di costruzione. Avvisato da persona amica di questa scoperta e che di più i due massi erano scritti, potei indi a poco esaminarli ed accertarmi che ambidue erano parte di un medesimo cippo, sebbene in uno stato di conservazione ben differente l'uno dall'altro. I due pezzi riuniti hanno dimensioni di m. 1,30 × 0,43. In alto avvi una specie di frontone con sagome comuni ma assai ben lavorate, con tre rose, una a quattro foglie nel frontone stesso, e due di 12 foglie caduna nei due campi laterali.

Sotto in cornice evvi l'iscrizione in bellissimi caratteri del secondo secolo di Cristo, la quale se poco ci presenta di nuovo trattandosi di una delle solite lapidi sepolcrali di liberti, ci dà però un cognome greco poco usitato, ed accresce ad ogni modo il numero già assai importante dei marmi torinesi.

Ecco intanto il testo dell'iscrizione quale risultò a decifrarsi coll'aiuto dei chiarissimi Cipolla e Ferrero.

D ♁ M
COMINIAE
PHILVMENES
[illegible]AE *o*PTIM
ET
COMINIAE
PHILAENIDIS
FILIAE CARISS
COMINIA
EVTYCHIS
MATER

Si osservi che la quarta riga manca quasi del tutto per rottura dei due massi in quel punto, per cui la parola finiente in AE si deduce dai pochi segni che si scorgono ancora nel marmo, come si scorge pure la parte superiore di *o*PTIM. La parte inferiore del cippo essendo assai danneggiata, non poca difficoltà si incontrò nella lettura delle susseguenti righe 7 e 8, che però ritengo sicure.

Questa nuova lapide romana per cortese annuenza del nostro Municipio passò ad arricchire il R. Museo di Antichità.

L'Accademico Segretario
GASPARE GORRESIO.

DONI

FATTI

ALLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

E

OPERE ACQUISTATE PER LA SUA BIBLIOTECA

dal 10 al 24 Febbraio 1889

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

NB. Le pubblicazioni notate con un asterisco si hanno in cambio; quelle notate con due asterischi si comprano; quelle senza asterisco si ricevono in dono

Donatori

Donatori	
Berlino. * *	Abhandlungen zur geologischen Specialkarte von Preussen und den Thüringischen Staaten: Band VI, Heft 4: Die Fauna des samländischen Tertiärs, von Dr. Fritz NOETLING, etc. Berlin, 1888; in-8° gr.
Id.	— Atlas zu den Abhandlungen, etc., Band VI, Heft. 4. Berlin. 1888; in-4°.
Società Medico-chirurg. di Bologna.	* Bollettino delle Scienze mediche pubblicato per cura della Società Medico-chirurgica di Bologna, ecc.; serie 6ª, vol. XXIII, fasc. 1. Bologna, 1889; in-8°.
Braunschweig. * *	Grundriss des photometrischen Calcüles; von Dr. August BEER. Braunschweig, 1854; 1 fasc. di 105 pag. in-8°.
Società belga di Microscopia (Bruxelles).	* Bulletin de la Société belge de Microscopie; XV année, n. 1. Bruxelles, 1889; in-8°.
Accad. Gioenia di Catania.	* Bullettino mensile dell'Accademia Gioenia di Scienze naturali in Catania, col resoconto delle sedute ordinarie e straordinarie, e Sunto delle Memorie in esse presentate; nuova serie, fasc. 3. Catania, 1889; in-8°.

* The Transactions of the R. Irish. Academy; vol. XXIX, part 5. Dublin, 1889; in-4°.	R. Acc. Irlandese delle Scienze (Dublino).
* Berichte der Naturforschenden Gesellschaft zu Freiburg i. B., etc.; IV Band, 3 Heft. Freiburg i. B., 1889; in-8°.	Società di Scienze nat. di Friborgo i. B.
* Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaft herausgegeben von der medizinisch-naturwissenschaftlichen Gesellschaft zu a Jen; neue Folge, XVI Band, Heft 1 4. Jena, 1888; in-8°.	Società di Med. e St. nat. di Jena.
Zur Geschichte der Theorie des Elliptischen Transcendenten in den Jahren 1826-29; von Leo Koenigsberger. Leipzig, 1879; 1 fasc. di 101 pag. in-8°	Lipsia. * *
* Monthly Notices of the R. astronomical Society of London; vol. XLIX, n. 3. London, 1889; in 8°.	R. Soc. astron. di Londra.
Transactions of the Manchester geological Society, etc.; vol. XX, parts 2, 3. Manchester, 1889; in-8°.	Soc. geologica di Manchester.
* Rendiconto dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche (Sezione della Società Reale di Napoli); serie 2ª, vol. III, fasc. 1. Napoli, 1889; in-4°.	Società Reale di Napoli.
* Rendiconti del Circolo matematico di Palermo; tomo III, fasc. 1. Palermo, 1889; in-8° gr.	Circolo Matem. di Palermo.
* La Lumière electrique — Journal universel d'Électricité, etc.; Directeur M. le Dr. C. Herz; t. XXXI, n. 9. Paris, 1889; in-4°.	Dott. C. Herz (Parigi).
* Revue internationale de l'Électricité et de ses applications, etc.; t. VIII, n. 75. Paris, 1889; in-4°.	La Direzione (Parigi).
Mémoire sur la Théorie générale des surfaces; par M. Ossian Bonnet. Paris, 1848; 1 vol. in-4°.	Parigi. * *
Traité des fonctions elliptiques et de leurs application, par G. H. Halphen: 1ª partie, Théorie des fonctions elliptiques et de leurs développements Paris, 1886; 1 vol. in-8°.	Parigi * *
Introductions à la Théorie des fonctions d'une variable, par Jules Tannery. Paris, 1886; 1 vot. in-8°.	Parigi. * *
Sur le développement de la fonction perturbatrice suivant la forme adoptée par Hansen dans la théorie des petites planètes; par M. J. Houël. Paris, 1875; 1 fasc. in-8° di 84 pag. con tav. num.	Parigi. * *

Parigi.	Miscellanea di diversi opuscoli di Fisica matematica e sperimentale di P. Desains, F. de la Provostaye, G. Wertheim, E. Chevandier, G. Aimé, H. de Senarmont, Hachette, E. Verdet, etc.; 1 vol. in-8°.
Soc. generale dei Viticol. ital. (Roma).	Bollettino della Società generale dei Viticoltori italiani; anno IV, n. 3. Roma, 1889; in-8° gr.
Municipio di Roma.	* Bollettino della Commissione speciale d' Igiene del Municipio di Roma; anno IX, fasc. 11, 12. Roma, 1888; in-8°.
Il Socio Senatore Jac. Moleschott. (Roma).	Untersuchungen zur Naturlehre des Menschen un der Thiere; herausgegeben von Jac. Moleschott; XIV Band, 1 Heft. Giessen, 1889; in-8°.
Accad. Pontificia de' Nuovi Lincei (Roma).	* Accademia pontificia de' Nuovi Lincei; anno XLII, Sess. 1, 15 dic. 1888; Sess. 2ª, 20 gennaio 1889. Roma; 2 fasc. in-16.
Municipio di Torino.	Bollettino medico-statistico pubblicato dall'Ufficio d'Igiene della Città di Torino; anno XVII, n. 35-37; anno XVIII, n. 1-2. Torino, 1888-89; in-4°.
Soc. meteor. ital. Torino.	* Bollettino mensuale della Società meteorologica italiana, ecc.; Serie 2ª, vol. IX, n. 1. Torino, 1885; in-4°.
Sig. Geometra E. Barbero (Torino).	Gazzetta delle Campagne, ecc.; Direttore il sig. Geometra Enrico Barbero; anno XVII, n. 36; anno XVIII, n. 1-4. Torino, 1888-89; in-4°.
R. Istit. Veneto (Venezia).	* Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, ecc.; serie 6ª, t. VII, disp. 1-2. Venezia, 1889; in-8°.
S. Laura.	Dosimetria; per il Dottore S. Laura; anno VII, n. 1. Torino, 1889; in-8°.
L'Autore.	Les trombes dans les eaux de la mer; Une prière aux marins: par le Prof. Jean Luvini. Turin, 1888; 1 fasc. in-8°
L'A.	Sur l'alimentation des naufragés en pleine mer; pas S. A. le Prince Albert de Monaco (Estr. des *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, décembre 1888); 1 fasc. in-4°..

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dal 17 Febbraio al 3 Marzo 1889

Donatori

* Mémoires et documents publiés par la Société Savoisienne d'Histoire et d'Archéologie; t. XXVII, 2e série. Chambéry, 1888; in-8°. — Società Savoiarda di St. e d'Arch. (Chambéry).

Biblioteca nazionale centrale di Firenze — Bollettino delle Pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa; 1889, n. 75. Firenze, 1889; in-8° gr. — Bibl. nazionale di Firenze.

— Indice alfabetico delle opere, ecc.; pag. 17 80 (BUF-PET); in-8° gr. — Id.

* Bulletin d'Histoire ecclésiastique et d'Archéologie religieuse des Diocèses de Valence, Gap, Grenoble et Viviers; 8e année, 48-54 livraison. Valence, 1887-88; in-8°. — Società di St eccl. ecc. (Gap).

* Proceedings of the R. Society of London; vol. XLV, n. 275. London, 1889; in-8°. — Società Reale di Londra.

* Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere; serie 2a, vol. XXII, fasc, 3. Milano, 1889; in-8°. — R. Istit. Lomb (Milano).

* Mémoires de l'Académie des Sciences et Lettres de Montpellier (Section des Lettres); t. VIII, 2 fasc., année 1888. Montpellier, 1888; in 8°. — Accademia di Sc. e Lett. di Mompellieri.

* Mémoires de l'Académie de Stanislas, 1887; 5e série, t. V. Nancy, 1888; in-8°. — Acc. di Stanislas (Nancy).

Inventaire sommaire des Archives Départementales antérieures à 1790, etc.: Loire, Archives civiles, Série B, n. 1583 à 1906: t. II. Saint-Etienne, 1888: Gard, Arch. civ., Série E, Supplement, t. I, Arrondissement de Nimes, Aiguesmortes, Aiguesvives, Aimargues, Aramon. Nimes, 1888; in-4°. — Governo francese (Parigi).

— Inventaire sommaire des Archives Communales antérieures à 1790: — Ville de Chartres, etc.: Chartres 1888; — Ville de Nantes, t. I, séries AA, BB, CC, DD. Nantes, 1888; — Ville de Rouen, t. I, Délibérations. Rouen, 1887; — Ville de Seclin. Lille, 1888; — Ville de Crécy-en-Ponthieu. Amiens, 1888; in-4°. — Id.

— Inventaire analytique des Archives anciennes de la Ville d'Épinal, etc.; 3e fasc., séries CC. Épinal, 1887; in-4°. — Id.

Museo Guimet (Parigi).	Annales du Musée Guimet; t I-IV. Paris, 1880-88; in-4°.
Id.	— Catalogue du Musée Guimet: 1e partie, Inde, Chine et Japon, précedée d'un aperçu sur les religions de l'éxtrême Orient, etc., par L. De Milloué. Lyon, 1883; 1 vol. in-16°.
Id.	Revue de l'Histoire des Religions publiée sous la direction de M. Maurice Vernes, etc.; 2e année, t. IV, n. 4-6; 3e année, t. V, n. 1-3; t. VI, n. 4-6; 4e année, t. VII, n. 1 3; t. VIII, n. 4-6; 5e année, t. IX, n. 1-3, t. X, n. 4-6 (nouvelle série, n. 1-3); t. XI, n. 1-3; 6e année, t. XII, n. 1-3; 7e année, t. XIII, n. 1 3; t. XIV, n. 1-3; 8e année, t. XV, n. 1-3, t. XVI, n. 1-3; 9e année, t. XVII, n. 1-3; t. XVIII, n. 1-2. Paris, 1881-88; in-8°.
Id.	Congrès provincial des Orientalistes: Compte rendu de la troisième Session; Lyon, 1878; t. I, II. Lyon, 1880; in-4°.
Società geologica di Francia (Parigi).	* Bulletin de la Société de Géographie, etc.; 7e série, t. IX, 4 trim. 1888. Paris, 1889; in-8°.
Id.	— Compte rendu des séances de la Commission centrale de la Société de Géographie, etc; 1889, n. 3, pag. 57-80; in-8°.
Parigi. * *	La Coalition de 1701 contro la France, par le Marquis de Courcy. Paris, 1886; 2 vol. in 8°.
Parigi. * *	Journal Asiatique, ou Recueil de Mémoires, d'Extraits et de Notices relatifs à l'histoire, à la philosophie, aux langues et à la littérature des peuples orientaux, etc.; 8e série, t. XI, n. 1-3; t. XI, n. 1-5. Paris, 1888; in-8°.
Ministero delle Finanze (Roma).	Statistica del commercio speciale di importazione e di esportazione dal 1° gennaio al 31 dicembre 1888. Roma, 1889; 1 fasc. in-8° gr.
Ministero dell'Istruz. pubbl. (Roma).	Bollettino ufficiale dell'Istruzione, ecc.; anno XVI, n. 7. Roma, 1889; in-8° gr.
Ministero di Agr. Ind. e Comm. (Roma).	Bollettino di Notizie sul Credito e la Previdenza; anno VII, n. 1. Roma, 1889; in-8° gr.
R. Accademia dei Lincei (Roma).	* Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, ecc.; vol. V, fasc. 3, 1° sem. Roma, 1889; in-8° gr.
Ateneo Veneto (Venezia).	* L'Ateneo Veneto — Rivista mensile di Scienze, Lettere ed Arti, diretta da A. S. Kiriaki e L. Gambari. Venezia, 1888; in 8°.
L'Autore.	La langue romane du midi de la France, et ses différents noms; par P. Meyer. Toulouse, 1889; 1 fasc. in-8°.

Torino — Stamperia Reale della Ditta G. B. Paravia e C.

2754 (350) 6-IV-89.

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 24 Febbraio 1889 . . . . *Pag.* [illegible]

Novarese — Studio sull'accelerazione di ordine n nel moto di una retta . . . . » [illegible]

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 3 Marzo 1889 . . . . *Pag.* [illegible]

Graf — Questioni di critica . . . . » [illegible]

Promis — Nuovo marmo torinese scritto . . . . » [illegible]

Doni fatti alla R. Accademia delle Scienze dal 10 al 24 Febbraio 1889 (*Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali*) . . . *Pag.* [illegible]

Doni fatti alla R. Accademia delle Scienze dal 17 Febbraio al 3 Marzo 1889 (*Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche*) . . . . . » [illegible]

Torino - Tip. Reale-Paravia

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOL. XXIV, DISP. 9ª E 10ª, 1888-89

TORINO

ERMANNO LOESCHER

Libraio della R. Accademia delle Scienze

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 10 Marzo 1889.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE ARIODANTE FABRETTI
VICEPRESIDENTE

Sono presenti i Soci: Lessona, Bruno, Berruti, Siacci, Basso, D'Ovidic, Bizzozero, Naccari, Mosso, Gibelli, Giacomini. Il Socio Cossa, Direttore della Classe fa scusare, per mezzo del Socio Naccari, la sua assenza motivata da ragioni d'ufficio, e dichiara di associarsi fin d'ora alle deliberazioni che la Classe vorrà prendere al fine di onorare la memoria del compianto Presidente dell'Accademia.

Il Vice Presidente ricorda con parole di vivo rimpianto la perdita gravissima sofferta il giorno 7 di questo mese dall'Accademia per la morte del suo Presidente, Prof. Senatore Angelo Genocchi, ed incarica il Socio Siacci di redigerne il discorso commemorativo.

Propone inoltre che la Classe prenda l'iniziativa di una pubblica sottoscrizione allo scopo di erigere un ricordo perenne alla memoria dell'illustre estinto. Intorno al modo di dare esecuzione a questa proposta parlano i Soci Berruti, Bruno, e Siacci; dopo di che la proposta stessa viene accolta all'unanimità colla dichiarazione che si decideranno alla chiusura delle sottoscrizioni le questioni relative al luogo in cui dovrà collocarsi tale ricordo, ed alla forma da darsi al medesimo.

Quindi in segno di lutto viene sciolta l'adunanza.

Adunanza del 24 Marzo 1889.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE ARIODANTE FABRETTI
VICEPRESIDENTE

Sono presenti i Soci: Cossa, Lessona, Salvadori, Bruno, Berruti, Basso, D'Ovidio, Bizzozero, Naccari, Mosso, Spezia, Giacomini.

Letto ed approvato l'atto verbale dell'adunanza precedente, viene comunicata una lettera ministeriale annunziante la sovrana approvazione della elezione a Soci nazionali residenti dei signori Professori Lorenzo Camerano e Corrado Segre. Viene data comunicazione di molte lettere pervenute all'Accademia in condoglianza per la morte del Presidente Senatore Angelo Genocchi.

Tra le pubblicazioni offerte in omaggio all'Accademia vengono segnalate le seguenti:

« *Note di paleoicnologia* del Dott. Federico Sacco, » e « *Il passaggio tra il Liguriano ed il Tongriano*, del medesimo autore, presentati dal Socio Lessona;

« Traduzione in lingua polacca della Monografia storica del Dott. Gino Loria, Prof. nell'Università di Genova, *Sul passato ed il presente delle principali teorie geometriche*; presentata dal Socio D'Ovidio.

« *Recherches générales sur les courbes et les surfaces reglées algébriques;* » parte 1ª e 2ª, estratte dai tomi XXX e XXXIV dei *Mathématische Annalen* ecc., del Socio Corrado Segre.

« *Catalogo della Biblioteca della R. Scuola d'Applicazione per gli Ingegneri* in Torino, presentato dal Socio Cossa;

« 1° *Vero andamento diurno della temperatura*; » 2° *Pressione atmosferica ridotta al medio livello del mare in Modena; Coefficienti per la temperatura e per la pressione atmosferica nel barometro registratore Richard;* » 3° « *Domenico Scinà — Cenni biografici letti nella seduta del* 22 *novembre* 1888 *della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti in Modena:* lavori del Prof. Domenico Ragona, presentati dal Socio Basso.

Le letture e le comunicazioni si succedono nell' ordine che segue:

« Relazione sopra una Monografia del Prof. Dott. Federico SACCO, intitolata « *I Cheloni astiani del Piemonte,* » del Socio LESSONA, condeputato col Socio BELLARDI. La Classe accoglie le conclusioni favorevoli della Relazione, ammettendo alla lettura questo lavoro, e poscia delibera che il medesimo venga pubblicato nei volumi delle *Memorie* accademiche.

« *Centro espiratorio ed espirazione forzata;* Ricerche del Dott. Vittorio ADUCCO, presentate dal Socio MOSSO;

« *Su certi cristalli che si trovano dentro il nucleo delle cellule nel rene e nel fegato;* Memoria del Dott. V. GRANDIS, presentata dallo stesso Socio MOSSO.

« *Sopra alcune deduzioni della teoria del van't Hoff sull'equilibrio chimico dei sistemi disciolti allo stato diluito;* » Nota I^a del Prof S. PAGLIANI presentata dal Socio NACCARI.

LETTURE

RELAZIONE sopra una Monografia del Prof. Dott. Federico SACCO, intitolata: *I Cheloni astiani del Piemonte.*

I Cheloni fossili del Piemonte sono già stati oggetto di studi speciali per parte del prof. A. Portis che ne pubblicò i risultamenti in due lavori inscritti nelle Memorie di questa R. Accademia. Ora alcune nuove ed interessanti scoperte fattesi recentemente di resti di Cheloni nei terreni terziari del Piemonte inducono l'Autore della Memoria in esame a portare con essa una contribuzione allo studio di quest'ordine di Rettili, con speciale riguardo ai Cheloni del Pliocene superiore o *Astiano.*

La forma più interessante e più completa di Chelonio esaminata in questa Memoria appartiene al genere *Emys.* Questo fossile fu trovato in sabbie gialle della Valle Andona nell'Astigiano; i resti dei Molluschi che erano inglobati nella sabbia che lo riempivano dimostrano come esso appartenga all'orizzonte ma-

rino detto *Astiano*; essendo però l'*Emys* un Chelone lacustre, devesi certamente dedurre che l'individuo in esame dalle regioni continentali venisse portato in mare dalle correnti.

Il fossile in questione manca delle estremità, ma presenta quasi completo il guscio esoscheletrico, ciò che è al tutto sufficiente per la determinazione specifica; tale guscio si presenta alquanto schiacciato, e quindi deformato per le potenti pressioni subite.

Dopo di aver paragonato questo *Emys* fossile colle forme simili, sia fossili, sia viventi, l'A. crede di dover indicare detto fossile con un nuovo nome specifico, e, dedicando questa forma all'Illustratore dei Cheloni fossili piemontesi, la designa col nome di *Emys Portisii*.

Segue la descrizione minuta di questo fossile; dapprima sono descritte le ossa dello scudo dorsale (ossa assiali o vertebrali, ossa costali ed ossa marginali) quindi quelle dello scudo ventrale o piastrone (Mesosterno, Episterno, Iosterno, Iposterno e Xifisterno); in questo minuto esame osteologico, accompagnato dalle misure millimetriche di ciascun osso, si notano alcune anomalie, fra cui è interessante quella dello sdoppiamento dell'8ª piastra ossea costale di destra.

Dopo ciò l'A. passa allo studio della forma delle piastre cornee, forma data dalle nette e ben conservate impronte che tali piastre, scomparse colla fossilizzazione, lasciarono sul guscio osseo.

Anche in questo studio l'A. esamina dapprima lo scudo dorsale (piastre vertebrali, costali e marginali), poscia lo scudo ventrale (piastre gulari, omerali, pettorali, addominali, femorali, anali, ascellari ed inguinali) colle principali dimensioni millimetriche di ogni piastra.

Vengono osservate alcune anomalie, fra cui notevolissima quella dello sdoppiamento della piastra caudale, per modo che ne risultano 13 marginali invece di 12 come ha luogo generalmente nelle Emidi.

Questo esame delle piastre cornee della forma fossile è reso più interessante dal paragone che l'A. fa colle piastre corrispondenti di individui giovani ed adulti dalle forme viventi più affini a quella fossile, cioè di *Emys caspica* e di *E. sigriz*, che l'A. ebbe in comunicazione dal Museo zoologico di Torino e dal dott. M. Peracca.

Da tale esame comparativo l'A. deduce che l'*Emys Portisii* presenta caratteri in parte dell'una ed in parte dell'altra delle

specie viventi sopramenzionate, specialmente se paragonate con individui giovani di dette forme, per cui pare dovrebbesi dedurre che la forma fossile sia quella dalla quale derivarono più o meno direttamente l'*E. caspica* e l'*E. sigritz*.

In seguito l'A. passa all'esame di una tartaruga marina appartenente al genere *Trionyx*, che consta di un' impronta interna e di una impronta esterna dello scudo dorsale, essa venne trovata molti anni or sono nelle sabbie *astiane* di Monteu Roero e fu già indicata dal Sismonda Angelo col nome di *T. aegyptiacus*, e poscia dal Portis come *T. pedemontana*.

L'A. esaminando questo resto fossile, il quale per le sue dimensioni indica di aver appartenuto ad un individuo di oltre mezzo metro di diametro antero posteriore, trova che numerosi ed importanti caratteri lo distinguono tanto dalla *T. aegyptiaca* vivente quanto dalla *T. pedemontana* trovata fossile in terreni assai più antichi, cioè nell'*Aquitaniano*, crede quindi che se ne debba fare una nuova specie cui dà il nome di *T. pliopedemontana* per denotare nello stesso tempo l'orizzonte geologico e la regione in cui fu trovata, nonchè l'affinità che essa presenta con una forma fossile già descritta.

Dopo ciò l'A. passa in rapida rivista gli altri resti di Cheloni trovati nel terreno *astiano* del Piemonte, facendo alcune considerazioni paleontologiche e stratigrafiche.

Infine, valendosi degli studi fatti di recente su tutto il bacino terziario del Piemonte, l'A. determina la prima posizione stratigrafica dei Cheloni fossili sinora rinvenuti in detto bacino e ne dà la distribuzione geologica in apposita tabella.

La Memoria è accompagnata da due tavole nelle quali è figurata l'*Emys Portisii* nelle sue parti dorsali, ventrali e laterali.

L'importanza del lavoro, l'estensione del testo ed il numero delle tavole comprese nei limiti assegnati dai regolamenti, inducono la Commissione a proporne la lettura per la stampa nelle sue Memorie.

Luigi Bellardi
Michele Lessona, *relatore*.

Centro espiratorio ed espirazione forzata;

del Dott. VITTORIO ADUCCO

I.

Centro espiratorio.

L'esistenza di un centro espiratorio è, in genere, ammessa dalla maggior parte dei fisiologi, come si può vedere consultando i più recenti trattati di Fisiologia. Se volessi riferire, non dico tutti, ma solo i principali lavori che vennero pubblicati sopra i centri del respiro dovrei certo diffondermi troppo lungamente. Del resto questi lavori sono diffusamente riassunti e discussi nelle pubblicazioni di Markwald, di Langendorff, di Wertheimer, che citerò più sotto, in quella di Nitschmann (1) ed in una rivista sintetica di Langlois e De Varigny (2).

Perciò mi limito a ricordare fra i più recenti quelli che hanno maggiore attinenza con i fatti da me osservati.

L. Fredericq (3), da esperienze fatte sopra animali profondamente cloralizzati, venne condotto ad ammettere nella midolla allungata un centro di inspirazione ed un centro di espirazione.

Langendorff (4) ammette nella midolla spinale dei centri espiratori che agirebbero per eccitamenti riflessi ed entrerebbero in attività spontaneamente ed anche in modo ritmico allorchè l'eccitabilità o l'automatismo dei centri inspiratori sono esauriti.

---

(1) R. NITSCHMANN, *Beitrag zur Kenntniss des Athmungscentrums.* PFLÜGER's. Archiv. 1885, vol. 35, p. 558.

(2) P. LANGLOIS et DE VARIGNY, *Les centres respiratoires.* Revue des sciences médicales en France et à l'étranger (Hayem); XVII année, T. XXXIII, n° 65, pp. 283-316

(3) L. FREDERICQ, *Sur la théorie de l'innervation respiratoire.* Bulletins de l'Académie Royale Belgique; XLVII, n. 4, 1879 (Séance du 3 Février 1879).

(4) O. LANGENDORFF und R. NITSCHMANN, *Studien über die Innervation der Athembewegungen.* — I. MITTHEILUNG, *Ueber die spinalen Centren der Athmung.* — DU BOIS-REYMOND's, Arch. *Physiol. Abthlg.* 1880, pp. 519-549.

I. Bernstein (1) ritiene esista un centro espiratorio che entra in azione per influenza di stimoli speciali. Il sangue ricco di acido carbonico sarebbe essenzialmente un eccitante del centro espiratorio.

A. Christiani (2) trovò tre centri respiratori di cui due per l'inspirazione ed uno per l'espirazione. Quest'ultimo avrebbe funzione inibitoria e sarebbe situato a livello dell'entrata dell'acquedotto di Silvio.

Max Marckwald (3), che eseguì numerose ed accurate ricerche sopra l'innervazione dei movimenti respiratori nel coniglio, venne anche alla conclusione che nella midolla allungata, oltre ad un centro inspiratore, vi è pure un centro espiratore. Questo sarebbe meno eccitabile, non funzionerebbe nella respirazione tranquilla e prenderebbe parte eccezionalmente al fenomeno del respiro. Perciò Max Marckwald lo considera come un centro espiratorio ausiliare (Hilfathemcentrum).

E. Wertheimer in un primo lavoro pubblicato nel 1886 (4) afferma che nella regione inferiore della midolla spinale vi è un centro di azione ritmica per i principali muscoli espiratori. Questo centro, contrariamente a quanto trovò Langendorff, entrerebbe in attività anche indipendentemente dalla spossatezza dei centri inspiratori spinali.

Secondo le esperienze di Wertheimer (5) quando si separa la midolla spinale dal bulbo, allora l'azione ritmica dei centri espiratori spinali tende a manifestarsi come quella dei centri inspiratori. E se in condizioni normali ciò non avviene vuol dire che il bulbo esercita su questi centri un'azione inibitoria che li mantiene in riposo, a meno che non intervengano eccitamenti speciali.

---

(1) I. Bernstein, *Ueber Einwirkung der Kohlensäure des Blut auf das Athemcentrum.* — Du Bois-Reymond's Archiv. 1882. *Physiol. Abthlg.* pp. 312-321.

(2) A. Christiani, *Zur Physiologie des Gehirns. Verhand d. Berliner physiol. Gesellschaft.* — Du Bois-Reymond's, Arch. 1884. *Physiol. Abthlg.* pp. 465-470.

(3) M. Marckwald, *Die Athembewegungen und deren Innervation beim Kaninchen. Zeitschrift für Biologie.* Vol. XXIII, 1886, pp. 149-283.

(4) E. Wertheimer, *Recherches expérimentales sur les centres respiratoires de la moelle épinière.* Journal de l'Anat. et de la Physiol. norm. et path. de l'homme et des animaux. 1886, vol. XXII, pp. 458-507.

(5) E. Wertheimer, Lavoro citato, pp. 500 e 507.

In un secondo lavoro, stampato nell'anno successivo (1), non si dimostra propenso ad ammettere l'esistenza di un centro espiratore bulbare individualizzato.

Da quanto ho riferito si vede che nè l'ubicazione, nè la natura, nè il modo di funzionare del centro espiratorio sono ben determinati (2). Per lo più finora gli esperimentatori si sono occupati del centro respiratorio in genere, senza distinguere una parte inspiratoria ed una espiratoria. Sul centro respiratorio così considerato i lavori si sono moltiplicati da Legallois e da Flourens fino ad ora e si passò dalla massima centralizzazione alla massima decentralizzazione; si passò dal concetto di un centro respiratorio bulbare motorio a quello di un centro inibitore. Probabilmente lo studio del centro espiratorio passerà per le stesse fasi.

In un lavoro precedente ho già riferito parecchi casi di inspirazione passiva, i quali mi pare depongano in favore dell'esistenza di un centro espiratore non semplicemente inibitore. Nello stesso senso parlerebbero le esperienze che ho fatto per dimostrare che la espirazione è sempre attiva (3). Inoltre nel corso di parecchi anni ho avuto occasione di fare numerose osservazioni, le quali mi pare possano esse pure contribuire a dimostrare l'esistenza di un centro espiratore o di parecchi centri espiratori. Perciò ho

---

(1) E. Wertheimer, *Journal de l'Anat. et de la Physiol.*, 1887, vol. XXIII, pp. 567-611.

Ecco in qual modo si esprime l'autore: « Ceux qui pensent que toutes les excitations périfériques qui agissent sur la respiration sont centralisées dans le bulbe, admettent aussi que l'arrêt ainsi obtenu est dû à la mise en jeu d'un centre spécial, le centre expirateur, distinct du centre inspirateur. Mais, en supposant même que les excitations passent normalement par la moelle allongée, les expériences rapportées plus haut montrent que l'existence d'un centre expirateur n'est nullement nécessaire ». — « S'il y a bien dans la moelle des centres pour l'inspiration et des centres pour l'expirations active, on ne supposera sans doute pas qu'il s'y trouve un centre spécial qui préside à l'expiration passive ».

(2) Vedi Albertoni e Stefani, *Manuale di Fisiologia umana*, pp. 655-656.

(3) V. Aducco, ***Espirazione attiva ed inspirazione passiva.*** Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino, vol. XXII e Archives italiennes de Biologie, vol. VIII, p. 194.

creduto bene di raccogliere queste esperienze ricavandone per ora solo le conclusioni più ovvie. Mi riservo di ritornare fra non molto sopra tale argomento, giacchè quanto andrò esponendo in questa nota costituisce in parte il primo materiale di un lavoro che non tarderò a pubblicare *in extenso*.

Esperienza del 2 *Marzo* 1886.

In questa esperienza si osservarono anche dei fatti che non riguardano direttamente la questione del centro espiratorio, ma che io riferirò egualmente perchè mi paiono interessanti.

Ad un cane di media taglia scrivo il respiro toracico ed addominale con due timpani a bottone.

I movimenti vengono scritti sul motore di Marey con velocità minima. Il cane ha le vie respiratorie intatte. L'inspirazione è molto rapida, l'espirazione lentissima e dura dall'apice di una inspirazione alla base di un'altra. Il diaframma è attivo. Il torace nella espirazione discende uniformemente e lentamente fino alla ascissa, l'addome verso la fine si deprime lentamente. Il cane fa un gemito espiratorio il che spiega la lentezza della espirazione. Si inietta del laudano nella vena safena. Il respiro presenta dei periodi di maggiore e dei periodi di minore frequenza.

Mentre si continua la registrazione dei movimenti respiratorii si osservano dei respiri molto più estesi degli altri. La espirazione di queste grandi escursioni respiratorie abbassa il torace al disotto dell'ascissa.

Nel tracciato, riprodotto nella fig. 1, si vede che il torace e l'addome fanno una profonda inspirazione. Segue l'espirazione che è rapida per l'addome, lenta pel torace. Mentre l'addome ritorna esattamente alla ascissa, il torace passa al disotto. Questa iperespirazione del torace fa sollevare le pareti dell'addome. La curva del torace non ritorna all'ascissa che dopo 6 atti respiratorii (1).

Il fatto che nell'ultimo tratto della espirazione toracica le pareti addominali si sollevarono, dimostra che solo il torace prese parte a tale movimento. Il fatto poi che la curva espiratoria

(1) Si noti che i tracciati riprodotti nella tavola vanno letti da sinistra verso destra, e che le abbreviazioni Tor. e Add. significano rispettivamente torace ed addome.

toracica si abbassò al disotto dell'ascissa mi pare che concordi con i risultati ottenuti da Hering e Breuer e più recentemente da Stefani e Sighicelli (1).

Infine la posizione leggermente espiratoria in cui si mantenne il torace per 7 respiri si può spiegare o ammettendo un aumento di tonicità del centro espiratorio o una diminuzione di tonicità del centro inspiratorio (2).

Dopo una nuova iniezione di laudano avviene una modificazione profonda che dimostra la indipendenza dei movimenti del diaframma dai movimenti del torace.

Se si osserva la fig. 2 si vede, confrontando i punti di ritrovo (R), che nei primi $\frac{2}{3}$ della inspirazione toracica l'addome continua ad abbassarsi e che nell'ultimo terzo della inspirazione e nel primo della espirazione toracica l'addome si solleva; negli ultimi $\frac{2}{3}$ della espirazione del torace l'addome si deprime. L'atto respiratorio dell'addome comincia solo a metà circa dell'intera durata di tutto l'atto respiratorio del torace.

Essendo nato il sospetto che la resistenza opposta dalla trachea, laringe, faringe, fosse nasali non fosse la causa della lunghezza della espirazione, faccio la tracheotomia ed innesto nella trachea un tubo che ne ha il calibro.

Il respiro scritto subito dopo la tracheotomia si presenta molto cambiato. L'espirazione dell'addome dura molto meno di quella del torace, dimodochè il respiro dell'addome è come compreso in quello del torace. Comincia dopo e finisce prima. Questo fatto diventa tanto più manifesto quanto più si procede avanti nell'esperienza.

L'espirazione toracica, malgrado l'apertura della trachea, è diventata molto più lenta di prima.

Talora ci sono delle profonde inspirazioni in cui il torace si solleva moltissimo e poi si abbassa lentissimamente fino al livello normale. In queste escursioni più cospicue l'addome fa un movimento più alto, ma ritorna rapidamente alla posizione di riposo.

---

(1) A. Stefani e C. Sighicelli, *In qual modo il vago polmonare modifica il ritmo del respiro quando aumenta e quando diminuisce la pressione nella cavità dei polmoni.* Lo Sperimentale, luglio 1888; Archives ital. de Biologie, vol. XI, p. 143.

(2) A. Mosso, *La respirazione periodica e la respirazione di lusso.* Memorie della R. Accademia dei Lincei, serie IV, vol. 1.

Mettendo un foglio di carta davanti alla cannula tracheale si osserva che nell'abbassarsi delle pareti addominali l'aria esce con violenza allontanando con forza il foglio: in seguito esce lentamente ed uniformemente ed il foglio ricade alquanto e si mantiene ad una altezza costante fino al termine della espirazione toracica.

Talora, come si vede nella figura 3, mentre il torace fa un solo movimento, il diaframma ne fa due molto rapidi (N). Altre volte anche tre (P).

Una volta si ebbero perfino quattro movimenti dell'addome compresi in uno del torace. In una linea del tracciato si contano 10 respiri del torace e 30 dell'addome (1).

Si noti che all'inspirazione del torace corrisponde sempre una inspirazione dell'addome.

È durante la lunghissima espirazione del torace che avvengono gli altri atti respiratori dell'addome. La descritta forma di respiro scompare in seguito alla iniezione di gr. 0,12 di cocaina, come si vede nella fig. 4.

I denti, che si osservano nel tracciato del torace della fig. 4, sono scosse del pellicciaio; quelli invece più regolari, che esistono nel tracciato del torace della fig. 3, sono prodotti dalle contrazioni del cuore.

Dopo l'iniezione di cocaina i centri del torace e del diaframma funzionano sincronamente e regolarmente. Solo raramente si osserva una tendenza alla irregolarità (in A).

Ripetendo di nuovo le iniezioni di laudano la forma respiratoria ritorna ancora al tipo di prima. Le pareti addominali si mantengono sempre inerti.

In questa esperienza il fatto che colpisce maggiormente è la differenza tra il modo con cui si compie l'espirazione nel torace e nell'addome tanto prima quanto dopo la tracheotomia e specialmente dopo.

Siccome le pareti addominali non diedero mai segno di attività, bisogna ammettere che l'espirazione dell'addome si compiesse passivamente.

---

(1) Questo fatto e quello della fig. 2 confermano quanto il prof. A. Mosso osservò e riferì in parecchi suoi lavori, che cioè esiste una certa indipendenza tra il respiro toracico ed il respiro diaframmatico. Anche Stefani e Sighicelli nel lavoro sopraccennato riportano un tracciato che dimostra un fatto analogo.

Se anche l'espirazione del torace fosse stata passiva, per quale ragione non avrebbe dovuto compiersi nello stesso modo e nello stesso tempo?

Qui anzi l'andamento della curva descritta dal torace che si deprime è analogo a quello di un muscolo che entra in contrazione tetanica.

Ho avuto occasione di raccogliere il tracciato del respiro di un cane, nel quale durante l'espirazione si vedevano quelle leggerissime ondulazioni o quei minutissimi denti che un muscolo presenta quando riceve un numero di stimoli che non è ancora quello capace di tetanizzarlo, ma che gli è molto vicino (1).

Nella fig. 5 se si conta il numero dei denti scritti in un minuto secondo, si vede che sono 14-15.

Questa osservazione dimostra che l'espirazione è dovuta ad apparecchi muscolari, i quali ricevono gli impulsi da un centro motore loro proprio. Gli impulsi devono essere più di 15 al secondo perchè la linea della espirazione sia regolare.

Nel caso presente l'espirazione attiva del torace è tale che non si potrebbe spiegare a meno di ammettere l'esistenza di un centro espiratore di azione motoria.

Esperienza del 27 *Maggio* 1886.

Un cane col cranio trapanato e con un termometro immerso nel cervello aveva una temperatura rettale altissima. Per abbassarla si iniettano in più riprese 6 gr. di idrato di cloralio nella cavità del peritoneo.

---

(1) MAX MARCKWALD determinò il numero di stimoli per minuto secondo necessario a produrre nel diaframma del coniglio una contrazione respiratoria normale. Aveva già stabilito che il movimento inspiratorio del diaframma non è una scossa ma una contrazione. Eccitando i due frenici di un coniglio (al quale aveva sezionata la midolla allungata al disotto del centro respiratorio) con degli stimoli elettrici indotti, che si ripetevano un certo numero di volte al secondo, trovò che erano necessarii circa 22 eccitamenti al secondo per produrre nel diaframma una contrazione analoga alla contrazione inspiratoria normale: se gli eccitamenti erano solo 18 al secondo si avevano nel tracciato 18 denti al secondo. (*Die Athembewegungen und deren Innervation beim Kaninchen. Zeitschrift für Biologie* XXIII, *Bd.* 2 *Heft* 1886. p. 169-171).

Dopo l'iniezione il cane ha un respiro molto raro. Gli applico sul torace un pneumografo di Marey e scrivo i movimenti della respirazione col motore di Marey, velocità minima.

Nel tracciato le linee discendenti rappresentano le inspirazioni, le ascendenti rappresentano le espirazioni.

Riproduco nella figura 6 le quattro forme di respiro che il cane presentò prima di morire.

Da α e β il respiro toracico non presenta nulla di notevole. A partire da γ si vede che il torace nella espirazione (*cb*) si abbassa al disotto del punto di partenza della inspirazione (*a*). Dopo essersi così abbassato ritorna in posto lentamente (*ba'*) ed allora comincia l'inspirazione.

Questo fatto è ancora più marcato da ε ad γ.

Scritta quest'ultima linea il cane cessò di respirare; si credeva che fosse morto, giacchè non si sentiva più nemmeno l'impulso cardiaco. Il cilindro fece parecchi giri e dopo di un minuto si ebbero ancora i tre movimenti respiratori registrati nella 4ª linea (θ). Ciascuno di questi tre movimenti è costituito da una espirazione (*a b*) che abbassa il torace al disotto della posizione di riposo (XY). Segue l'inspirazione (*bc*) per cui il torace ritorna alla posizione di riposo e poi passa al disopra. In ultimo si ha una nuova espirazione (*cd*) che riconduce il torace alla posizione dell'apnea. Abbiamo qui un atto respiratorio composto di una inspirazione situata tra due espirazioni.

La espirazione che precede dimostra che il centro espiratorio non agisce come inibitore del centro inspiratorio, ma che esso sviluppa degli impulsi motori diretti. Ciò è pure confermato dal fatto della espirazione che abbassa il torace al disotto della linea di riposo.

Nel caso attuale non si può pensare neppure ad una aumentata tonicità perchè il torace dopo essersi abbassato al disotto della ascissa ritorna di nuovo in sito per la propria elasticità. Basta confrontare il presente tracciato con quello della fig. 1 per riconoscere gli effetti prodotti da aumento o da una diminuzione di tonicità dei centri respiratori dall'effetto prodotto da una scarica più energica e momentanea di impulsi.

Esperienza del 6 *Luglio* 1886.

In un cane, che moriva per aver ricevuto la dose mortale di cocaina, osservai che il torace continuò a deprimersi lentamente finchè il cuore funzionò. Poi incominciò un movimento di dilatazione che terminò solo dopo parecchi minuti.

In questo caso il torace si abbassò al disotto del limite al quale poteva venir portato dal peso e dalla elasticità delle sue pareti. Abbiamo qui un altro fatto che dimostra l'attività della espirazione e l'esistenza di un centro motore della espirazione.

Il centro espiratorio, ancora capace di funzionare mentre il centro inspiratorio era già paralizzato, fece restringere i diametri del torace. Quando cessò anche la funzionalità del centro della espirazione, allora il torace si dilatò fino alla ampiezza normale per l'elasticità delle sue pareti.

Esperienza del 29 *Gennaio* 1886.

VELENI ESPIRATORI.

Oltrecchè dai fatti accennati, l'esistenza di un centro espiratorio, non inibitore ma motore, è provata da ciò che vi sono delle sostanze, le quali sono capaci di eccitarlo, provocandolo ad una funzionalità esagerata, mentre lasciano il centro inspiratorio nelle condizioni normali e ne affievoliscono l'attività.

Già le esperienze di Léon Fredericq (1) conducono ad am-

(1) L. FREDERICQ, *Sur la théorie de l'innervation respiratoire*. Bulletins de l'Académie royale Belgique, XLVII, n° 4, 1878. (Séance du 3 février 1879 — In questo lavoro l'autore annunzia di aver trovato nell'idrato di cloralio un mezzo « di sopprimere l'azione delle fibre inspiratrici del vago o piuttosto di deprimere l'eccitabilità del centro a cui accorrono queste fibre. Allora le fibre espiratorie diventano predominanti »..... « C'est dans les quelques minutes qui précèdent le dernier mouvement respiratoire de l'animal qu'on obtient des résultats absolument constants. Toute excitation mécanique, chimique ou électrique arrête la respiration en expiration : celle-ci reprend, dès que l'on suspend l'application de l'excitant. Les résultats obtenus de cette façon présentent un tel degré de constance, que l'on peut, en ouvrant et en fermant la clef intercalée dans le circuit électrique, modifier à son gré le rythme respiratoire de l'animal ». — « Nous sommes ainsi amenés à considérer dans la moelle allongée un centre d'inspiration et un centre d'expiration, le chloral agissant pour paralyser le premier ».

mettere nella midolla allungata un centro di inspirazione ed un centro di espirazione. Il vago conterrebbe delle fibre che vanno all'uno ed all'altro dei due centri. Se si raffredda energicamente il bulbo di un coniglio o si avvelena l'animale con forti dosi di cloralio, allora il centro inspiratorio vien depresso, paralizzato. In tale condizione lo stimolo del bulbo o quello del vago hanno effetto espiratorio.

Avremmo così nel cloralio una sostanza che agisce in senso espiratorio. Il cloralio paralizzerebbe il centro inspiratore ed allora si potrebbe osservare l'attività del centro espiratore.

In tutte le esperienze nelle quali io avvelenai i cani col cloralio osservai sempre una grande attività espiratoria, che si potrebbe dire spontanea, perchè non provocata eccitando artificialmente il vago ed il bulbo rachideo.

L. Lewin (1) trovò che il nitro-benzolo promuove i movimenti espiratori.

Anche il laudano sarebbe un veleno da classificarsi fra quelli che eccitano la espirazione. Ciò è provato dalla prima delle esperienze, che riferii in questo capitolo, e da un'altra che riporterò nel capitolo seguente sopra la espirazione forzata.

La stessa cosa posso dire per la piridina.

Ho voluto provare l'azione della aconitina, che secondo Lauder Brunton (2), sarebbe una sostanza espiratoria.

Dopo aver fatto la tracheotomia ad un cane scrivo il respiro normale del torace con un pneumografo di Marey, nuovo modello (fig. 7).

L'inspirazione e l'espirazione hanno ad un dipresso la stessa durata.

Poi si inietta 1 cc. di una soluzione 1 $^0/_0$ di cloridrato di aconitina. Poco dopo si hanno delle profondissime e lunghissime espirazioni nelle quali il torace si deprime assai più di quel che non suole normalmente.

Per assicurarmi che il torace si deprimeva al di là della posizione di riposo cercai di determinare questa posizione, che

(1) L. Lewin, *Lehrbuch der Toxikologie;* 1885, pag. 226-229. « Ebenso verhalt sich die Athmung, die an Häufigkeit bald nachlässt und mitunter active Expirationen erkennen lässt ».

(2) Lauder Brunton, A. *Text-book of pharmacologie, therapeutics and materia medica.* London, 1885. Macmillon and Co. 749 750.

nel tracciato rappresenterebbe poi l'ascissa. Perciò feci lungamente la respirazione artificiale fino ad avere l'apnea completa. La posizione delle pareti toraciche nell'apnea è la posizione di riposo e la leva del timpano scrive una linea quasi orizzontale.

Il primo movimento respiratorio che si ebbe dopo l'apnea, non fu una inspirazione, ma una profonda espirazione (fig. 8).

In tale espirazione il torace si abbassò molto al disotto della posizione di riposo (AB). Il fatto si ripete parecchie volte. Nella fig, 8 sono riportati due dei tracciati ottenuti in tal modo.

L'eccitazione del centro espiratorio era così grande che ci furono dei lunghi periodi durante i quali si eseguiva una serie di escursioni respiratorie mentre il torace era in posizione espiratoria. Di questo fatto riferisco un esempio nella fig. 9.

Mentre gli impulsi che partivano dal centro espiratorio tenevano il torace e l'addome in posizione espiratoria forzata, partivano pure degli impulsi dal centro inspiratore. Questi ultimi però, per il prevalere del centro espiratorio, non potevano aver tutto il loro effetto e riescivano solo a sollevare il torace di un piccolo tratto. Solamente quando il centro espiratorio si stancò si ebbe una ispirazione completa.

Questa forma di respiro si ripetè numerose volte durante l'esperienza.

In tutta la durata del periodo si osserva nelle linee discendenti, che rappresentano l'inspirazione, un dente il quale è tanto più alto, quanto più estesa è l'inspirazione. Questo dente rappresenta una scarica di ordini dal centro espiratore che avviene durante la stessa inspirazione.

II.

Espirazione forzata.

I movimenti del respiro possono essere calmi e tranquilli oppure forzati. Nella inspirazione forzata entrano in azione insieme ai muscoli, che eseguiscono la inspirazione tranquilla, anche altri muscoli del torace, del dorso e del collo, talora perfino della faccia.

La stessa cosa avviene nella espirazione. Quando il respiro è tranquillo, è facile con la semplice osservazione riconoscere sopra noi stessi e sopra gli animali che le pareti addominali sono

inerti tanto nella inspirazione quanto nella espirazione, salvo rare eccezioni. Se la respirazione è violenta allora anche l'espirazione viene compiuta, oltrechè dai muscoli, che la eseguiscono normalmente, anche da altri gruppi muscolari, specialmente da quelli dell'addome. L'espirazione forzata è la esagerazione delle forze espiratorie che agiscono normalmente, colla partecipazione di altre potenze che normalmente sono in quiete. L'espirazione forzata sta alla espirazione calma come l'inspirazione forzata sta alla inspirazione calma. Nello studio che stiamo per fare è necessario che ci addentriamo di più nell'esame del meccanismo della espirazione forzata.

Ho già riprodotto in un altro lavoro un tracciato della respirazione toracica ed addominale di un cane, che aveva le pareti addominali talmente inerti da presentare delle vere oscillazioni ad ogni movimento rapido ed energico del torace. Il cane aveva una espirazione, che si può considerare come forzata, ed alla quale evidentemente prendeva parte il solo torace (1). In tale lavoro ho pure descritto il modo di respirare di un cane che aveva le pareti dell'addome tagliate ed aperto il diaframma. Questo cane presentava una forte espirazione tutta a spese del torace (2). Infine nel presente lavoro ho già riferito una forma di respiro nel quale l'espirazione era attiva e prettamente toracica (vedi fig. 3).

Ci troviamo in tutti questi casi in presenza di forti espirazioni che si compiono per opera dei muscoli del torace. Probabilmente è uno sforzo maggiore eseguito dai muscoli espiratori normali.

A lato di questa prima forma di espirazione forzata si osserva per lo più un'altra forma, a cui prendono parte i muscoli addominali.

Esperienza del 19 *Novembre* 1885.

Si fissa un piccolo cane sull'apparecchio di contenzione di Rothe. Questo apparecchio è così fatto che si può dare al cane qualunque posizione senza slegarlo. Si inietta del cloralio in solu-

(1) V. Aducco, *Espirazione attiva ed inspirazione passiva*. Atti della Regia Accad. delle Scienze di Torino; vol. XXII, 1887.
(2) V. Aducco, Vedi lavoro citato.

zione al 50 $^0/_0$ (gr. 0,50) nella vena giugulare dopo avergli fatta la tracheotomia.

Scrivo il respiro per mezzo di timpani con bottone applicati sullo sterno ed a lato della linea alba addominale sempre alla stessa altezza. Subito dopo la tracheotomia e prima dell'iniezione il cane presentò ad intervalli un respiro molto frequente e molto violento nel quale l'addome faceva dei forti movimenti espiratori.

Fatta l'iniezione sorvenne rapidamente la calma. La respirazione del torace prevaleva sulla diaframmatica.

Chi osserva la fig. 10 vede che nel tracciato dell'addome (linea inferiore) vi sono, durante la pausa, delle onde; esse dipendono da spostamenti della massa delle intestina. Con la mano era facile riconoscere che questi sollevamenti non provenivano da contrazioni dei muscoli delle pareti addominali. Ho citato questo caso perchè tale forma di respiro potrebbe simulare una espirazione forzata dell'addome. La palpazione però permette subito di stabilire se si tratti di movimenti intestinali o di espirazione addominale.

Nella presente esperienza, finchè si tenne l'animale orizzontale, la respirazione si mantenne calma, tranquilla, piuttosto rara, con predominio delle escursioni del torace, come indica la fig. 11.

Nello stesso modo si comportava il respiro quando il cane veniva messo verticale con la testa in basso; ma cambiava affatto mettendo il cane verticale con la testa in alto.

La prima volta che si fece passare il cane dalla posizione orizzontale o verticale con la testa in basso alla posizione verticale con la testa in alto si osservò:

1° Una tendenza al periodare (Si avevano di tanto in tanto delle pause respiratorie più lunghe delle altre).

2° Un prevalere per qualche minuto delle escursioni respiratorie addominali.

3° Una maggiore energia delle contrazioni cardiache.

4° L'espirazione forzata delle pareti addominali.

Basta dare un' occhiata alla fig. 12 per assicurarsi del fatto. È manifesta la tendenza al periodo, la prevalenza dell'addome nel primo tracciato e la espirazione forzata dell'addome. Nella linea discendente dell'atto respiratorio addominale si osserva un dente, che è anche più marcato nel tracciato 2° della stessa figura. Questo dente corrisponde al cominciare della espirazione forzata,

la quale continua fino all'ascissa. Una prova che qui si tratta veramente di una espirazione forzata, dovuta alla contrazione dei muscoli addominali, si può ricavare dal tracciato del torace. L'espirazione attiva dell'addome dura per tutta la pausa del torace. Ora la contrazione dei muscoli addominali spinge in parte contro il diaframma i visceri contenuti nell'addome e la cavità toracica deve dilatarsi. Tale dilatazione si vede in modo chiarissimo nel tracciato del torace durante la pausa; il quale è costituito da una línea che va ascendendo, finchè dura l'espirazione dell'addome, e poi cade rapidamente.

Dopo questa prima prova lasciai il cane in riposo per qualche tempo. Quando il respiro fu ritornato alla forma normale della posizione orizzontale, ripetei l'esperienza. Si osservarono gli stessi fatti che nella esperienza precedente, senonchè la espirazione forzata dell'addome si presentò sotto altra forma (fig. 13).

Mentre prima si aveva una linea discendente continua interrotta solo da un dente, qui invece si ha prima una rapida discesa fino ad *a*, poi da *a* fino in *c* si ha una linea ascendente e da *c* a *b* una linea discendente.

La prima volta che si mise il cane colla testa in alto si vide che, durante l'espirazione, la parete addominale anteriore si deprimeva mentre le pareti laterali si dilatavano. Si potè pure sentire con la mano la contrazione dei muscoli retti anteriori.

Nei tracciati della fig. 12 il tratto di linea discendente che sta al di sopra del dente rappresenta la parte passiva, il tratto sottostante indica la parte attiva della espirazione addominale.

Si aveva cioè una espirazione dovuta ai muscoli retti anteriori dall'addome. Il suo effetto meccanico era di diminuire il diametro antero-posteriore dell'addome e di dilatarne il diametro trasverso. Quando era violenta deprimeva anche le pareti del torace. Quando non era molto forte l'effetto di depressione era compensato e superato dalla dilatazione prodotta dai visceri cacciati contro il diaframma e la cavità toracica.

La seconda volta che si mise il cane con la testa in alto si ebbero degli effetti più complessi. Con la mano si sentivano indurirsi e contrarsi le pareti laterali dell'addome e contemporaneamente sollevarsi la parete anteriore, poi anche questa si induriva e si deprimeva.

Nella fig. 13 (Add.) sono registrati questi movimenti. Fino ad *a* l'espirazione è passiva. Da *a* a *c* sono i muscoli laterali dell'ad-

dome che contraendosi ne diminuiscono il diametro trasversale ed aumentano l'antero-posteriore, da *c* a *b* entrano pure in azione i muscoli retti ed allora si restringe il diametro antero-posteriore.

L'espirazione attiva dell'addome può avvenire per l'azione dei muscoli laterali e dei muscoli anteriori dell'addome. In una tale forma di espirazione gli impulsi che partono dai centri dei muscoli laterali possono precedere quelli che partono dal centro dei muscoli anteriori.

Abbiamo visto che i muscoli anteriori dell'addome possono funzionare da soli. Abbiamo visto che gli impulsi centrali, che mettono in contrazione i muscoli retti ed i muscoli laterali, possono non essere simultanei. Dobbiamo quindi conchiudere che per l'addome ci sono due apparecchi periferici muscolari, presieduti ciascuno da un centro, capaci di funzionare come espiratori ed indipendenti tanto anatomicamente quanto fisiologicamente. In questa esperienza osservammo costantemente il fatto che l'espirazione attiva addominale compariva solamente quando si metteva il cane nella posizione verticale con la testa in alto.

Dalle ricerche di Filippo Knoll (1) risulterebbe che ci sono tre categorie di nervi. Cioè:

1° nervi il cui stimolo produce effetto inspiratorio;

2° nervi il cui stimolo produce effetto espiratorio;

3° nervi il cui stimolo produce tanto un effetto inspiratorio quanto un effetto espiratorio. Alla seconda categoria di nervi apparterrebbe il nervo splancnico.

Ho voluto riassumere i risultati delle esperienze di Knoll, perchè non mi pare improbabile che sia lo stiracchiamento subìto dallo splancnico nella posizione col capo in alto la causa che dà luogo ai notati effetti espiratori.

Non ho potuto finora fare delle ricerche in proposito, ma non mancherò di farle appena mi si presenterà l'occasione.

Esperienza del 1° *Dicembre* 1885.

Un cane tracheotomizzato, legato sul supporto di Rothe, disposto orizzontalmente, presenta una violentissima espirazione attiva dei muscoli addominali. Vi sono dei periodi in cui il respiro è

---

(1) Ph. Knoll, *Beiträge zur Lehre von der Athmungsinnervation*, Fünfte Mittheilung; *Athmung bei Erregung sensibler Nerven*. Aus dem xcii Bande der kais. Akad. der Wissensch. III. Abth. Juli, Heft Jahrg. 1885.

affannosissimo con prevalenza della espirazione. Quando gli accessi sono nel loro acme allora le contrazioni dei muscoli addominali sono così forti che proiettano in avanti ed in alto il bacino. Un peso di 10 Kg. posto sull'addome viene sollevato dalla potenza muscolare. L'espirazione forzata cessò solamente dopo l'iniezione di 5 gr. di idrato di cloralio (1) Dopo le prime iniezioni, che erano state insufficienti, si poteva far cessare immediatamente la espirazione dell'addome mettendo il cane colla testa in basso.

Rimettendolo orizzontale la espirazione addominale ricompariva ma dopo un tempo piuttosto lungo; ricompariva invece immediatamente mettendolo col capo in alto. Con questo ultimo mezzo si poteva far ricomparire la espirazione dell'addome anche dopo averla soppressa con l'iniezione di 5 grammi di cloralio.

Esperienza del 5 *Dicembre* 1886.

Piccolo cane del peso di gr. 6380: tracheotomia. Riceve in 17 volte grammi 2,8 di piridina (soluzione al 16, 6 %) nella vena giugulare.

Scrivo i movimenti respiratori di tre punti diversi, torace, addome e lombi, con dei timpani a bottone. I timpani sono situati sulla parte anteriore dello sterno, a metà della linea alba a quattro dita trasverse di distanza dalla colonna vertebrale. Già dopo le prime iniezioni di piridina comparve l'espirazione attiva addominale. La cosa diventò molto più evidente alle ultime iniezioni. Riproduco un tracciato (fig. 14) raccolto dopo la 14ª iniezione, ed in cui si vede con la massima evidenza che le pareti laterali dell'addome si contraggono, mentre la parete anteriore rimane inerte.

Se dividiamo l'atto respiratorio del torace, dell'addome e dei lombi in parti eguali e corrispondenti, in guisa che le divisioni cadano sui punti più alti e sui più bassi delle curve, potremo esaminare ciò che in un dato tempo è avvenuto nel torace, nell'addome e nei lombi contemporaneamente. Raccolgo, perchè siano più evidenti, i risultati di tale esame in una tavola. In questa tavola *addome* vuol dire parete anteriore dell'addome (muscoli

(1) Il cloralio, quantunque sia un veleno espiratorio, tuttavia nei casi di eccessiva violenza dei movimenti espiratorii, dovuta, per esempio a stimoli che agiscono sulle vie aeree, manifesta la sua azione calmante.

retti), *lombi* vuol dire pareti laterali dell'addome (muscoli obliqui e trasversi, ed eventualmente quadrato dei lombi).

	TORACE	ADDOME	LOMBI
DA	Inspirazione . .	Leggerissima dilatazione.	Dilatazione quasi impercettibile.
AB	Espirazione . .	Immobilità	Immobilità.
BC	Dilatazione . .	Dilatazione	Restringimento. Espirazione forzata
CD	Restringimento	Restringimento	Dilatazione.

Come si vede dalla figura 14 e dalla tabella, l'addome, durante l'intero atto respiratorio del torace, è passivo. La sua attività comincia soltanto nella pausa respiratoria. Questa espirazione attiva non è compiuta da tutto l'addome, ma solamente dalle pareti laterali, mentre la parete anteriore rimane inerte e passiva.

La contrazione dei muscoli laterali dell'addome fa sì che il diametro trasverso si restringa, che il diametro antero-posteriore si allarghi, che il torace si dilati. Perciò nel tracciato si vede che da *B* fino a *C* la linea inferiore (lombi) si abbassa, la media (addome) si solleva, la superiore (torace) si solleva pure. La dilatazione del torace provocata dalla espirazione lombare, non ha effetto inspiratorio, essendo dovuta allo spostamento in avanti ed in alto delle masse intestinali.

Il sistema dei muscoli laterali dell'addome adunque può funzionare indipendentemente dal sistema dei muscoli retti. Il suo effetto meccanico è di diminuire il diametro trasverso dell'addome e di aumentare il diametro verticale.

Esperienza del 22 *Gennaio* 1886.

Ad un cane si erano iniettati il giorno 21 gr. 0,04 di cloridrato di cocaina nella trachea. Il giorno dopo questo cane, che aveva una grossa cannula nella trachea, respirava con difficoltà, come chi ha un impedimento nelle vie respiratorie. È notevole che in tale animale esisteva paralisi della parte laterale destra dell'addome. Durante la pausa respiratoria la parete laterale sinistra dell'addome si contraeva fortemente producendo una espirazione forzata. A destra l'addome era inerte e seguiva in senso inverso i movimenti della parte sinistra. La fig. 15 venne scritta

con due timpani a bottone, uno sul torace, l'altro sull'addome (linea alba). Durante l'espirazione toracica l'addome veniva dapprima trascinato fortemente in alto e si aveva il primo tratto della linea ascendente addominale fino in α. Ma poi mentre il torace stava in riposo, l'addome subiva un leggero restringimento (α *m*) dopo si sollevava fino in ω. Questo sollevarsi anteriormente dell'addome era dovuto ad una contrazione dei muscoli laterali, che funzionavano mentre i muscoli retti restavano inerti. Durante l'inspirazione del torace la linea addominale si abbassava rapidamente, il che indica che il diaframma non funzionava.

Nello stesso cane si osservò pure un' altra forma di espirazione forzata dei muscoli laterali dell'addome. L'energia della contrazione era più grande, per cui il torace veniva leggermente dilatato, come si vede nella fig. 16. Inoltre a questa espirazione prendevano parte anche i muscoli retti. L'espirazione toracica *a b* faceva sollevare l'addome. Poi mentre il torace stava in riposo avveniva una contrazione dei muscoli retti, che produceva una depressione dell'addome *(b c)*. Infine compariva la forte contrazione dei muscoli laterali (*cd*).

Anche qui si vede evidentemente una indipendenza di funzione tra i due apparecchi espiratori dell'addome.

Esperienza del 3 *Marzo* 1886.

Cane non tracheotomizzato. Iniezione di 2 gr. di laudano nella safena. Il diaframma non funziona più. Nella espirazione si abbassa la parete anteriore dell'addome mentre le pareti laterali si dilatano. Se si afferrano tra le dita i muscoli retti dell'addome si sente che nella inspirazione sono flaccidi, nella espirazione si indurano, si tendono e sfuggono violentemente, perchè si avvicinano alla colonna vertebrale. In questo momento le pareti laterali dell'addome si gonfiano rapidamente.

Pongo un timpano a bottone sul torace, parte mediana, ed un altro timpano simile sulla parete laterale dell'addome (lombi). Raccolgo il tracciato della fig. 17, dove si vede che durante l'espirazione le pareti laterali dell'addome si sollevano (α ω). Nell'inspirazione l'addome è passivo.

In questo caso i muscoli retti dell'addome funzionavano mentre i muscoli obliqui e trasversi erano inerti.

In questa esperienza ho osservato un fatto, che voglio ricor-

dare, perchè dimostra l'influenza che il dolore può esercitare sopra la respirazione di un animale avvelenato col laudano.

Avendo provocato un forte dolore si ebbe nel torace una grande inspirazione (fig. 18). Il torace restò in posizione inspiratoria per dieci atti respiratori all'incirca. Però andò gradatamente abbassandosi fino alla posizione normale. Nessuna modificazione simile si notò nell'addome. Si vede quindi che la respirazione di un animale laudanizzato reagisce al dolore imprimendo al torace una posizione inspiratoria, probabilmente per una diminuzione della tonicità del centro espiratorio. Ritengo che tale sia la causa della posizione presa dal torace in seguito all'azione del dolore in primo luogo perché il laudano nelle mie esperienze produsse sempre una iperattività espiratoria; in secondo luogo perchè, secondo le ricerche di Bubnoff ed Heidenhain (1), gli eccitamenti sperimentali tenderebbero a sviluppare nella cellula nervosa i processi che in quel dato momento sono meno attivi, cioè quando la cellula è in riposo darebbero luogo ad eccitamento, quando è eccitata produrrebero inibizione.

* * *

Dalle esperienze che ho esposto risulta adunque che l'espirazione forzata non è una unità funzionale che si compia sempre nello stesso modo e con gli stessi elementi.

L'espirazione forzata può compiersi o per opera del torace o per opera dell'addome.

Nel torace si trova un solo meccanesimo espiratorio che funziona tanto nella espirazione calma quanto nella forzata. In questo secondo caso la sua attività è maggiore,

Nell'addome si trovano due meccanesimi espiratori. Quello dei muscoli retti anteriori e quello dei muscoli laterali.

---

(1) N. Bubnoff e R. Heidenhain, *Ueber Erregungs-und Hemmungsvorgänge innerhalb der motorischen Hirncentren.* — Pflüger's. Archiv 1881, vol. 26, pp. 137 — 200.

In un lavoro, che ho fatto insieme al Dott. Rey, si trovò, conformemente ai risultati di Bubnoff ed Heidenhain, che lo stimolo elettrico del moncone centrale del vago produceva abbassamento della pressione sanguigna tutte le volte che quest'ultima al momento dell'eccitamento era già alta. (C. Rey e V. Aducco, *La pressione arteriosa in rapporto con l'eccitamento del capo centrale del vago.* Bullett. della R. Accad. Med. di Roma. Anno XIII, 1886-87, fasc. 3°).

R

Tor

Add

g. 12.

c b

c b

Tor

Add

Questi tre meccanesimi espiratori possono funzionare o in modo simultaneo e sincrono, o simultaneo ed asincrono, oppure isolatamente l'uno dall'altro.

La disposizione, la direzione delle fibre, le inserzioni dei muscoli addominali spiegano le due ultime forme di espirazione. In un lavoro di morfologia che sto facendo studierò dettagliatamente i muscoli respiratori del cane. Per ora mi contenterò di dire in compendio ciò che è strettamente necessario per intendere il modo di funzionare dei muscoli addominali.

I muscoli retti dal pube si estendono fino alla prima costa, dove si inseriscono per mezzo della estremità anteriore di una lamina aponevrotica.

Il muscolo grande obliquo diretto dall'alto al basso, dall'avanti all'indietro, è per lo più composto di nove fasci, che si inseriscono al bordo posteriore delle nove ultime coste da una parte, dall'altra all'aponevrosi che ricopre i muscoli retti fino alla loro inserzione pubica.

Il muscolo piccolo obliquo è spesso diviso in quattro fasci di cui i tre primi ed una parte dell'ultimo diretti dall'alto al basso e dall'indietro all'avanti, il resto prende anzitutto una direzione meno obliqua, poi verticale, infine in senso inverso. Nell'insieme le sue fibre sono perpendicolari a quelle del grande obliquo. Inferiormente si attacca all'aponevrosi che ricopre il muscolo trasverso, superiormente all'aponevrosi lombo-sacrale.

Il muscolo trasverso è composto di numerosi fasci diretti tutti verso la linea mediana perpendicolarmente al piano mediano del corpo. Si inserisce alla apofisi ensiforme, alle ultime coste, alle apofisi trasverse lombari ed all'aponevrosi addominale profonda.

Per ciò che riguarda l'effetto prodotto dal loro contrarsi, si capisce che il retto anteriore deve, quando i suoi punti di inserzione sono immobili, avvicinare la parete addominale anteriore alla colonna vertebrale e quindi diminuire il diametro antero-posteriore dell'addome. Gli altri tre muscoli si comportano in modo analogo al diaframma; vale a dire: le loro fibre, che nel riposo seguono la curva a concavità interna delle pareti addominali, formando una specie di grande docciatura che accoglie le intestina, prendono, contraendosi, una direzione rettilinea e la docciatura si appiana spingendo i visceri dell'addome. Quindi viene diminuito il diametro trasverso ed aumentato l'antero-posteriore.

[illegible]-io di Fisiologia della R. Università di Torino.

Su certi cristalli che si trovano dentro il nucleo delle cellule nel rene e nel fegato;

Ricerche del Dott. V. GRANDIS

---

§ 1.

Per consiglio del prof. Mosso ho intrapreso uno studio delle modificazioni istologiche che avvengono nel rene in conseguenza della sua funzione. Riferirò in altra memoria i risultati che ottenni: per ora mi limiterò a parlare dei cristalli, che osservai nel nucleo di cellule degli epitelii renali e nelle cellule epatiche, dei quali cristalli non mi consta che altri abbia fatto menzione.

Per avere la certezza che gli organi fossero del tutto normali esportavo un rene dall'animale ancora vivo, ne mettevo subito una parte nei liquidi fissatori, cioè alcool, acido osmico, sublimato corrosivo, liquido di Flemming; il rimanente lo esaminavo a fresco. Raschiavo la porzione corticale dell'organo, vi aggiungevo una goccia di soluzione di cloruro di sodio al 0,75 $^0/_0$ o di glicerina.

Esaminai in questo modo i reni di diciotto cani normali adulti, di cui quindici presentavano dei cristalli in tutti i preparati fatti nelle condizioni sopra indicate.

La grande fragilità dell'epitelio dei canalicoli renali fa sì, che nei preparati a fresco difficilmente si possano vedere delle cellule intiere completamente isolate. Per lo più il preparato è costituito da nuclei bene limitati col nucleolo e delle granulazioni splendenti. Qua e là si vedono degli ammassi di una sostanza granulosa, formati dai detriti del protoplasma distrutto.

I nuclei ordinariamente sono liberi, talora però si mostrano circondati da un alone irregolare della sostanza granulosa sopra menzionata. Essi non sono tutti della stessa grandezza; il loro diametro varia da 6 a 13 μ. Quasi sempre hanno forma sfe-

rica, i più piccoli hanno un aspetto fortemente granuloso, mentre i più grandi hanno un aspetto più omogeneo, quasi jalino e non lasciano vedere il nucleolo. Gli ammassi di sostanza granulosa conservano spesso la forma cilindrica dei canalicoli renali, in essi si vedono dei nuclei ma non si riesce a distinguere il limite di separazione delle cellule.

Esaminando attentamente il preparato s'incontrano dei cristalli di forma prismatica, le cui faccie appaiono costantemente e regolarmente rettangolari; essi hanno una lunghezza variabile, sono forniti di viva rifrangenza e trasparenti. Quando si osservano dei cristalli, i quali si presentano di spigolo, siccome in causa del loro spessore non possono contemporaneamente essere in foco tutte intiere le due faccie limitanti lo spigolo, si riceve l'impressione come se la loro forma fosse quella di un coperchio di bara. Con un obiettivo apocromatico Zeiss aper. 1,30 si vede che sono incolori. I rettangoli formati dalle faccie laterali di questi prismi misurano in media 7,5 μ per 3,5 μ. I più grandi misurano $16\mu \times 5\mu$ ed i più piccoli $6 \times 2\mu$.

Essi sono quasi sempre contenuti nel nucleo, che ha generalmente forma sferoidale, di grandezza spesso uguale o leggermente superiore a quella dei nuclei più grandi sopra descritti, coi quali hanno comune l'aspetto omogeneo.

Il cristallo sta nel diametro maggiore dei nuclei. Le figure 1 e 3 (1) mostrano le varie forme dei nuclei, quali si possono osservare in un preparato di rene fresco coll'obiettivo 8* di Koritska. Nella fig. 1 è disegnato in *a* un cristallo veduto da una delle basi del prisma ed in *b* un cristallo disposto in senso obliquo al piano rappresentante il campo del microscopio.

In questo caso l'aspetto dei cristalli varia secondo il loro grado di obliquità; ma comprimendo il copri-oggetti compare la loro forma caratteristica appena si riesce a far cambiare la loro posizione.

Quando i cristalli raggiungono la lunghezza di 16 μ non potendo essere contenuti nel nucleo, questo deve subire una deformazione e viene stirato nel senso della maggiore lunghezza del cristallo come si vede nella fig. 2 (obiettivo ad immersione omogenea $^1/_{16}$ Koritska). In questo caso si notano sulla parete delle pieghe disposte nel senso dello stiramento avvenuto.

(1) Tutte le figure della tavola sono state disegnate col mezzo della camera lucida di Oberhäuser.

Ho fatto moltissimi preparati, ed una volta sola vidi un cristallo, il quale faceva sporgenza fuori del nucleo. Dall'esame di questo cristallo, che ho disegnato nella fig. 3 (obiet. 8* Koritska), si vede che esso non occupa tutto il nucleo, ma soltanto una piccola parte. Comprimendo il vetrino per vedere meglio i rapporti del cristallo col nucleo, mi assicurai, che esso vi era contenuto dentro, e che si movevano insieme. Questo fatto potè spiegarmi perchè qualche volta s'incontrino nel preparato dei cristalli liberi, della stessa forma di quelli finora descritti.

Il nucleo entro cui è contenuto il cristallo per lo più non mostra traccia di struttura, raramente soltanto accade di vedere dentro di esso, oltre ad un cristallo, alcune granulazioni splendenti, come è rappresentato nella fig. 1 *c*.

Il numero dei cristalli, che si possono trovare in un preparato varia molto: per lo più s'incontrano sui margini del preparato, e qualche volta è necessario un esame diligentissimo per poterne vedere uno, altre volte, all'opposto, se ne contano facilmente una ventina e più.

Dall'esame delle sezioni dei pezzi induriti in alcool ed inclusi poscia in paraffina od in celloidina potei stabilire, che i cristalli sopradescritti si trovano esclusivamente nei nuclei delle cellule dei canalicoli contorti. La grande differenza tra i nuclei delle diverse cellule, che tappezzano la parete dei canalicoli, già notata nei preparati a fresco, si conserva malgrado i trattamenti cui devono sottostare i pezzi induriti in alcool per venire osservati e direi anzi che diventa più evidente. Pfitzner (1) descrisse varie modificazioni nella struttura del nucleo e le riferisce allo invecchiare della cellula; egli però non incontrò mai dei nuclei contenenti cristalli. Io potei constatare che nel rene i nuclei misurano in generale 6 od 8 μ di diametro. In mezzo a questi, che hanno aspetto normale, però ve ne sono alcuni, in cui il reticolo è meno chiaramente visibile, i quali hanno dimensioni un po' superiori ed un nucleolo a contorni più sfumati. In altri il reticolo è rappresentato da granulazioni finissime e molto fitte, che si tingono come il nucleolo.

Una quarta forma di nuclei ha un aspetto come gelatinoso, omogeneo e prende una tinta pallidamente rosea colla saffra-

---

(1) Pfitzner, *Zur pathologischen Anatomie des Zellkerns Virchow's Arch.*, V. 103, pag. 275.

nina. Per ultimo e più raramente se ne osservano alcuni, i quali sono colorati soltanto nella parte periferica; sono per lo più privi di nucleolo e contengono nel loro interno un cristallo di dimensioni variabili.

Questi nuclei sono solo in numero di due o tre per ogni sezione e tutti i loro caratteri sono eguali a quelli dei nuclei contenenti cristalli osservati nei preparati a fresco. Nella fig. 4 ho disegnato un campo di microscopio dove si vede in *a* un nucleo contenente un cristallo, in *b* un nucleo a granulazioni finissime.

I cristalli descritti sono insolubili nell'acqua, nell'alcool, nell'etere, nel cloroformio, nel xilolo, nella benzina e nell'essenza di terebentina.

Quando sono nell'interno del nucleo possono resistere per 15 ore all'azione della potassa caustica e degli acidi minerali concentrati. Sono solamente distrutti insieme cogli elementi in cui si trovano dall'acido nitrico concentrato a caldo. L'acido osmico non li annerisce.

Liberandoli dall'interno del nucleo con manovre meccaniche, come per esempio col raschiamento, oppure triturando l'organo in un mortaio con dei pezzi di vetro o con sabbia lavata nell'acido cloridrico, ho potuto constatare che si sciolgono rapidamente per l'azione degli acidi minerali alla diluzione del 10 $^0/_0$, e per l'azione dell'acido acetico concentrato, così pure venendo in contatto della potassa e della soda caustica e più lentamente quando si fa agire su di essi l'ammoniaca. Quando un solvente arriva in contatto coi cristalli prima che questi vengano sciolti possono subire due diverse modificazioni: si dividono cioè in quattro parti eguali, della stessa forma del cristallo primitivo, secondo due piani perpendicolari al punto di mezzo dei loro assi longitudinale e trasversale; oppure si dividono in tante lamine uguali per la comparsa successiva di altrettanti piani di separazione equidistanti e tutti perpendicolari all'asse più lungo del cristallo. La tintura di jodio impartisce loro un colore leggermente giallognolo uguale a quello del fondo su cui si trovano, mentre i detriti organici vicini prendono con detto reagente una colorazione intensa rosso bruna, per cui debbo concludere, che i cristalli non vengono modificati. Le reazioni delle sostanze albuminoidi riescono tutte negative. Esaminati alla luce polarizzata appaiono come una linea scura quando il campo del microscopio è illuminato e non danno alcuna traccia luminosa quando incrociando i prismi

si rende buio il campo in cui si trovano, perciò sono monorifrangenti. Per mezzo del tavolino di Schultze ho trovato che nei preparati in glicerina i cristalli spariscono tra 105° e 107° *C.* senza subire prima alcuna modificazione. Nei preparati a secco vidi, che, quando i cristalli sono completamente isolati dai detriti di sostanza estranea, la temperatura del tavolino può elevarsi fino al punto che il termometro segni 180° *C.* senza che essi subiscano alcuna modificazione. Quantunque abbia preso tutte le precauzioni possibili per diminuire l'irradiazione di calore, non sono certo che il preparato avesse la temperatura segnata dal termometro.

Per determinare come si comportassero nella putrefazione, ho lasciato per tre giorni un pezzo di rene contenente numerosi cristalli nella stufa di D'Arsonval alla temperatura di 38° *C.*; passato questo tempo, essendo già avanzata la putrefazione, non riuscii più a trovare alcun cristallo in numerosi preparati.

§ 2.

Cristalli nel nucleo delle cellule epatiche.

Dopo aver determinato le reazioni dei cristalli sopra descritti; cercai se essi erano soltanto proprii del rene, e vidi che essi si possono pure trovare nel fegato, dove si mostrano nella stessa posizione e cogli stessi caratteri descritti parlando del rene.

Il fegato ha le cellule più resistenti e meno aderenti allo stroma connettivo che non siano quelle del rene, per cui non si rompono nel raschiamento, ma si isolano bene l'una dall'altra. Perciò i preparati di fegato a fresco sono i meglio adatti per dimostrare che i cristalli risiedono veramente dentro i nuclei delle cellule, come dimostra la fig. 5 ottenuta disegnando un preparato veduto coll'obiettivo apocromatico di Zeiss (apertura 1,30). La cellula *a* fu disegnata servendomi dell'obiettivo 8* di Koritska; in essa il cristallo era divenuto così grosso, che il nucleo doveva di necessità essere ridotto ad una membrana molto sottile e tesa aderente al cristallo stesso, per cui non si poteva più vedere. Tutte le cellule del fegato, che hanno cristalli, hanno pure dei grossi granuli splendenti di colore giallo-verdognolo e di forma irregolare. Questi granuli per la loro ri-

frangenza rassomigliano al grasso, però non hanno nessuna delle reazioni caratteristiche di questa sostanza. Non ho mai potuto constatare la presenza di questi granuli nei fegati di animali giovani, nei quali parimente finora non sono ancora riuscito a vedere dei cristalli.

Rarissime volte mi è accaduto di vedere che un solo nucleo contenesse due cristalli, ciò è più frequente nel fegato che nel rene. In questi casi i cristalli possono avere dimensioni uguali o differenti, in generale però sono più piccoli della media. Assai più spesso potei vedere che un cristallo si fosse rotto nell' interno del nucleo. La frattura avviene sempre in direzione perpendicolare all'asse più lungo.

Nel fegato fresco però si vedono difficilmente le varie sorte di nuclei descritte per il rene. Per vederle è necessario far subire alle cellule delle preparazioni speciali, dirette a rischiarare fortemente il protoplasma cellulare. Serve molto bene a questo scopo un metodo analogo a quello che si adopra per la ricerca dei bacterii. Mettevo in un vetrino da orologio, contenente una soluzione di violetto di genziana, la polpa ottenuta col raschiamento di un pezzettino di fegato. Dopo alcune ore distendevo un sottilissimo strato di questa poltiglia sul vetro porta-oggetti, essicavo alla fiamma e poi vi facevo passare sopra rapidissimamente una corrente di alcool assoluto per decolorare. Rischiaravo con olio di garofani ed esaminavo in balsamo del Canadà. A questo modo si scolora completamente il protoplasma, il nucleo mantiene una leggera colorazione violetta e compare distintissimo il reticolo, il nucleolo ed il cristallo quando vi è contenuto. Riuscii così molto bene a vedere nei nuclei del fegato le stesse differenze descritte per quelli del rene.

Una delle cose per me più interessanti era di vedere in quali condizioni della vita della cellula si formassero questi cristalli, e quale fosse il loro rapporto colla funzione dell'organo e col reticolo del nucleo in cui sono contenuti. Per sciogliere tale questione ho cercato come si comportano le cellule fresche coi colori nucleari.

La fig. 6 (obiettivo 8* Koritska) rappresenta un preparato di fegato fresco colorato col picrocarmino. In essa appare chiaramente che i nuclei contenenti cristalli sono suscettibili di colorarsi, e perciò resta escluso che la comparsa del cristallo nel nucleo sia dovuta ad una degenerazione patologica della cellula.

Contro questa ipotesi sta pure il fatto, che quando la cellula

contiene due nuclei può avvenire indifferentemente, che uno solo, oppure tutti e due contengano dei cristalli, però quest' ultimo caso è rarissimo. Colorando i preparati col verde di metile ho veduto che le cellule tolte da un organo ancora caldo impiegano un tempo relativamente molto lungo per colorarsi, e dopo mezz'ora sono tutte colorate in verde. Non ho potuto accertare se pure i cristalli si colorassero, perchè siccome sono incolori e trasparenti lasciano passare tutti i raggi che loro arrivano.

La glicerina scioglie i cristalli dopo una settimana circa, le soluzioni di glucosio o di gomma, come pure il liquido di Pacini dopo un po' di tempo rendono le cellule così opache che non si può più veder dentro; per cui malgrado ogni mio sforzo non sono ancora riuscito a conservare bene visibili i cristalli nei preparati fatti a fresco.

Per vedere quale rapporto questi cristalli contraggono col reticolo nucleare ho colorato delle sezioni di organi contenenti cristalli col metodo del prof. Bizzozero, ed ho trovato lo stesso fatto intraveduto già a fresco e nei preparati colorati con saffranina, cioè che i nuclei, i quali hanno nel loro interno un cristallo, sono per lo più completamente omogenei e solo in via eccezionale contengono qualche granulo di cromatina con dimensioni variabili spinto da una parte del nucleo stesso.

Nelle sezioni colorate col metodo del prof. Bizzozero ho potuto osservare inoltre che il cristallo si colora come il reticolo degli altri nuclei conservando la sua rifrangenza. Non ho potuto stabilire se questo fatto sia da ascriversi alla presenza di una membrana colorabile, che avvolga il cristallo, come avviene per alcuni cristalli contenuti nelle cellule vegetali, oppure ad una proprietà del cristallo stesso.

Vari tentativi che feci per determinare il rapporto di questi cristalli colla funzione delle cellule non mi condussero ad alcuna conclusione, perciò enumererò soltanto le osservazioni che ho fatto, tralasciando quelle dei cani normali già citati.

1° In tre cani tenuti per parecchie ore sotto l'azione della pilocarpina constatai sempre la presenza dei cristalli.

2° Li trovai pure abbondanti in due cani morti per avvelenamento da idrato di cloralio.

3° Di quattro cani avvelenati con solfato di stricnina tre non avevano alcun cristallo nel fegato e nei reni.

4° Non trovai alcun cristallo in due cani avvelenati con siero d'anguilla, mentre in altri due li trovai in numero molto scarso.

5° Non li trovai in un cane avvelenato con curare.

6° Non li trovai in due cani avvelenati lentamente con toluilendiamina.

7° Non li trovai in tre cani che digiunarono per un tempo variabile da tre a cinque giorni.

8° Non li ho mai potuto trovare in otto cani giovani.

Ho ricercato se questi cristalli si ritrovassero pure in altri animali. Esaminai inutilmente le rane, le tartarughe, i piccioni normali e digiuni, i topi giovani, i conigli normali e morti per inanizione, le pecore, il bue, il gatto giovane, il maiale, e l'uomo.

§ 3.

Come si possano produrre artificialmente altri cristalli nel nucleo delle cellule di vari organi.

Nei pezzi induriti in alcool ed inclusi in paraffina, oltre i cristalli descritti or ora, trovai pure dentro i nuclei delle cellule renali altri cristalli, i quali differiscono completamente dai precedenti.

I nuclei di qualunque parte del rene, anche quelli che si trovano fra le anse dei glomeruli di Malpighi, ne possono contenere.

Essi hanno la forma di sottili prismi terminati o da una piramide o da un piano che fa un angolo variabile col loro asse maggiore, per cui appaiono al microscopio o come esagoni con due lati molto allungati, o come quadrilateri più o meno regolari.

La fig. 7 (obiettivo 8* Koritska) rappresenta questi cristalli. Come si vede essi hanno dimensioni molto minori di quelli descritti sopra. I più grandi che ho potuto osservare misuravano 6 μ per 1, 5 μ.

Sono trasparenti, dotati di contorni molto netti, di una rifrangenza notevole e mandano intorno una luce bianca. Quando s'incontrano sono molto più numerosi di quelli prima descritti; ed ogni nucleo ne può contenere un numero variabile da 1 a 5, disposti parallelamente, variamente incrociati fra loro od a forma di cespuglio.

I nuclei che li contengono sono generalmente un po' più grandi degli altri, spiccano sul fondo del preparato per la luce dispersa dai cristalli che sono nell'interno.

Per questa ragione si riesce difficilmente a scorgere i dettagli di struttura del nucleo stesso, tanto più, che esso diventa colorabile solo nella sua parte periferica. Non mi accadde mai di vedere che i nuclei fossero rotti o deformati in qualche modo dalla presenza dei cristalli, come pure non potei mai vedere alcuno di questi cristalli fuori del nucleo.

Dalle reazioni che ho fatto sopra questi cristalli trovai:

1° Sono insolubili in acqua, alcool, olii essenziali, benzina ed etere come pure negli alcali e negli acidi concentrati.

2° Il cloroformio li scioglie a caldo.

3° Per l'azione della potassa caustica o dell'acido acetico sopra le sezioni previamente sparaffinate in trementina si vedono comparire nei nuclei contenenti cristalli dei corpi di forma irregolare, dotati di una forte rifrangenza, con riflessi di colore verde mare, i quali lasciano vedere nel loro interno uno o più cristalli secondo i casi. Quando vi è un solo cristallo il corpo splendente ha una forma ovale allungata, quando vi sono più cristalli la forma del corpo splendente corrisponde a quella dell'aggruppamento dei cristalli contenuti.

4° Se dopo la potassa si fa passare attraverso al preparato una corrente di alcool poco per volta il corpo splendente rimpiccolisce, perde la sua forte rifrangenza e finalmente non si vede più altro che il cristallo dentro al nucleo.

Quando si adopra dell'alcool concentrato e lo si fa agire per molto tempo, diventa tale l'opacità del tessuto, che riesce impossibile di vedere il cristallo. A questo punto facendo di nuovo agire la potassa ricompare prima il cristallo e poi il corpo splendente.

Da questo modo di comportarsi ho ricevuto l'impressione come se questi cristalli siano contenuti in una cavità, che normalmente è allo stato virtuale, ma che si rende visibile per azione degli alcali o degli acidi.

5° Facendo agire sopra questi preparati dell'acido cloridrico concentrato avviene rapidamente lo stesso fenomeno ora descritto per l'azione della potassa. Il rigonfiamento è così tumultuoso che il corpo splendente può rompersi ed allora soltanto è possibile vedere i cristalli liberi resistere all'azione dei reagenti.

6° Spesso si incontrano dei corpi splendenti, i quali oltre ad uno o più cristalli di forma ben definita hanno nel loro in-

terno delle granulazioni dai riflessi cristallini; queste esaminate con un ingrandimento più forte si mostrano fatte da cristalli piccolissimi.

7° L'etere, il clorofomio, il xilolo, quando arrivano in contatto col preparato non permettono di vedere i cristalli. Ciò avviene probabilmente perchè l'indice di rifrazione di questi liquidi è uguale a quello dei cristalli, i quali ricompaiono subito al loro posto quando si faccia spostare il liquido dall'alcool.

8° Esaminati colla luce polarizzata appaiono come linee scure quando il campo è chiaro e come linee fortemente splendenti quando il campo è oscuro, per cui conchiudo che sono birifrangenti.

9° Riscaldando col tavolino di Schultze un preparato contenente numerosi cristalli si vedono scomparire a 50°. Se poi si lascia raffreddare lentamente spesso ricompaiono nello stesso nucleo e nella stessa posizione che prima avevano.

Dopo d'aver constatata la differenza sostanziale tra questi cristalli e quelli prima descritti, cercai di vedere se essi non fossero per caso un prodotto artificiale. In queste ricerche trovai che essi non si riscontrano quando i pezzi vengono inclusi in celloidina invece che in paraffina. Onde vedere se fossero di paraffina lasciai per 20 ore in un bagno di essenza di terebentina pura un preparato in cui si vedevano numerosi; malgrado ciò i cristalli si conservarono perfettamente anzi parvero aumentati di volume.

Allora posi lo stesso preparato in un bagno di cloroformio e ve lo lasciai per sette ore alla temperatura di fusione della paraffina, dopo questo trattamento non mi fu più possibile riscontrare alcun cristallo. Stando le cose in questi termini mi pareva poter stabilire che si trattasse realmente di paraffina, la quale, come avviene per molte altre sostanze, fosse resa meno solubile dal suo stato cristallino, quando mi occorse di osservare un fatto che dimostrò falsa questa spiegazione. Ho messo a sparaffinare in un bagno di essenza di terebentina otto sezioni fatte di seguito sopra uno stesso pezzo; in quel giorno ne colorii ed esaminai soltanto quattro nelle quali non trovai alcun cristallo. Lasciai soggiornare nella terebentina le altre sezioni durante quattro giorni in capo ai quali, coloratele ed esaminatele constatai la presenza di numerosi cristalli della varietà birifrangente solubile a 50° nel balsamo del Canadà.

Dopo ciò mi pare di poter conchiudere che questi cristalli sono di una sostanza normalmente sciolta nel nucleo dove viene precipitata allo stato cristallino dalla trementina.

Dopo aver stabilito le reazioni di questi cristalli la mia attenzione fu rivolta a cercare se essi potevano solo prodursi nelle cellule del rene oppure anche nelle cellule di altri organi. In questa numerosa serie di ricerche trovai che i cristalli birifrangenti si possono trovare pure nel fegato, nel pancreas, nell'intestino, nello stomaco. Devo avvertire, che per poter vedere i cristalli dentro quei nuclei che ne sono forniti, è indispensabile che la colorazione sia molto leggera e che si adopri un colore chiaro affinchè il colore della parte periferica del nucleo non impedisca di vedere quello che vi è dentro. I colori molto scuri come l'ematossilina non mi permisero mai di vedere chiaramente i cristalli anche quando si vedevano numerosi nelle sezioni dello stesso pezzo e trattate nello stesso modo, ma colorate con saffranina o picrocarmino.

§ 4.

Non parlerò dei cristalli che si trovano nei nuclei delle cellule vegetali specialmente della pinguicola, dell'urticaria, della latrea squamaria, nel ricino, nelle leguminose, etc. i quali secondo alcuni (1) sarebbero indizio dell'invecchiare della cellula. Tralascierò parimente di parlare dei cristalli che si trovano nelle uova degli artropodi e di quelli che Lockwood (2) ottenne dai bruchi e mi limiterò a parlare di quelli trovati nelle cellule dei vertebrati. Leydig (3) parlando delle cellule in generale dice che esse possono contenere semplicemente dei granuli o delle forme cristalline, per esempio, laminette a riflessi metallici nei vertebrati inferiori. Wittich (4) nel suo lavoro sopra il colore della pelle delle

(1) Klein, *Cristalloid in the cell nuclei of Pinguicola and Urticaria*. Journal of the Microscopical Society, 1881, pag. 477.

(2) Lockwood, *Feather-crystalls of Uric acid from a Caterpillar*, Journal of the Microscopical Society, 1886, pag. 428.

(3) Leydig, *Lehrbuch der Histologie*. Frankfurt, 1857, pag. 20.

(4) Wittich, *Die grüne Farbe der Haut unserer Frösche; ihre physiologischen und pathologischen Veränderungen*. Müller 's Arch., 1854, pag. 41.

rane parla di cellule così dette interferenti, che lui descrive come piene di cristalli ai quali attribuirebbe la proprietà di comunicare i riflessi metallici alla pelle ed all'iride delle rane. Nei vertebrati superiori furono descritti quattro specie di cristalli, di emoglobina, di sostanza colorante della bile nell'ittero dei neonati e nell'ittero da toluilendiamina, i cristalli di Charcot e di Leyden e quelli di Böttcher nello sperma.

Dopo quanto ho detto sui miei cristalli monorifrangenti non credo necessario insistere per dimostrare la loro differenza da quelli di emoglobina. Dirò soltanto che non si possono neppure confondere coi cristalli di emoglobina incolora osservati da Brondgeest (1) nelle rane congelate perchè questi anneriscono col calore.

Negli stati patologici furono descritti dei cristalli anche nell'interno delle cellule da Virchow, da Buhl, da Neumann e da Klebs. Orth (2) dopo aver fatto la critica dei lavori precedenti riferisce d'averli trovati in 37 bambini morti per ittero dei neonati e ne distingue due forme, tavole rombiche corte, larghe e spesse oppure aghi o colonnette raggruppati in vario modo. Tutte e due le forme hanno secondo lui un colore rosso chiaro. Nel sangue ha trovato soltanto la forma ad aghi, nei reni invece trovò tutte e due le forme. Non li trovò mai nei corpuscoli rossi e qualche volta li vide raggruppati attorno ad un corpuscolo bianco. Nei reni li osservò nel tessuto intertubulare, nelle cellule epiteliari e specialmente sull'apice delle papille, noto, che sono assai scarsi nella sostanza corticale e che insieme con essi vi era colorazione gialla del nucleo delle cellule. Riguardo alle reazioni constatò che sparivano lentamente per azione dell'acido acetico. Dentro le cellule del fegato vide dei cristalli rossi o bruni. Egli crede che siano cristalli di bilirubina concordando in ciò con Meckel e Neumann mentre Buhl e Virchow li credono di ematoidina e Klebs crede siano un miscuglio degli uni e degli altri. Stadelmann (3) osservò lo stesso fatto di Orth nei cani in cui aveva prodotto artificialmente l'ittero coll'iniezione di toluilendiamina. Appare evidente da quanto è detto sopra che i cristalli dei

---

(1) MALY, *Jahresb. der Thierchemie*, vol. I, pag. 76.

(2) ORTH, *Ueber das Vorkommen von Bilirubinkrystallen bei neugeborenen Kindern*. Virchow 's Arch., V. 63, pag. 447.

(3) STADELMANN, *Icterus durch Toluylendiamin*. Arch. f. exper. Path. XIV, pag. 231.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

Fig. I. — Rappresenta le varie specie di nuclei che si possono osservare in un preparato di rene fresco in glicerina coll'obiettivo 8* di Koritska. In *a* è rappresentato un cristallo disposto in senso perpendicolare al piano del campo del microscopio, in *b* un cristallo disposto in direzione obliqua al piano stesso, ed in *c* un nucleo contenente nello stesso tempo granulazioni splendenti ed un cristallo.

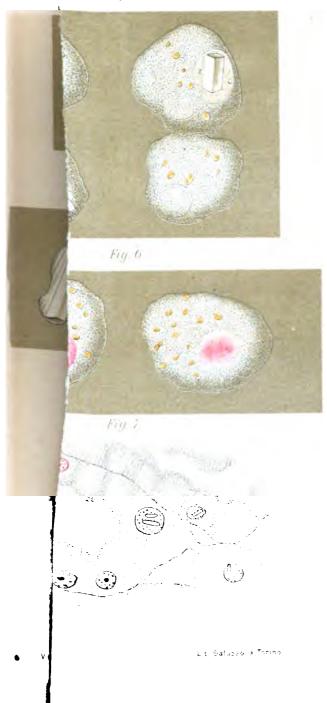
» II. — Riproduce un nucleo fortemente disteso dal cristallo contenuto nel suo interno (Immersione omogenea $^1/_{16}$ Koritska).

» III. — Preparato di rene fresco in glicerina dove si vede un cristallo che esce dal nucleo rotto (obiettivo 8* Koritska).

» IV. — Sezione di un pezzo della zona corticale di un rene. In *a* si vede un nucleo contenente un cristallo, in *b* un nucleo in cui il reticolo è rappresentato da granulazioni finissime (obiettivo 8* Koritska).

» V. — Preparato di fegato fresco osservato in glicerina coll'obiettivo apocromatico Zeiss, apertura 1,30. La cellula *a* è stata disegnata coll'obiettivo 8* Koritska.

» VI. — Preparato di fegato fresco colorato con picrocarmino (obiettivo 8* Koritska).

» VII. — Preparato di rene indurito in alcool ed incluso in paraffina (obiettivo 8* Koritska) dove si vedono dei cristalli prodotti artificialmente.

Tav. VI

Lit. Salussolia, Torino

Sopra alcune deduzioni della teoria di van't Hoff sull'equilibrio chimico nei sistemi disciolti allo stato diluito;

Nota prima del Prof. STEFANO PAGLIANI

1. È noto come il van' t Hoff in una importante Memoria sopra l'equilibrio chimico nei sistemi gasosi o disciolti allo stato diluito (*Archives Néerlandaises*, Harlem 1886), ha dimostrato come i corpi in soluzioni diluite si trovino in uno stato paragonabile allo aeriforme.

Le esperienze di Pfeffer (*Osmotische Untersuchungen*, Leipzig 1877) avevano fornito il mezzo di misurare, usando pareti semipermeabili, la pressione osmotica, esercitata da una quantità data di sostanza disciolta in un dato volume di liquido. Ora questa pressione è quella che la stessa quantità di sostanza eserciterebbe se alla stessa temperatura e nello stesso spazio si trovasse allo stato aeriforme.

Questa pressione osmotica è proporzionale alla concentrazione della soluzione, come per i gas la pressione è proporzionale al peso dell'unità di volume, secondo la legge di Boyle. La pressione osmotica nell'unità di volume è poi anche proporzionale alla temperatura assoluta, d'accordo colla legge di Gay-Lussac per lo stato aeriforme.

L'equazione dello stato aeriforme, $\frac{PV}{T} = R$, è quindi anche applicabile ai sistemi disciolti allo stato diluito, quando si assuma per P la pressione osmotica, per V il volume nel quale si trova disciolta una molecola del corpo. Allora la legge di Avogadro può trovare anche la sua applicazione nelle soluzioni diluite, per le quali si può enunciare dicendo che le pressioni osmotiche, esercitate da sostanze diverse disciolte, sono uguali quando le quantità disciolte nello stesso volume siano proporzionali ai pesi molecolari.

La costante R della detta equazione per sistemi disciolti allo stato diluito va moltiplicata per un coefficiente che può avere valori diversi per le diverse sostanze. Chiamando i questo coeffi-

ciente avremo $PV = iRT$ per questi sistemi. Il coefficiente i è uguale all'unità per alcune sostanze, ma può avere valori superiori per molte altre. Anzi è stato necessario ammettere ciò per spiegare le eccezioni che si presentavano alla teoria di van't Hoff. Allo stesso modo che le eccezioni alla legge di Avogadro per gli aeriformi vengono spiegate mediante fenomeni di dissociazione, così anche per certe sostanze sciolte si ammetterebbe che nelle loro soluzioni non si abbia un numero di molecole corrispondente a quello che si deduce dalla loro formola chimica, ma un numero maggiore, perchè queste sostanze vi si troverebbero dissociate (van't Hoff, *Zeitschr. f. Phys. Chem.*, 1887, I. 481).

2. *Equazione di Arrhenius.* — Planck (ivi 577) ed Arrhenius (ivi p. 631) hanno sviluppato questo concetto. In una memoria sulla conducibilità elettrica degli elettroliti, Arrhenius chiamò, seguendo il Clausius, attive le molecole, i cui ioni sono indipendenti nei loro movimenti, ed inattive le altre, i cui ioni sono rigidamente collegati fra loro, ed ammise come probabile che in soluzione diluitissima tutte le molecole inattive si trasformino in attive. Chiamò poi coefficiente di attività il rapporto fra il numero delle molecole attive e la somma delle molecole attive ed inattive. Questo coefficiente sarebbe uguale all'unità per un elettrolito in soluzione indefinitamente diluita. Per diluizioni minori è minore dell'unità e può per soluzioni non troppo concentrate esser posto uguale al rapporto fra la conducibilità elettrica molecolare effettiva della soluzione ed il valore limite superiore al quale si avvicina la detta conducibilità col crescere della diluizione. Arrhenius dedurrebbe dalla conoscenza di questo coefficiente (α) un modo per calcolare il coefficiente i di van't Hoff, che egli considera come il rapporto fra la pressione osmotica effettivamente esercitata da un corpo in soluzione e la pressione osmotica, che eserciterebbe quando fosse costituito soltanto da molecole inattive (non dissociate). Indicando con m il numero delle molecole inattive, con n quello delle altre, con k il numero degli ioni, in cui ciascuna molecola attiva si scinde, si avrebbe:

$$i = \frac{m + kn}{m + n} \quad \text{ed} \quad \alpha = \frac{n}{m + n}.$$

Da cui si deduce: $\quad i = 1 + (k - 1)\alpha$.

Il primo appunto che si potrebbe muovere a questa deduzione si è che l'equazione non è ugualmente applicabile a tutti gli elettroliti, perchè ve ne hanno alcuni, che presentano un massimo di conducibilità molecolare.

Di più le ricerche sperimentali fatte sulla elettrolisi dimostrano che il valore di k per un elettrolito può variare col variare delle condizioni di diluizione e di temperatura della sua soluzione. Quindi per applicare convenientemente l'equazione di Arrhenius bisognerebbe conoscere il valore che prende k per i diversi gradi di diluizione, quando non si tratti di composti binari.

Infatti è noto come nella elettrolisi di un composto, indipendentemente dalle azioni secondarie, che possono intervenire, non si hanno sempre gli stessi prodotti di decomposizione, ma questi possono variare anche solo secondo la concentrazione delle soluzioni stesse. Il cloruro di ammonio in soluzione acquosa tende a scindersi in cloro e ammonio, il quale, se il catodo è di mercurio, vi si unisce formando un amalgama. In soluzione concentratissima e riscaldata tende a mettersi in libertà non solo del cloro, ma anche dell'azoto, i quali formano allo stato nascente del cloruro di azoto, per cui sembra che in quest'ultimo caso i prodotti della decomposizione siano idrogeno, azoto, cloro. Si vede che il numero degli ioni, k, che nel primo caso sarebbe solo di due (H^4N e Cl), può prendere in altri casi valori superiori.

Una soluzione concentrata di ammoniaca si decompone in idrogeno e azoto, i cui volumi stanno nelle proporzioni indicate dalla formola H_3N, cioè ogni molecola si scinde in 3 atomi di idrogeno e 1 d'azoto. Una soluzione diluita, elettrolizzata con un catodo di mercurio dà luogo alla formazione di un'amalgama di ammonio e di ossigeno all'anodo, ciò che indicherebbe la decomposizione avvenire in H_4N ed OH di una molecola di HOH_4N. Quindi nel primo caso si dovrebbe assumere $k=4$, nel secondo $k=2$.

L'acido solforico in soluzione diluita si decompone in H_2 e SO_4; concentrato può fornire idrogeno al catodo, zolfo all'anodo e H^2S, ciò che dimostrerebbe una decomposizione più profonda. Delle esperienze di Geuther hanno dimostrato che dell'acido solforico diluito con $^2/_3$ del suo volume di acqua dà fino alla temperatura di 80° la decomposizione elettrolitica solita; al di sopra di 80° diminuisce il volume relativo di H messo in libertà, e si ha deposito di solfo. A 90° si ha solo solfo. Coll'aumentare della diluizione cresce la temperatura alla quale si ha solo deposito di

solfo. Finalmente un miscuglio di volumi uguali di acqua e acido dà a tutte le temperature solo idrogeno e ossigeno. Geuther ammette nei casi sopra accennati la possibilità di una diretta decomposizione di SO_3 in S e O_3.

Secondo alcuni l'idrato potassico si decomporrebbe in K ed OH, secondo altri in K, H ed O. La formazione di ossigeno ozonizzato nella elettrolisi degli idrati potassico e sodico, umettati soltanto con acqua, e non nel caso della soluzione ordinaria, rende più probabile la decomposizione più profonda nel caso delle soluzioni più concentrate.

Dei risultati ottenuti da Gray e anche da me (*Atti Istituto Veneto*, 1887, [6] V) nella elettrolisi di soluzioni concentrate dei solfati ramico, ferroso e zincico, con grandi densità di corrente hanno dimostrato che è possibile la semplice dissociazione della soluzione di un sale in modo da deporsi sull'anodo l'idrato cristallizzato più stabile, mentre per soluzioni più diluite non si avrebbe che la ordinaria decomposizione dei sali.

Questi ed altri fatti, i quali, d'accordo con altri osservati in un ordine diverso di fenomeni da Planck (Wied. Ann. 34, p. 146, 1888) dimostrerebbero che il grado di decomposizione cresce colla concentrazione, valgono pure ad affermare che il numero degli ioni può variare col variare delle condizioni del mezzo, nel quale avviene la elettrolisi.

La supposizione che il numero delli ioni sia variabile e dipenda essenzialmente dallo stato di maggiore o minore diluizione delle soluzioni degli elettroliti, mi sembra anche d'accordo coi risultati delle deduzioni teoriche e delle ricerche sperimentali, secondo i quali si tende ad ammettere che gli ioni, i quali si trovano separati sotto l'azione della corrente, esistano già nella soluzione allo stato libero, concetto che si trova sviluppato in una recente nota di W. Ostwald e W. Nernst (*Zeits. f. Phis. Chem.* 1889, p. 120).

È bensì vero che, mentre il valore numerico di k diminuisce collo aumentare della diluizione, si ammette che cresca invece il numero delle molecole dissociate. Così si spiegherebbe perchè il valore di i, calcolato con questa equazione, come anche quello dedotto cogli altri metodi, cresca col crescere della diluizione, anche se diminuisce k. Se le variazioni delle quantità k ed n fossero tali che il numeratore della espressione di i si conservasse costante, i sarebbe costante.

Dalla detta equazione poi si deduce che la soluzione ideale, secondo il van't Hoff, per la quale $i = 1$, sarà quella per la quale $k = 1$, cioè le molecole saranno tutte non dissociate. Per i corpi non conduttori e per alcuni conduttori questa condizione si verifica colla concentrazione di 1 p. di sostanza per 100 p. di soluzione. Ma per molti altri ciò non si verifica. Il coefficiente k per i composti binari non può assumere valori diversi da 2, finchè si suppone che, qualunque sia la concentrazione della soluzione la molecola loro abbia la costituzione data dalla formola chimica; per gli altri può assumere anche valori maggiori. Dalla equazione di Arrhenius si ha che per $k = 2$, $i = 1 + \alpha$, per $k = 3$, $i = 1 + 2\alpha$, ecc. Si avrebbe quindi il modo di determinare il limite di concentrazione della soluzione di un elettrolito, per il quale è applicabile l'uno o l'altro valore di k, e ciò determinando la concentrazione per la quale il valore di i soddisfa ad una delle dette relazioni.

Per i composti binari si può anche stabilire subito quale è la concentrazione per la quale tutte le molecole dovrebbero essere dissociate, poichè essa è quella per cui $\alpha = 1$ e quindi $i = k = 2$. Ora le determinazioni di Raoult per la maggior parte di essi (*HCl*, *HBr*, *HJ*, *Na Cl*, *KJ*, *KBr*) porterebbero alla conclusione che tale soluzione sia quella di una parte in peso di sostanza in 100 p. d'acqua, mentre i calcoli dell'Arrhenius darebbero per alcuni di quei composti un valore di i sensibilmente minore di 2, per una soluzione molto più diluita.

Sfortunatamente i metodi di determinazione del coefficiente i sono fondati sopra leggi e principî, i quali sperimentalmente non si verificano entro limiti abbastanza estesi di concentrazione e di temperatura per essere qui convenientemente applicati.

Così le ultime determinazioni di Raoult sull'abbassamento del punto di congelazione dei solventi (*Zeits. f. Phys. Chem.*, 1888 II, 489) dimostrano che la legge di Blagden e Rüdorff non si verifica esattamente per tutte le concentrazioni.

Quindi quella legge non si potrebbe prendere per base per dedurre l'abbassamento molecolare del punto di congelazione per qualunque concentrazione, e quindi pel calcolo di i. Di più le recenti determinazioni di Arrhenius (ibid. 491) sullo stesso abbassamento nel punto di congelazione condurrebbero al risultato che il coefficiente i, calcolato per mezzo di esso, per i corpi non conduttori aumenterebbe collo aumentare della concentrazione

della soluzione risultante, mentre per gli elettroliti diminuisce, essendo questo ultimo fatto d'accordo colla ipotesi della dissociazione. Invece l'espressione di van't Hoff $i = \frac{t}{18,5}$ richiederebbe che il coefficiente i cresca colla concentrazione in ogni caso, poichè i deve essere proporzionale allo abbassamento molecolare t, il quale sarà diverso se non si considera sempre la soluzione della molecola del sale in uno stesso volume di acqua.

E riguardo alle prime verificazioni dello Arrhenius si deve appunto notare che nel calcolare i dallo abbassamento molecolare egli si è servito dei dati di Raoult, che si riferiscono ad una concentrazione di circa 1 p. in peso di sostanza sciolta in 100 p. d'acqua, mentre per calcolare i dal coefficiente di conducibilità molecolare si è servito di valori di α i quali si riferivano a soluzioni molto più diluite (circa 1 gr. di sostanza per un litro di acqua). Quindi le concordanze fra i valori di i, calcolati nei due modi, sono soltanto apparenti, come vedremo, non reali, perchè non si riferiscono a concentrazioni uguali. Le ultime verificazioni pure di Arrhenius (ivi 1888, II, 495) dimostrano che il rapporto fra il primo valore calcolato di i ed il secondo in generale è tanto più grande quanto maggiore è la concentrazione.

Difficoltà analoghe per un' applicazione estesa presenta il metodo di determinazione di i, mediante la diminuzione di tensione di vapore prodotta nei liquidi dalla soluzione di un corpo, nel quale si dovrebbe ammettere per ogni concentrazione sempre esatta la legge di Prinsep, la quale stabilisce che quella diminuzione di tensione sia indipendente dalla temperatura, mentre le esperienze di Tammann (*Wiedemann's Ann.*, 1885, 24), sui sali, hanno dimostrato che tale legge presenta delle eccezioni; di più si dovrebbe sempre poter trascurare la differenza tra il peso specifico dell'acqua e quello della soluzione.

Quanto al metodo di determinazione di i mediante il coefficiente isotonico, esso non può facilmente applicarsi al nostro scopo.

Ritornerò in una seconda nota sopra i due primi metodi di determinazione del coefficiente i e sulle espressioni di questa quantità, che vi si riferiscono. Ora mi occuperò di un quarto metodo, che si potrebbe avere per la stessa determinazione.

3. *Equazione del van't Hoff relativa al fenomeno della soluzione.* — Questo metodo sarebbe fondato sopra una relazione fra la variazione della solubilità di un corpo colla temperatura ed il calore sviluppato allorchè una molecola del corpo si separa dalla sua soluzione, che è pure il calore assorbito nella soluzione della medesima quantità.

A questa relazione il van't Hoff giunse applicando all'equilibrio espresso dal simbolo: *Corpo non sciolto* $\rightleftarrows$ *Corpo sciolto* le leggi generali dell'equilibrio nelle soluzioni. Essa è rappresentata dalla equazione:

$$\frac{\partial \text{ lognat. } C}{\partial T} = \frac{Q}{2i\, T^2} \qquad \ldots\ldots \quad (1),$$

nella quale C è la concentrazione della soluzione satura d'un corpo alla temperatura T, Q la quantità di calore assorbita nella soluzione di una molecola del corpo, ed i il detto coefficiente, proprio di questo corpo.

Questa relazione indicherebbe inoltre come il segno della variazione termica che accompagna l'atto della soluzione determina quello della variazione della solubilità colla temperatura $\left(\frac{\partial \, l\, C}{\partial T}\right)$; quando si ha assorbimento di calore si dovrebbe avere aumento di solubilità nella soluzione, il contrario, quando si ha sviluppo di calore; se poi non si ha variazione di calore nella soluzione, vuol dire che la solubilità sarà costante.

4. *Sua applicazione all'assorbimento dei gaz — Equazione di Kirchhoff.* — Applicherò anzitutto quella relazione allo assorbimento dei gas nei liquidi, ed istituirò un confronto fra l'equazione (1) applicata ai gas, per i quali ammetteremo per ora, con van't Hoff, $i = 1$, ed un'altra equazione, che possiamo ricavare da una relazione, che il Kirchhoff già fin dal 1858 (*Pogg. Ann.* 103, p. 194), deduceva dai principii della Termodinamica per l'assorbimento dei gas nei liquidi, relazione che è rappresentata dall'equazione:

$$q = -\frac{gRT^2}{J} \cdot \frac{\partial \text{ lognat. } \beta . R}{\partial T}$$

nella quale q è la quantità di calore assorbita nella soluzione di una quantità in peso g del gas nella unità di peso del li-

quido, R è la costante dello stato aeriforme per lo stesso gas, T è la temperatura assoluta, alla quale avviene la soluzione. J l'equivalente meccanico della caloria, β è il coefficiente di assorbimento espresso in unità di peso, cioè il peso di gas, che viene assorbito dall'unità di peso di liquido ad una pressione uguale all'unità ed alla temperatura T; quindi $\beta . R$ per le soluzioni acquose non è altro che il coefficiente d'assorbimento secondo la definizione del Bunsen, cioè il volume di gas, che viene assorbito dall'unità di volume di liquido nelle stesse condizioni di temperatura e di pressione ridotto a 0° e 760^{mm} di pressione.

Se vogliamo riferire la quantità q alla molecola del gas facciamo $q = M$, peso molecolare del gas, e indicando con Q la quantità di calore sviluppata nella soluzione di una molecola del gas avremo:

$$Q = \frac{MRT^2}{J} \frac{\partial \text{ lognat. } \beta . R}{\partial T} \quad \ldots\ldots\ldots (2).$$

Noi abbiamo così due espressioni del calore d'assorbimento di un gas, la (2), e quella che si deduce dalla (1), nella quale si faccia $i = 1$, cioè:

$$Q = 2 T^2 \frac{\partial \text{ lognat. } C}{\partial T} \quad \ldots\ldots\ldots (3).$$

Ora posto uguale a 2 il peso della molecola dell'idrogeno, secondo la legge di Avogadro e quella dei volumi, il peso della molecola di un altro gas perfetto sarà dato da $M = 2 \frac{d}{d'}$, in cui d è la densità assoluta di esso e d' quella dell'idrogeno, nelle stesse condizioni di temperatura e di pressione; e se si indica con R' la costante dell'idrogeno si avrà $MR = 2R'$, ma $R' = 421$, quindi $\frac{MR}{J} = 2$. Adunque per i gas perfetti, per i quali appunto si ammette $i = 1$ ed R è costante, le due equazioni condurranno allo stesso valore di Q.

Quando però per particolari condizioni di pressione e di temperatura, oppure per lo stato di condensazione per assorbimento in un liquido, o di diffusione in un vapore, la molecola del gas in questione subisse una qualche modificazione, cosicchè il suo peso non fosse più quello, che si deduce dal valore della densità del gas nelle condizioni normali di temperatura e di pressione,

allora anche il valore di i dovrà essere assunto diverso dall'unità, e quindi quelle due espressioni non possono dare più valori concordanti di Q, se non si modificano convenientemente i valori di M e di i. Anche qui si conferma che questi due valori stanno in intima relazione fra loro.

Allo scopo di procedere in seguito al confronto dei risultati, che si ottengono mediante quelle due equazioni e nella supposizione di gas perfetti, con quelli ottenuti sperimentalmente, espongo qui sotto i risultati stessi coi dati, sui quali ho basato il calcolo di essi. Indico con a il valore $\frac{1}{\beta . R} \frac{\partial \beta . R}{\partial T}$. I calcoli sono stati fatti sulla equazione (3); le piccole differenze, che si possono avere nel calcolo colle due equazioni, dipendendo soltanto dalle differenze fra i valori sperimentali e teorici delle densità gassose.

Ammoniaca. — Per il calcolo di a mi son servito dei risultati di Roscoe e Dittmar. (*Ann. Chem. u. Pharm.*, 1859, CXLII, p. 317). Abbiamo così: $a = \frac{0.014}{0.526}$ per $t = 20°$;

Risulta: $Q = 4600.$

Anidride solforosa. — Dai risultati di Sims (Ibid. 1861, CXVIII, p. 333), ho calcolato $a = \frac{0,004}{0,104}$ per $t = 20°$;

Risulta: $Q = 6400.$

Anidride carbonica. — Per questo gas il calcolo di Q dalla espressione (2) fu già fatto dal Rühlmann (*Mech. Wärmetheorie*, I, 763) il quale trovò $Q = 3350$ per $t = 18°$. Colla (3) si trova $Q = 3382$.

Idrogeno solforato. — Il valore di a ho dedotto per la temperatura di 20° dalla seguente espressione del coefficiente di assorbimento (Schönfeld, *Ann. Chem. u. Pharm.*, 1855, 95)

$$c = 4,3706 - 0,083687t + 0,0005213t^2.$$

Risulta: $Q = 3739.$

Cloro. — Il valore di a a 20° fu calcolato dall'espressione di Schönfeld (loc. cit.):

$$c = 3{,}0361 - 0{,}046196\,t + 0{,}0001107\,t^2.$$

Risulta: $Q = 3348.$

Acido cloridrico. — Dai risultati di Roscoe e Dittmar (loc. cit.), si deduce: $a = \frac{0{,}005}{0{,}721}$ a 20°;

quindi: $Q = 1199.$

Azoto. — Il valore di a per $t = 20°$ si deduce dalla espressione di Bunsen (*Gasom. Meth.* 1877):

$$c = 0{,}020346 - 0{,}00053887\,t + 0{,}000011156\,t^2;$$

quindi: $Q = 1142.$

Ossigeno. — Per questo gas abbiamo per a lo stesso valore che per l'azoto poichè, secondo Bunsen (loc. cit.), fra il coefficiente di assorbimento dell'ossigeno e quello dell'azoto si avrebbe il rapporto costante 2,0225 per tutte le temperature. Quindi, per $t = 20°$ risulta:

$$Q = 1141.$$

Per le soluzioni alcooliche citerò un esempio solo:

Idrogeno. — Il valore di a si deduce dall'espressione del Bunsen:

$$c = 0{,}06925 - 0{,}0001487\,t + 0{,}000001\,t^2.$$

Quindi risulta per il calore di soluzione dell'idrogeno nell'alcool: $Q = 285.$

Accennerò ora brevemente alle condizioni del processo di assorbimento supposte dai due autori nello sviluppo delle loro formole.

Il Kirchhoff dedusse la sua equazione dalla considerazione del ciclo di trasformazioni reversibile seguente (*). Supponiamo di tra-

(*) Quanto all'obbiezione, mossa da Duhem, che la diffusione, che inter-

sformare il liquido in vapore alla temperatura T, e di lasciar espandere il vapore formato a questa temperatura fino a che esso si possa con sufficiente approssimazione considerare come un gas perfetto. Quindi mantenendo costante la temperatura e la pressione si portino a contatto fra loro il vapore e la quantità g di gas in un recipiente, la cui capacità sia uguale alla somma dei volumi dell'unità di peso del vapore e del peso del gas da sciogliersi alla pressione attuale ed alla temperatura T, e si lascino diffondere il gas ed il vapore l'uno nell'altro. Compiuta la diffusione, si comprima, a temperatura costante, il miscuglio finchè il vapore sia ritornato completamente allo stato liquido e tutto il gas sia stato assorbito dal liquido.

Il van't Hoff ha dedotto la sua relazione applicando la proprietà di un ciclo di trasformazioni reversibile alla diffusione che avviene a traverso a pareti semipermeabili fra due sistemi di corpi disciolti, di concentrazione diversa; nel nostro caso speciale si avrebbe una massa di gas, non disciolta, in presenza di una soluzione dello stesso gas, dalla quale per una variazione di temperatura si possa separare una certa quantità di gas oppure essere assorbita.

Per i gas perfetti sembra adunque che le condizioni del fenomeno siano analoghe nei due processi considerati, che cioè per l'assorbimento del gas in un liquido una diminuzione di temperatura nel solvente, produca lo stesso effetto di una corrispondente compressione di una mescolanza del medesimo gas col vapore di quel liquido, quando nei due casi le masse dei due corpi siano quelle richieste dalle leggi di solubilità, e questo in modo generale qualunque sia la natura chimica del gas.

Se ora per alcuni gas, per i quali fu determinato sperimentalmente il calore di soluzione nell'acqua, si passa al confronto fra i risultati teorici, ottenuti con queste relazioni, e gli sperimentali, vediamo che non vanno d'accordo. Già Kirchhoff aveva osservato questo per la sua equazione, calcolando per mezzo di essa il valore di q per l'ammoniaca e per l'anidride solforosa, e applicando la espressione del coefficiente di assorbimento data da Schönfeld; ma anche i calcoli da me fatti sui dati di Roscoe e

viene nei cicli di trasformazione, applicati da Kirchhoff, van't Hoff ed altri al fenomeno della soluzione, non sia un'operazione riversibile veggasi una nota di Gouy e Chaperon (*Journ. Phys.*, 1889, p. 44).

Dittmar e di Sims, condussero ad analoga conseguenza, e così quello fatto da Rühlmann per l'anidride carbonica. Parecchie sono le ragioni che si possono addurre per spiegare queste divergenze.

Acciocchè si possano meglio discutere queste ragioni io riferirò nella seguente tabella nella 2ª colonna il peso di gas g che si scioglie nell'unità di peso d'acqua alla temperatura considerata di 20°, nella 3ª il numero n di molecole d'acqua corrispondente per ogni molecola di gas; nella 4ª colonna i calori di soluzione calcolati colla (3), nella 5ª il numero n_1 delle molecole d'acqua in cui fu sciolta una molecola del sale nelle determinazioni del Thomsen, nella 6ª i calori di soluzioni Q_1 determinati dal Thomsen, nella 7ª la frazione del volume primitivo a cui si riduce il volume della massa gasosa nell'atto dell'assorbimento, per quei gas per i quali i valori di n_1 sono più prossimi.

Gas	g	n	Q	n_1	Q_1	v
H_3N	0. 526	1. 8	4600	200	8430	$\frac{1}{202}$
SO_2	0. 104	34. 2	6648	250	7700	$\frac{1}{37}$
CO_2	0. 9318	2. 6	3382	1500	5880	
H_2S	2. 905	0. 6	3739	900	4560	
Cl_2	2. 156	1.8	3348	1000	4870	
HCl	0. 721	2. 8	1199	300	17315	$\frac{1}{312}$

Anzitutto è bene notare che questa divergenza può derivare in parte dalla differente concentrazione delle soluzioni, per le quali è stato calcolato Q, e quelle per le quali è stato sperimentalmente determinato. Come per i sali, l'influenza della massa del solvente deve farsi sentire, quantunque in molto minor grado, anche per i gas, ma ci mancano i dati sperimentali per stabilirla. Noi vediamo però che la minor discordanza si ha per SO^2, per il qual gas è anche relativamente minore la differenza fra n ed n_1.

Il Rühlmann (*loc. cit.*) si è pure occupato della divergenza fra la formola teorica del Kirchhoff e l'esperienza, ed ha riconosciuto già che il non potersi considerare i due gas H_3N e SO_2 come gas perfetti nelle condizioni supposte dal Kirchhoff non bastava a spiegare quella divergenza. D'altronde vediamo come essa è presentata dal gas CO_2, ed il confronto sopra stabilito dimostra che i gas SO_2, H_2, e Cl_2, i quali certamente si trovano nelle stesse condizioni di temperatura e di pressione in uno stato assai più lontano da quello di gas perfetto che non l'anidride carbonica, danno valori di Q assai più concordanti che non quest'ultimo gas. Lo stesso fatto dimostra pure insufficiente la spiegazione dedotta dalla considerazione che un miscuglio di gas e di vapore acqueo non si comporta come un miscuglio di gas di eguale natura.

Più soddisfacente mi sembra invece quella che si deduce dalla considerazione che nella mescolanza di gas molto solubili col vapor d'acqua e nella compressione di essa si abbiano dei lavori molecolari analoghi a quelli che accompagnano le combinazioni chimiche, e dal fatto che in tale mescolanza si ha una diminuzione di volume ed una variazione di temperatura, della quale non è tenuto conto nella deduzione teorica della formola del Kirchhoff, come pure dello sviluppo di calore, che si deve avere nella compressione del miscuglio. Diffatti noi osserviamo che i gas, i quali presentano una minore divergenza, anche tra quelli più solubili, sono quelli che presentano una minore riduzione di volume.

Quanto alle divergenze presentate dalla equazione di van't Hoff, queste possono dipendere dal valore assunto per il coefficiente i. Noi abbiamo supposto fin quì, seguendo il van't Hoff, che esso si possa mettere uguale all'unità. Ma la condizione perchè ciò si verifichi si è che i gas seguano la legge di Henry. Ora il van't Hoff, mentre osserva che l'acido cloridrico non segue questa legge e quindi deve per esso assumersi un valore di i, diverso dall'unità, e più precisamente uguale a 2, come si deduce dallo abbassamento molecolare del punto di congelazione delle sue soluzioni, ammette però che la seguano anche l'idrogeno solforato, l'ammoniaca e l'anidride solforosa, per i quali il detto metodo darebbe $i = 1{,}03$. Basta però consultare una discussione sui risultati delle esperienze di Roscoe e Dittmar e di Sims, già accennati, contenuta in una nota pubblicata dal Prof. NACCARI con me sull'assorbimento dei gas nei liquidi (*R. Accad. delle Scienze di Torino*, vol, XV, 1879), per convincersi che tale am-

missione non è conforme alla realtà, almeno per l'ammoniaca e l'anidride solforosa. Quindi anche per questi gas dovrebbe adottarsi un valore di i maggiore dell'unità. D'altronde per l'acido cloridrico anche adottando il valore $i = 2$, si avrebbe ancora un risultato molto differente da quello ottenuto sperimentalmente. Ma abbiamo già accennato sopra come per le sostanze che non sono indifferenti per il solvente il coefficiente i deve prendere valori diversi dall'unità, perchè allora si può ammettere che il peso molecolare della sostanza nella soluzione non corrisponda alla formola chimica, che ordinariamente viene attribuita alla sostanza stessa.

Noi potremmo forse ottenere dalla (2) dei valori di Q più concordanti con quelli dati dall'esperienza, adottando un valore di M conveniente, considerando che nella soluzione di un gas in un liquido, e sua conseguente condensazione, può avvenire una polimerizzazione della molecola, oppure una combinazione di essa con una o più molecole di acqua. Così pure dalla equazione (1) variando convenientemente il valore di i in relazione col valore di M adottato per la (2).

A dimostrare che nello assorbimento di un gas, della natura di quelli di cui ci siamo qui occupati, possa avvenire una qualche modificazione nella costituzione della molecola di esso, si possono addurre alcuni fatti, osservati da diversi sperimentatori. Il gas cloridrico, quando è sciolto nell'acqua non può togliersi interamente da questa per mezzo di una corrente d'aria; quindi la distinzione fatta da qualcuno di una parte di esso piuttosto chimicamente combinata, che fisicamente assorbita. Il Khanikoff e il Louguinine ed il Prof. Naccari con me in esperienze sopra l'anidride carbonica, ebbero occasione di osservare che quando l'acqua è stata saturata di gas sotto una data pressione, e si venga a diminuire questa, l'acqua resta soprasaturata di gas (Naccari e Pagliani, *loc. cit.*).

È certo che la risoluzione della questione relativa alla divergenza fra le formole teoriche di Kirchhoff e di van't Hoff ed i risultati dell'esperienza si avrà soltanto quando si abbiano dei dati sperimentali sul calore di soluzione dell'idrogeno, dell'ossigeno e dell'azoto.

5. *Applicazione dell'equazione di van't Hoff alla soluzione dei solidi.* — Il van't Hoff ha calcolato per mezzo della equa-

zione (1) il calore di soluzione per alcune sostanze fondandosi sui valori di i, dati dal metodo dello abbassamento del punto di congelazione, ma la concordanza fra i calori di soluzione così calcolati e quelli, misurati direttamente, non è sempre molto soddisfacente e di più il numero di sostanze prese in esame ci sembra troppo limitato perchè si possa concludere sulla generalità della relazione in questione.

Il van't Hoff poi nella verifica fatta, ha confrontato i valori del calore di soluzione così calcolati con quelli trovati per soluzioni, la cui concentrazione era in generale molto diversa da quella delle soluzioni sature nello intervallo di temperatura per il quale è dato il valore della variazione della solubilità applicato, senza tener conto che i calori di soluzione variano assai secondo il rapporto fra la quantità del solvente e quella del corpo sciolto.

Si può verificare la relazione (3) del van't Hoff in due modi. Nel primo modo si può calcolare il valore di i dato dall'espressione

$$i = \frac{Q}{2 \frac{\partial l C}{\partial T} T^2}$$

e vedere se questo valore così calcolato non varia col variare della temperatura; oppure, supponendo i costante colla temperatura per una data concentrazione, come dovrebbe essere secondo la teoria di van't Hoff, verificare l'equazione:

$$\frac{Q_1}{Q} = \frac{\partial_1 l C}{\partial l C} \frac{T_1^2}{T^2}$$

nella quale Q_1 e Q sono i calori di soluzione, riferiti alla molecola, quando le proporzioni fra sale e acqua sono corrispondenti alla concentrazione che si considera, alle due temperature T_1 e T, $\partial_1 C$ e ∂C rappresentano le variazioni della solubilità a quelle due temperature.

Il primo modo ci permette di confrontare i valori di i così calcolati, con quelli dati dagli altri metodi.

Il secondo modo ci permette di discutere subito sulle condizioni necessarie perchè la relazione del van't Hoff sia applicabile.

Supponiamo $T_1 > T$, il rapporto $\frac{T_1^2}{T^2}$ sarà maggiore dell'unità. Ora si debbono anzitutto distinguere due casi:

1° Il calore di soluzione del sale diminuisce collo aumentare della temperatura, come avviene per la maggior parte dei sali, nella soluzione dei quali si ha assorbimento di calore, allora $\frac{Q_1}{Q} < 1$ e $\frac{\partial_1 l\, C}{\partial l\, C}$ deve essere minore dell'unità, secondo la relazione in discorso, cioè $\partial_1 l\, C < \partial l\, C$.

2° Il calore di soluzione cresce collo aumentare della temperatura, come avviene per la maggior parte dei sali, nella soluzione dei quali si ha sviluppo di calore, allora $\frac{Q_1}{Q} > 1$ e quindi $\frac{\partial_1 l\, C}{\partial l\, C}$, perchè si verifichi la detta relazione, può essere maggiore o minore dell'unità, purchè $\frac{\partial_1 l\, C}{\partial l\, C} \frac{T_1^2}{T^2}$ riesca > 1.

In realtà se si considera come positivo il calore sviluppato nella soluzione e come negativo quello assorbito, se ne deduce che in valore numerico assoluto il calore di soluzione cresce in tutti i casi colla temperatura, ma preferiamo considerare la variazione relativa del calore di soluzione, prescindendo dal segno.

Bisogna però subito notare come uno stesso sale può col variare della quantità di acqua, nella quale viene sciolta una quantità costante di esso, presentare l'uno o l'altro di questi casi, poichè il calore di soluzione non solo varia colla temperatura, ma anche colla concentrazione della soluzione risultante ed in generale diminuisce col crescere della concentrazione e può anche cambiare di segno, cosicchè se per un dato intervallo di temperatura e per determinati limiti di concentrazioni la relazione (1) è verificata, può non esserlo per temperature diverse e per altre concentrazioni.

In una nota, che presenterò prossimamente, applicherò le considerazioni ora fatte ad alcuni casi speciali, e poscia passerò a paragonare fra loro le diverse espressioni del coefficiente *i* di van't Hoff.

Torino, Marzo 1889.

L'Accademico Segretario
GIUSEPPE BASSO.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 17 Marzo 1889.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE ARIODANTE FABRETTI
VICEPRESIDENTE

Sono presenti i Soci: B. Peyron, Direttore, G. Gorresio, Segretario della Classe, Flechia, Claretta, V. Promis, Rossi, Pezzi, Carle, Nani, Graf.

Il Segretario legge l'atto verbale dell'adunanza precedente che viene approvato.

Il Vice Presidente ricorda con brevi parole l'illustre Presidente Angelo Genocchi, che l'Accademia ha recentemente perduto. Ne loda l'alto ingegno e il vasto sapere; ed indica i vari e pregiati lavori che egli scrisse a mano a mano durante la sua vita.

Il Vice Presidente legge quindi una lettera ministeriale concernente la denunzia degli errori riconosciuti nelle carte ed in altre pubblicazioni geodetiche dello Stato.

Il Socio Prof. Rossi presenta alla Classe a nome dell'autore, Simone Levi, il volume settimo del *Vocabolario geroglifico copto-ebraico*.

Il Socio Segretario presenta il primo fascicolo del Codice civile Malese, di cui sta pubblicando il testo originale e la traduzione con note il Socio Corrispondente Aristide Marre.

Il Socio Prof. Graf compie la lettura d'un suo lavoro in cui prende ad esame e discute le dottrine del Tain e dell'Hennequin in materia di critica letteraria ed artistica.

Adunanza del 31 Marzo 1889.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROFESSORE B. PEYRON
DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Soci: G. GORRESIO, Segretario, FLECHIA, G. CLARETTA, V. PROMIS, ROSSI, MANNO, BOLLATI di SAINT-PIERRE, PEZZI, CARLE, NANI, GRAF.

Il Segretario legge l'atto verbale dell'adunanza precedente che viene approvato.

Il Prof. PEYRON legge la lettera scritta dai signori Giulio OPPERT, Ignazio GUIDI, Antonio PERTILE, Alessandro PALMA di CESNOLA che ringraziano la Classe di averli nominati Soci Corrispondenti.

L'Accademico Segretario
GASPARE GORRESIO.

DONI

FATTI

ALLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

E

OPERE ACQUISTATE PER LA SUA BIBLIOTECA

dal 24 Febbraio al 10 Marzo 1889

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

NB. Le pubblicazioni notate con un asterisco si hanno in cambio; quelle notate con due asterischi si comprano; quelle senza asterisco si ricevono in dono

	Donatori
* Rad Jugoslavenske Akademije Znanosti i Umjetnosti; Knjiga XCII (matematicko-prirodaslovni Razred); IX, 1, 2. U. Zagrebu, 1888; in-8°.	Acc. di Sc. ed Arti degli Slavi merid. (Agram).
* Bulletin de la Société d'Études Scientifiques d'Angers; nouvelle série. XVI année, 1886. Angers, 1887; 1 vol. in-8°.	Società di St. scientifici di Angers.
* Bullettino delle Scienze mediche, pubblicato per cura della Società Medico-chirurgica di Bologna; serie 6ª, vol. XXIII, fasc. 2. Bologna, 1889; in-8°.	Società Medico-chirurg. di Bologna.
* Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux; 3ª série, 2 cahier, t. III. Bordeaux, 1887; in-8°.	Società di Sc. fis. e nat. di Bordeaux.
— Observations pluviométriques et thermométriques faites dans le département de la Gironde, de Juin 1886 à Mai 1887; Note de M. RAYET (Appendice au t. III, 3ª série des *Mém. de la Soc. des Sc. phys., etc. de Bordeaux*); 1 fasc. in-8°.	Id.
* Memoirs of the american Academy of Arts and Sciences: centenial vol., vol. XI, part 5, 6, n. 6 e 7. Cambridge, 1887; in-4°.	Accad. Americana di Arti e Scienze (Boston).

Accad. Americana di Arti e Scienze di Boston.

Proceedings of the american Academy of Arts and Sciences; new series, vol. XV; whole series, vol. XXIII, part. 1. Boston, 1888; in 8°.

Soc. scientifica Argentina (Buenos Aires).

* Anales de la Sociedad cientifica Argentina, etc., t. XXVI, entr. 1-3. Buenos Aires, 1888; in-8°.

R Accademia Irlandese (Dublino).

* The Transactions of the R. Irish Academy, vol. XXIX, part 5. Dublin, 1889; in-4°.

R. Soc. Scozzese delle arti (Edimborgo).

* Transactions of the R. Scottish Society of Arts; vol. XII, part 2. Edinburg, 1889; in-8°.

Com. geologico della Pensilvania

* Annual Report of the geological Survey of Pennsylvania for 1886; part IV. Harrisburg, 1887; in-8°.

Id.

— Atlas annual Report 1886, part. IV; in-8°.

Id.

— Atlas Northem Anthracite field; part II, AA; in-8°.

Società filosofica di Filadelfia).

* Transactions of the american philosophical Society held at Philadelphia, etc.; new series, vol. XVI, part 2. Philadelphia, 1888; in-4°.

R. Accademia dei Georgofili di Firenze.

* Atti della R. Accademia economico-agraria dei Georgofili di Firenze; 4ª serie, vol. X (Supplemento); vol. XI, disp. 4ª. Firenze, 1888 89; in-8°.

Acc. Ces Leop. C. dei Curiosi della Natura (Halle).

* Novorum Actorum Academiae Caesareae Leopoldino-Carolinae Naturae Curiosorum; voluminis vicesimi tertii pars posterior. Vratislaviae et Bonnae, MCCCLII; tomus quinquagesimus secundus. Halis Saxonum, MDCCCLXXXVIII; in-4°.

J. V. Carus (Lipsia).

* Zoologischer Anzeiger herausg. von Prof. J. Victor Carus in Leipzig; XII Jahrg., n. 300. Leipzig, 1889; in-8°.

Società geologica di Londra.

* The quarterly Journal of the geological Society of London; vol XLV, part 1, n. 177. London, 1889; in-8°.

R. Società Microscopica di Londra.

* Journal of the R. Microscopical Society of London, etc.; 1889, part I. London; in-8°.

Governo di Madras.

Results of observations of the fixed stars made with the meridian circle at the Government Observatory, Madras. in the years 1865, 1866 and 1867, under the direction of Norman Robert Pogson. Madras, 1888; 1 vol. in-4°.

Società imperiale de' Naturalisti di Mosca.

* Bulletin de la Société impériale des Naturalistes de Moscou, etc; année 1888, n. 2. Moscou, 1888; in-8°.

* The american Journal of Sciences; Editors James D. and Edward S. Dana, etc.; third series, vol. XXXVI, n. 213, 214. New Haven, Conn., 1888; in-8°. — La Direzione (New Haven).

* Transactions of the New York Academy of Sciences, vol. VII, n. 3-8. New York, 1887-88; in-8°. — Accademia delle Scienze di Nuova York.

— Annals of the New York Academy of Sciences, late Lyceum of Nat. History; vol. IV, n. 5-8. New York, 1888; in-8°. — Id.

Oeuvres de Lagrange publiées par les soins de M. J. A. Serret et de M. Gaston Darboux, sous les auspices de M. le Ministre de l'Instruction Publique; t. XI. Paris 1888; in-4°. — Governo francese (Parigi).

Collection des anciens Alchimistes grecs publiée sous les auspices du Ministère de l'Instruction Publique par M. Berthelot, etc.; t. III comprenant: les vieux auteurs, les traités techniques, et les commentateurs; texte grec et trad. française, etc. Paris, 1888; in-4°. — Id.

Mémoires publiés par la Société philomatiques à l'occasion du Centenaire de sa fondation, 1788-1888. Paris, 1888; 1 vol. in-4°. — Soc. filomatica di Parigi

Compte-rendu sommaire des séances de la Société philomatique de Paris; 1889, n. 1, 2. Paris; in-8°. — Id.

* La Lumière électrique — Journal universel d'Électricité, etc.; Directeur M. le Dr. C. Herz; t. XXXI, n. 7-9,. Paris, 1889; in-4°. — Il Dott. C. Herz (Parigi).

* Mémoires de la Société Zoologique de France pour l'année 1888; I vol., 2 parties, feuilles 12 à 17. Paris, 1888; in-8°. — Soc. Zoologica di Francia (Parigi).

— Bulletin de la Société Zoologique de France pour l'année 1888; t. XIII, n. 7-8. Paris, 1888; in-8°. — Id.

* Revue internationale de l'Électricité et de ses applications; t. VIII, n. 76. Paris, 1889; in-4°. — La Direzione (Parigi).

* Bulletin de la Société géologique de France, etc.; 3e série, t. XV, n. 9; t. XVI, n. 6-9. Paris, 1887; in-8°. — Soc. zoologica di Francia (Parigi).

* Mémoires du Comité géologique de la Russie; vol. V, n. 2, 3, 4; vol. VI, 1, 2 Lieferung; vol. VII, n. 1, 2. St.-Pétersbourg, 1888; in-4°. — Com. geologico della Russia (Pietroborgo).

— Bulletins du Comité géologique, etc.; vol. VI, n. 11-12; vol. VII, n. 1-5; — Supplément au t. VII. St.-Pétersbourg, 1887-88; in-8°. — Id

Osserv. imperiale di Rio Janeiro. — * Revista do Observatorio — Publiçacao mensal do imp. Observatorio do Rio de Janeiro; anno IV, n. 1. Rio de Janeiro, 1888; in-8° gr.

La Direzione (Roma). — * Rivista di Artiglieria e Genio; vol I, Febbraio 1889. Roma; in-8°.

Società dei viticoltori ital. (Roma). — Bollettino della Società generale dei Viticoltori italiani; anno IV, n. 4. Roma, 1889; in-8° gr.

R. Com. geolog d' Italia (Roma). — * Bollettino del R. Comitato geologico d' Italia; 2ª serie, vol. IX, n. 11-12. Roma, 1888; in-8°.

Il Municipio di Roma. — * Bullettino della Commissione speciale d' Igiene del Municipio di Roma; anno X, fasc. 1. Roma, 1889; in-8°.

Società degli Spettr. ital. (Roma). — Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani, ecc.; vol. XVII, disp. 13. Roma, 1889; in-4°.

R. Accademia dei Fisiocritici di Siena. — * Bollettino della Sezione dei Cultori delle Scienze mediche, ecc.; anno VI, fasc. 9-10. Siena, 1888; in-8°.

R. Acc. di Medic. di Torino. — * Giornale della R. Accademia di Medicina di Torino, ecc.; vol. XXXVII, n. 1. Torino, 1889; in 8°.

Società meteor. italiana (Torino). — * Bollettino mensuale della Società meteorologica italiana, ecc.; serie 2ª, vol. IX, n. 2. Torino, 1889; in-4°.

R. Società Nord. delle Scienze (Throndhjem). — * Det kongelige Norske Videnskabers Selskabs Skrifter 1888 og 1887. Throndhjem, 1887; 1 fasc. in-8°.

Società geologica di Vienna. — * Verhandlungen der k. k. geologischen Reichsanstalt, etc.; 1889, n. 2. Wien; in-8° gr.

Governo degli St.Un.d'Am. (Washington). — United States geology Survey, Clarence King Director — Geology and Mining Industry of Leadville Colorado; by S. F. Emmons. Washington, 1886; in-4° gr.

Id. — — Atlas to accompany a Monograph on the Geology and Mining, etc.; by S. F. Emmons. Washington, 1883; in-4° gr.

Ist. Smithsoniano (Washington). — * Smithsonian Miscellaneous Collections; vol. XXXII, XXXIII. Washington, 1888; in-8°.

L'Autore — Il solco intermediario del midollo umano nel primo anno di vita; Nota del Dott. Dante Bertelli. Pisa, 1888; 1 fasc. in 8°.

Davide Carazzi: 2ª Appendice ai materiali per una Avifauna del Golfo di Spezia e della Val di Magra. Spezia, 1885; 1 fasc. in-8° gr. — L'Autore.

Memoria inaugural leida en la noche del 10 de Noviembre por D. Laure Clariana y Ricart en la R. Academia de Ciencias naturaes y Artes de Barcelona en el año académico de 1888 á 1889. Barcelona, 1889; 1 fasc. in-8° gr. — L'A.

Catalogue des oiseaux de la Suisse, élaboré par ordre du Département fédéral de l'Industrie et de l'Agriculture (division des forêts), par le Dr. V. Fatio et le Dr. Th. Studer. Genève, 1889; 1 fasc. in-8°. — Dott. V. Fatio.

High walls or dams to regist the pressure of water; by James B. Francis; 1 fasc. in-8°. — L'A.

L'ipertermia, le fibre muscolari e le nervose: Nota del Prof. Aliprandi Moriggia. Roma, 1889; 1 fasc. in-8° gr. — L'A.

Una osservazione di arco maxillo-temporale infra-jugale e sopra la genesi della bipartizione del malare nell' uomo; Nota anatomica del Dott. G. Romiti. Pisa, 1888; 1 fasc. in-8° gr. — Id.

— Nota sur un uovo umano mostruoso; di G. Romiti. Pisa, 1 fasc. in-8° gr. — Id.

Il Conte Paolo di St Robert: Commemorazione del Socio Francesco Siacci (Estr. dai *Rendiconti* della R. Accademia dei Lincei). Roma, 1889; 1 fasc. in-8° gr. — L'A.

Osservazioni astrofisiche solari eseguite nel R. Osservatorio di Palermo — Statistica delle macchie e delle facole nell'anno 1885; Nota di A. Riccò (Estr. dalle *Mem. della Soc. degli Spettr. ital.*, vol. XV, 1886); 1 fasc. in-4°. — L'A.

— Immagine del sole riflessa nel mare, prova della rotondità della terra: Nota di A. Riccò (Estr. delle *Mem. della Soc. degli Spettr. ital.*, vol. XVII, 1888); 1 fasc. in-4°. — Id.

Nova nella nebulosa di Andromeda; Nota di A. Riccò (Estr. dalle *Mem. della Soc. degli Spettr. ital.*, vol. XVII, 1888); 1 fasc. in-4°. — Id.

Nova presso χ^1 Orionis; Osservazioni di A. Riccò (Estr. dalle *Mem. della Soc. degli Spettr. ital.*, vol. XVII, 1888); 1 fasc. in-4°. — Id.

Fisica solare; Nota di A. Riccò (Estr. dalle *Mem. della Soc. degli Spettr. ital.*, vol. XVII, 1888); 1 fasc. in-4°. — Id.

L'Autore. Dott. Federico SACCO – I terreni terziari e quaternari del Biellese; Pubblicazione fatta per cura della Sez. Biellese del C. A. I. Torino, 1888; 1 fasc. in-4°.

Id. — Classification des terrains tertiaires conforme à leur facies, par le Dr. F. SACCO. Bruxelles, 1888; 1 fasc. in-8°.

Id. — Les terrains tertiaires de la Suisse; Observations nouvelles par le Dr. F. SACCO. Bruxelles, 1888; 1 fasc. in-8°.

Dal 10 al 24 Marzo 1889

Donatori

Società Asiatica del Bengala (Calcutta). * Records of the geological Survey of India; vol. XXI, part 4. Calcutta, 1888; in-8° gr.

J. V. CARUS (Lipsia). * Zoologischer Anzeiger herausg. von Prof. J. V. CARUS in Leipzig; XII Jahrgang, n. 297, 302. Leipzig, 1889; in-8°.

Il Governo inglese (Londra). * Report on the Scientific results of the voyage of H. M. S. Challenger, during the years 1873-76, etc.; Zoology, vol. XXIX; text, first and second halfe; XXIX, plates. London, 1888; in-4°.

R. Società di Londra. * Proceedings of the R. Society of London; vol. XLV, n. 276. London, 1889; in-8°.

R. Soc. astron. di Londra. * Monthly Notices of the R. astronomical Society of London; vol. XLIX, n. 4. London, 1889; in-8°.

R. Osservatorio di Brera in Milano. * R. Osservatorio astronomico di Brera in Milano; — Osservazioni meteorologiche eseguite nell'anno 1888 col riassunto composto sulle medesime da E. PINI. Milano; 1 fasc. in-8° gr.

R. Acc. bavarese delle Scienze (Monaco). * Abhandlungen der mathematisch-physikalischen Classe der k. bayerischen Akademie des Wissenschaften; XVI Band, 3 Abth. München, 1888; in-4°.

Id. – Sitzungsberichte der mathem.-phys. Classe der k. b. Akad. etc.; 1888; 1, 2. München, 1888; in-8°.

Id. — Josephi von FRAUNHOFER'S Gesammelte Schrieften in Auftrage der mathem.-physik. Classe der k. b. Akademie der Wiss., herausg. von E. LOMMEL. München, 1888; 1 vol. in-4°.

— Ueber die Molekularbeschaffenheit der Krystalle; Festrede gehalten in der öffentlichen Sitzung des k. b. Ak. etc. von Dr. Paul Groth. München, 1888; 1 fasc. in-4°. — R. Acc. bavarese delle Scienze (Monaco).

* Rendiconto dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche (Sez. della Società R. di Napoli); serie 2a, vol. III, fasc. 2. Napoli, 1889; in-4°. — Società Reale di Napoli.

Archivio italiano di Pediatria — Periodico bimestrale fondato dal Prof. L. Somma e diretto dal Dott. Cav. G. Somma, Redattore Dott. V. Meyer; anno VII, fasc. 2. Napoli, 1889; in-8°. — La Direzione (Napoli).

* Atti della Società Veneto-Trentina di Scienze naturali residente in Padova; anno 1885. Padova; in-8°. — Società Veneto-Trentina di Scienze nat. (Padova).

* Gazzetta chimica italiana, ecc.; anno XVIII, fasc. 10. Palermo, 1888; in-8°. — La Direzione di Palermo.

* La Lumière electrique — Journal universel d'Électricité, etc., Directeur M. le Dr. C. Herz; t. XXXI, n. 10. Paris, 1889; in-4°. — Dott. C. Herz (Parigi).

* Revue internationale de l'Électricité et de ses applications, etc.; t. VIII, n. 77. Paris, 1889; in-4°. — La Direzione (Parigi).

Journal de la Société physico-chimique russe à l'Université de S.-Pétersbourg: t. XXI, n. 1, 2. S.-Pétersbourg, 1889; in-8°. — Soc. fisico-chimica di Pietroborgo.

* Annali della R. Scuola normale Superiore di Pisa; Scienze fisiche e matematiche, vol. V (della serie vol. X). Pisa, 1888; in-8°. — R. Scuola normale superiore di Pisa.

* Atti della Società toscana di Scienze naturali: Processi verbali, vol. VI, pag. 73-186. Pisa, 1888; in-8° gr. — Soc. Toscana di Scienze nat. (Pisa).

Bollettino della Società generale dei Viticoltori italiani; anno IV, n. 5. Roma, 1889; in-8° gr. — Società generale dei viticolt. ital. (Roma).

Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani, ecc.; vol. XVIII, disp. 1. Roma, 1889; in-4°. — Soc. generale degli Spettr. ital. (Roma).

* Accademia pontificia de' Nuovi Lincei; — anno XLIII, sessione III, 17 febbraio 1889. Roma; 1 fasc. in-16°. — Acc. Pontificia de' Nuovi Lincei (Roma).

R. Scuola d'Applicazione per gl'Ingegneri in Torino. - Catalogo della Biblioteca, 30 giugno 1888. Torino, 1889; 148 pag. in-8° gr. — R. Scuola d'Applicazione per gl'Ingegneri (Torino).

R. Museo industriale italiano in Torino; Annuario per l'anno scolastico 1888-89. Torino, 1889; 1 fasc. in-8°. — R. Museo Industr. italiano (Torino).

Club alpino ital. (Torino). * Rivista mensile del Club alpino italiano, ecc.; vol. VIII, n. 2. Torino, 1889; in-8°.

Governo degli Stati-Uniti d'America (Washington). United States Coast and geodetic Survey; Bulletin n. 5-8. Washington, 1888; in-4°.

Il Principe B. BONCOMPAGNI. * Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze matematiche e fisiche pubblicato da B. BONCOMPAGNI; t. XX, novembre 1887. Roma, 1887; in-4°.

L'Autore. Terminologia elettrica; Vocabolario italiano-francese-tedesco-inglese dei vocaboli attinenti all'elettricità e sue applicazioni, raccolti da Luigi BELLOC, Ing. civile e industriale. Torino, 1889; 1 fasc. in-8°.

L'A. Sulle glandule salivari nella *Hirudo medicinalis;* Osservazione del Dott. Dante BERTELLI. Pisa, 1888; 1 fasc. in-8° gr.

Il Socio Corr. T. CARUEL. Filippo PARLATORE — Flora italiana continuata da Teodoro CARUEL; vol. VIII, parte 2ª; Ederacee, Apiacee. Firenze, 1889; in-8°.

L'A. Handbuch der physiologischen Optik von H. von HELMHOLTZ; fünfte Lieferung. Hamburg, 1889; in-8°.

L'A. Sulla sede della Scuola d'Applicazione per gli Ingegneri di Torino; Lettura fatta alla Società degli Ingegneri e degli Architetti in Torino dall'Ing. Prof. G. A. REYCEND il 16 luglio 1888. Torino, 1889; 1 fasc. in-4°.

L'A. Dott. Federico SACCO — Il cono di deiezione della Stura di Lanzo. Roma, 1888; 1 fasc. in-8° gr.

Id. — Le tremblement de terre du 23 Février 1887 en Italie; par le Dr. F. SACCO. Bruxelles, 1887; 1 fasc. in-8°.

L'A. Sulla corteccia cerebrale degli equini e bovini studiata nelle sue omologie con quella dell'uomo, ecc.; Ricerche di Anatomia di L. TENCHINI e F. NEGRINI. Parma, 1889; 1 vol. in-8°.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dal 3 al 17 Marzo 1889

Donatori

* Rad Jugoslavenske Akademije Znanosti i Umjetnosti; Knjiga XCII; Razzedi filolog.-hist. i filosof.-jurid., XXIII. U Zagrebu, 1888; in-8°. — Accademia di Sc. ed Arti degli Slavi merid. (Agram).

— Starine na sviet izdaje, etc.; Knjiga XX. U Zagrebu, 1888; in-8°. — Id.

Bulletin de la Société de Géographie commerciale de Bordeaux; 2e série, XIIe année, n. 5. Bordeaux, 1889; in-8°. — Società di Geogr. comm. di Bordeaux.

Biblioteca nazionale centrale di Firenze — Bollettino delle Pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa; 1889, n. 76. Firenze, in-8° gr. — Bibl. nazionale di Firenze.

— Indice alfabetico, ecc., pag. 81-96. PIE-SAN; 1 fasc. in-8° gr. — Id.

Allgemeine deutsche Biographie, etc.; 137 und 138 Lieferung, Band XXVIII, Lfg. 2 und 3. Leipzig, 1889; in-8°. — Lipsia. * *

* Boletin de la R. Academia de la Historia; t. XIV, cuaderno 1, 2. Madrid, 1889; in-8°. — R. Accademia di Storia di Madrid.

* Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere; serie 2a, vol. XXII, fasc. 4. Milano; 1889; in-8°. — R. Istit. Lomb. (Milano).

* Bulletin des séances de la Commission centrale de la Société de Géographie, etc.; 1889, n. 4, pag. 81-112. Paris, 1888; in-8°. — Soc. di Geografia (Parigi).

— Frontispice et Table alphabétique des matières contenues dans le *Compte rendu* des Séances, etc. pendant l'année 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

Matériaux pour servir à l'Archeologie de la Russie, n. 3. — Antiquité Sibériennes, par M. W. RADLOST; t. I, livraison 1. St.-Pétersbourg, 1888; in-4° gr. — Sezione del Comit. geol. della Russia (Pietroborgo).

— Statistica del commercio speciale di importazione e di esportazione dal 1° al 31 gennaio 1889. Roma, 1889; in-8° gr. — Ministero delle Finanze (Roma).

Bollettino ufficiale dell'Istruzione; anno XVI, n. 8, 9. Roma, 1889; in-8° gr. — Ministero dell'Istruz. Pubbl. (Roma).

R. Accademia dei Lincei (Roma). — * Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, ecc.; vol. V, fasc. 4, 1° sem. Roma, 1889; in-8° gr.

Id. — — Memorie della R. Acc. dei Linc., Classe di Sc. mor., stor. e filol., vol IV, parte 2ª, Notizie degli Scavi: Agosto, Sett. e Ott. Roma, 1888; in-4°.

La Direzione (Spalato). — * Bullettino di Archeologia e Storia dalmata; anno XII, n. 2. Spalato, 1889; in-8°.

Venezia. * * — I diarii di Marino Sanuto, ecc.; t. XXV, fasc. 112. Roma, 1889; in-4°.

Dal 17 al 31 Marzo 1889.

Donatori

Società di Scienze ed Arti di Batavia. — * Nederlandsch-Indisch Plakaatboek, 1602-1811, door M. J. A. van der Chijs; V Deel, 1743-1750. Batavia, 1888; in-8°.

Chambéry. * * — Mémoires historiques sur la Maison de Savoie et sur les pays soumis à sa domination depuis le commencement du XIᵉ siècle jusqu'à l'année 1800 inclusivement, etc., par M. le Marquis Costa de Beauregard; t. IV. Chambéry, 1888, in-8°.

R. Accademia della Crusca (Firenze). — * Atti della R. Accademia della Crusca — Adunanza pubblica del 2 di dicembre 1888. Firenze, 1889; 1 fasc. in-8°.

Bibliot. nazionale di Firenze. — Biblioteca nazionale centrale di Firenze — Bollettino delle Pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa; 1888, n. 77. Firenze, 1889; in-8° gr.

Id. — — Indice alfabetico delle opere, ecc.; 1888, pag. 97-112, SCA-VIT; in-8° gr.

Gotha. * * — Dr. A. Petermanns Mitteilungen Justus Perthes' geographischer Anstalt, herausg. von Prof. Dr. A. Supan; XXXV Band, n. 2. Gotha, 1889; in-4°.

R. Soc. Sassone delle Scienze (Lipsia). — * Berichte über die Verhandlungen der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig; philologisch-historischen Classe; 1888, III, IV. Leipzig, 1889; in-8°.

R. Istit. Lomb. (Milano). — * Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere; Serie 2ª, vol. XXII, fasc. 5. Milano, 1889; in-8°.

* Abhandlungen der historischen Classe der k. bayerischen Akademie der Wissenschaften; XVIII Band, 2 Abth. München, 1888; in-4°. — R. Acc. Bavarese delle Scienze (Monaco).

— Sitzungsberichte der philosophisch-historischen und historischen Classe der k. b. Akad. etc.; 1888, Heft 2, 3; Band II, Heft 1, 2. München, 1888; in-8°. — Id.

* Compte rendu des séances de la Commission centrale de la Société de Géographie, etc.; 1889, n. 5, pag. 113-136. Paris, in-8°. — Soc. di Geografia (Parigi).

Bollettino di Legislazione e Statistica doganale e commerciale; anno VI, primo sem., gennaio-febbraio 1889. Roma, in-8° gr. — Ministero delle Finanze (Roma).

Annuario statistico italiano, 1887-88. Roma, 1888; 1 vol. di 1290 pag. in-8° gr. — Ministero di Agr. Ind. e Comm. (Roma).

Bollettino ufficiale dell'Istruzione; anno XVI, n. 11. Roma, 1889; in-8° gr. — Ministero dell'Istr. Pubbl. (Roma).

Biblioteca nazionale centrale Vittorio Emanuele di Roma — Bollettino delle opere moderne straniere acquistate dalle Biblioteche pubbliche governative del Regno d'Italia; vol. III, n. 6, nov.-dic. 1888; vol. IV, n. 1, gennaio-febbr. 1889. Roma, 1889; in-8° gr. — Bibliot. nazionale di Roma.

* Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, vol. V, fasc. 5, 1° sem. Roma, 1889; in-8°. gr. — R. Accademia dei Lincei (Roma).

Atti del Consiglio provinciale di Torino; anno 1887, 1888. Torino, 1888-89, 2 vol. in 8°. — Consiglio Provin. di Torino.

Ad R. I. Scriptores Cl. Muratorii, tom. I, p. II, addimenta quae sub titulo Bibliothecae Arabo-Siculae collegit atque italice transtulit Michael Amari, Appendix. Taurini, 1889; 1 fasc. in-fol°. — Il Socio Senatore M. Amari.

Nuovo Marmo torinese scritto; Pochi cenni di Vincenzo Promis. Torino, 1889; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Torino — Stamperia Reale della Ditta G. B. Paravia e C.

2837 (850) 8-V-89.

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZE del 10 e 24 Marzo 1889 . . . . *Pag.* [illegible]

Lessona — Relazione sopra la Monografia del Prof. Dott. Federico Sacco, « *I Cheloni astiani del Piemonte* » . . . . » [illegible]

Aducco — Centro espiratorio ed espirazione forzata . . . . » [illegible]

Grandis — Su certi cristalli che si trovano dentro il nucleo delle cellule nel rene e nel fegato . . . . » [illegible]

Pagliani — Sopra alcune deduzioni della teoria di J. H. vant't Hoff sull'equilibrio chimico nei sistemi disciolti allo stato diluito — Nota prima . . . . » [illegible]

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZE del 17 e 31 Marzo 1889 . . . . *Pag.* [illegible]

Doni fatti alla R. Accademia delle Scienze dal 24 Febbraio al 24 Marzo 1889 (*Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali*) *Pag.* [illegible]

Doni fatti alla R. Accademia delle Scienze dal 3 al 31 Marzo 1889 (*Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche*) . . . . » [illegible]

Torino - Tip. Reale-Paravia.

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOL. XXIV, DISP. **11ª, 1888-89**

TORINO
ERMANNO LOESCHER
Libraio della R. Accademia delle Scienze

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 7 Aprile 1889.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA
DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Soci: Lessona, Salvadori, Bruno, Berruti, Siacci, Basso, D'Ovidio, Bizzozero, Ferraris, Naccari, Mosso, Spezia, Gibelli, Giacomini, Camerano, Segre.

Si legge l'atto verbale dell'adunanza precedente che viene approvato.

Tra le pubblicazioni offerte in dono all'Accademia sono segnalate le seguenti:

« *Un precursore italiano di Legendre e di Lobatschewsky;* » Nota del Socio Corrispondente Prof. Eugenio Beltrami, presentata dal Socio D'Ovidio.

« *Sui fenomeni elettrici provocati dalle radiazioni;* » Memoria del Socio Corrispondente Prof. Augusto Righi, presentata dal Socio Basso.

« a) *Chemische Analyse der Soolquelle in Admiralsgarten-Bad zu Berlin.* — b) *Chemische Analyse der K. Friedrich-Quelle (Natron-Lition-Quelle) zu Offenbach am Main:* » lavori del Socio Corrispondente Dott. N. Fresenius, presentati dal Socio Cossa.

Le letture e le comunicazioni si succedono nell'ordine seguente:

« *Cenno sulla Nota del Prof. E. Beltrami: Un precursore italiano di Legendre e di Lobatschewsky;* del Socio E. D'Ovidio;

« *Sulle tangenti triple di alcune superficie del sesto ordine;* » Nota del Dott. Mario Pieri, Assistente alla Scuola di Geometria proiettiva e descrittiva nella R. Università di Torino, presentata dal Socio D'Ovidio.

« *Sopra alcune deduzioni della teoria di Van't Hoff sull'equilibrio dinamico nei sistemi disciolti allo stato diluito;* » seconda Nota del Prof. S. PAGLIANI, presentata dal Socio NACCARI;

Il Socio CAMERANO legge una sua Memoria « *Sui primi momenti dell'evoluzione dei Gordii;* la quale verrà pubblicata nei volumi delle *Memorie* accademiche.

Il Socio SIACCI legge una Commemorazione del compianto Presidente Prof. Senatore Angelo GENOCCHI, la quale verrà pure pubblicata nei volumi delle *Memorie* accademiche.

LETTURE

Cenno sulla Nota del Prof. E. Beltrami: « *Un precursore italiano di Legendre e di Lobatschewsky* »; del Socio E. D'OVIDIO

Mi si permetta di richiamare l'attenzione della Classe sopra una Nota dell'illustre nostro Socio corrispondente, prof. E. BELTRAMI, intitolata: *Un precursore italiano di Legendre e di Lobatschewsky*, ed inserita nei Rendiconti dell'Accademia dei Lincei (17 marzo 1889).

Con l'aiuto del P. MANGANOTTI d. C. d. G. e del Prof. FAVARO, il BELTRAMI ha potuto procurarsi un'opera stampata a Milano nel 1733, dal titolo: EUCLIDES *ab omni naevo vindicatus, sive conatus geometricus quo stabiliuntur prima ipsa universae Geometriae principia, Auctore* HYERONIMO SACCHERIO, *Societate Jesu, in Ticinensi Universitate Mathescos Professore.* Il SACCHERI era di San Remo, cominciò a insegnare in Pavia nel 1697, morì il 5 ottobre 1773 (lo stesso anno della pubblicazione della sua opera) a Milano, rettore del Collegio di Brera.

« Una buona metà di quest'opera, dice il BELTRAMI, è dedicata ad una critica veramente accurata e profonda del postulato (delle parallele) di EUCLIDE, critica nella quale vengono messi in sodo alcuni dei principî più fondamentali dell'odierna teoria delle parallele, in quella stessa forma, può dirsi, in cui si potrebbero oggi enunciare da noi. Che se disgraziatamente

l'Autore finisce col concludere all'assoluta verità (di cui allora niuno dubitava) del famoso postulato, non bisogna fargliene soverchio addebito; tanto più che la bonarietà colla quale egli si adopera, all'ultimo, a demolire tutto il proprio edifizio è di gran lunga superata dall'acume e dal retto senso geometrico di cui fa prova nell'innalzarlo ».....

.... « Ecco il punto di partenza del SACCHERI, semplice e limpido quanto altro mai. Dalle due estremità A e B di una retta AB si conducano a questa, da una stessa parte, due eguali perpendicolari AC, BD e si congiungano gli estremi C e D di queste colla retta CD. Gli angoli che questa congiungente fa colle perpendicolari CA, DB sono necessariamente eguali, e non possono quindi essere amendue che retti, od ottusi, od acuti: nel primo caso la congiungente CD è eguale ad AB, nel secondo è minore di AB, nel terzo è maggiore di AB; e viceversa.

« Di questi tre casi, che l'Autore considera *ab initio* come egualmente possibili, egli chiama il primo *hypothesis anguli recti*, il secondo *hypothesis anguli obtusi*, il terzo *hypothesis anguli acuti*; e dimostra subito che ciascuna di queste tre ipotesi *si vel in uno casu sit vera, semper in omni casu illa sola est vera*. Questa è già, come ognun vede, una proposizione molto simile a quella ben nota di LEGENDRE, salvo in quanto all'estensione sua, che è maggiore ».....

« .... Spetta al nostro Autore la priorità del teorema, dato molto più tardi dal LEGENDRE, che la somma dei tre angoli di un triangolo non può superare due retti ».

«..... Quest'angolo acuto, unico e determinato, è manifestamente quello stesso che LOBATSCHEWSKI doveva poi qualificare come angolo di parallelismo: il P. SACCHERI era dunque pervenuto con tutte le cautele della classica Geometria, a stabilire nettamente il concetto fondamentale di quest'angolo limite ».

I pochi tratti che ho riportati della Nota del Prof. BELTRAMI, bastano per mostrare l'importanza di essa. Mi associo a lui nel far voti perchè l'egregio P. MANGANOTTI voglia con una più estesa pubblicazione far meglio conoscere ai contemporanei l'opera del SACCHERI, e render così un segnalato servigio alla storia della Scienza italiana. Intanto sian rese vive grazie al Prof. BELTRAMI pel graditissimo annunzio che ne ha dato ai cultori della Geometria.

Sulle tangenti triple di alcune superficie del sest'ordine

Nota del Dott. Mario Pieri

Nella presente nota sono descritti sommariamente i caratteri di una certa trasformazione irrazionale (doppia) tra due spazi (*), e ne è fatta applicazione allo studio delle tangenti triple di alcune superficie del sesto ordine dotate di una retta quadrupla e di dieci o più punti doppi (**). Fra queste rechiamo ad es. la superficie col massimo numero finito di punti doppi, la quale offre delle analogie con la *complexfläche* del Plücker: i suoi quattordici punti doppi stanno (necessariamente) a coppie sopra sette piani passanti per la retta quadrupla e tangenti lungo rette alla superficie, e le sue tritangenti formano sessantaquattro rigate quadriche passanti ognuna per la retta singolare e per sette punti singolari. — Per via indiretta si giunge anche alla determinazione di alcune trasformazioni univoche involutorie di spazio (probabilmente nuove), che dànno, con le loro coppie di punti coniugati, un complesso quadratico speciale di rette.

1. Una quartica gobba c'_4 di prima specie e cinque punti $A'_{(1)} \ldots A'_{(5)}$ posti in uno stesso piano Π' e tali da formare, insieme coi punti comuni a questo piano ed alla curva, i nove punti base di un fascio di cubiche, determinano un sistema lineare ∞^3 di superficie generali Φ'_3 del terz'ordine. Due superficie arbitrarie di questo sistema si tagliano inoltre lungo una quintica variabile R'_5 del genere 2, la quale si appoggia alla c'_4 in otto punti variabili e passa per tutti i punti A'; e tre superficie

(*) Ci serviamo per questo dei principî generali contenuti nella memoria del Prof. R. de Paolis sopra *le trasformazioni doppie dello spazio* (Memorie della R. Accademia dei Lincei, marzo 1885), della quale adottiamo anche il linguaggio. La citeremo brevemente con **d. P.**

(**) Esse appartengono alla nota categoria delle superficie (razionali) di ordine n con una retta multipla secondo $n-2$. V. Nöther, *Ueber Flächen, welche Schaaren rationaler Curven besitzen.* Math. Annal., Bd. III.

arbitrarie si tagliano in due soli punti non comuni a tutte le superficie del sistema. Pertanto, se lo spazio S' generato dalle superficie Φ' si riferisce proiettivamente ad uno spazio di piani S, tra i due spazi punteggiati S (spazio *doppio*) ed S' (spazio *semplice*) verrà a stabilirsi *una trasformazione doppia del terzo ordine e genere due* (d. P., 1, 10) (*). Le degenerazioni possibili della quartica c', considerata in relazione col sistema lineare delle Φ', ci daranno poi altrettante trasformazioni doppie di una medesima famiglia (**).

2. Alle rette dello spazio doppio S corrispondono nello spazio semplice S' le ∞^4 quintiche R'_5 (n. 1); ma in S vi è una retta fondamentale p, a cui corrisponde in S' tutto il piano Π', per modo cioè che i punti della retta p dànno le cubiche piane p' del fascio individuato dai cinque punti A' e dalla quartica c' (n. 1). Al fascio di piani, che ha per asse la retta p, corrisponde il fascio di quadriche avente per base la curva c'_4; ad ogni retta, che si appoggi in un punto alla p, corrisponde una conica, la quale incontra la cubica p' corrispondente al medesimo in due punti variabili e la c' in quattro punti variabili. — Tutte le superficie Φ'_3 che passano per un determinato punto di una qualunque cubica p' la contengono tutta, e formano una

---

(*) In questa, come in qualunque altra trasformazione doppia del genere 2 data da superficie Φ'_n razionali, sussiste il fatto, che le condizioni imposte alle Φ' dai passaggi per gli elementi base del sistema lineare non sono tutte indipendenti, ma una è conseguenza delle altre. Ciò può dimostrarsi osservando, che la stessa proprietà si verifica per tutte le reti di curve piane del genere 2, che trasformano un piano semplice in un piano doppio. Vedi p. es. MARTINETTI, *Sopra una classe di sistemi lineari di curve piane algebriche*, nei Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, marzo 1887 (pag. 1).

(**) Oltre questa, vi sono altre due famiglie ben distinte di trasformazioni doppie del terz' ordine e genere due. Nell'una la base del sistema lineare delle superficie Φ' è constituita (nel caso più generale) da una retta e da una conica non aventi alcun punto in comune, e da sei punti posti sopra una superficie del second' ordine passante per la conica. Nell' altra le superficie Φ'_3 hanno un punto doppio fisso, una retta fissa passante per il medesimo, un' altra retta fissa arbitraria, e sette punti fissi giacenti con la prima sopra una stessa quadrica. — Però le involuzioni che nascono da ciascuna di queste due famiglie sono tutte conosciute, e appartengono alla classe di quelle studiate recentemente dal Prof. D. MONTESANO nelle due Note sopra *le trasformazioni involutorie dello spazio che determinano un complesso lineare di rette* (Rendiconti della R. Accad. dei Lincei, marzo 1888).

rete non avente altri elementi base oltre la p' stessa e la c': onde ogni cubica p' è *parassita*, vale a dire tutta quanta *congiunta* ad uno qualunque dei suoi punti.

La superficie jacobiana delle Φ' si spezza nel piano Π' (d. P., 34) ed in una superficie Ω' del settimo ordine, la quale passa pei punti A' e contiene la c'_4 come linea tripla (d. P., 37): questa è la *superficie doppia* della trasformazione. La *superficie limite* Ω è del sesto ordine, ed ha la p per retta quadrupla (d. P., 36). — Ciascuna delle due corde $h'_{(i)}$, $k'_{(i)}$ di c'_4, che passano pel punto $A'_{(i)}$, è del pari una linea parassita, appartiene alla superficie doppia, e corrisponde ad un punto fondamentale dell'altro spazio, il quale è doppio per la superficie limite. Alle rette uscenti dal punto $H_{(i)}$ corrispondono in S' le quartiche di prima specie che hanno per corda la $h'_{(i)}$, passano pei quattro punti $A'_{(s)}$ (con $s \gtrless i$) e incontrano la c'_4 in sei punti variabili.

3. Ai piani dello spazio semplice corrispondono nell'altro spazio le superficie Φ_5 del quinto ordine che hanno la p per retta tripla, passano semplicemente pei dieci punti H, K e toccano altrove la superficie limite ovunque la incontrano (d. P., 11, 12, 33). Queste condizioni determinano il sistema ∞^3 delle Φ_5. — Alle rette di S' corrispondono in S le cubiche gobbe R_3 che incontrano la retta p e toccano altrove la superficie Ω_6 in sette punti variabili (d. P., 15, 16). — Una R_3 ed una Φ_5 arbitrarie s'incontrano in dodici punti non fondamentali: onde (d. P., 17) la *trasformazione involutoria* J', generata dalle coppie di punti congiunti di S', è dell'undicesimo ordine.

La Ω'_7 (superficie *punteggiata unita* dell'involuzione J') e la superficie limite Ω_6 sono punteggiate univocamente fra loro: le sezioni piane della seconda dànno sulla prima le intersezioni variabili di questa con le superficie Φ', e cioè curve del nono ordine e genere 4 passanti pei punti A' e incontranti sedici volte la quartica c'; e le sezioni piane della prima dànno sull'altra le linee di contatto di questa con le superficie Φ, vale a dire curve del nono ordine e genere 3 passanti per i punti H, K e incontranti sette volte la retta p.

4. Alla curva fondamentale c'_4 corrisponde nello spazio doppio una superficie rigata Γ_8 dell'ottavo grado e genere 1, le cui generatrici (corrispondenti ai singoli punti di c'_4) sono rette tritangenti la superficie limite: per essa la retta p è generatrice quadrupla e i punti H, K sono punti doppi (appartenenti a una

sua curva nodale). Alle rette di S' uscenti da un punto qualunque T' di c'_4 corrispondono in S quelle coniche, le quali si appoggiano in un punto variabile alla generatrice di Γ data dal punto T' ed alla retta fondamentale p, ed inoltre toccano la Ω_6 in quattro punti variabili. Ne viene che la curva c' è fondamentale per la trasformazione involutoria J' e precisamente quintupla (d. P., 2), per tutte le superficie P'_{11} congiunte ai piani di S' (n. 3), e che il luogo ad essa congiunto è una superficie del ventesimo ordine Γ'_{20} (punteggiata univocamente alla Γ_8), per cui la c' stessa è curva nonupla e le h', k' sono rette doppie.

Al punto $A'_{(i)}$ corrisponde nello spazio doppio un piano $\alpha_{(i)}$ passante per p e tangente la Ω_6 lungo una retta (d. P., 21) che contiene i due punti doppi $H_{(i)}$, $K_{(i)}$ (*): le rette di questo piano corrispondono ai punti dell'intorno di $A'_{(i)}$. Ad ogni retta l' passante pel punto $A'_{(i)}$ corrisponde in S una conica, la quale tocca sei volte la superficie limite ed incontra quella retta di $\alpha_{(i)}$ che corrisponde al punto di l' infinitamente vicino ad $A'_{(i)}$: onde si ha, che il punto $A'_{(i)}$ è fondamentale per l'involuzione J' e precisamente doppio per tutte le superficie P'_{11}; che esso è congiunto alla quadrica $\alpha'_{(i)}$ che lo unisce a c'_4; che la superficie Γ'_{20} ha un punto quadruplo in ciascun punto A'; ecc.

Sono inoltre fondamentali per l'involuzione J' le dieci rette parassite h', k', semplici per tutte le P'_{11}.

Oltre i punti e le linee fin qui considerate, la trasformazione doppia e la sua involuzione congiunta non hanno altri elementi fondamentali. — Le superficie congiunte a due piani arbitrarî di S' si tagliano secondo la quartica c' contata venticinque volte, secondo le rette h', k' e secondo una curva variabile R'_{11} congiunta alla linea d'intersezione di quei due piani. Le curve (razionali) R'_{11} hanno un nodo in ciascun punto A' e si appoggiano in venti punti variabili alla c' (formando per ciò appunto un sistema ∞^4).

5. Alle generatrici della rigata Γ_8 corrispondono in S' le curve congiunte ai punti di c': se T' è un punto di questa curva fondamentale, la sua curva congiunta è una quintica t'_5, che ha un punto triplo in T', coi tre rami ivi tangenti alle tre

(*) Ossia un piano *doppio* di Ω.

falde di Ω'_7 (n. 2), incontra c' in altri cinque punti e passa per ciascun punto A'. Delle nove falde, con cui la superficie Γ passa per c' (n. 4), tre sono rispettivamente tangenti lungo tutta questa curva alle tre falde della Ω'_7 che si tagliano in essa.

I punti infinitamente prossimi ad $A'_{(i)}$ sono congiunti alle ∞^2 coniche tagliate sulla quadrica $\alpha'_{(i)}$ (n. 4) dai piani passanti per $A'_{(i)}$; la $\alpha'_{(i)}$ e la Ω' hanno nel punto $A'_{(i)}$ lo stesso piano tangente (il piano delle due rette $h'_{(i)}$, $k'_{(i)}$).

6. Nello spazio semplice, ogni quadrica del fascio c' è congiunta a sè medesima (n. 2), essendo congiunte fra loro le due schiere di rette in essa contenute. Due corde di c' sono congiunte l'una all'altra, se passano per un medesimo punto (non fondamentale) di Ω'; e allora corrispondono entrambe ad una stessa retta dello spazio doppio, retta che si appoggia alla p e tocca Ω in un punto. Viceversa ogni tangente di Ω che incontri la p ha per corrispondente in S' una conica, la quale si spezza necessariamente (**d. P.**, 4) in due corde di c' segantisi in un punto di Ω'. I quattro coni quadrici che passano per la quartica c' hanno i loro vertici sopra la Ω' e segano questa superficie in coppie di rette incidenti (*); onde per p passano quattro piani tangenti proprî di Ω, ciascuno dei quali contiene due rette semplici di questa superficie (**).

Una costruzione assai semplice dell'involuzione J' è la seguente. Dato un punto qualunque U', si consideri la quadrica q' che passa per esso e per c'_4, e siano x', y' le due generatrici di questa, che s'incrociano nel punto U'. Per il punto X', dove la retta x' taglia il piano Π', passa una certa cubica p' (n. 2), la quale incontra la conica determinata da X' e dai quattro punti comuni a Π' e a c' in un altro punto X'_1: allora quella generatrice di q', che passa per X'_1 ed incontra x' sarà la retta x'_1 congiunta ad x'. Nel modo stesso trovasi la retta y'_1 con-

(*) Su ciascuno di tali coni le coppie di generatrici congiunte formano un'involuzione avente queste due rette per elementi doppi.

(**) Da ciò segue, che la superficie limite non ha altri punti doppi, oltre i punti H, K. — V. p. e. SALMON-FIEDLER, *Analyt. Geom. d. Raumes*, Dritte Aufl., pagg. 442-445. Similmente la superficie Ω' non ha punti doppi, nè possiede altre rette, oltre le dieci h', k' e le otto qui rammentate. — La superficie Ω' appartiene alla nota classe delle superficie razionali d'ordine $2n+1$ con una quartica di prima specie n—*pla*. V. NÖTHER, *Ueber die eindeutigen Raumtrasformationen*. Math. Ann., Bd. III.

giunta ad y'; e le due rette x'_1, y'_1 s'incontrano necessariamente nel punto U'_1 congiunto ad U'.

7. La linea, secondo cui un piano qualunque P' di S' è tagliato dalla propria superficie congiunta, spezzasi nella sezione del piano stesso sopra la superficie doppia ed in due coniche d' passanti pei punti comuni allo stesso piano e alla c'_4: ciascuna di queste due coniche è congiunta a sè medesima, e corrisponde ad una retta doppia per quella superficie Φ_5, che è data dal piano P' (d. P., 12). Le superficie Φ_5, oltre alla retta tripla p (n. 3), hanno due rette doppie sghembe d incontranti la p e variabili da superficie a superficie (*).

Se il piano P' ruota intorno ad una retta r', le due coniche suddette generano una superficie Ξ'_5 del quinto ordine, luogo delle coppie di punti congiunti allineate sui punti della retta r'. Questa superficie passa per la r' e per la R'_{1}, congiunta alla medesima, contiene come doppia la quartica c' e come semplice i punti A': le corrisponde in S la quadrica Ξ_2 determinata dalla retta p e dalla cubica R_3 corrispondente alla r'.

Le superficie Ξ' date da due rette sghembe qualunque hanno a comune una curva λ'_9 del nono ordine e genere 4 (che incontra sedici volte la c' e passa pei punti A'), luogo delle coppie di punti congiunti situate sui raggi di una congruenza lineare arbitraria: essa corrisponde ad una cubica gobba λ_3 avente per corda la retta p. Dalla intersezione di due superficie Ξ' date da rette incidenti si staccano (d. P., 41) le coniche d' appartenenti al piano di queste, e resta una curva ξ'_5 del genere 2. che passa per i punti A' e si appoggia otto volte alla c'_4: ad essa corrisponde in S una retta ξ_1 che non incontra la p. Ogni ξ'_5 è il luogo delle coppie di punti congiunti allineati sopra un certo punto arbitrario di S' (il punto comune a quelle due rette incidenti); onde le rette, che uniscono a due a due i punti con-

(*) Ogni superficie Φ_5 possiede dieci rette, e cioè le quattro date dai punti di c' che stanno sul piano P', e le sei corrispondenti alle rette che uniscono fra loro questi punti: quelle incontrano ambedue le rette doppie d, queste stanno in tre piani passanti per p. (V. Cremona, *Ueber die Abbildung algebraischer Flächen*, Math. Ann., Bd. IV). — Si osservi la facilità, con cui si presentano sul piano P' i caratteri tutti della rappresentazione piana di una tal superficie. — Trasformando una quadrica di S' passante pei cinque punti A' si otterrebbe in S una superficie del quint'ordine con due rette doppie sghembe.

giunti dello spazio semplice, generano un complesso speciale del secondo grado, formato da tutti i raggi che incontrano la conica f' passante pei cinque punti A' (*).

8. Ad una retta tritangente Ω_6 deve corrispondere nello spazio semplice una R'_5 con tre punti doppi sopra Ω' (d. P., 4). Ora, se i tre punti doppi si confondono in un unico punto triplo, questo dovrà appartenere a c'_4 e la tritangente sarà una generatrice della rigata Γ_8; in caso diverso la R'_5 corrispondente alla tangente tripla si spezzerà necessariamente in una retta ed una quartica (di seconda specie) oppure in una conica ed una cubica gobba congiunte fra loro. Se ne deduce, che le tangenti triple (proprie) della superficie limite sono tutte e sole le rette corrispondenti in primo luogo ai punti di c' (ovvero alle quintiche t' congiunte ai medesimi), in secondo luogo alle rette che incontrano c' e passano per uno qualunque dei punti A' (ovvero alle relative quartiche congiunte, le quali passano per quattro punti A' e incontrano sette volte c'), in terzo luogo alle coniche passanti per due qualunque dei punti A' e incontranti tre volte la c' (ovvero alle cubiche gobbe passanti per tre punti A' e incontranti cinque volte la c').

Al cono $\tau'_{(i)}$, che proietta la quartica c' dal punto $A'_{(i)}$, corrisponde nello spazio doppio una rigata $\tau_{(i)}$ dell'ottavo grado e genere 1, contenente la p come generatrice quadrupla e i punti H, K come punti doppi. Le coniche passanti per i due punti $A'_{(i)}$, $A'_{(l)}$ e appoggiantisi tre volte alla c' formano un sistema semplicemente infinito, avente lo stesso genere della curva c', ed occupano una superficie dell'ottavo ordine $\sigma'_{(i,l)}$, per cui la c' è tripla, i punti $A'_{(i)}$, $A'_{(l)}$ sono quadrupli, ed alla quale corrisponde pure una rigata $\sigma_{(i,l)}$ dell'ottavo grado e genere 1, avente la p per generatrice quadrupla ed i punti H, K per punti doppi. Abbiamo pertanto, che nella superficie Ω_6 del sesto

---

(*) Questa conica è dunque il luogo dei poli di tutte le involuzioni date dalle coppie di punti congiunti che stanno sulle coniche d' — Una Ξ'_3 è il luogo delle coppie di punti congiunti poste sui raggi di un complesso lineare speciale; una superficie qualunque del fascio determinato da due Ξ' arbitrarie è il luogo delle coppie di punti congiunti poste sui raggi di un complesso lineare non speciale, e corrisponde ad una quadrica del fascio individuato da due Ξ_3 arbitrarie; ecc. ecc. — I coni quadrici, che proiettano dai vari punti di c' le quintiche congiunte ai medesimi (n. 5), formano una congruenza dell'ottavo grado: e i raggi *principali* di S' un sistema (doppiamente infinito) del quarto ordine e sesta classe (d. P., 45).

ordine con una retta quadrupla e dieci punti doppi, posti due a due su cinque piani doppi passanti per questa retta, le tritangenti proprie formano sedici rigate ellittiche dell'ottavo grado contenenti la retta stessa come quadrupla ed i punti stessi come doppi.

9. Col sussidio della nota rappresentazione piana delle superficie del sesto ordine dotate di una retta quadrupla, non è difficile dimostrare che, viceversa: « *ogni superficie del sest'ordine con una retta quadrupla e dieci punti doppi, posti a coppie sopra cinque piani passanti per questa retta, può sempre ottenersi come superficie limite di una certa trasformazione doppia, della specie considerata.* »

Infatti è noto, che ogni superficie del sesto ordine dotata di una retta quadrupla può esser rappresentata punto per punto sopra un piano P mediante un sistema lineare ∞^3 di sestiche aventi un punto quadruplo 0 e quattordici punti semplici fissi 1, 2, 3, ... 14; che per ogni punto doppio esistente sulla superficie, due di questi quattordici punti vengono ad allinearsi con 0; che la retta quadrupla della superficie è rappresentata sul piano P dalla curva del quint'ordine avente un punto triplo in 0 e passante semplicemente per ciascuno degli altri punti fondamentali (*), ecc.

Se inoltre un piano passante per la retta quadrupla contiene due punti doppi della superficie, è chiaro che vi saranno sul piano P due punti fondamentali allineati con 0 e infinitamente vicini fra loro (e reciprocamente). Data pertanto una superficie *arbitraria* del sesto ordine, che chiameremo Ω, con una retta quadrupla p e dieci punti doppi H, K, situati a coppie in cinque piani α passanti per p, se la supponiamo rappresentata univocamente sul piano P, le sue sezioni piane avranno per immagini le sestiche:

$$C^6_{0^4,\,1\,10,\,2\,11,\ldots,\,5\,14,\,6,\,7,\,8,\,9}\ ,$$

dove i punti fondamentali 0, 1, 2, ..., 9 sono in posizione generale, e i punti 10, 11, ..., 14 sono infinitamente vicini ai punti 1, 2, ..., 5 nella direzione del punto 0. La retta quadrupla p avrà per immagine la quintica:

$$Q^5_{0^3,\,1\,10,\,2\,11,\ldots,\,5\,14,\,6,\,7,\,8,\,9}\ ,$$

(*) NÖTHER, loc. cit., pagg. 185-86.

e i due punti doppi $H_{(i)}$, $K_{(i)}$ ($i=1, 2, \ldots, 5$), appartenenti ad uno stesso piano doppio $\alpha_{(i)}$ della superficie, saranno rappresentati l'uno dall'intorno del punto fondamentale i, l'altro dalla retta $0i$. Infine, la retta di contatto del piano $\alpha_{(i)}$ con la superficie sarà rappresentata dal complesso di tutte le direzioni uscenti dal punto i e infinitamente prossime alla direzione $0i$.

Ora i punti 0, 1, 2, ..., 9, possono anche riguardarsi come punti fondamentali della rappresentazione univoca, sullo stesso piano P, di una certa superficie razionale del settimo ordine, che chiameremo Ω', dotata di una quartica di prima specie tripla c'. Le sezioni piane di quest'altra superficie hanno per imagini delle quintiche:

$$L^5{}_{0^3, 1, 2, \ldots, 9}\ ,$$

e la quartica tripla una curva del nono ordine:

$$T^9{}_{0^5, 1^2, 2^2, \ldots, 9^2}\ (*).$$

Il punto $9+i$ infinitamente vicino al punto i sulla retta $0i$ rappresenta un punto $A'_{(i)}$ comune a due rette $h'_{(i)}$, $k'_{(i)}$ della superficie Ω': ed i cinque punti A' così determinati giacciono nello stesso piano Π', la cui sezione è rappresentata in Q^5.

Ciò posto, poichè il luogo formato da una qualunque delle curve C^6 presa insieme con la curva fissa T^9 rappresenta l'intersezione totale della superficie Ω' con una certa superficie del terz'ordine passante per la quartica c' e pei punti A', dovrà esistere un sistema lineare ∞^3 di superficie Φ'_3 passanti per la curva c'_4 e pei punti A'. Allora, considerando le due superficie Ω ed Ω' come appartenenti a due spazî distinti S ed S', e facendo corrispondere tra loro quei piani di S e quelle Φ'_3 di S', che tagliano rispettivamente Ω ed Ω' secondo linee aventi la stessa rappresentazione su P, verremo a stabilire tra gli spazi S ed S' una trasformazione doppia della specie considerata ai numeri precedenti; e questa trasformazione avrà per superficie doppia la Ω' stessa, perchè esiste una sola superficie del settimo ordine avente la c'_4 per curva tripla e passante per le dieci rette h', k' (**). Inoltre, poichè ai piani di S passanti per uno

(*) Nöther, loc. cit., pag. 570.
(**) Se una data quartica di prima specie deve esser tripla per una super-

stesso punto di Ω corrispondono le superficie Φ' passanti per uno stesso punto di Ω' (e viceversa), alla superficie Ω' dello spazio semplice dovrà corrispondere nell'altro spazio la superficie Ω: onde questa sarà la superficie limite della trasformazione.

10. Il teorema suddetto permette di enunciare in generale tutte le proprietà della superficie limite Ω_6. Potremo così affermare in modo assoluto che (n. 8):

« *Le tritangenti (proprie) della superficie del sesto ordine (e classe sedici) dotata di una retta quadrupla e di dieci punti doppi, posti a coppie su cinque piani doppi passanti per la medesima, formano sedici rigate ellittiche dell'ottavo grado contenenti quella retta come quadrupla e quei punti come doppi.* » —

Nei numeri seguenti sono accennati i casi particolari più notevoli della trasformazione doppia studiata precedentemente: essi conducono a superficie limiti aventi un maggior numero di punti e di piani doppi, e che possono riguardarsi come casi particolari della precedente. I ragionamenti fatti al n. 9 subiscono qualche lieve modificazione, che non staremo a rilevare per brevità, ma non cessano di valere sostanzialmente anche in ciascuno di questi singoli casi; cosicchè di ogni superficie del sesto ordine, avente le medesime singolarità (retta quadrupla, punti e piani doppi) della superficie Ω data da una qualunque delle trasformazioni speciali che otterremo, si potrà egualmente affermare che essa sia la superficie limite di una trasformazione doppia della medesima specie di quest'ultima: e quindi le proprietà di ciascuna di tali superficie potranno esser subito enunciate in generale.

11. La c_4' (n. 1) può spezzarsi in una cubica gobba c_3' ed in una retta c_1', che incontra c_3' in due punti M', N': le R'_5 si appoggiano alla c_3' in sei e alla c_1' in due punti variabili. I punti M', N' sono quadrupli per la superficie doppia e corrispondono a due punti doppi M, N della superficie limite, per ciascuno dei quali passano due rette (distinte) della medesima. — La superficie Γ_8 del caso generale si spezza in una rigata quadrica Γ_2 passante per la retta p e per i sette punti K, M, N, ed in una rigata razionale Γ_6 contenente la p come generatrice tripla, i punti H come doppi e i punti K, M, N come semplici. In

ficie del settimo ordine, l'equazione di questa non conterrà più che *quindici* costanti (lineari) arbitrarie. Ma per una tal superficie il contenere anche una coppia di corde incidenti della quartica tripla equivale a *tre* condizioni lineari.

modo analogo si comporta ciascuna delle superficie τ_8 e σ_8: e propriamente la $\tau_{(i)}$ si spezza in una rigata quadrica passante per la retta p e pei sette punti $K_{(l)}$, $H_{(l)}$ (con $l \gtrless i$), M, N, ed in una rigata razionale del sesto grado contenente la p come generatrice tripla, i sette punti $K_{(i)}$, $H_{(i)}$ M, N come semplici ed i rimanenti cinque $H_{(l)}$, $K_{(l)}$ come doppi; mentre la $\sigma_{(i,l)}$ si spezza in una rigata quadrica passante per p e pei sette punti $H_{(i)}$, $H_{(l)}$, $K_{(s)}$ (con $s \gtrless i, l$), M, N ed in una rigata razionale del sesto grado avente la p per generatrice tripla, i sette punti stessi come punti semplici e i rimanenti cinque $K_{(i)}$, $K_{(l)}$, $H_{(s)}$ come doppi. Avremo dunque, per ciò che è stato detto al n. precedente, che:

« *Sulla superficie del sesto ordine (e classe dodici) dotata di una retta quadrupla* p, *di dieci punti doppi posti a coppie su cinque piani doppi passanti per la medesima, e di altri due punti doppi qualunque* M, N, *i primi possono essere aggruppati in sedici quintuple situate su altrettante rigate quadriche passanti per questi ultimi e per la retta singolare* (*) *e formate di tangenti triple della superficie. Le altre tangenti triple si distribuiscono in sedici rigate razionali del sesto grado, ciascuna delle quali contiene la retta* p *stessa come generatrice tripla, passa pei punti* M, N *e per i punti di una delle sedici quintuple, ed ha come doppi i punti della quintupla complementare.* »

12. La c_4' può spezzarsi in due coniche c_2' aventi a comune due punti M', N': questi saranno allora quadrupli per la superficie Ω_7', la quale conterrà anche la retta $M'N'$. I punti M, N, come sul caso precedente, sono doppi per la superficie limite, la quale però acquista ora anche un nuovo piano doppio, che contiene ambedue questi punti e corrisponde ai piani (congiunti fra loro) di quelle due coniche. Oltre le rette di contatto dei sei piani doppi (di cui l'ultima corrisponde alla retta $M'N'$) la superficie Ω_6 possiede due coppie di rette incidenti, date dai due coni quadrici passanti per ambedue le coniche c' (n. 5).

La rigata Γ_8 spezzasi in due rigate (razionali) del quarto grado contenenti la p come generatrice doppia e passanti per i dodici punti H, K, M, N. Lo stesso avviene di ciascuna delle rigate τ e σ. Pertanto:

(*) Due punti d'una stessa quintupla non giacciono mai in un piano con la retta singolare.

« *Le tritangenti della superficie del sesto ordine dotata di una retta quadrupla e di dodici punti doppi posti a due a due sopra sei piani doppi passanti per la medesima, formano trentadue rigate del quarto grado, ciascuna delle quali contiene quella retta come generatrice doppia e passa per quei punti.* » (*).

13. La c_4' può spezzarsi in una conica c_2' ed in due rette c_1' aventi a comune un punto L' e incontranti la conica rispettiva nei punti M', N' : ciascuna di queste rette è incontrata dalle R_5' in due punti variabili. L'attuale superficie doppia acquista, su quella del caso precedente, un nuovo punto quadruplo L', e la superficie limite un nuovo punto doppio L, pel quale passano due rette distinte della medesima. Di più una delle due rigate Γ_4 del n. precedente si spezza ora in due rigate quadriche contenenti la retta p e il punto L e passanti l'una per i sei punti H, M, l'altra per i sei punti K, N. Lo stesso avviene per una delle due rigate $\tau_{(i)}$ e per una delle due $\sigma_{(i,l)}$. Talchè :

« *Nella superficie del sesto ordine (e classe dieci) che ha una retta quadrupla* p, *dodici punti doppi situati a coppie sopra sei piani doppi passanti per questa retta ed un tredicesimo punto doppio* L, *quei dodici punti doppi possono essere distribuiti in trentadue sestuple poste sopra altrettante rigate quadriche passanti per* p *e per* L *e composte di rette tritangenti la superficie* (**). *Le altre tangenti triple di questa formano sedici rigate del quarto grado contenenti la* p *come generatrice doppia e passanti per quei dodici punti.* »

14. La c_4' si spezza in quattro rette formanti un quadrilatero sghembo. Le due coppie di piani passanti per questo quadrilatero sono coppie di piani congiunti fra loro e corrispondono a due piani doppi di Ω: le due coppie di vertici opposti M' ed N', L' ed I' corrispondono a due coppie di punti doppi di Ω. I punti M', N', L', I', sono quadrupli e le rette $M'N'$, $L'I'$ sono semplici per Ω'. Tanto la rigata Γ_8, quanto ognuna delle σ_8 e τ_8 del caso generale, si spezza ora in quattro rigate qua-

(*) La medesima superficie si può anche ottenere come superficie limite nella prima fra le due trasformazioni doppie accennate al n. 1 (in nota).

(**) Due punti di una medesima sestupla non giacciono mai in un piano con la retta p.

driche passanti ciascuna per la retta singolare e per sette dei quattordici punti singolari, ecc.

« *Nella superficie del sesto ordine (e ottava classe) dotata di una retta quadrupla e di quattordici punti doppi posti a due a due sopra sette piani doppi passanti per questa retta, i punti doppi possono distribuirsi in sessantaquattro settuple contenute in altrettante rigate quadriche passanti per la medesima* (*). *Tali rigate quadriche compongono l'intero sistema delle tangenti triple di questa superficie.* » —

Altre possibili degenerazioni della quartica c' restano ancora ad esaminarsi, nelle quali comparisce una cubica piana ed una retta ad essa incidente. Le trasformazioni di questo nuovo gruppo (alcune delle quali date da superficie Φ_3' aventi un punto doppio fisso) si scostano però alquanto dal tipo precedente; e le superficie limiti da esse fornite saranno oggetto di uno studio a parte.

Torino, Marzo 1889.

(*) Due punti di una medesima settupla non sono mai in un piano con la retta singolare. — La stessa superficie si otterrebbe pure dalla seconda delle due trasformazioni indicate al n. 1.

Sopra alcune deduzioni della teoria di van't Hoff sull'equilibrio chimico nei sistemi disciolti alla stato diluito;

Nota seconda del Prof. Stefano PAGLIANI

1. Le determinazioni, che servono meglio a stabilire la relazione fra la solubilità dei sali e la temperatura sono quelle, sulle quali Nordenskiöld (*Pogg. Ann.* 1869, CXXXVI 309) ha basato il calcolo delle espressioni logaritmiche della solubilità di alcuni sali, e di queste mi sono servito (*).

Quanto ai calori di soluzione ho applicato specialmente quelli trovati da Winkelmann (*Pogg. Ann.* 1873. 149, 22), da Pickering (*Trans. Chem. Soc.* 1887, 52, 290), e da Tilden (*Proc. Roy. Soc.* 1884-85. 38. 401). Riguardo ai valori di Winkelmann debbo far notare che nella loro determinazione è stato adottato per calore specifico della soluzione un valore dedotto indirettamente dalla misura dello abbassamento di temperatura prodotto dalla soluzione del sale nell' acqua e ammettendo che il calore di soluzione varii poco colla temperatura, ciò che non è generalmente. Perciò nei miei calcoli mi sono servito dei valori del calore di soluzione dedotti direttamente dai dati sperimentali, non di quelli che si calcolano dalle formole di interpolazione, proposte dall'autore. Riguardo ai valori del Pickering non ho adottato quelli che egli dà come definitivi nelle tabelle, dove le temperature sono date a intervalli di un grado, presentando essi molte irregolarità, ma ho calcolato i valori medii dei calori di soluzione risultanti dai dati diretti delle sue esperienze, li ho costruiti graficamente, e per quelli, per cui fu possibile, ho calcolato una formola di interpolazione della forma $Q = a + bt + ct^2$ (vedasi l'annotazione in fine di questa nota).

(*) Ancora recentemente ENGEL (*Ann. Chim. Phys.* [6], 13, 132, 1888) faceva osservare come le determinazioni più esatte della solubilità dei sali a diverse temperature sono quelle del GAY-LUSSAC, poi verrebbero quelle di von MULDER, indi di KREMER e finalmente di POGGIALE.

Per la variazione della solubilità dei sali colla temperatura abbiamo, come ho detto, delle espressioni logaritmiche, generalmente della forma:

$$\log S = -a + bt - ct^2 \ ,$$

nella quale S è la quantità di sale che si scioglie nell'unità di peso di acqua alla temperatura t. Quindi si deduce

$$\frac{d \log S}{dt} = b - 2ct \ .$$

Ora, stando alla relazione (1) del van't Hoff $\frac{d \log \text{nat}\, C}{dT} = \frac{Q}{2iT^2}$, quando si ha assorbimento di calore nella soluzione $\frac{dlC}{dT}$ deve essere positivo; quando si ha sviluppo, deve essere negativo. Dalla espressione di $\frac{d \log S}{dt}$ ricaviamo che il limite di temperatura, fino al quale dlC sarà positivo è dato dalla eguaglianza $b - 2ct = 0$, quindi $t = \frac{b}{2c}$. Se questa temperatura è più alta del limite superiore delle temperature, per le quali la equazione di solubilità data è valevole, allora vuol dire che per questo intervallo di temperatura la relazione di van't Hoff deve verificarsi, almeno per le soluzioni di concentrazione, corrispondente alla composizione delle soluzioni sature alle temperature, a cui si riferisce la equazione di solubilità; se quella temperatura limite è inferiore, ciò significa che per tutto il detto intervallo di temperatura, se la temperatura limite è inferiore alla minima, che vi corrisponde, oppure per una frazione soltanto di esso, se quella è inferiore soltanto alla massima, la relazione di van't Hoff non si verifica, almeno per le corrispondenti concentrazioni.

Solfato potassico. — L'espressione logaritmica, calcolata da Nordenskiöld sopra dati di esperienze proprie, e per i limiti di temperatura 0° a 100° è la seguente:

$$\log S = -1{,}1061 + 0{,}008117\, t - 0{,}00003245\, t^2$$

dalla quale si calcola la temperatura limite $t = 125°$; quindi la relazione del van't Hoff dovrebbe verificarsi fino alla temperatura di 125°, per le concentrazioni comprese fra 0,078 e 0,24 di sale per 1 di acqua.

I dati del Tilden ci permettono di verificare la equazione (1) per una concentrazione compresa fra quei limiti. Egli ha determinato il calore di soluzione a diverse temperature di una molecola di sale in 100 molecole d'acqua, ciò che corrisponde ad una concentrazione di 1 di sale per 10, 26 di acqua. Qui appresso riporto i risultati delle determinazioni del Tilden ed i valori calcolati di i:

$t = 15°,2$	$Q = 5338$	$i = 1,96$
$t = 23°,8$	$Q = 5192$	$i = 1,95$
$t = 37°,15$	$Q = 4886$	$i = 1,93$
$t = 45°,0$	$Q = 4730$	$i = 1,95$

si vede come la relazione del van't Hoff è verificata in modo assai soddisfacente. Dai dati di Raoult (1 di sale per 100 di acqua) si ottiene $i = 2.11$. Secondo Arrhenius $i = 2.33$ (1 di sale per 1000 di acqua).

Dal coefficiente isotonico di H. de Vries (*Zeit. f. Phys. Chem.* 1888, II, 427 e 1889, III, 109) si deduce per una concentrazione di 1 di sale per 28,7 di acqua $i = 1.95$.

Sul calore di soluzione del solfato potassico abbiamo ancora i dati del Pickering. La concentrazione relativa però è di 1 di sale per 45 di acqua. Da essi ho calcolato l'espressione:

$$Q = 8376 - 119.60\,t + 1.0474\,t^2.$$

Riporto nella tabella seguente i valori trovati ed i calcolati:

t	Q trovato	Q calcolato
19°,92	6406	6410
16 ,93	6666	6652
14 ,94	6834	6821
13 ,35	6914	6912
11 ,98	7092	7093
10 ,01	7299	7284
6 ,97	7589	7593
4 ,16	7864	7897
3 ,02	8024	8024

Come si vede l'equazione calcolata rappresenta abbastanza bene i dati della esperienza.

Ho calcolato poi per le temperature 3°, 10°, 20° i valori di Q e di i ed ottenni i seguenti valori:

$$t=3^\circ \quad Q=8376 \quad i=2,82$$
$$t=10^\circ \quad Q=7285 \quad i=2,64$$
$$t=20^\circ \quad Q=6404 \quad i=2,37\,.$$

Il valore di i così calcolato diminuirebbe adunque col crescere della temperatura. La relazione del van't Hoff quindi non si verifica per la concentrazione di 1 p. di sale per 45 di acqua.

Il confronto fra i valori di i, calcolati secondo i risultati di Tilden e di Pickering, ad una stessa temperatura darebbe che i diminuisce col crescere della concentrazione, così pure quello fra gli altri valori di i.

Riguardo al solfato potassico aggiungerò che il risultato, al quale si è arrivati, calcolando la temperatura limite, fino alla quale può verificarsi la relazione del van't Hoff viene in certo modo confermato dalle determinazioni di Etard (*Zeit. f. Phys. Chem*, 1888 p. 433) sulla variazione della solubilità del solfato potassico a temperature superiori a 100°. Egli trova che a cominciare dalla temperatura di 163° fino a quella di 220° non si ha variazione nella solubilità del sale, quindi $d \log C=0$. Se si considera che la temperatura di 125° fu calcolata mediante le costanti di una espressione valevole soltanto fra 0° e 100°, si vede come i due risultati non sono molto discordanti.

Nitrato di sodio. — L'espressione logaritmica della solubilità calcolata dal Nordenskiöld sopra i risultati delle proprie esperienze per l'intervallo di temperatura 0° a 120° è la seguente:

$$\log S=-0,1364+0,003892\,t-0,0000003\,t^2\,.$$

Da essa si calcola una temperatura limite superiore a 120°. Quindi fra 0° e 120°, almeno per le concentrazioni comprese fra 0,73 e 2,114 p. di sale per 1 di acqua, deve verificarsi un assorbimento di calore nella soluzione e siccome $\frac{d_1 \log C}{d \log C}>1$ dovrebbe pure essere $\frac{Q_1}{Q}>1$. Invece le determinazioni di Winkelmann e di Tilden dimostrano bensì che nella soluzione del

nitrato di sodio si ha assorbimento di calore nella soluzione, ma risulterebbe $\frac{Q_1}{Q} < 1$. Bisogna però subito notare che le concentrazioni delle soluzioni risultanti, da essi studiate, sono inferiori a quella che corrisponde alla soluzione satura del sale a 0[6].

Le soluzioni studiate da Winkelmann hanno una concentrazione variabile fra 0,03 e 0,70 di sale per 1 di acqua. Nella tabella seguente P è il peso di acqua, nella quale veniva sciolta l'unità di peso del sale, t_1, t_2, t_3, t_4 sono le temperature, alle quali corrispondono i calori di soluzione Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, relativi alla diluizione P, ma riferiti alla molecola del sale, e dedotti direttamente dai dati sperimentali del Winkelmann; i_1, i_2, i_3, i_4 sono i valori calcolati di i rispettivi.

P	t_1	Q_1	i_1	t_2	Q_2	i_2	t_3	Q_3	i_3	t_4	Q_4	i_4
26.8	1.49	5200	3.84	28.12	5126	3.17	—	—	—	56.46	4215	2.18
20.8	2.58	5125	3.77	28.39	4593	2.83	—	—	—	52.26	4121	2.19
17.8	2.63	5064	3.71	28.21	4546	2.80	—	—	—	54.35	4059	2.13
11.9	3.53	4877	3.56	28.35	4422	2.73	—	—	—	52 65	4094	2.17
8.8	4.93	4642	3.37	27.23	4282	2.66	—	—	—	52.06	3972	2.11
6.0	7.31	4337	3.08	27.89	4091	2.52	—	—	—	54.34	3876	2.02
5.2	8.61	4194	2.95	28.00	3988	2.47	—	—	—	56.21	3811	1.97
4.0	—	—	—	18.82	3859	2 54	35.81	3790	2.23	55.09	3677	1.92
3.196	—	—	—	19.45	3687	2.41	35.59	3659	2.15	56 46	3563	1.84
2.496	—	—	—	28.75	3495	2.30	40.03	3458	1.98	57.53	3427	1.77
2.001	—	—	—	30.50	3288	2.00	—	—	—	55.95	3304	1.79
1.667	—	—	—	—	—	—	33.21	3175	1.90	54.57	3289	1.70
1.427	—	—	—	—	—	—	32.17	3032	1.82	58.92	3118	1.59

Come si vede la relazione del van't Hoff non si verifica colle soluzioni di Winkelmann, ma ciò può dipendere da che le concentrazioni corrispondenti sono inferiori a quelle delle soluzioni sature di nitrato sodico fra 0° e 120°, poichè a misura che la concentrazione della soluzione si avvicina a quella che corrisponde alla soluzione satura a 0°, le differenze fra i valori di i alle diverse temperature si fanno sempre minori. Di più si vede come

col variare della concentrazione può mutare il senso nel quale varia il calore di soluzione colla temperatura; mentre per soluzioni di concentrazione minore che quella di 1 di sale per 2 di acqua si ha: $\frac{Q_1}{Q} < 1$, per concentrazioni maggiori si ha $\frac{Q_1}{Q} > 1$, quindi ci avviciniamo alla condizione richiesta dalla equazione (1), per cui è probabile che per concentrazioni comprese fra 0,73 e 2,11 di sale per 1 di acqua e fra 0° e 120° si verifichi detta equazione. Ciò si vede anche meglio dalla seguente tabella, nella quale le lettere P, t, Q, cogli indici relativi hanno lo stesso significato che nella precedente, ed accanto ai valori del rapporto $\frac{Q_1}{Q}$ si sono messi i valori rispettivi del rapporto $\frac{d_1 \log S}{d \log S} \frac{T_1^2}{T^2}$, che chiamerò K.

P	t_1	t_2	$\frac{Q_2}{Q_1}$	K	t_3	$\frac{Q_3}{Q_2}$	K	t_4	$\frac{Q_4}{Q_2}$	K	$\frac{Q_4}{Q_3}$	K
26.8	1.49	28.12	0.91	1.20	—	—	—	56.46	0.81	1.43	0.82	1.19
20.8	2.58	28.39	0.90	1.19	—	—	—	52.26	0.80	1.38	0.80	1.16
17.8	2.63	28.21	0.90	1.19	—	—	—	54.35	0.80	1.40	0.89	1.17
11.9	3.53	28.35	0.91	1.18	—	—	—	52.65	0.84	1.38	0.92	1.16
8.8	4.93	27.23	0.92	1.16	—	—	—	52.06	0.86	1.36	0.92	1.17
6.0	7.31	27.89	0.94	1.15	—	—	—	54.34	0 89	1.36	0.94	1.18
5.2	8.61	28.00	0.95	1.14	—	—	—	56.21	0.91	1.36	0.97	1.19
4.0	—	18.82	—	—	35.81	0.98	1.12	55.09	0.95	1.26	0.97	1.12
3.196	—	19.45	—	—	55 59	0.99	1.11	56.46	0.97	1.26	0.97	1.13
2.496	—	28.75	—	—	40.03	0.99	1.07	57.53	0.98	1.19	0.99	1.11
2.00	—	—	—	—	30.50	—	—	55.95	—	—	1.05	1.17
1.667	—	—	—	—	33.21	—	—	54.57	—	—	1.02	1.14
1 427	—	—	—	—	32.17	—	—	58.92	—	—	1.03	1 18

Si vede che il valore del rapporto fra i calori di soluzione a due temperature date cresce col crescere della concentrazione cioè a misura che ci avviciniamo a quella concentrazione, che corrisponde alla soluzione satura a 0°, e tende verso il valore

proprio del rapporto fra le variazioni della solubilità per le stesse due temperature.

Confermano la conclusione relativa al valore di i anche alcuni risultati delle esperienze del Person (*Ann. Chim. Phys.* 1851 [3]. 33).

P	t	Q	i
20	22°. 8	4733	3. 04
10	20 . 1	4464	2. 91
5	22 . 7	3999	2. 55

Questi valori vanno sufficientemente d'accordo con quelli calcolati dai dati del Winkelmann. Non vi si accordano invece quelli che si deducono dai dati del Tilden. La soluzione da lui studiata corrisponde ad una concentrazione di 2, 15 di acqua per 1 di sale, ed abbiamo :

$$t = 16°.17 \qquad q = 4786 \qquad i = 2\ 09$$

$$t = 54.61 \qquad q_1 = 4255 \qquad i = 2.23$$

$$\frac{q_1}{q} = 0.89 \qquad \frac{d_1 \log S}{d \log S} = 1.27 .$$

Dai dati di Raoult (1 di sale per 100 di acqua) si calcola $i = 1{,}82$; secondo Arrhenius (1 per 1000 di acqua): $i = 1{,}82$. Dal coefficiente isotonico di H. de Vries (1 di sale per 90,5 di acqua) $i = 1{,}50$. Come si vede, havvi poco accordo fra i diversi valori di i, tenendo conto delle concentrazioni delle soluzioni.

Cloruro di potassio. — L'espressione logaritmica del Nordenskiöld, calcolata sui risultati del Gay-Lussac e per l'intervallo di temperatura 0° a 110° è la seguente:

$$\log S = -0{,}5345 + 0{,}003790\, t - 0{,}000009\, t^2$$

dalla quale si calcola una temperatura limite superiore a 110°. Quindi in quei limiti di temperatura $d \log S$ sarebbe positivo, e

perciò si dovrebbe avere assorbimento di calore nella soluzione, almeno per le concentrazioni comprese fra 0,292 e 0.593 di sale per 1 di acqua.

Riguardo al calore di soluzione abbiamo le determinazioni di Winkelmann e di Pickering, le quali danno appunto assorbimento di calore nella soluzione del cloruro potassico. Le prime si riferiscono a concentrazioni comprese fra 0,03 e 0,294 di sale per 1 di acqua. Il calcolo della quantità i ha dato i seguenti risultati :

P	t_1	Q_1	i_1	t_2	Q_2	i_2	t_3	Q_3	i_3
32.9	1.59	4948	3.79	28.16	4034	2.94	53 43	3205	2 31
23.7	1.95	4906	3.75	27.17	4065	2.97	54 61	3221	2 32
17.9	2.81	4769	3.54	26.58	4042	2.95	54.43	3165	2.28
11.4	3.93	4555	3.47	28.17	3927	2.86	54.50	3215	2.32
8.6	7.41	4366	3.29	26.97	3908	2.85	55.32	3128	2.25
6.4	8.26	4277	3.22	27.36	3854	2.81	56.32	3128	2.25
4.94	—	—	—	26.99	3753	2.74	55.39	3091	2.23
3.97	—	—	—	27.46	3662	2.67	55 66	3069	2.21
3.4	—	—	—	27.53	3583	2.61	56.53	3029	2.18

Coi dati di Raoult (1 di sale per 100 di acqua) si calcola $i = 1,82$; secondo Arrhenius (1 per 1000 di acqua) 1,86. Dal coefficiente isotonico di H. de Vries (1 di sale per 95,8 di acqua) $i = 1,54$. Anche qui abbiamo poco accordo fra i diversi risultati.

Da quei dati già risulta come la variazione di i colla temperatura diminuisce col diminuire della diluizione, e quindi la relazione di van't Hoff tende a verificarsi per le concentrazioni corrispondenti alle soluzioni sature nei limiti di temperatura, per i quali vale la espressione della solubilità. Questo si riscontra anche meglio se si mettono a confronto i valori del rapporto dei calori di soluzione e quelli del rapporto $\frac{d_1 \log S}{d \log S} \frac{T_1^2}{T^2}$ per la stessa temperatura.

Vediamo pure come, anche per il cloruro potassico il valore di i calcolato dal calore di soluzione tende per una data

temperatura a crescere col crescere della diluizione, come per gli altri sali.

Il Pickering ha determinato i calori di soluzione di una molecola di sale in 400 molecole d'acqua, ciò che corrisponde alla concentrazione 1 di sale per 47,6 di acqua. Dai suoi risultati sperimentali ho calcolato l'espressione (vedasi annotazione in fine):

$$Q = 5279,7 - 51,652\, t + 0,36394\, t^2.$$

Il calcolo della quantità i ha dato i seguenti risultati:

$t = 5°$ $Q = 5032$ $i = 3.82$

$t = 15°$ $Q = 4588$ $i = 3.41$

$t = 25°$ $Q = 4218$ $i = 3.09$

Questi valori confermano il risultamento che i, così calcolato, cresce colla diluizione.

Cloruro di ammonio. — L'espressione logaritmica calcolata da Nordenskiöld sui risultati di G. Lindström per l'intervallo di temperatura 0 a 90° è la seguente:

$$\log S = -0.5272 + 0,005483\, t - 0,00001732\, t^2$$

Da essa si calcola una temperatura limite superiore a 90°. Adunque, nei limiti di concentrazione compresi fra 0.297 e 0.672 di sale per uno di acqua e fra 0° e 90°, dlC sarebbe positivo e quindi nella soluzione del cloruro d'ammonio si deve avere assorbimento di calore.

Le determinazioni di Winkelmann danno per risultato che per concentrazioni comprese fra 0,03 e 0,25 di sale per 1 di acqua si ha assorbimento di calore nella soluzione.

Nella tabella seguente riportiamo i risultati sperimentali ed i valori calcolati di i.

P	t_1	Q_1	i_1	t_2	Q_2	i_2	t_3	Q_3	i_3
33. 0	1 74	4421	2.33	27.77	3648	1.75	—	—	—
17. 5	3.38	4335	2.27	27 24	3575	1.72	—	—	—
10. 0	—	—	—	20.71	3761	1.85	37.79	3313	1.54
6.67	—	—	—	17.30	3840	1.91	40 12	3268	1.51
4 00	—	—	—	18.48	3762	1.86	37.77	3377	1.67

Coi dati di Raoult (1 di sale per 100 di acqua) si calcola $i = 1.88$. Arrhenius (1 di sale per 1000 di acqua) ha calcolato $i = 1.84$. Dal coefficiente isotonico di H. de Vries (1 di sale per 126 di acqua) $i = 1.55$.

L'equazione di van't Hoff anche per questo sale sembra verificarsi meglio per le soluzioni meno diluite, e quindi se ne può trarre la stessa conclusione che per gli altri sali.

Nitrato potassico. — L'espressione logaritmica, calcolata da Nordenskiöld sopra i dati sperimentali del Gay-Lussac, per le temperature fra 0° e 100° è la seguente (*):

$$\log S = -0{,}8755 + 0{,}0200\, t - 0{,}00007717\, t^2$$

dalla quale si deduce per temperatura il limite $t = 130°$. Quindi fra quei limiti di temperatura e per le concentrazioni comprese fra 0.133 e 2.198 di sale per 1 di acqua dlC è positivo e dovrebbe verificarsi la relazione di van't Hoff.

Le soluzioni studiate da Winkelmann hanno una concentrazione variabile fra 0.03 e 0.20 di sale per 1 di acqua. Raccogliamo nella seguente tabella i risultati della esperienza e del calcolo.

P	t_1	Q_1	i_1	t_2	Q_2	i_2	t_3	Q_3	i_3
32.73	5.50	8831	1.29	27.64	8096	1.24	55.30	7130	1.25
24.10	4.33	8681	1.26	27.13	7938	1.21	58.04	7024	1.26
17.89	3.19	8379	1.22	26.52	7808	1.19	60·75	6901	1.27
11. 9	—	—	—	27.60	7649	1.16	61.01	6758	1.24
9. 0	—	—	—	27.06	7552	1.18	57.70	6793	1.22
6.53	—	—	—	27.47	7209	1.10	59.70	6551	1 19
5.05	—	—	—	27.43	7000	1.07	60.93	6452	1.19

(*) Nella espressione data nella memoria di Nordenskiöld deve essere occorso un errore di stampa. Invece di $0{,}2003\,\frac{t}{100}$ dovrebbe essere scritto $2{,}0003\,\frac{t}{100}$.

Abbiamo per il nitrato potassico anche le determinazioni di Person, le quali portano ai seguenti risultati:

P	t_1	Q_1	i_1	t_2	Q_2	i_2
20	5 71	8725	1.25	19.7	8133	1.22
10	5. 5	8095	1.16	23.6	7839	1.19
5,5	—	—	—	30.2	6953	1.07

Questi valori di i vanno abbastanza bene d'accordo con quelli che si ottengono dai dati di Winkelmann.

I dati delle determinazioni di Tilden, che si riferiscono ad una concentrazione di 1 di sale per 17.8 di acqua danno i seguenti risultati:

$t = 15°\,5 \qquad Q = 7977 \qquad i = 1.18$

$t = 34°\,5 \qquad Q = 7814 \qquad i = 1.22$

$t = 53°\,3 \qquad Q = 7541 \qquad i = 1.30$

Anche questi valori concordano abbastanza bene con quelli sopra riportati.

Dai risultati di Pickering sul calore di soluzione del nitrato potassico nell'acqua nella proporzione di 1 di sale per 35.6 di acqua si calcola l'espressione:

$$Q = 9158.8 - 47.338\,t + 0.44955\,t^2$$

Calcolando i valori di i per le temperature 5°, 15°, 25° si ottiene:

per $t=5°$ $i=1.31$; per $t=15°$ $i=1.27$; per $t=25°$ $i=1.25$

valori, che vanno d'accordo cogli altri.

In generale vediamo che il valore di i, calcolato con questo metodo, anche pel nitrato potassico tende a crescere col crescere della diluizione.

Dai dati di Raoult (1 di sale per 100 di acqua) si calcola $i = 1.67$. Secondo Arrhenius (1 per 1000 di acqua) $i = 1.81$. Dal coefficiente isotonico di H. de Vries (1 per 76,2 di acqua) si deduce $i = 1.50$.

La relazione di van't Hoff, contrariamente a quello che si è osservato pel nitrato sodico e pel solfato potassico, si verificherebbe meglio per le soluzioni più diluite.

Cloruro di Sodio. — L'espressione logaritmica calcolata dal Nordenskiöld sui risultati, in parte proprii, in parte del Gay-Lussac, per le temperature comprese fra 1°, 5 e 110° è la seguente:

$$\log S = -0.4484 + 0{,}000105\,t + 0{,}00000319\,t^2$$

Essa per concentrazioni variabili fra 2.8 e 2.5 di acqua per 1 di sale dimostra che $d\,l\,C$ è sempre positivo nei limiti di temperatura indicati ma $\frac{d_1 l\,C}{d\,l\,C}$ risulta maggiore dell'unità, e quindi dovrebbe essere $\frac{Q_1}{Q} > 1$.

Invece le determinazioni di Person, di Winkelmann e di Pickering dimostrano bensì che nella soluzione del cloruro di sodio si ha assorbimento di calore, ma che però $\frac{Q_1}{Q} < 1$. È bensì vero che le concentrazioni, a cui si riferiscono sono tutte minori del limite inferiore sopra indicato, ma i risultati di Winkelmann non permettono di dire che in quei limiti di concentrazione possa diventare $\frac{Q_1}{Q} > 1$, come si vede nel quadro seguente, nel quale λ, λ_1, λ_2, λ_3 sono i calori di soluzione dati direttamente dal Winkelmann e riferiti all'unità di peso del sale.

P	t	λ	t_1	λ_1	t_2	λ_2	t_3	λ_3	$\frac{\lambda_1}{\lambda}$	$\frac{\lambda_2}{\lambda}$	$\frac{\lambda_3}{\lambda}$
32.37	18.67	19.50	—	—	43.38	8.79	—	—	—	0.45	—
19.40	18.73	17.76	—	—	43.37	9.30	—	—	—	0 52	—
9.05	17.42	14.99	31.97	10.96	—	—	46.76	6.37	0.73	—	0.42
5.84	17.46	12.32	32.30	9.12	—	—	46.38	5.92	0.74	—	0.48
3.84	17.21	9.41	33.96	6.98	—	—	—	—	0.74	—	—

I valori che si ottengono del coefficiente *i* da questi dati sono talmente differenti da quelli ottenuti cogli altri metodi e

da quelli relativi a sali analoghi, da doverli ritenere assolutamente come inattendibili.

Conclusioni riguardo ai sali. — Gli esempi addotti mi sembrano sufficienti per dimostrare che la relazione di van't Hoff non ha quel carattere di generalità che parrebbe a tutta prima dovesse avere.

Vediamo pure come il valore di i, calcolato con questo metodo, come cogli altri, diminuisce col crescere della concentrazione, contrariamente a quanto vorrebbe la teoria.

Se passiamo ora al corollario già nella prima nota indicato, della relazione del van't Hoff riguardo alla uguaglianza di segno della variazione della solubilità colla temperatura e della variazione termica che accompagna l'atto della soluzione noi troviamo che esso soffre molte eccezioni, cioè in molti casi abbiamo sviluppo di calore nella soluzione, accompagnato da aumento di solubilità colla temperatura, in altri assorbimento di calore nella soluzione e diminuzione di solubilità col crescere della temperatura. Le eccezioni si presentano specialmente nei sali.

Così fra i cloruri fanno eccezione i cloruri di Litio, di Bario, di Stronzio, di Calcio, di Magnesio e di Cadmio, per i quali mentre si ha aumento di solubilità colla temperatura, si ha sviluppo di calore nella soluzione. Noto poi che per i cloruri di Magnesio e di Cadmio si ha non solo sviluppo di calore nella soluzione del sale anidro, ma anche del sale idrato.

E per quella stessa ragione fanno anche eccezione fra i bromuri, quelli di Bario, di Stronzio, e di Calcio; fra i joduri quelli di Sodio e di Calcio; fra i nitrati quelli di Litio e di Calcio; fra i solfati quelli di Calcio, di Magnesio, di Zinco e di Cadmio. Per il solfato di Cadmio noto pure che si ha sviluppo di calore anche per il sale idrato, mentre si ha aumento di solubilità colla temperatura.

Fra i liquidi potremmo citare il Solfuro di Carbonio ed il Cloroformio; la solubilità del primo nel secondo diminuisce collo aumentare della temperatura, quantunque nella mescolanza dei due liquidi si abbia assorbimento di calore.

Una prima ragione delle divergenze fra le conseguenze della teoria del van't Hoff ed i risultati sperimentali si può trovare in ciò che per dedurre la sua relazione il van't Hoff applica le leggi generali dell'equilibrio nelle soluzioni, la seconda delle quali suppone che la trasformazione dell'un sistema nell'altro

avvenga a volume costante. Ora questo, come non è il caso delle soluzioni dei gas molto solubili, così non lo è pure quello delle soluzioni dei sali, specialmente dei sali anidri (Gerlach. *Zeits. f. anal. Chem.* 1887. 26, e 1888. 27).

2. *Confronto della espressione finora considerata di* i *con quella dedotta dalla diminuzione di tensione nelle soluzioni e colle deduzioni teoriche del Kirchhoff relative a questo fenomeno.* — Si potrà inoltre trovare per i sali ancora una spiegazione di quelle divergenze ponendo a raffronto i risultati di quella discussione con quelli di un'altra fatta dietro lo studio di un altro fenomeno relativo alle soluzioni, quale è quello della diminuzione della tensione di vapore che si osserva in un liquido, quando in esso si scioglie un corpo solido.

Il van't Hoff ha dimostrato che la quantità i si può anche dedurre dalla diminuzione di tensione prodotta in un liquido dalla soluzione di un corpo in esso, e chiamando M il peso molecolare di un corpo, F la tensione di vapore del liquido puro ad una temperatura data, F_1 la tensione di vapore della soluzione che contiene 1 per 100 del corpo si avrebbe

$$i = 5{,}6\, M \frac{F - F_1}{F} \ (*).$$

Quindi per la concentrazione ora indicata e per la temperatura T si dovrebbe anche avere

$$5.\,6\, M \frac{F - F_1}{F} = \frac{Q}{2 \frac{d\, l\, C}{d\, T} T^2} \quad \ldots\ldots (2).$$

(*) Faccio osservare per incidenza che se fosse esatta la legge di Prinsep, cioè $F - F_1$ fosse indipendente per una data concentrazione dalla temperatura, se fosse vera la regola enunciata dal Tammann, secondo la quale per le soluzioni diluite di uguale concentrazione e ad una stessa temperatura di sali di costituzione analoga le diminuzioni nella tensione di vapore sarebbero inversamente proporzionali ai pesi molecolari dei sali sciolti, allora i dovrebbe essere uguale per sali di costituzione analoga, ma nè l'una nè l'altra si verificano esattamente, come ha dimostrato il Tammann stesso (*Mém. Acad. St-Petersbourg*, vol. XXXV, n. 9, 1887). Quindi non è rigoroso, l'attribuire, come ha fatto il van't Hoff nella sua Memoria, ad un sale un valore di i identico a quello appartenente ad un altro sale, solo perchè di costituzione analoga.

Ora supponendo di considerare solo quei limiti di temperatura per i quali $\frac{d\,l\,C}{d\,T}$ è positivo, per quei sali per i quali Q, calore assorbito nella soluzione, è positivo, noi abbiamo che generalmente esso diminuisce col crescere della temperatura, e quindi il secondo membro della equazione (2) deve diminuire col crescere della temperatura, come diffatti abbiamo osservato per tutti i sali considerati. Quindi, supposto M costante, $\frac{F-F_1}{F}$ dovrebbe pure diminuire e quindi $\frac{F_1}{F}$ crescere.

Invece Tammann (*Wied. Ann.*, 1885.24) ha trovato sperimentalmente che per i sali K_2SO_4, KNO_3, KCl, $NaNO_3$, NH_4Cl il rapporto $\frac{F_1}{F}$ diminuisce.

Quello stesso nostro risultamento sarebbe pure in opposizione colle deduzioni teoriche del Kirchhoff (*) il quale partendo dalle leggi della Termodinamica avrebbe stabilita una relazione fra la variazione di calore, che avviene nella soluzione di un sale nell'acqua ed il valore di $\frac{F_1}{F}$. Secondo tale relazione questo rapporto sarebbe indipendente dalla temperatura, quando nella diluizione della soluzione salina, non si ha variazione di calore; aumenterebbe coll'aumentare della temperatura quando un sale si scioglie con sviluppo di calore, diminuirebbe invece colla temperatura quando un sale si scioglie con assorbimento di calore.

Ma anche queste deduzioni teoriche del Kirchhoff non vanno sempre d'accordo coi risultati sperimentali, come lo ha dimostrato il Tammann; difatti egli ha trovato che per parecchi sali, specialmente i sali idrati, il rapporto $\frac{F_1}{F}$ cresce col crescere della temperatura, quantunque questi sali si sciolgano con assorbimento di calore.

Però faccio osservare come il Tammann, in questa prima memoria, ha posto fra i sali solubili con assorbimento di calore alcuni, i quali invece si sciolgono con sviluppo di calore. Tali sono: Na_2CO_3, Na_2SO_4, $LiNO_3$, $Li_2SO_4\,.\,H_2O$, $MgCl_2$.

(*) *Pogg. Ann.*, 1858, 103, p. 194.

$6\,H_2O$, $Be_2(SO_4)_3\,12H_2O$, $Al_2(SO_4)_3 \,.\, 18\,H_2O$. Per questi sali il rapporto $\frac{F_1}{F}$ va crescendo colla temperatura, quindi soddisfano alle deduzioni teoriche del Kirchhoff.

Resterebbero i seguenti sali, che non vi soddisfano:

$NaCl$, $K_2CO_3\,\frac{3}{2}\,H_2O$, KFl, $SrCl_2\,6\,H_2O$, $CaCl_2\,6\,H_2O$, $BaBr_2\,2\,H_2O$, $SrBr_2\,6\,H_2O$, $CaBr_2\,6\,H_2O$, $FeSO_4 \,.\, 7\,H_2O$, (*) $CuSO_4\,5\,H_2O$, $NiSO_4\,7\,H_2O$, $CoSO_4\,7\,H_2O$, $ZnSO_4\,7H_2O$, $MnSO_4\,5H_2O$, $MgSO_4\,7H_2O$.

Per gli altri sali citati dal Tammann cioè $LiCl\;2H_2O$, $LiBr\;2H_2O$, $LiI\;2H_2O$, non ho potuto trovare i dati dei calori di soluzione.

Ora per il cloruro di Sodio, il nitrato di Litio e per i sali anidri corrispondenti a parecchi di questi idrati sopra citati cioè: $LiCl$, $SrCl_2$, $MgCl_2$, $CaCl_2$, $BaBr_2$, $SrBr_2$, $CaBr_2$, $MgSO_4$, $ZnSO_4$ noi abbiamo trovato che la relazione di van't Hoff non si verifica.

Ma per i sali idrati corrispondenti, per i quali Q e $\frac{dlC}{dT}$ sono ambedue positivi, la relazione di van't Hoff potrà valere per determinate temperature, e anche variare allora d'accordo i due membri della equazione (2), quindi la variazione del rapporto $\frac{F_1}{F}$ può essere del segno voluto dai risultati dell'esperienza.

Quindi vediamo che, se si considerano i sali in soluzione allo stato anidro, la relazione di van't Hoff o non va d'accordo coi risultati dell'esperienza relativi alle tensioni di vapore e colle deduzioni teoriche del Kirchhoff, oppure non si verifica in uno dei suoi diretti corollari.

Ma allo stesso modo che il Tammann, spiega la divergenza

(*) Non so per quali ragioni il TAMMANN adotti in questa sua prima Memoria per alcuni sali delle formole e dei pesi molecolari, che non sono quelli che comunemente si adottano. Così le formole seguenti: $Fe_2SO_4 \,.\, 5\,H_2O$, $NiSO_4\,6\,H_2O$, $CoSO_4\,6\,H_2O$, $ZnSO_4\,6\,H_2O$, $MnSO_4 \,.\, 6\,H_2O$, $MgSO_4 \,.\, 6\,H_2O$. Quindi sarebbero a ripetersi tutti i calcoli delle diminuzioni di tensione relative molecolari, se non fosse che il confronto fra questi valori presi alla temperatura di ebollizione dell'acqua per le soluzioni più diluite non può avere un grande interesse, non sapendosi quale sarà la costituzione dell'idrato salino che entra a formare quelle soluzioni.

dei suoi risultati per molti sali dalle deduzioni teoriche del Kirchhoff ammettendo che col crescere della temperatura avvenga una separazione parziale o totale dell'acqua di idratazione, così anche noi possiamo qui mettere d'accordo la relazione del van't Hoff coi risultati sperimentali del Tammann ed i teorici del Kirchhoff facendo la stessa ipotesi.

Diffatti supponiamo che alle temperature più basse un sale si trovi in soluzione non allo stato anidro ma che ciascuna molecola di esso sia unita ad un determinato numero di molecole d'acqua, variabile colla temperatura in modo che col crescere della temperatura quest'acqua di idratazione si separi, allora la quantità M nel primo membro della equazione (2) decresce collo aumentare della temperatura e quindi i valori che essa va assumendo possono essere tali che, anche crescendo $\frac{F-F_1}{F}$ per i sali anidri della prima serie considerata, come vogliono i risultati sperimentali del Tammann, il 1° membro decresca collo aumentare della temperatura come decresce il 2° membro, secondo i risultati della determinazione del calore di soluzione e della solubilità per gli stessi sali.

Per i sali della seconda serie, se noi li consideriamo allo stato idrato, con diversi gradi di idratazione, essi non solo possono soddisfare alla relazione del van't Hoff, ma anche ai risultati sperimentali del Tammann ed ai teorici del Kirchhoff, come si è visto sopra.

Si potrà opporre che vi sono dei sali, i quali, come ho fatto osservare sopra, non solo allo stato anidro, ma anche allo stato idrato si sciolgono con sviluppo di calore, e per i quali tuttavia la solubilità aumenta colla temperatura. Però si può subito rispondere che il grado di idratazione di questi sali nella soluzione a bassa temperatura può essere superiore a quello che conserva quando cristallizza, cioè quello che presenta nello stato a cui viene riferito il valore del calore di soluzione sperimentalmente determinato, ed in quello stato di maggiore idratazione, il calore di soluzione che gli compete può essere anche di segno contrario a quello che gli appartiene nel caso di una minore idratazione, poichè si sa dalle determinazioni del Thomsen che col crescere del grado di idratazione di un sale il calore sviluppato nella sua soluzione diminuisce e può anche cambiare di segno, così per i solfati di magnesio, di zinco ed altri.

In una sua memoria posteriore (*Mém. Acad. St-Pétersbourg*, XXXV, 9, 1887) il Tammann corregge alcune asserzioni della prima, dimostra che per 50 sali anidri i risultati delle esperienze vanno d'accordo colla teoria di Kirchhoff, e per i quattro sali $NaCl$, NH_4Cl, $(NH_4)_2SO_4$, K_2SO_4 spiega le divergenze che si presentano, con una possibile grande variazione del calore di soluzione colla temperatura; spiegazione però che non ha ancora il suo fondamento nell'esperienza.

3. *Confronto con un'altra espressione di* i *dedotta dallo abbassamento nel punto di congelazione delle soluzioni.* — Il van't Hoff, come già si è accennato, deduce il valore di i anche dallo abbassamento del punto di congelazione delle soluzioni mediante l'espressione $i = \frac{t}{18,5}$, nella quale $t = \frac{M\Delta}{p}$, dove M è il peso molecolare del corpo sciolto, p è la quantità procentica in peso di corpo sciolto nella soluzione, Δ è l'abbassamento del punto di congelazione prodotta dalla quantità p di corpo sciolto.

Il van't Hoff ammette poi che per ciascun solvente si abbia $t = 0,02 \frac{T^2}{W}$, dove T è la temperatura di solidificazione del solvente e W il calore di fusione del solvente, riferito all'unità di peso.

Però la quantità t, chiamata anche abbassamento molecolare del punto di congelazione, come lo hanno dimostrato le più estese determinazioni di Raoult, non ha veramente sempre il valore così calcolato, nè lo stesso valore per un dato solvente, ma per l'acqua specialmente può variare assai colla natura dei corpi sciolti. Ora ciò può forse dipendere da che nel dedurre la sua espressione il van't Hoff ha supposto che il peso molecolare del corpo sciolto fosse sempre quello che è rappresentato dalla formola chimica; ma siccome per i diversi sali si può avere un grado di idratazione diverso anche per una stessa concentrazione, dipendente dalla natura del sale, così si spiega perchè specialmente quei corpi che hanno tendenza a combinarsi coll'acqua producono un abbassamento molecolare del punto di congelazione non rispondente al calcolo.

Ora confrontiamo quest'ultima espressione di i colla prima scrivendo:

$$\frac{1}{18.5}\,\frac{M\Delta}{p} = \frac{Q}{2\frac{dlC}{dT}T_2} \qquad \ldots\ldots (3).$$

Abbiamo veduto dagli esempi di sali, sopra riportati, che questa eguaglianza in alcuni casi si poteva avere. Ho già fatto però notare nella 1ª nota come il valore di $\frac{\Delta}{p}$ non è sempre costante, ma per alcuni corpi aumenta, per altri diminuisce col l'aumentare della concentrazione. Supponendo M costante, le stesse variazioni dovrebbe subire il 1° membro dell'equazione (3), mentre il 2° membro abbiamo visto che sempre decresce collo aumentare della concentrazione.

Si può però spiegare questa apparente contraddizione, nel caso in cui $\frac{\Delta}{p}$ aumenta colla concentrazione, ammettendo che nelle soluzioni più concentrate i sali presentino un grado di idratazione minore, quindi dovendosi dare alla quantità M valori sempre minori col crescere della concentrazione si avrà che il primo membro della (3), ancorchè $\frac{\Delta}{p}$ cresca, può diminuire collo aumentare della concentrazione. Vediamo ora come altre proprietà delle soluzioni saline confortino questa supposizione (*).

4. *Costituzione delle soluzioni saline.* — Questa ipotesi della formazione di idrati dei sali nell'atto della loro soluzione nell'acqua è ormai un concetto acquisito nella dottrina della costituzione delle soluzioni, e diverse proprietà di queste si spiegano appunto con essa.

Riguardo però alla costituzione di tali idrati nella soluzione poco si sa ancora. I due metodi proposti da Rüdorff e da Mendelejew per calcolare la composizione di questi idrati ipotetici non danno risultati concordanti (Tammann, *Wied. Ann.*, 1889, XXXVI, 708). Un tentativo in questa direzione è stato da me fatto nelle mie ricerche sui calori specifici delle soluzioni di alcuni

(*) *Equazione di Guldberg.* — Se nella (3) si fa $p=1$, cioè si considera la concentrazione dell'1 p. 100, si potrà scrivere: $5.6\,\frac{F-F_1}{F}=\frac{1}{18.5}\,\Delta$, quindi $\frac{F-F_1}{F}\,.\,103.6=\Delta$, e siamo così condotti ad un'equazione quasi identica con quella dedotta da Guldberg (*Compt. Rend.* 1870) per soluzioni molto diluite $\frac{F-F_1}{Fp}\,.\,104.5=\frac{\Delta}{p}$. Ora tale relazione di Guldberg è confermata abbastanza bene dall'esperienza (Tammann, *Mém. Acad. Sciences St-Petersbourg.* XXXV, 9, 1887).

sali (*Atti R. Acc. Scienze*, Torino 1881, vol. XVI). Allora io era giunto al risultamento che la quantità di calore necessaria per elevare di un certo numero di gradi la temperatura della massa di una soluzione salina (sali minerali) è uguale alla somma delle quantità di calore necessarie per elevare del medesimo numero di gradi la temperatura delle masse dei suoi componenti, quando si ammetta nella soluzione l'esistenza di un idrato del sale, che vi si trova disciolto, ad ogni molecola del quale starebbe aggruppato un numero definito di molecole d'acqua; che il grado di idratazione del sale dipende dalla concentrazione della soluzione e dalla temperatura. Il confronto fra i valori trovati ed i calcolati dei calori molecolari, allora istituito, dimostrava come la concordanza fra di essi era tanto maggiore se col crescere della diluizione si supponeva l'esistenza nella soluzione di un idrato più ricco in acqua. Faccio notare che questo risultato si trova qui d'accordo colla supposizione fatta or ora di un minor grado di idratazione nelle soluzioni più concentrate per spiegare i fatti sovra esposti.

Nello studio, accennato nella 1ª nota, ebbi occasione di constatare che per soluzioni diversamente concentrate di uno stesso sale il valore massimo della densità della corrente, per il quale si presenta il fenomeno della cristallizzazione del sale, ad una data temperatura cresce col crescer della diluizione della soluzione e per una data soluzione quel valore cresce col crescere della temperatura; che d'altra parte se si confronta questo valore massimo per i sali diversi, cristallizzanti con molecole d'acqua di cristallizzazione, esso diminuisce col diminuire delle molecole d'acqua contenute in una molecola di sale cristallizzato; probabilmente perchè con un minor numero di molecole d'acqua, si hanno sali idrati di costituzione più semplice, o più facilmente si può vincere l'affinità del sale per l'acqua, e si richiede quindi una minore quantità di elettricità a parità di sezione dell'elettrolito. Quindi se ne conchiude pure che nelle soluzioni concentrate si hanno idrati salini meno ricchi in acqua che non nelle più diluite, e che col crescere della temperatura si ha una diminuzione del grado di idratazione dei sali, appunto d'accordo colle conclusioni, che si deducono dallo studio delle altre proprietà delle soluzioni.

Aggiungerò ancora come se, conoscendo la composizione di questi idrati salini, si potesse nel calcolo della conducibilità

elettrica molecolare delle soluzioni tener conto della variazione del peso molecolare di questi idrati col variare della concentrazione, forse i massimi, che si osservano nei valori della conducibilità molecolare, scomparirebbero. Diffatti chiamando col Kohlrausch (*Wied*, *Ann.*, VI, 145, 1879) concentrazione molecolare m delle soluzioni il rapporto fra la quantità in peso di elettrolito p, che si trova in un litro di soluzione e il peso molecolare dell'elettrolito stesso, abbiamo $m = \frac{p}{M}$. Se noi, variando la concentrazione in peso, consideriamo il peso molecolare M, come costante, allora m è proporzionale a p. Ma se si consideri che M diminuisca col crescere della concentrazione, perchè si formano degli idrati sempre meno ricchi in acqua, allora m crescerà più rapidamente di p, col crescere della concentrazione, e quindi le curve, che si ottengono costruendo graficamente le conducibilità molecolari, presenteranno una curvatura molto meno sentita, che non quando si considera il peso molecolare come costante. Diffatti nelle curve del Kohlrausch vediamo che presentano una curvatura maggiore precisamente le curve relative ad elettroliti, che hanno maggior tendenza a formare degli idrati.

E così la conducibilità specifica $\frac{K}{m}$ che è data dal rapporto fra la conducibilità K e la concentrazione molecolare, e che secondo il Kohlrausch misura la mobilità dei joni, diminuirebbe più rapidamente col crescere della densità lineare delle molecole, $\sqrt[3]{m}$, che non risulti dando a M un valore costante, e costruendo graficamente i valori di $\frac{K}{m}$ in rapporto coi valori di $\sqrt[3]{m}$, si otterrebbe forse un andamento più regolare. Si osserva appunto come quei sali, che presentano minor tendenza a formare degli idrati come KCl, $NaCl$, K_2SO_4, sono quelli che presentano una maggior regolarità nelle loro curve.

Si intende però che questo modo di calcolare la conducibilità molecolare è indipendente da qualunque altro concetto che noi ci possiamo formare dello stato di dissociazione maggiore o minore delle molecole dell'elettrolito per le soluzioni più o meno diluite.

Si potrebbe obbiettare che se nell'atto della soluzione abbiamo la idratazione delle molecole del sale, come avvenga che in molti

casi si ha assorbimento di calore, e come questo assorbimento di calore cresca col crescere della diluizione e col diminuire della temperatura, alla quale avviene la soluzione, mentre risulta che il grado di idratazione diminuisce col crescere della concentrazione e cresce col diminuire della temperatura. E non è a dire che tale assorbimento di calore possa spiegarsi colla fusione del solido perchè da un lato in molti casi la grandezza del calore di fusione non sarebbe sufficiente a tale spiegazione, ed essa va diminuendo col diminuire della temperatura, e d'altra parte i risultamenti della determinazione dei calori specifici delle soluzioni portano alla conclusione che le molecole dello idrato salino non facciano che interporsi fra le molecole dell'acqua (*).

Mi sembra però che a quella obbiezione si possa facilmente rispondere appunto fondandoci sulla teoria del van't Hoff. Essa ci dice che una sostanza sciolta in un eccesso di solvente si trova in uno stato paragonabile allo stato aeriforme, quindi nell'atto della soluzione abbiamo tendenza nella sostanza ad assumere questo stato e perciò possiamo dire che il detto fenomeno sia accompagnato da una specie di vaporizzazione, se è concessa questa espressione, la quale deve naturalmente assorbire una certa quantità di calore. Se questa quantità di calore risulta superiore a quella sviluppata nella idratazione del sale, si avrà assorbimento di calore; nel caso opposto, sviluppo di calore. Col crescere della diluizione cresce la quantità di calore richiesta da quella specie di vaporizzazione, col diminuire della temperatura diminuisce il calore dovuto alla idratazione, ed ecco perchè in ambedue i casi abbiamo aumento nella quantità di calore assorbita nella soluzione.

Questa considerazione ci spiega anche come non sia necessaria la uguaglianza di segno della variazione della solubilità colla temperatura e della variazione di calore nell'atto della soluzione, perchè se, p. es. una maggior solubilità del sale nell'acqua dimostrerebbe che un aumento di temperatura ha per effetto di rendere più facile questa specie di vaporizzazione del sale e diffusione delle sue molecole nel liquido, d'altra parte ne è indipendente il valore relativo del calore di idratazione e di quello dovuto alla vaporizzazione, quantità di calore che tendono a diminuire entrambi col crescere della temperatura.

---

*) PAGLIANI; *Sui calori specifici delle soluzioni saline*, loc. cit.

Nel caso della soluzione dei sali idrati interviène secondo la maggiore o minore concentrazione una parziale maggiore o minore dissociazione dell'acqua di idratazione, la quale assorbe pure calore.

Quando poi la quantità di liquido, nella quale vien sciolto il sale, è molto grande, può anche intervenire una dissociazione più profonda del sale nell'acido e nella base liberi, come ha dimostrato Thomsen per i solfati acidi, ed anche questa dissociazione richiede assorbimento di calore. Di più, come ho detto precedentemente, si tenderebbe ad ammettere l'esistenza allo stato libero dei joni a cui deve dar luogo il sale nella elettrolisi di esso.

Riguardo al coefficiente *i* di van't Hoff, le divergenze che si osservano fra i valori di esso calcolati coi diversi metodi, la variazione di tali valori col variare della concentrazione delle soluzioni e la teoria, si potranno forse spiegare compiutamente quando si conosca la composizione e la costituzione degli idrati salini, che si formano nei diversi casi, e si sappia quindi dare un valore conveniente al peso molecolare del sale disciolto, che si deve portare in conto nei diversi modi di calcolo.

Così la teoria del van't Hoff, saldamente stabilita nelle sue leggi fondamentali per ciò che riguarda i sistemi dei corpi disciolti allo stato diluito, potrà ricevere una più estesa applicazione ed essere quindi completata da una migliore conoscenza della costituzione delle soluzioni saline, mentre d'altra parte, come abbiamo veduto, può servire di valido appoggio alla teoria della costituzione stessa delle soluzioni saline.

ANNOTAZIONE.

Riguardo alla variazione del calore di soluzione dei sali colla temperatura credo interessante aggiungere alcuni risultati che si deducono dalle determinazioni del Pickering. Come ho detto sopra, i valori, dati come definitivi da questo autore, presentano molte irregolarità; conviene invece, dai risultati diretti delle esperienze, che si riferiscono a temperature molto vicine, anche prese in diverse serie di determinazioni, dedurre il valore medio per la temperatura media corrispondente, e poscia costruire graficamente questi valori medî in funzione delle temperature, e calcolare, per quei sali, per i quali è possibile una formola di interpolazione

della forma: $Q = a + bt + ct^2$, la quale ci dà il calore di soluzione, riferito alla molecola del sale, per le diverse temperature.

Riferirò qui le espressioni calcolate, colle concentrazioni delle soluzioni, e gli intervalli di temperatura per cui sono applicabili. La quantità d' acqua adoperata per la soluzione era di 600 grammi; la quantità di sale una frazione di peso molecolare, espressa in grammi, diversa per i diversi sali.

Cloruro di potassio — $^1/_{12}$ di molecola. — Calore assorbito, fra 3° e 25°.

$$Q = 5279.7 - 51.652t + 0.36394t^2.$$

La differenza massima fra i valori trovati ed i calcolati è 0,35 per 100.

Cloruro di sodio — $^1/_6$ di molecola. — Calore assorbito, fra 3° e 25°.

$$Q = 1908.8 - 45.288t + 0.39626t^2.$$

Differenza massima 1,4 p. 100.

Nitrato di potassio — $^1/_6$ di molecola, — Calore assorbito, fra 3° e 25°.

$$Q = 9158.8 - 47.338t + 0.44955t^2.$$

Differenza massima 0,4 p. 100.

Solfato di potassio — $^3/_{40}$ di molecola. — Calore assorbito, fra 3° e 20°.

$$Q = 8376 - 119.60t + 1.0474t^2.$$

Differenza massima 0,4 p. 100.

Solfato di magnesio anidro — $^3/_{40}$ di molecola. — Calore sviluppato, fra 3° e 20°.

$$Q = 18816 + 97.163t - 0.61183t^2.$$

Differenza massima 0,1 p. 100.

Solfato di magnesio idrato — $^3/_{40}$ di molecola. — Calore assorbito, fra 4° e 20°.

$$Q = 4321.3 - 33.902t + 0.60028t^2.$$

Differenza massima 0,2 p. 100,

Solfato di rame anidro — $^3/_{40}$ di molecola. — Calore sviluppato, fra 4° e 20°.

$$Q = 14601 + 99.668t - 1.2757t^2.$$

Differenza massima 0,02 p. 100.

Solfato di rame idrato — $^3/_{40}$ di molecola. — Calore assorbito, fra 4° e 20°.

$$Q = 3320.2 - 37.823t + 0.3895t^2.$$

Differenza massima 0,5 p. 100.

Cloruro di stronzio anidro — $^1/_{12}$ di molecola.

Calore sviluppato, fra 6° e 24°: $Q = 9623 + 92.462t$. Differenza massima 0,5 p. 100.

Fra 4° e 16°: $Q = 9623 + 96.155t$. Differenza massima 0,2 p. 100.

Fra 18° e 24°: $Q = 9623 + 90.333t$. Differenza massima 0,2 p. 100.

Cloruro di stronzio idrato — $^1/_{12}$ di molecola. — Calore assorbito, fra 3° e 25°.

$$Q = 8382 - 55.896t + 0.499t^2.$$

Differenza massima 0,3 p. 100. (Si trascurarono i valori relativi a $t = 10.0$ e $t = 8.0$, perchè troppo discordanti).

Per l'acetato di sodio tanto anidro che idrato non è stato possibile calcolare una formola che ne rappresentasse i risultati.

Si vede in generale che quando si ha assorbimento di calore nella soluzione, la quantità di calore diminuisce col crescere della temperatura. Quando si ha sviluppo di calore nella soluzione, allora il calore di soluzione cresce col crescere della temperatura. È questa del resto una regola abbastanza generale stabilita dal Thomsen. L'acetato di sodio idrato vi fa però eccezione.

Torino, marzo 1889.

L'Accademico Segretario
GIUSEPPE BASSO.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 14 Aprile 1889.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE ARIODANTE FABRETTI
VICEPRESIDENTE

Sono presenti i Soci; B. PEYRON, Direttore, G. GORRESIO, Segretario della Classe, S. E. Paolo BOSELLI, CLARETTA, PROMIS, MANNO, FERRERO, CARLE, NANI, COGNETTI, GRAF, e D'OVIDIO, Socio dell'altra Classe.

Il Socio Segretario legge l'atto verbale dell'adunanza precedente che viene approvato.

Egli presenta quindi alla Classe, conforme all'uso, il Socio nuovamente eletto, S. E. il Comm. Paolo BOSELLI, che la Classe accoglie con dimostrazione di stima.

Il Vice-Presidente legge una lettera-circolare scritta da Genova dal signor GAVOTTI, Presidente della Società Ligure di Storia Patria, e concernente la *conservazione del palazzo delle compere in Genova*, che per ragioni edilizie si vorrebbe abbattere; il Presidente della Società Ligure invoca nella sua lettera l'adesione dell'Accademia per la conservazione del palazzo.

Il Socio Gaudenzio CLARETTA offre in dono all'Accademia, a nome dell'Autore Cav. Felice de SALLES, la nuova sua opera « *Annales de l'Ordre de Malte ou des Hospitaliers de Saint-Jean de Jérusalem depuis son origine jusqu'à nos jours, etc.*, Vienne, 1889. » Egli indica in poche parole il contenuto del libro, e ne loda la dotta e diligente esposizione.

Il Presidente prosegue la lettura del suo lavoro « *Sugli Statuti del vestire degli uomini e delle donne a Perugia,* » ed esamina gli statuti del 1559.

Il Socio Segretario legge un suo scritto intitolato: « *Le origini degli Arii.* »

LETTURE

Il socio G. CLARETTA fa omaggio alla Classe a nome dell'autore, Cavaliere Felice de Salles, della nuova opera *Annales de l'Ordre de Malte ou des hospitaliers de S. Jean de Jérusalem chevaliers de Rhodes et de Malte depuis son origine jusqu'à nos jours du grand prieuré de Bohème Autriche* — Vienne 1889, e ne accompagna la presentazione con queste parole.

L'Autore, che già pubblicò un altro suo scritto sull'Ordine teutonico, e che sembra abbia preso l'assunto di tessere la storia delle istituzioni cavalleresche di Terra Santa, in questo nuovo suo libro di pagine 494 non lasciò colla consueta sua diligenza attingere anche da fonti poco conosciute, notizie che specialmente interessano il priorato di Boemia, nobile membro del S. M. O. gerosolimitano.

L'opera è distinta in due parti. La prima comprende notizie generali sui grandi maestri dell'Ordine e sulle principali loro geste. Senza dubbio che non dovendo l'Autore scendere a particolari, si limitò a notare i fatti più salienti che risguardano ciascuno di que' personaggi. Quindi, per addurre un esempio che può qualche poco interessarci, accennando egli sotto il magistero di Folco di Villaret ad una vittoria dei cavalieri contro i Turchi che nel 1315 avevano tentato di assaltare l'isola di Rodi, non discute se vero od immaginario sia stato l'intervento del nostro valoroso conte di Savoia Amedeo V in aiuto degli assediati. Limitandosi a riferire le opinioni degli scrittori che lo ammisero od il negarono, non taglia il nodo, e non afferma recisamente, doversi ritenere destituito affatto di ogni fondamento quanto si volle ascrivere a quel principe. Dicasi lo stesso dell'erronea opinione di taluni, che cioè dopo quel fatto la Casa di Savoia avesse sostituito nelle sue armi all'aquila la bianca croce in campo vermiglio. Ancor qui egli riferisce la sentenza di coloro che affermarono ciò senz'ombra di verità, ma non la combatte direttamente.

Qua e là si riscontrano bensì i nomi di valorosi cavalieri pie-

montesi che furono così prodighi del loro sangue nelle imprese navali tentate dall'Ordine, ma dal complesso della narrazione si è ben lontani dal riconoscere, che siccome i nostri tennero sempre in ogni età alcune delle più ragguardevoli dignità, così pure in tutte le azioni più clamorose furono fra i primi a segnalarsi nei fatti più rischiosi, contribuendo in tal guisa a far risuonar alta la fama aggiudicata ai prodi figli di un paese valoroso ed armigero per ecccellenza. Ma è a sperare che la lacuna che ancor manca alla storia di questa che è pur sempre la più nobile delle congregazioni cavalleresche europee abbia ad essere nel volgere di pochi anni colmata nel modo che lo consentiranno i preziosi documenti rimasti sinora sepolti in parecchi archivi ed involti in ingiusta obblivione. Sarà questa una pagina che da un canto servirà ad intrecciare un bel serto alla nobiltà subalpina, che non fu mai avara del suo sangue a pro di una causa, a quei giorni eminentemente civilizzatrice, e riuscirà dall'altro a rivelare particolari, atti a lumeggiare alcuni punti della storia politica e diplomatica d'Europa, singolarmente nel secolo scorso.

Nella seconda parte dell'opera il cav. De Salles s'insinua in preziosi particolari che gli consentirono di dare la storia compiuta del grande priorato di Boemia, ove hannosi molti ragguagli sui suoi percettori, priori e principi gran priori, la cui biografia non è priva d'interesse. Parecchie appendici poi concorrono a rendere vieppiù utile il libro.

Una sugli archivi dell'Ordine a Malta serve a renderci istrutti dei tesori di documenti, che sfuggiti alle fortunose vicende che subì quell'isola, possono ancora oggidì essere consultati con frutto dagli studiosi, come lo furono già dai Paoli, Reümont, Mas-Latrie e da altri ancora. Altre pagine sono consacrate a descrivere le isole di Rodi e di Malta. Vari documenti infine servono a vieppiù illustrare alcune parti dell'edifizio storico di quell'illustre sodalizio, la cui storia trattata su larghe basi, e fondata sulle carte che si conservano negli archivi dei principali Stati servirebbe a fornire un prezioso contributo a quella generale d'Europa.

L'Accademico Segretario
GASPARE GORRESIO.

DONI

FATTI

ALLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE
DI TORINO

E

OPERE ACQUISTATE PER LA SUA BIBLIOTECA
dal 24 Marzo al 7 Aprile 1889

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

NB. Le pubblicazioni notate con un asterisco si hanno in cambio; quelle notate con due asterischi si comprano; quelle senza asterisco si ricevono in dono

Donatori

Donatori	
La Direzione (Berlino).	* Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik begründet von C. Ohrtmann, herausg. von M. Henoch und E. Lampe, Band XVIII, Jahrg. 1886, Heft. 2. Berlin, 1889; in-8°.
Berlino. * *	Die Fortschritte der Physik im Jahre 1883; dargestellt von der physikalischen Gesellschaft zu Berlin; XXXIX Jahrgang, 1 Abtheilung. Berlin, 1889; in-8°.
Società Med.-chirurg. di Bologna.	* Bullettino delle Scienze mediche pubblicato per cura della Società Medico-chirurgica di Bologna, ecc.; serie 6ª, vol. XXIII, fasc. 3. Bologna, 1889; in-8°.
Soc. Scientifica Argentina (Buenos Aires).	* Anales de la Sociedad cientifica Argentina; t. XXVI, entr. 4-5. Buenos Aires, 1888; in-8°.
Società filosofica di Cambridge.	* Transactions of the Cambridge philosophical Society; vol. XIV, part 3. Cambridge, 1888; in-4°.
Accad. Gioenia di Catania.	* Bullettino mensile dell'Accademia Gioenia di Scienze naturali di Catania, ecc.; nuova serie, febbraio 1889, fasc. IV. Catania; in-8°.

* Proceedings of the Academy of natural Sciences of Philadelphia; part III, October-December 1888. Philadelphia, 1888; in-8°. — Accad. di Sc. nat. di Filadelfia.

* Giornale della Società di Letture e Conversazioni scientifiche di Genova; anno XI, 2° sem., fasc. 11-12. Genova, 1889; in-8°. — Soc. di Lett. e Convers. scient. di Genova.

* Nova Acta Academiae Caesareae Leopoldino-Carolinae Germaniae Naturae Curiosorum; t. II. Halle, 1888 in-4°. — Accad. tedesca dei Cur. della Nat. (Halle).

– Leopoldina — Amtliches Organ der k. Leopoldino-Carolinischen, etc.; XXIV Heft, Jahrgang 1888. Halle, 1888; in-4°. — Id.

* Abhandlungen der mathematisch-physischen Classe der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften; Band XV, n. 1, 2. Leipzig, 1889; in-8° gr. — R. Soc. Sassone delle Scienze (Lipsia).

– Berichte über die Verhandlungen der k. Sächsischen Gesellschaft der Wiss., etc.; mathem.-phys. Classe, 1888, I, II. Leipzig, 1889; in-8°. — Id.

* Zoologischer Anzeiger herausgegeben von Prof J. Victor CARUS in Leipzig: XX Jahrg., n. 303, 304. Leipzig, 1889; in-8°. — Prof. J. V. CARUS (Lipsia).

* Proceedings of the R. Institution of Great Britain; vol. XII, part 2, n. 82. London, 1889; in-8°. — R. Istituto della G. Bretagna (Londra).

– List of the Members, Officers and Professors, etc.; 1887. London, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

* Bulletin de la Société des Sciences naturelles de Neuchâtel; t. XVI. Neuchâtel, 1888; in-8°. — Società delle Scienze nat. di Neuchâtel.

Comptes-rendus de l'Athénée Louisianais, etc.; 3° série, t. VI, livrais. 2°. Nouvelle Orléans, 1889; in-8°. — La Direzione (N. Orléans).

* Bollettino mensile di Bachicoltura diretto da E. QUAJAT e E. VERSON; ser 2°, annata VII, n. 1. Padova, 1889; in-8°. — La Direzione (Padova).

* Atti del Collegio degli Ingegneri e degli Architetti in Palermo; 1888, pag. 121-180; in-8° gr. — Collegio degli Ing. ed Arch. in Palermo.

Compte rendu sommaire des séances de la Société philomatique de Paris; 1889, n. 3, 4. Paris; in-8°. — Soc. filomatica di Parigi.

Annales des maladies de l'oreille, du larynx, du nez et du pharynx, etc., publiées par A. GOUGUENHEIM; t. XIV, n. 3. Paris, 1889; in-8°. — La Direzione (Parigi).

Bollettino della Società generale dei Viticoltori italiani; anno IV, n. 6. Roma, 1889; Roma, 1889; in-8° gr. — Soc. generale dei Viticolt. ital. (Roma).

Società degli Spettr. ital. (Roma). — Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani, etc.; vol. XVIII, disp. 2. Roma, 1888; in-4°.

Municipio di Torino. — Bollettino medico-statistico pubblicato dall' Ufficio d' Igiene della città di Torino; anno XVIII, n. 3 6. Torino, 1889; in-4°.

Soc. Meteor. ital (Torino). — * Bollettino mensuale della Società meteorologica italiana, etc.; serie 2ª, vol. IX, n. 3. Torino, 1889; in-4°.

E. Barbero. (Torino). — Gazzetta delle Campagne, ecc.; Direttore il sig. Geometra Enrico Barbero; anno XVIII, n. 5-9. Torino, 1889; in-4°.

S. Laura. (Torino). — Dosimetria — per il Dottore S. Laura, ecc.; anno VII, 1889, n. 2. Torino; in-8°.

Istituto geol. di Vienna. — * Verhandlungen der k. k. geologischen Reichsanstalt, etc. 1889, n. 3 Wien; in-8° gr

L'Autore. — Elementi di Cosmogonia del Canonico Francesco Coco-Licciardello. Napoli, 1889; 1 fasc. di 144 pag. in-8°.

L'A — Chemische Analyse der Soolquelle im Admiralsgarten-Bad zu Berlin, von Dr. R. Fresenius. Wiesbaden, 1888; 1 fasc. in-4°.

Id. — — Chemische Analyse der k. Friedrich-Quelle (Natron-Lithionquelle) zu Offenbach am Main, von Dr. R Flesenius. Wiesbaden, 1889; 1 fasc. in-8°.

L'A. — Prof. Domenico Ragona, Direttore del R. Osserv. di Modena — Vero andamento diurno della temperatura. Modena, 1889; 1 fasc. in-4°.

Id. — — Pressione atmosferica ridotta al medio livello del mare in Modena; Coefficienti per la temperatura e per la pressione atmosferica nel barometro registratore Richard Modena, 1889; 1 fasc. in-4°.

Id. — — Domenico Scinà — Cenni biografici letti nella seduta del 22 nov. 1888 della R Accademia di Scienze, Lettere ed Arti in Modena. Modena, 1888; 1 fasc in-16°.

L'A — Resezione dell' appendice xifoide; del Dott. E. Rinonapoli (dal *Resoconto* della R. Acc. Medico-chirurgica di Napoli, anno 1888); 1 fasc. in-4°.

L'A. — Note di paleoicnologia del Dott. Federico Sacco; 1 fasc. in-8° con 2 tav.

Id. — — Il passaggio tra il Liguriano ed il Tongriano. Roma, 1888; 1 fasc. in-8°.

L'A. — Recherches générales sur les courbes et les surfaces reglées algebrique; par Corrado Segre (Separatabdruck aus dem XXX, XXXIV B. *Mathematische Annalen* herausg. unter Mitwirkung von P. Gordan, C. Neumann, etc.); I, II part. in-8°.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dal 31 Marzo al 14 Aprile 1889

	Donatori
Bibliotheca philologica classica — Verzeichniss der auf dem Gebiete der classischen Alterthumswissenschaft erschienenen Bücher, Zeitschriften, Dissertationen, etc.; XV Jahrgang, 1888, IV Quartal Berlin, 1889; in-8°.	Berlino. * *
Bulletin de la Société de Géographie commerciale de Bordeaux; 2e série, XII année, n. 6, 7. Bordeaux, 1889; in-8°.	Società di Geogr. comm. di Bordeaux.
* Commentari dell'Ateneo di Brescia per l'anno 1888. Brescia, 1888; in 8°.	Ateneo di Brescia.
Biblioteca nazionale centrale di Firenze — Bollettino delle Pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa; 1889, n. 78. Firenze; in-8° gr.	Bibliot. nazionale di Firenze.
Dr. A. Petermanns — Mitteilungen aus Justus Perthes' geogr. Anstalt, herausg. von Prof. Dr. A. SUPAN; XXV Band, n. 3. Gotha, 1889; in-4°.	Gotha. * *
Akademische Behörden, Personalstand und Vorlese-Ordnung an der K. K. Leopold-Franzens-Universität zu Innsbruck in Sommer-Semester 1889, etc. Innsbruck, 1889; 1 fasc. in-4°.	Università di Inspruk.
* Proceedings of the R. Society of London; vol. XLV, n. 277. London, 1889; in-8°.	Società Reale di Londra.
Memorias del Instituto geográfico y estadístico; t. VII. Madrid, 1888; in-8° gr.	Istituto geogr. e statistico di Madrid.
* Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere; serie 2a, vol. XXII, fasc. 6. Milano, 1889; in-8°.	R. Istit. Lomb. (Milano).
* Compte-rendu des séances de la Commission centrale de la Société de Géographie, etc.; 1889, n. 6, pag. 137-160; in-8°.	Soc. di Geografia (Parigi).
Statistica del commercio speciale di importazione e di esportazione dal 1° gennaio al 28 febbraio 1889. Roma, 1889; 1 fasc. in-8° gr.	Ministero delle Finanze (Roma).
Bollettino di Notizie sul Credito e la Previdenza; anno VII, n. 2. Roma, 1885; in-8° gr.	Ministero di Agr. Ind. e Comm. (Roma).
* Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, ecc.; vol. V, fasc. 6, 1° sem. Roma, 1889; in-8° gr.	R. Accademia dei Lincei (Roma).

G. Cora (Torino). Cosmos — Comunicazioni sui progressi più recenti e notevoli della Geografia e delle Scienze affini; del Prof. G. Cora; vol. IX, 1886-88. Torino, 1888; in-8° gr.

L'Autore. Vocabolario geroglifico-copto-ebraico, del Dott. Simeone Levi; vol. VII (Supplemento). Torino, 1889; in-4°.

A. Marre. Code Malais des successions et du mariage; texte malais publié, transcrit en caractères latins, traduit et annoté par Aristide Marre. Paris, 1889; 1 fasc. in-8°.

Torino — Stamperia Reale della Ditta G. B. Paravia e C.
2908 (350) 25-V-89.

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 7 Aprile 1889 . . . . Pag. [illegible]

D'Ovidio — Cenno sulla Nota del Prof. E. Beltrami: « *Un precursore italiano di Legendre e di Lobatschewsky* » . . . . » [illegible]

Pieri — Sulle tangenti triple di alcune superficie del sest'ordine . . » [illegible]

Pagliani — Sopra alcune deduzioni della teoria di J. H. vant't Hoff sull'equilibrio chimico nei sistemi disciolti allo stato diluito — Nota seconda . . . . » [illegible]

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 14 Aprile 1889 . . . . Pag. [illegible]

Claretta — Presentazione di un'opera del Cav. Felice de Salles . » [illegible]

Doni fatti alla R. Accademia delle Scienze dal 24 Marzo al 7 Aprile 1889 (*Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali*) . . . Pag. [illegible]

Doni fatti alla R. Accademia delle Scienze dal 31 Marzo al 14 Aprile 1889 (*Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche*) . . . . . » [illegible]

Torino - Tip. Reale-Paravia.

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. XXIV, Disp. 12ª, 1888-89

TORINO
ERMANNO LOESCHER
Libraio della R. Accademia delle Scienze

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 28 Aprile 1889.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE ARIODANTE FABRETTI
VICEPRESIDENTE

Sono presenti i Soci: Cossa, Lessona, Salvadori, Bruno, Basso, D'Ovidio, Naccari, Spezia, Giacomini, Camerano, Segre.

Il Segretario legge l'atto verbale dell'adunanza precedente che è approvato.

Tra le pubblicazioni presentate in omaggio all'Accademia vengono segnalate le seguenti:

1. « *Commemorazione di Giuseppe Meneghini letta alla Società geologica italiana* del Prof. Giovanni Capellini;

2. « *Bollettino dei Musei di Zoologia e di Anatomia comparata della R. Università di Torino* (Vol. IV, n. 53-61); presentato da parte dei rispettivi autori dal Socio Basso;

3. « Quattro volumi pubblicati per cura del Comitato direttivo della Società meteorologica italiana, comprendenti l'*Annuario meteorologico italiano* dal 1886 al 1889;

4. « *I poligoni di Poncelet: Discorso pronunziato alla R. Università di Genova dal Prof.* Gino Loria.

Si dà lettura di una lettera del Signor L. Mirinny di Parigi, accompagnante un suo lavoro manoscritto che ha per titolo: « *A propos des canaux de Mars* ». Questo lavoro viene pure offerto in dono all'Accademia.

Il Socio Cossa, Direttore della Classe, ricorda la deplorata morte dell'illustre Chimico Michele Eugenio Chevreul, nato in Angers il 31 agosto 1786, morto in Parigi il 9 aprile 1889, il quale da lunghi anni faceva parte dell'Accademia come Socio Straniero. Lo stesso Socio Cossa accetta l'incarico commessogli dal Presidente di leggere in una prossima adunanza una *Notizia biografica* del venerando Scienziato.

Le letture e le comunicazioni si succedono nel modo che segue:

« *Il seno terziario di Moncalvo* »; lavoro del Prof. Federico SACCO, presentato dal Socio SPEZIA;

« *Su alcune anomalie di sviluppo dell'Embrione umano* »; comunicazione 2ª del Socio Prof. Carlo GIACOMINI. »

LETTURE

Il seno terziario di Moncalvo;

Studio geologico del Dott. FEDERICO SACCO

Se si osserva nel suo complesso la tettonica delle colline Torino-Casale-Valenza si vede come esse rappresentano una specie di corrugamento, più o meno accentuato, diretto ad un dipresso da Ovest-Nord-Ovest ad Est-Sud-Est; però questa ruga allungata non si presenta generalmente semplice ma spesso invece è costituita di due o più corrugamenti subparalleli, ciò che ci fa supporre come sotto alla pianura padana ed alla grande conca pliocenica dell'Astigiana i terreni miocenici ed eocenici si presentino pure disposti in rughe subparallele più o meno accentuate.

Ora siccome tali corrugamenti si costituirono specialmente durante la prima metà dell'êra terziaria, così ne deriva che talora tra l'una ruga e l'altra si poterono depositare i terreni della seconda metà dell'êra terziaria, formando così quivi delle specie di seni o golfi più o meno profondi. Ne è esempio tipico quello di Moncalvo di cui voglio appunto trattare in questa Nota.

Nelle colline Torino-Valenza la regione in cui i corrugamenti sovraccennati sono più numerosi è quella compresa tra la pianura vercellese e le colline astigiane di Tonco. Quivi infatti osservasi dapprima, a Nord, un'anticlinale, in parte mascherata dalle alluvioni quaternarie del Po, presso Trino; ne vengono a giorno persino i terreni *liguriani*. Succede a Sud la sinclinale superficialmente *elveziana* di Castel San Pietro. Riappare poi una seconda anticlinale, quella di Mombello-Fabiano, dove anche spunta fuori una piccola zona *liguriana*. Tien dietro ancora una grande

sinclinale pure superficialmente *elveziana* che costituisce l'ampia val di Stura. Dobbiamo poscia constatare una terza grandiosa anticlinale, quella di Montalero-Ponzano-Ottiglio, vero asse della catena collinosa in esame, e dove pure viene ad affiorare in diversi punti il terreno *liguriano.* A Sud di questa grandiosa ruga vediamo la sinclinale di Oddalengo piccolo-Moncalvo, entro alla quale appunto si sviluppa il seno mio-pliocenico che vogliamo esaminare in questa Nota. Una quarta potente anticlinale è ancora da indicarsi, quella di Villadeati-Penango, in cui gli affioramenti *liguriani* appaiono solo nella parte Nord-Ovest in Val Stura.

Ma con ciò non terminano ancora i corrugamenti subparalleli di questa complicata regione collinosa, poichè al Sud della conca o sinclinale pliocenica di Calliano-Grana-Montemagno vediamo ricomparire sotto al *Piacenziano* ampi affioramenti *messiniani,* i quali ci indicano certamente una quinta anticlinale che però non può molto esplicarsi esternamente, nè dare origine ad affioramenti miocenici ed eocenici.

Volendo ora trattare più minutamente della sinclinale o conca di Moncalvo, dobbiamo esaminare dapprima i terreni più antichi che costituiscono la parte assiale delle anticlinali fra cui giace detta sinclinale, risalendo quindi man mano sino ai più giovani.

Liguriano (*Parisiano*).

Ho già sviluppato altrove (1) il concetto che il nome di *Liguriano,* essendo stato tratto originariamente da depositi di *Flysch* e questo terreno sviluppandosi dal Cretaceo all'Oligocene in grado più o meno vasto secondo le regioni, non può, secondo il mio modo di vedere, detto nome rappresentare un piano geologico fisso, determinato nelle serie stratigrafica dei terreni, ma solo una *facies* speciale, la quale, più che altrove, si presenta sviluppatissima nell'Eocene di una parte notevole della superficie terrestre.

Così appunto verificasi in generale nel Piemonte, dove il *Liguriano* costituisce gran parte della serie eocenica.

Nella regione che vogliamo esaminare il *Liguriano* appare solo per brevi tratti nella parte centrale dell'anticlinale di Penango cioè presso C. Spinosa alta, dove costituisce un'elissoide

(1) F. Sacco, *Le Ligurien.* Bull. Soc. Géol. de France. Série 3^e^, tome XVII, 1888.

allungata, e presso borgata Percivalli, dove affiora appena per un duecento metri circa; in ambidue le regioni questo terreno è costituito come di solito da marne argillose grigio-brune fra cui appaiono numerosi frammenti di Calcare alberese, di Macigno, di Argillo-schisti arenacei, ecc.

Detti affioramenti bastano già ad indicarci come l'anticlinale accennata abbia a base una potente e molto compressa ruga *liguriana*. Una costituzione consimile deve pure verificarsi nell'anticlinale di Villadeati-Penango, solo che quivi il *Liguriano* non riesce ad affiorare che nella parte occidentale, cioè fuori della regione in esame.

Bartoniano.

Si ritenne finora che l'orizzonte *bartoniano* stesse sotto a quello *liguriano*; basandomi su dati paleontologici e stratigrafici io provai nella Nota sovraccennata e nella descrizione del bacino terziario del Piemonte (1) come in verità il *Bartoniano* (o *Gassiniano*) sta invece sopra al *Liguriano*.

Anche nella regione in esame tale fatto si può osservare assai bene poichè sopra alla zona *liguriana* di C. Spinosa alta vediamo che dal lato Sud si appoggiano, con *hyatus* notevolissimo, i terreni *tongriani* e dal lato Nord invece si applicano potenti banchi marnoso-calcarei i quali, per la fauna ricchissima che racchiudono sono attribuibili al *Bartoniano*.

Questo orizzonte è costituito essenzialmente da marne grigiastre frammentarie fra cui, specialmente al fondo del vallone sotto borgata Raviara, raccolgonsi numerosissimi fossili, specialmente Litotamni, Orbitoidi, Nummuliti, Pentacrinidi, Cidariti, Molluschi, ecc.; fra queste marne compaiono irregolari banchi o lenti calcaree che formano spuntoni lungo i pendii collinosi e costituiscono il rilievo esistente a Nord di C. Spinosa alta. Tali formazioni calcaree sono in gran parte un vero impasto di fossili; per estrarli facilmente è necessario portarsi specialmente sull'alto delle colline dove il lento lavorio degli agenti atmosferici ha liberato i fossili dalla ganga avvolgente pur lasciandoli ancora sparsi sul terreno.

(1) F. Sacco, *Il terreno terziario del Piemonte*. Parte I. Bibliografia ed Eocene. Atti Soc. Ital. di Sc. nat., 1888.

Questa zona *bartoniana* si sviluppa assai verso l'Ovest-Nord-Ovest, ma si va restringendo notevolissimamente; anzi scompare quasi completamente nella collina di C. il Gallo, dove i banchi oligocenici inferiori delle due gambe dell'anticlinale vengono fra di loro a contatto. Ma poco ad Ovest rivediamo affiorare i terreni *bartoniani* nelle colline tra C. della Costa e Cadefranco; anche quivi predominano le marne grigie frammentarie, sollevate quasi alla verticale, inglobanti straterelli calcareo-arenacei con Nummuliti ed Orbitoidi.

La zona *bartoniana*, viene poi a scomparire completamente sotto le alluvioni *terrazziane* di Val Colobrio verso C. Quartera, nè ritorna ad affiorare che molto più ad Ovest in Val di Stura.

Sestiano.

Questo sottopiano geologico che serve di passaggio tra l'Eocene e l'Oligocene, nella regione in esame si distingue assai facilmente dal *Bartoniano*, da cui è separato per un leggero *hyatus*, ed invece si collega strettamente col *Tongriano* inferiore; sono soltanto i caratteri paleontologici i quali ci avvertono che alcuni banchi dell'Oligocene inferiore sono probabilmente riferibili al *Sestiano*.

Infatti percorrendo le colline di C. Spinosa, sia alta che bassa, frammezzo a certi banchi arenacei, fortemente drizzati e facenti parte della gamba meridionale dell'anticlinale di Ponzano-Ottiglio, potei raccogliere in più punti resti di Nummulitidi; fra questi, oltre alla *N. Fichteli* tanto comune nel *Tongriano*, trovansi pure alcune forme di *Nummulites* e di *Orbitoides*, simili a quelle che raccolgonsi nelle arenarie del Bric Sac presso Brusasco, cioè in banchi che paiono riferibili al *Sestiano*, facendo già il passaggio alla formazione *bartoniana*.

Ma non credo dover insistere qui su tale orizzonte geologico, sia perchè lo ritengo solo un semplice sottopiano del *Tongriano*, sia perchè nella regione in esame esso non si presenta abbastanza individualizzato; d'altronde i caratteri paleontologici fondati sulle Nummulitidi non sono del tutto sicuri poichè manca ancora uno studio completo di questi fossili tanto interessanti, anzi credo che qui, come in generale, i fossili di un orizzonte passino facilmente all'orizzonte vicino senza che sia possibile segnare una linea netta di divisione fra i due.

Tongriano.

La formazione *tongriana*, potentissima, costituisce gran parte delle anticlinali in esame. Essa consta essenzialmente di banchi sabbiosi ed arenacei che inglobano spesso potenti banchi o lenti ciottolose ad elementi talora assai voluminosi; non sono però nè rare nè sottili le zone marnose che spesso si possono seguire anche col solo esame orografico della regione, in causa delle valli e delle depressioni a cui devono origine in generale.

Nell'anticlinale Ponzano - Ottiglio vediamo che nella gamba settentrionale i banchi sabbioso-arenacei sono sollevati quasi alla verticale ed anzi talora persino rovesciati, come osservasi ad est di Val Colobrio presso C. il Gallo; ma il massimo sviluppo del *Tongriano* si presenta nella gamba meridionale dell'accennata anticlinale; quivi gli strati arenacei grigi o giallastri, potenti, numerosi, sollevati sovente quasi alla verticale, inglobano lenti di ciottoli e di ciottoloni; questi elementi si trovano talora anche sparsi irregolarissimamente frammezzo alle sabbie più o meno marnose. I banchi arenacei sono spesso fossiliferi, ma, ad eccezione delle Nummulitidi, tali resti sono per lo più in troppo cattivo stato di conservazione per esser ben determinabili; sono ad esempio ricchi in Nummulitidi alcuni strati arenacei che costituiscono il rilievo del cimitero di Castellino, e che danno origine nell'alta valle Spinosa ad una copiosa sorgente presso la quale abbondano pure i resti sovraccennati.

Ad Ovest di Val Colobrio i banchi sabbiosi giallastri si sviluppano straordinariamente nella parte meridionale esterna della zona *tongriana* assumendovi un'inclinazione più o meno forte verso Nord, per modo che pare si debba qui ammettere un rovesciamento stratigrafico, fenomeno che d'altronde si è già osservato ad Est e che continua a verificarsi per lungo tratto verso Ovest; tali formazioni sabbiose costituiscono colline a pendii ripidi, talora franosi per la poca coerenza di certi banchi sabbiosi.

Le lenti ghiaioso - conglomeratiche abbondano specialmente nella parte inferiore del *Tongriano*, cioè nelle colline di C. Arsignano, di C. Casali e specialmente poi delle borgate Stara, Parcivalle, ecc. dove questo terreno appoggiasi direttamente sul *Liguriano*. Qui come altrove i ciottoli di questo orizzonte sono in parte di *calcare alberese;* taluni presentansi schiacciati, fran-

tumati e coi frammenti spostati ma tuttora rilegati assieme. Fra questi conglomerati sgorgano talora sorgenti sulfuree, come per esempio si osserva a Nord-Ovest di borgata Parcivalli.

In certi banchi arenacei non sono rare le Nummulitidi, specialmente la *N. Fichteli*, come ad esempio nei banchi che si incontrano a circa mezzo cammino salendo da Val Colobrio a Stara lungo lo stradone; quivi gli strati marnosi, ripetutamente alternati con quelli sabbiosi, si presentano fortissimamente inclinati a Nord-Est.

È sempre molto difficile nella parte esterna di tutta questa area *tongriana* di segnare i limiti di divisione di tale terreno dal circostante *Aquitaniano*, quantunque esista fra di essi un forte *hyatus*, mancando qui lo *Stampiano* che appare invece per brevi tratti più ad Ovest.

Passando ora all'esame dell'anticlinale Villadeati-Penango troviamo anche qui sviluppatissima la formazione *tongriana* rappresentata essenzialmente da depositi sabbiosi giallo-grigiastri poco coerenti che danno origine alle regioni franose di Val C. Stella; sono pure assai rappresentate le arenarie calcaree specialmente al Bric Castello, dove anzi per la loro resistenza sono talora utilizzate onde estrarne pietrisco. Non mancano neppure i banchi marnosi grigio-bleuastri specialmente nella parte settentrionale della zona in esame.

Ciò che caratterizza la massima parte della formazione *tongriana* in studio è l'abbondanza di lenti ciottolose i cui elementi, talora voluminosissimi, spesso di calcare alberese, sovente frantumati nel modo già detto sopra, si presentano spesso sparsi irregolarmente frammezzo alle sabbie; per l'erosione causata dagli agenti esterni tali ciottoloni si trovano ora sul dorso delle colline o al fondo dei valloni simulando ciottoli erratici.

Fra queste sabbie ed arenarie *tongriane* non sono rare le sorgenti solforose, di cui alcune abbastanza copiose.

Nelle colline di Bric Castello l'inclinazione degli strati è di 40 a 60° circa verso il Sud-Ovest od il Sud ad un dipresso; invece sulla destra di Val C. Stella e nelle colline del Cimitero di Alfiano Natta la pendenza dei banchi sabbiosi diventa assai più dolce, cioè di circa 25°, verso Sud-Ovest, verso Sud o verso Sud-Est, secondo i punti in cui si osserva.

Nelle regioni collinose di C. Marmetta, di C. Rocco e di Cascinotto, cioè attorno a Val Bizara, hanno ancor prevalenza

assoluta i banchi sabbiosi, la cui inclinazione a Sud-Est diventa sempre più dolce, ciò che ci indica come ci troviamo qui al termine dell'elissoide *tongriana* di sollevamento.

Notiamo però subito come di tale elissoide non affiora in Val Bizara che la gamba meridionale, giacchè quella settentrionale è completamente mascherata dai depositi *messiniani;* però verso Nord-Ovest anche i banchi *tongriani* di quest'ultima gamba vengono poco a poco ad affiorare, tant' è che nelle colline di C. Lunga gli strati marnoso-sabbiosi, inglobanti lenti ghiaioso-ciottolose, pendono nettamente a Nord-Ovest, fatto che ancora più chiaramente si può poi osservare più ad occidente.

Ad ogni modo riesce ben chiaro come l'elissoide *tongriana* ora esaminata è in gran parte sepolta sotto ai terreni terziari più giovani, dei quali quindi è separata con un *hyatus* spesso notevolissimo, per quanto non esista generalmente una forte discordanza stratigrafica fra questi orizzonti geologici.

Aquitaniano.

Nella regione in esame, per le trasgressioni sovraccennate non apparendo le formazioni marnose dello *Stampiano*, dobbiamo passare senz'altro all'esame dei terreni *aquitaniani;* ma neppure quest'orizzonte geologico è quivi molto sviluppato.

Su ambi i lati dell'anticlinale di Ottiglio-Moncalvo, sopra ai terreni arenaceo-sabbiosi del *Tongriano* vediamo disporsi una zona di marne grigiastre, alternate con strati sabbiosi o marnoso-sabbiosi pure dello stesso colore ad un dipresso, oppure passanti al biancastro od al gialliccio; questi banchi pendono di circa 40° a Nord-Est nella zona settentrionale abbastanza ampia, e di 45°, 50° e più nella zona meridionale invece molto stretta, per modo anzi che pare talora che essa scompaia quasi del tutto sotto alle formazioni *elveziane;* si comprende quindi facilmente come nell'anticlinale di Murisengo-Penango, dove le trasgressioni tra l'Oligocene ed il Miocene sono fortissime, manchi completamente ogni traccia di *Aquitaniano.*

I residui fossili, solo marini, sono assai scarsi in questi depositi e sempre assai difficili ad estrarsi completi.

Langhiano.

Quest'orizzonte che nel Piemonte in generale è rappresentato da depositi marnosi di mare tranquillo, non viene quasi ad apparire nella regione in esame, a causa delle trasgressioni sovraccennate; possiamo solo menzionare al riguardo come strati marnosi grigi, duri, di *facies langhiana* appaiono qua e là alla base della formazione *elvesiana*, specialmente a Sud di Castellino ed a Nord di C. Coconota; manca ogni traccia di questo terreno nell'anticlinale oligocenica di Alfiano Natta, quantunque esso compaia poscia poco ad Ovest ma già fuori dal nostro attuale campo di studio.

Elveziano.

Quest'orizzonte geologico è qui, come in generale, notevolmente sviluppato; consta in massima parte di banchi marnoso-arenacei compatti, piuttosto regolari, grigiastri, che per la loro resistenza all'erosione spesso costituiscono creste collinose assai frastagliate.

Della grande zona *elveziana* Rosignano-Sala-Cereseto-Serralunga di Crea, ecc. non appaiono nella nostra regione di studio che pochi banchi basali, a Nord di C. Coconota, dove essi presentansi fortissimamente sollevati ed inclinati a Nord-Ovest.

Invece appare per lungo tratto la zona Ottiglio-Oddalengo che costituisce le colline di Patro, di Sagliano, di Perno, ecc.; quivi i banchi pendono in complesso verso Sud-Ovest, di circa 40° alla base ma solo più di 25°, 20°, ed anche meno, nella parte superiore; notansi poi sovente delle varianti locali nella pendenza che talora è anche verso Sud o Sud-Est.

In tutte queste regioni è attivissima l'escavazione delle compatte marne calcaree dell' *Elveziano* perchè vengono utilizzate come pietre da costruzione (*cantoni*) eleganti e solide nel tempo stesso; sono specialmente i banchi dell'*Elveziano* medio-superiore che si presentano più atti all'uopo.

Alla base dell'*Elveziano* non è raro di incontrare sorgenti acquee, generalmente però non abbondanti, le quali derivano semplicemente dalle acque di pioggia che, dopo aver attraversata lentamente la serie *elveziana*, scorrono lungo la linea di trasgressione tra il Miocene e l'Oligocene.

Verso Ovest la zona *elveziana* in esame si incurva gradatamente a Sud, in causa del ravvicinarsi delle due anticlinali finora nominate, per modo che nelle colline di Oddalengo piccolo risulta una conca regolare aperta a Sud-Est, i cui banchi pendono in tale direzione di circa 40°, 45°.

Ma avvicinandosi all'anticlinale oligocenica di Alfiano i banchi *elveziani* assumono poco a poco un'inclinazione più forte verso l'Est ed anche verso il Nord-Est, ma ad ogni modo è sempre con una forte trasgressione stratigrafica che essi appoggiansi direttamente sulla formazione *tongriana*.

Dal lato meridionale di questa anticlinale oligocenica, essendo ancor più forte la trasgressione stratigrafica che dal lato nordico, non vediamo apparire traccia di zona *elveziana* che viene a giorno solo molto più ad Ovest presso Villadeati.

I terreni in esame, specialmente alcuni banchi un po' sabbioso-arenacei sono per lo più assai ricchi in fossili; vi si rinvengono comunemente denti di squalo di varie forme.

Tortoniano.

La formazione *tortoniana* è ampiamente sviluppata nella regione in esame; essa presenta la caratteristica *facies* di marne grigiastre, alternate talvolta con banchi marnoso-sabbiosi specialmente alla base dove avviene il gradualissimo passaggio all'*Elveziano* superiore; si tratta di un deposito di mare tranquillo ed abbastanza profondo.

In stretto rapporto colla natura del terreno sta la configurazione del suolo, per cui vediamo che le colline *tortoniane* sono relativamente basse, rotondeggianti, ed a pendii morbidissimi, spesso osservandosi bassi colli ed ampie vallate, caratteri esterni assai utili per distinguere in complesso i terreni *tortoniani* da quelli *elveziani*.

Siccome la zona *tortoniana* segue abbastanza bene l'andamento di quella *elveziana*, così vediamo come essa, sviluppatissima nel casalese meridionale, si estende nella regione in esame da Grazzano a Perno inferiore, con l'inclinazione di una decina di gradi circa verso il Sud-Ovest; poscia si incurva a Sud formando una conca aperta a Sud-Est, ma nello stesso tempo restringesi rapidamente in modo che viene a scomparire nella

valle di Molino Moretta, in causa della solita notevolissima trasgressione stratigrafica che quivi si verifica.

Vediamo poi ancora ricomparire, ma per breve tratto ed in sottilissima striscia, le marne *tortoniane* sul lato Sud-Ovest dell'anticlinale oligocenica di Alfiano Natta, dove esse si appoggiano direttamente e trasgressivamente sul *Tongriano* inferiore.

Non si trovano facilmente resti fossili nella zona *tortoniana*, ciò che però dipende in gran parte dalla scarsità di tagli naturali che mettano a nudo questi terreni; i fossili sono però assai ben conservati ma non sempre facili ed estrarsi intieri.

La configurazione sovraccennata delle regioni *tortoniane* le rende molto atte alla coltura, specialmente viticola.

Messiniano.

Importantissima è la zona *messiniana* sia per il notevole sviluppo, sia per la costituzione che presenta nella regione in esame. Qui, come in generale, questa formazione è in gran parte maremmana o lagunare, però in parte deve essersi depositata in un mare basso e tranquillo bensì, ma libero.

Nella sua costituzione predominano le marne più o meno argillose di varia tinta, sovente grigie passanti al verdastro od al gialliccio, oppure brunastre; talora queste marne si presentano biancastre, compatte, alquanto straterellate, come ad esempio si osserva alle falde occidentali della collina di San Bernardino (Moncalvo), alle falde meridionali dei colli di Alfiano Natta, ecc. In certi banchi compaiono poi anche formazioni sabbiose.

Ma il carattere essenziale dell'orizzonte *messiniano* si è d'inglobare frequenti zone più o meno estese, di Gessi e di Calcare.

Nella regione in esame la lente gessosa più importante è quella che a forma di irregolare mezzaluna si estende ad Ovest di Moncalvo, costituendo diverse colline sopra una delle quali giace una borgata che prese appunto il nome di Gessi. Il Gesso si presenta sia in piccoli che in grossi cristalli frammischiati alle marne, ma costituenti nell'assieme banchi abbastanza regolari ma non continui. Questo materiale viene escavato in varî punti ovunque esso viene ad affiorare; molto attiva è la cava di C. Chioso in causa della sua posizione speciale.

Altri minori lenti gessose compaiono presso Penango, presso C. Castelmerlino, presso C. Borghi, presso C. Gesso, ecc.

Più a Sud, sotto la zona pliocenica riappare la formazione *messiniana* con nuove lenti gessifere.

Quanto alle lenti calcaree esse sono ancora più irregolari di quelle gessose ed appaiono quasi solo come arnioni frammezzo a marne ed a sabbie; per lo più questi calcari sono cariati, granulati, bianco-giallognoli. Ne troviamo diversi affioramenti ad Est ed Ovest di Grazzano; ma sviluppansi specialmente nelle colline di Penango da borgata Gessi alle case del Molino, ed in queste regioni il materiale calcareo viene attivamente escavato, quantunque dia della calce di qualità piuttosto inferiore; altri affioramenti calcarei troviamo nelle colline di C. Salata, di San Lorenzo, ecc., cioè specialmente là dove le zone *messiniane* medie vengono a giorno.

In complesso si vede che queste formazioni calcarifere accompagnano da vicino oppure sostituiscono le lenti gessose.

Nell'andamento generale la zona *messiniana* accompagna molto bene le curve del seno di Moncalvo, applicandosi sia regolarmente sui terreni *tortoniani*, sia trasgressivamente su quelli *tongriani;* ma in ogni caso la stratificazione è sempre abbastanza regolare con pendenze assai dolci ma varie a seconda dei punti in cui si osserva la zona *messiniana*.

La potenza della serie *messiniana* non è generalmente molto grande, in complesso si può valutare ad una cinquantina di metri.

Per quanto la formazione *messiniana* sia di natura ben diversa da quella *piacenziana* tuttavia tra questi due orizzonti geologici esiste quasi sempre un passaggio abbastanza graduale od almeno una concordanza stratigrafica assai notevole.

La natura stessa e quindi il modo d'origine del terreno *messiniano* ci avverte come debbanvi scarseggiare affatto i fossili, come verificasi in verità; tuttavia in alcuni banchi sabbioso-marnosi si possono raccogliere resti specialmente di molluschi bivalvi marini, ma di mare basso passante quasi a laguna; particolarmente utili per tali ricerche sono le cave di calcare, frammisto ad arenaria, del fianco occidentale di Mongrande presso Penango.

La zona *messiniana* oltre che per i materiali gessosi e calcarei che contiene è pure importante dal lato agricolo specialmente per la viticoltura.

Piacenziano.

L'orizzonte geologico da esaminarsi rappresenta un deposito di mare tranquillo ed abbastanza profondo, come ce lo indicano le marne azzurrastre racchiudenti fossili marini assai ben conservati.

Esso si presenta abbastanza sviluppato nella regione in esame, per essere quasi orizzontale, quantunque in verità abbia ben poca potenza; infatti se verso Sud la serie *piacenziana* può raggiungere lo spessore di una cinquantina di metri, essa si va assottigliando verso Nord sino a terminare ad unghia tra Moncalvo e Grazzano, per modo che non è sempre possibile il distinguerlo tra l'*Astiano* ed il *Messiniano*.

È sempre molto difficile il seguire la linea di separazione tra il *Piacenziano* e l'*Astiano*, in causa specialmente di marne grigio-giallastre che formano il graduatissimo passaggio tra questi due orizzonti geologici; tant'è che in alcuni punti rimane incerto se debbasi o no segnare una placca *astiana* sul *Piacenziano*.

I fossili sono quasi ovunque molto comuni ed anche assai ben conservati nelle marne *piacenziane;* ne è più facile ed abbondante la raccolta nei banchi superiori passanti all'*Astiano*.

Per la sua natura litologica questa formazione costituisce colline rotondeggianti a pendìo dolcissimo, molto atte alla viticoltura; forma poi larghe vallate ed ampi bassipiani a coltivazione pratense che riesce assai bene a causa dell'umidità delle marne un po' argillose; per la stessa ragione ci spieghiamo il velo acqueo che esiste sovente tra l'*Astiano* ed il *Piacenziano*. È in gran parte all'alterazione ed al rimaneggiamento delle marne *piacenziane* che debbonsi quei depositi giallastri che osservansi al fondo delle vallate e che vengono talora utilizzati come materiali per laterizi.

Astiano.

La formazione terziaria più recente che appare nel seno di Moncalvo è l'*Astiano*, che vi si presenta sviluppatissimo indicandoci per tal modo come durante l'epoca pliocenica non siansi verificati movimenti sismici, i quali invece si accentuarono fortissimamente alla fine di detta epoca, segnandone anzi la chiusura.

Per essere l'orizzonte più giovane, l'*Astiano* costituisce il co-

cuzzolo di quasi tutte le colline e, per le erosioni avvenute nel quaternario, presentasi ora diviso in numerosi e svariatissimi lembi, spesso solo ridotti a semplici placche sottilissime.

La formazione *astiana* consta di marne e di sabbie marnose giallognole, alternate verso la base con strati grigiastri che formano graduale passaggio al sottostante *Piacenziano;* nella parte alta della serie *astiana* prendono gradatamente la prevalenza i banchi sabbiosi passanti talora a vere arenarie compatte che ci indicano un deposito littoraneo.

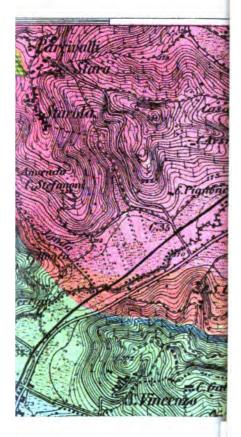
È con questa *facies* arenacea che presentasi per lo più la cima delle colline da Grazzano a San Bernardino. Lungo questa linea, ma specialmente a Moncalvo ed a S. Bernardino, i banchi arenacei sono zeppi, impastati, direi, di resti di molluschi, di molluscoidi, di foraminiferi, ecc., che servono appunto come cemento alla massa sabbiosa. Tutto ciò ci indica come verso la fine del periodo *astiano* il golfo marino di Moncalvo si presentasse riccamente popolato di animali della zona littoranea; i loro resti, sovente sbattuti e quindi frantumati dal movimento delle onde e delle lame di fondo, venivano ad accumularsi in gran numero fra le sabbie che si andavano allora deponendo.

Le colline *astiane* si presentano per lo più di un color giallastro abbastanza caratteristico anche di lontano appunto per il colore originario del terreno; i banchi di quest'orizzonte sono leggerissimamente inclinati verso il Sud all'incirca; ma verso la Val Grana, per l'apparsa dei terreni *messiniani*, i sovraccennati banchi divengono quasi orizzontali.

Per quanto apparentemente la formazione *astiana* sia molto estesa, in verità essa non ha che pochissimo spessore; talora solo di tre o quattro metri, come in certe placche attorno a Penango; tutt'al più di una quarantina di metri come presso Moncalvo, dove essa è spinta sin oltre i 300 metri di elevazione.

Spesso le marne sabbiose dell'*Astiano* inglobano resti fossili, intieri o frantumati, oppure anche solo ridotti a semplice modello; dove la raccolta ne riesce più facile ed abbondante è nei banchi arenacei dello sperone di Moncalvo, giacchè quivi i fossili costituiscono talora quasi da soli intieri strati.

Per la sua natura specialmente sabbiosa l'orizzonte in esame è permeabile al sommo e quindi piuttosto aride si presentano le regioni che ne sono costituite; ma il poco spessore del terreno fa sì che poco profondo è il velo acqueo utilizzabile, almeno per

cenziano Astiano

so domestico. Le colline *astiane* sono molto atte alla viticoltura ome quelle dell'Astigiana in generale; si distinguono anche solo ell'aspetto orografico da quelle *piacenziane* e *messiniane* a causa ei pendii più ripidi che talora anzi si cangiano in veri scoscenimenti più o meno profondi.

In alcuni casi si escavano le sabbie e le arenarie *astiane* ome materiale da costruzione ma di poca importanza.

Quaternario.

Siccome durante l'epoca quaternaria la regione in esame venne oggetta ad un'erosione potentissima, così veri depositi quaterıari non vi si poterono formare; possiamo solo accennare in proposito a lembi di *loess* giallastro o rossiccio che osservansi qua e là ul fianco delle colline, e che si sono prodotti in parte sulla fine del *Sahariano* ma in parte maggiore durante la prima metà del *Terrazziano*.

Quanto alle alluvioni terroso-sabbiose che coprono il fondo delle vallate esse furono deposte nella seconda metà del periodo *terrazziano*, la loro importanza è grande dal lato agricolo, costituendo essenzialmente l'*humus*.

RIASSUNTO.

Da quanto si è esposto nelle pagine precedenti risulta: 1° che nella regione studiata si può seguire quasi perfettamente l'intiera serie terziaria, spesso riccamente fossilifera, dall'Eocene al Pliocene superiore; 2° che in detta regione, durante il Miocene, per compressioni laterali, agenti da Nord-Est verso Sud-Ovest, si verificarono due potentissimi corrugamenti, diretti da Nord-Ovest a Sud-Est, fra di loro quasi paralleli e facenti parte regolare del generale corrugamento che originò i colli Torino-Valenza; 3° che fra queste due rughe eo-mioceniche si costituì uno stretto e profondo seno marino, regolare, tranquillo, che durò per tutta l'epoca pliocenica, finchè il grandioso movimento sismico che chiuse detta epoca cangiò in regione continentale l'intero golfo padano; 4° che l'attuale configurazione della regione nominata è dovuta essenzialmente ai fenomeni di erosione acquea verificatisi durante l'epoca quaternaria.

Su alcune anomalie di sviluppo dell'embrione umano;

Comunicazione seconda del Socio Prof. C. Giacomini

Lo studio delle Anomalie di sviluppo dell'embrione umano, che io ho iniziato nella Comunicazione che ho avuto l'onore di fare alla Accademia nello scorso anno (1) promette risultati non indifferenti e tali da compensare certo le lunghe e minuziose cure che richieggono siffatte ricerche. Dopo quella prima Comunicazione io ho avuto dalla gentilezza dei Colleghi altri embrioni in diversi stadi di sviluppo, alcuni dei quali non si presentavano in condizioni normali. Studiando queste forme anomale, ho trovato particolarità le quali possono avere un certo interesse per la storia dello sviluppo dell'uomo, e che desidero presentare alla Accademia in questa 2ª Nota.

OSSERVAZIONE III.

Nelle ore antimeridiane del 30 Giugno scorso il Dott. Acconci, mi portava all'Istituto un ovulo umano che era stato emesso la sera avanti da una giovane donna. Essa aveva già avuto 7 parti fisiologici ed a termine, e 4 allattamenti. L'attuale gravidanza secondo i calcoli ostetrici avrebbe cominciato alla fine di Aprile od al principio di Maggio.

Venuta a Torino da una città della Provincia il 29 Giugno, si trovò bene tutta la giornata; alle ore 5 pom. incominciarono i fenomeni dell'aborto, il quale avveniva spontaneamente alle ore 10 di sera senza complicazioni.

Fino al momento in cui io ho ricevuto l'aborto, esso era stato

(1) *Su alcune anomalie di sviluppo dell' embrione umano;* Atti della R. Accademia delle Scienze, vol. XXIII, 1888.

conservato in una soluzione di cloruro di sodio. L'ovulo presentava le membrane perfettamente intatte, era rivestito dalla caduca uterina ed ovulare ben distinguibili in tutta l'estensione, e fra esse si trovava interposto uno spazio.

Il corion isolato dalla caduca ovulare aveva l'estensione di 5 centimetri. Le villosità non erano uniformemente sparse e presentavano un colore giallastro. L'amnios era strettamente applicato alla superficie interna del corion, e lo spazio molto grande da esso circoscritto era pieno di un liquido trasparente. L'apertura delle membrane fu fatta da me presente il Dott. Acconci. L'embrione occupava un piccolo punto della superficie interna del corion. Era ridotto ad un tubercolo leggermente curvo colla convessità rivolta verso il centro e la concavità verso la parete, alla quale aderiva per mezzo di un breve e rotondo peduncolo che rappresentava il funicolo ombellicale, e sorgeva dalla estremità caudale dell'embrione. L'esame esterno del prodotto (Fig. 1ª e 2ª) anche con lenti di ingrandimento dimostrava ben poco. L'estremità cefalica era quella che si presentava più fortemente colpita dal processo morboso, essa era piegata orizzontalmente e finiva in avanti in una parte acuminata. Non si notava traccia alcuna delle vescicole cerebrali. Le sezioni microscopiche però dimostrarono che il sistema nervoso non solo esisteva, ma che aveva subito verso l'estremità cefalica un forte incurvamento per modo da spingersi colla sua estremità anteriore molto in basso.

Ai lati della parte acuminata esisteva una depressione, la quale come vedremo corrispondeva alla formazione del cristallino (Fig. 2ª *L*), e più in basso si osservavano due leggeri rilievi diretti ventralmente e caudalmente, che appartenevano all'apparato branchiale, e probabilmente al 1° arco branchiale (*A B*). Dorsalmente da questi si trova una sporgenza emisferica (*O*), che corrispondeva internamente ad un spazio cavo senza limiti ben distinti. Subito al dissopra dell'origine dall'embrione del cordone ombellicale si osserva una superficie un po' irregolare la quale si riferisce alla disposizione epatica (Fig. 2ª *F*).

La curvatura caudale era molto pronunciata, e si dirigeva in avanti ed a sinistra, terminando in un tubercolo che si trovava al lato sinistro del cordone ombellicale, la cauda (*C*). Mancavano completamente le estremità.

Concentricamente alla curva dorsale e nei limiti fra la regione dorsale e la ventrale, alla parte superiore del tronco si poteva

distinguere un solco superficiale, nel fondo del quale, con un certo ingrandimento, si osservavano piccole depressioni susseguentesi l'una all'altra. Questa disposizione non fu bene espressa dal disegnatore nella fig. 2ª.

Per il modo di presentarsi questo rudimento embrionario dovrebbe appartenere alle forme atrofiche di His. L'arresto però era meno avanzato di quello che ho descritto nella seconda osservazione della precedente comunicazione.

La massima lunghezza raggiungeva appena i 5 millimetri. Tutto l'embrione unitamente al cordone ombellicale ed al tratto di corion sul quale prendeva inserzione, fu convenientemente colorito col Borace-carmino, incluso in paraffina e diviso in sezioni trasversali, incominciando dalla estremità cefalica, andando verso la caudale; e furono così fatte 485 sezioni. Esse non riescirono perfettamente trasversali, ma leggermente oblique da sinistra a destra e dall'alto in basso, per cui le diverse particolarità nelle sezioni compaiono prima a sinistra e più tardi a destra. Questo fatto fu in parte causato dall'assimetria che presentava l'embrione e può essere facilmente corretto.

La parte che si riscontra in tutte le sezioni è il sistema nervoso centrale, ed esso occupa anche maggiore estensione principalmente nella parte cefalica. Compare già alle prime sezioni e non cessa che nelle ultime. Ma esso è profondamente modificato nella sua costituzione. Risulta formato da una grande quantità di quei piccoli elementi fortemente coloriti, dei quali ho parlato nella mia precedente comunicazione. Questi si trovano irregolarmente disposti in molti punti, divisi talora da ammassi granulari; in altri essi si comportano in modo da ricordare ancora la parete che circoscrive il canale centrale, ma questa parete assume un decorso fortemente ondulato, descrivendo circonvoluzioni svariate, che ho già detto essere un sicuro indizio della sua avanzata alterazione. Questa adunque ci è indicata sia dal modo con cui si presentano gli elementi costitutivi considerati in se, sia per il modo con cui essi si associano. La cavità centrale, quando esiste, è generalmente piena di un precipitato irregolare.

Il sistema nervoso, anche qui, in molti punti è ben limitato dagli elementi del mesoderma, per mezzo di una sottile lamina basale. In certi tratti esso corrisponde alla lamina cornea senza interposizione di mesoderma.

Le poche sezioni che vennero riprodotte, le credo sufficienti

per dimostrare il grado e l'entità del processo che ha colpito il canale centrale, e le altre parti dell'embrione (Fig. 3, 4, 5, 6).

Lo studio delle sezioni dimostra che all'estremità cefalica, il sistema nervoso ha subito una forte incurvazione, per modo che la parte corrispondente alla vescicola cerebrale anteriore si estende di molto caudalmente fino alla sezione 183 (Fig. 4ª *Ve*), e perciò per quasi i due quinti della lunghezza totale. Nel punto ove termina la vescicola cerebrale anteriore si trova ventralmente e lateralmente abbracciata dai due tratti sporgenti sulla superficie esterna e che a mio giudizio sono i rappresentanti del 1° arco branchiale o mascellare inferiore (Fig. 4°).

Nel mentre cessa la vescicola cerebrale anteriore, compare un cumulo di elementi vivamente coloriti e meglio conservati, i quali per la località in cui si trovano possono essere considerati come dipendenze dell'intestino cefalico o della regione cardiaca.

Non é possibile riconoscere le vescicole oculari; si possono però considerare come tali due ammassi dei medesimi elementi che compongono il canale midollare, in corrispondenza di due gruppi di cellule epiteliari, che considero come rappresentanti della lente cristallina. Questi due gruppi di cellule epiteliari non si possono scorgere contemporaneamente sullo stesso preparato per la direzione obliqua delle sezioni.

Alla 31ª sezione incomincia il cristallino di sinistra, in corrispondenza di quella depressione che si è notata sulla superficie esterna. È ben isolato dalle cellule ectodermiche e forma un gruppo di cellule che nelle prime sezioni si presenta abbastanza regolarmente sferico, disposte in un unico strato e circoscriventi una piccola cavità. Gli elementi hanno tutti i caratteri di un epitelio cilindrico, molto alto con nucleo ovulare pronunciato. Il gruppo di queste cellule va ingrossando nelle sezioni successive e va facendosi nello stesso tempo irregolare nella forma; si allontana dalla superficie ectodermica e nella sua parte interna è circondato dagli elementi del canale midollare. Dura fino alla sezione 58ª.

Alla 49ª sezione si trovano due cospicue cellule nucleate di oltre 45 μ di diametro, strettamente applicate l'una su l'altra, con protoplasma completamente ialino ed incoloro. Esse furono comprese in tre sezioni. Sembrano due cellule vegetali. Il modo di presentarsi di queste due cellule, identico a questo che ho potuto

riscontrare in altri cristallini d'embrioni umani non normali, conferma il significato che abbiamo dato alle cellule che stiamo studiando.

Quando termina il cristallino di sinistra incomincia quello di destra (Fig. 3ª *L*) e dura fino alla sezione 82ª. Nella sua origine è più ventralmente posto; quando è nel suo massimo sviluppo è formato da due strati di cospicue cellule cilindriche, le quali circoscrivono una rima allungata. Sorprende il vedere questi elementi normalmente costituiti in mezzo ad altri colpiti nella loro evoluzione. Se la causa che ha prodotto l'arresto nel nostro embrione, ha fatto sentire la sua influenza su tutto il cristallino per modo da impedire una formazione normale, gli elementi però che lo costituivano si presentavano ancora in condizioni fisiologiche.

Interpretate come lente cristallina le due produzioni epiteliari abbastanza simmetricamente disposte, l'ammasso di cellule midollari colle quali esse si trovano in rapporto, costituirebbe la vescicola cerebrale intermedia.

Alla sezione 119 il sistema nervoso della estremità cefalica incomincia a dividersi in due parti; una posta ventralmente più voluminosa (cervello anteriore), e l'altra situata dorsalmente più ristretta (cervello posteriore). Questo nel mentre si è reso indipendente, risulta formato da un robusto nastro, avente eguale spessore nei vari suoi punti, e descrivente inflessioni in diverso senso. Lo spazio circoscritto è abbastanza ampio (Fig. 4ª).

Appena si è prodotta questa divisione, nello spazio di mesoderma che si interpone fra le due parti del canal midollare e che va sempre più aumentando nelle sezioni successive, incomincia a comparire la corda dorsale (sezione 128), la quale nella prima sezione è colpita in due punti a causa delle inflessioni che descrive alla sua estremità anteriore. (Fig. 4ª, 5ª, 6ª *Co*).

La corda mantiene costanti i suoi rapporti col canale midollare e può essere seguita fino alla estremità caudale, dove termina confondendosi con gli elementi del canale midollare. Nel punto dove termina esiste un gruppo di cellule ectodermiche che si spinge nel mesoderma.

La corda nel nostro embrione si presenta di un volume un po' superiore al normale, e mantiene, pressochè invariato questo volume per tutta la sua estensione. La sua costituzione non è però normale, si distingue ancora molto bene la sua guaina, che la isola dalle parti circostanti; lo spazio che questa guaina cir-

scrive di forma generalmente ovulare è in parte occupato da ıclei fortemente coloriti ed irregolarmente disposti. La corda è rcondata dal mesoderma che non assume disposizioni speciali.

Le sezioni più inferiori dimostrano come il rudimento embrioırio verso la estremità caudale subisca un forte incurvamento al piano sagittale e laterale per modo che la cauda viene a colcarsi al lato ventrale ed a sinistra del peduncolo ombellicale. anto la corda come il canale midollare seguono questa curvaıra e vengono a terminare a poca distanza dalla cauda. (Fig. 2ª, 6ª *Cau*).

La Corda ed il Canale midollare malgrado le loro modifiazioni nella forma e nella costituzione sono le sole parti che ossono essere ben seguite in tutta la lunghezza dell'embrione, ed ılle quali può essere data una giusta interpretazione. Nel mesolerma difficilmente si riscontrano formazioni, le quali siano riferibili a quanto si osserva nelle condizioni normali.

Nei punti dove sulla superficie esterna si notano quelle eminenze sferiche, il mesoderma incomincia a rarefarsi. Si riscontrano cellule fusiformi con nuclei allungati e pallidi, congiunte fra loro per mezzo di prolungamenti, dando così origine ad un tessuto reticolare; poi si manifesta nel centro una cavità mal circoscritta, senza contenuto, la quale all'esterno è in rapporto diretto con la lamina cornea, che qui assume maggiore spessore; più in basso le due cavità si restringono, si spingono verso la linea mediana, si confondono fra loro e finalmente scompaiono. Non è possibile dire che cosa esse rappresentino. (Fig. 4ª *O*).

Meglio distinti sono due spazi circolari simmetricamente disposti ai lati della linea mediana, un po' avanti della Corda dorsale; i quali incominciano a comparire nella sezione 155 prima a sinistra e poi a destra; contengono generalmente nel loro interno elementi con nuclei circondati da un alone poco colorito: sembrano globuli sanguigni in via di alterazione. Questi due spazi sono senza dubbio due vasi sanguigni e probabilmente le due aorte (Fig. 4ª *A*).

Si originerebbero in alto verso l'arco branchiale; in basso si avvicinano e si congiungono alla sezione 198, poi di nuovo si dividono e più tardi non possono più essere seguiti, si confondono col tessuto circostante. Sono questi gli ultimi avanzi dell'apparato vascolare.

La disposizione del fegato può essere facilmente riconosciuta;

occupa una larga estensione della parte ventrale nelle sezioni subito al disopra dell'inserzione del peduncolo ombellicale. Inutile sarebbe per ora di voler prolungare la descrizione delle altre particolarità che presenta il mesoderma, perchè ad esse non possiamo dare alcuna interpretazione. Notiamo solo che nel cordone ombellicale non si distinguevano traccie di vasi sanguigni; in un tratto del suo breve decorso si osservava una piccola cavità rivestita da epitelio, ultimo resto del canale vitellino.

Appena il peduncolo prendeva la sua inserzione sulle membrane, compariva tra l'annios ed il corion un canale rivestito da un doppio strato di cellule epiteliari ben distinte, che poteva essere seguito per un lungo tratto, era il canale vitellino. La vescicola ombellicale non fu riscontrata. L'amnios ed il corion erano normalmente costituiti. (Fig. 6ª, *Vi*).

Ma le particolarità più interessanti e più singolari del nostro embrione, le troviamo nella lamina cornea dell'ectoderma. Essa forma il rivestimento esterno, ed in nessun punto si trova mancante. Risulta generalmente di due strati di cellule cubiche, meno alte le superficiali, i cui contorni sono ben distinguibili, il nucleo rotondeggiante, centrale e mediocremente colorito, protoplasma completamente incoloro.

La lamina cornea si presenta vale a dire pressochè nello stesso modo come nell'embrione descritto nella precedente comunicazione; se nonchè in quello che stiamo studiando gli elementi erano meglio conservati, più voluminosi e si avvicinavano di più alle condizioni normali. Essi erano strettamente applicati fra loro ed al mesoderma sottostante.

In nessun punto si trovò isolata la lamina cornea dalle parti sottostanti, come occorre non raramente di osservare in embrioni normali. Era sostenuta da un sottile strato amorfo più intensamente colorito, ed al disotto di esso si trovavano più numerosi quegli elementi degenerati che erano irregolarmente sparsi nel mesoderma.

La lamina cornea non si presenta egualmente nelle diverse parti dell'embrione. In tutta la faccia ventrale della estremità cefalica era ridotta ad un unico strato di cellule fortemente appiattite, ma continue. Nello stesso modo si comportava al disopra dell'inserzione del peduncolo ombellicale di fronte, vale a dire alla disposizione epatica. Il passaggio fra la costituzione

a due strati e quella ad uno strato solo avveniva in modo brusco.

Sulle parti laterali invece ed in ispecie in corrispondenza delle sporgenze *O* raggiungeva il massimo spessore, essendo costituita da 5 a 6 strati di cellule aventi tutti lo stesso carattere.

In corrispondenza della parte che abbiamo considerata come rudimento dell'apparato branchiale, la lamina cornea si comporta in modo da venire in appoggio di questa nostra idea.

Così dal fondo della depressione che si nota alla superficie esterna nel punto *A*, parte un prolungamento ectodermico (sezione 64ª) il quale si isola e si spinge all'interno ed in avanti, e nelle successive sezioni si può accompagnare finchè esso si congiunge di nuovo con la lamina cornea in avanti ed in basso nel punto *B* (sezione 118). Si avrebbe così un cordone cellulare che va da *A* in *B* procedendo obliquamente dall'alto in basso e dall'indietro in avanti, circondando alla parte interna quella sporgenza che abbiamo detto potersi considerare come prolungamento mascellare superiore del 1° arco branchiale. Quando il prolungamento epiteliare ha raggiunto la superficie ventrale si continua ancora caudalmente con un solco ben pronunziato, il quale va a finire alla parte profonda del primo arco branchiale costituendo così l'epitelio della fossetta boccale.

Nelle sezioni successive l'estremità distale del 1° arco branchiale si spinge verso la linea mediana, s'incontra con quella del lato opposto, si fonde prima il rivestimento epiteliare poi la parte mesodermica, venendo in tal modo ben circoscritta la fossetta della bocca tutta rivestita dagli elementi della lamina cornea (Fig. 4ª *M*).

Dietro la depressione della bocca, che va subito restringendosi per quindi scomparire, si trova ancora la vescicola cerebrale anteriore ben pronunciata, la quale forma una sporgenza mediana e divide lo spazio circoscritto dai due archi in due parti laterali (Fig. 4ª *V*). La parte sinistra più ristretta scompare dopo poche sezioni; la destra invece più ampia, si mantiene tale per un certo tratto; poi modifica la sua forma, si dirige all'esterno e dorsalmente si avvicina sempre più alla superficie laterale e finalmente il suo epitelio si continua con la lamina cornea (sezione 202).

Tutto ciò che siamo andati descrivendo per quanto anomalo sia e per quanto sia difficile di metterlo in rapporto colle con-

dizioni ordinarie di sviluppo, ciò nondimeno può essere ancor compreso trattandosi di una regione dove le dipendenze del-l'ectoderma sono frequenti a riscontrarsi e sotto tutte le forme.

Ma ciò che sorprende di più sono i prolungamenti della la-mina cornea che si osservano abbastanza regolarmente nella re-gione dorsale, e che andremo ora descrivendo. Già esaminando attentamente la superficie esterna dell'embrione e con un certo ingrandimento abbiamo notato nei limiti tra la regione dorsale e la ventrale due linee, una destra e l'altra sinistra, concentri-camente disposte alla curva dell'embrione, sulle quali potevano osservarsi microscopiche depressioni o fossette susseguentisi l'una all'altra.

L'esame delle sezioni ha dimostrato che lungo queste due linee laterali la lamina cornea presenta disposizioni molto im-portanti. In alcuni tratti si trova un solco ben pronunciato dove l'ectoderma ha maggior robustezza (Fig. 3ª *E E*), in altri punti il solco è meno evidente, ma questa regione è facile a distin-guersi, perchè qui si accumulano in maggior abbondanza e al dissotto dell'ectoderma, quegli elementi piccoli, diversamente co-loriti che si trovano sparsi nel mesoderma.

Tenendo dietro ad un certo numero di sezioni, si trova che le cellule della lamina cornea, tratto tratto si spingono profon-damente nel mesoderma, con direzione ventrale e mediale, pro-ducendo così un cordone epiteliare, il quale generalmente si pre-senta ingrossato alla sua estremità libera ed assottigliato nel punto in cui esso sta per mettersi in congiunzione con l'ecto-derma. Assume perciò nelle sezioni trasversali un aspetto piri-forme, quando questo prolungamento ectodermico ha raggiunto un certo sviluppo. Poi il peduncolo che teneva sempre legato l'af-fondamento epiteliare colla lamina cornea scompare ed allora noi troviamo in mezzo del tessuto mesodermico gruppi epiteliari, i quali risultano costituiti da una maggiore o minore quantità di cellule, le quali conservano tutti i caratteri degli elementi della lamina cornea e sono perciò abbastanza distinguibili da quelli che li circondano (Fig. 4ª e 5ª *E E*).

Il numero delle cellule in ciascuna sezione può variare da 4 ad 8 fino a 30 e 40 ed anche più. Hanno questi cordoni epi-teliari forma regolarmente circolare, e sono limitati dal mesoderma da una sottile linea fortemente colorita che ci rappresenta una membrana basale o di sostegno.

Possono in queste condizioni essere seguiti per un numero diverso di sezioni finchè scompaiono. Talora prima di scomparire si congiungono di nuovo per mezzo di un prolungamento colla lamina cornea.

Generalmente noi troviamo che questi cordoni cellulari sono completamente pieni; ma nei più cospicui di essi si riscontra talora una piccola cavità, posta più o meno al centro, la quale può essere vuota, ovvero contenere piccoli nuclei rotondi, coloriti, circondati da sostanza granulare, i quali probabilmente provengono dalla disagregazione degli elementi epiteliari più centrali e forse anche dalla penetrazione di quelli che stanno ammassati intorno al cordone epiteliare nel mesoderma. Ad ogni modo noi possiamo considerare questa vacualizzazione come un segno di regresso nella evoluzione del cordone epiteliare.

Ora il fatto più singolare si è che queste disposizioni si ripetono abbastanza regolarmente a destra ed a sinistra della linea mediana in modo simmetrico. Possono variare nel volume, nella estensione nelle loro connessioni con la lamina cornea, ma il fatto essenziale si è che le ripetizioni avvengono in modo da ricordare una disposizione metamerica o segmentaria.

Per evitare una lunga descrizione e per essere nello stesso tempo più chiaro nella esposizione, ho tentato di ricostrurre una figura, la quale ci dia una idea esatta della disposizione osservata sui due lati. Questa figura fu ottenuta nel seguente modo. Su carta divisa in millimetri, io considerava ogni divisione corrispondere ad una sezione dell'embrione, e dopo aver segnato due linee parallele e verticali rappresentanti il lato destro e sinistro della lamina cornea nel punto in cui essa somministrava i suoi prolungamenti, nell'esame dei preparati io notava sulle linee orizzontali le particolarità osservate. In tal modo io aveva sottocchio il momento in cui cominciava a prodursi un affondamento epiteliare sui due lati, il punto in cui questo si isolava dalla lamina cornea e l'estensione sua nel mesoderma. In questo modo si potevano ancora con facilità paragonare le disposizioni di destra con quelle di sinistra.

La figura schematica riprodotta è il terzo dell'originale (Fig. 7ª). Essa si estende dalla 30ª sezione dove incomincia il primo prolungamento di sinistra, e giunge fino alla 374ª sezione dove termina l'ultimo di destra.

Convien qui ricordare l'obliquità che presentavano le sezioni

da sinistra a destra e dall'alto al basso, perchè essa ci rende ragione della diversa estensione della disposizione epiteliare ai due lati. Per correggere questa obliquità delle sezioni, basta spostare un po' in alto la linea di destra od abbassare la sinistra. ed allora troviamo che la nostra particolarità si origina e termina pressochè al medesimo livello sui due lati. I tratti oscuri servono ad indicare che il prolungamento epiteliare in tutto questo tratto era sempre congiunto con la lamina cornea.

In questo modo noi possiamo enumerare dieci prolungamenti epiteliari a destra e dieci a sinistra di forma ed estensione diversa; però si scorge tosto come essi siano più voluminosi e più estesi verso la estremità cefalica, diminuendo sempre più quanto più ci portiamo verso la caudale.

Il 1° prolungamento di sinistra si distingue da tutti gli altri perchè appena si è originato, si rende tosto indipendente: poi si divide in due parti o cordoni epiteliari, dei quali l'uno giunge fino alla 60ª sezione, l'altro si estende fino alla 75ª.

Il 6° prolungamento di sinistra merita pure un cenno perchè esso ci rappresenta un semplice cordone epiteliare, disposto sulla medesima linea degli altri, il quale non ha nessuna connessione con la lamina cornea. Esso compare alla 247ª sezione e termina alla 265ª.

Il 5° prolungamento di destra rappresenta uno stadio di passaggio tra quello descritto e gli altri. Esso infatti è completamente indipendente nella massima sua estensione, ma è congiunto alla lamina cornea alle sue due estremità. Si estende dalla 191ª sezione fino alla 248ª.

Generalmente la parte libera sotto forma di cordone epiteliare si dirige verso l'estremità caudale. Nei più inferiori però troviamo invece una disposizione opposta. Nel 6° e 7° di destra e nel 7° e 8° di sinistra incomincia a comparire nelle sezioni la parte libera la quale poi caudalmente si congiunge con la lamina cornea.

Quando incominciano e presentarsi queste disposizioni, si trova che esse sono prenunziate da un solco ben evidente, il quale è quello che si scorgeva anche nell'esame della superficie embrionale; si mantiene più o meno profondo fino alla regione del tronco. La simmetria bilaterale nella regione cefalica, atteso la maggiore deformazione che essa aveva subíto, è meno manifesta, questa però si conserva in tutto il resto come si può scorgere dalle poche sezioni riprodotte (Fig. 5).

In nessun altro punto si riscontrano formazioni simili a quelle descritte solo nelle sezioni che interessavano la cauda, compariva un breve prolungamento ectodermico, il quale corrispondeva al punto dove la corda ed il canale midollare si confondevano insieme (Fig. 6. *Cau.*).

Credo inutile di spendere altre parole per dimostrare la singolarità di questa formazione epiteliare. Essa è singolare non solo considerata in sè stessa, ma maggiormente per la regione in cui si trova e per la disposizione che assume.

Considerata in sè stessa come produzione epiteliare, non sarebbe difficile di darle una spiegazione, pensando ad una maggiore attività degli elementi ectodermici, per rispetto alle altre parti dell'embrione, per cui si producevano degli zaffi epiteliari, i quali in alcuni punti rimanevano uniti alla lamina d'origine, in altri invece se ne rendevano indipendenti. E nel nostro caso speciale si potrebbe dire che mentre tutte le parti componenti l'embrione, erano state profondamente colpite dalla causa che ha prodotto l'arresto, la lamina cornea fosse rimasta attiva ancora per qualche tempo e proliferasse in alcuni punti della sua faccia profonda somministrando i cordoni epiteliari che abbiamo descritto.

Il processo non sarebbe nuovo e troverebbe il suo riscontro in tutte le formazioni ghiandolari ed epiteliari. E malgrado l'osservazione non abbia dimostrato nulla di simile in stadi di sviluppo corrispondenti al nostro caso, ciò nondimeno la spiegazione potrebbe venir considerata come soddisfacente, essendochè non si avrebbe avuto che una precoce manifestazione di un processo che doveva aver luogo più tardi.

E per cercar di chiarire questo punto, io ho passato in rassegna la mia raccolta di embrioni umani e di animali deformati, e non mi sono mai incontrato in formazioni consimili. Solo in un embrione umano del principio del secondo mese che ho avuto dal Dott. Canton, e che malgrado esso fosse molto guasto per i maneggi dell'aborto, ho voluto sezionare e conservare come materiale di confronto, ho osservato all'estremità caudale e sulla linea mediana una disposizione epiteliare la quale ricorda in proporzioni maggiori ciò che siamo andati studiando.

Credo conveniente per l'interesse del fatto di darne qui una breve descrizione. L'embrione non era normale, l'estremità cefalica però era quella che si presentava più deformata. Il tronco e l'estremità caudale furono sezionati in senso longitudinale. Nelle

sezioni che comprendevano l'estremità caudale e la parte terminale del canal midollare, subito al dissotto di questo, dall'ectoderma, costituito da elementi ben conservati, partiva un cospicuo prolungamento, il quale si dirigeva in alto fino a mettersi in contatto colle estremità del canale midollare. Nella sua parte centrale presentava una cavità piena di nuclei intensamente coloriti, identici a quelli notati nel nostro caso. Assumeva maggior sviluppo in senso trasversale, ma solo alla sua parte mediana era congiunto con un peduncolo alla lamina cornea.

Fatte le debite proporzioni, questo prolungamento epiteliare, aveva gli identici rapporti colla cauda e col canal midollare di quello osservato nel nostro embrione (Fig. 6ª *Cau*), e probabilmente essi hanno l'identico significato che ora non voglio discutere

Malgrado la cauda non sia una regione indifferente per il nostro scopo, essendochè le connessioni tra l'ectoderma e le parti profonde, si riscontrano normalmente e forse non sono ancora tutte ben studiate, tuttavia questo secondo caso serve a confermare che l'ectoderma in date circostanze può mandare proliferazioni verso le parti sottostanti, le quali proliferazioni possono talora rendersi indipendenti, e così rimaner là in mezzo al mesoderma od agli organi che da esso provengono dei gruppi cellulari d'origine ectodermica, sulla sorte dei quali noi non possiamo ancora dir nulla.

Certo si è, che se venissero ben determinate le cause e le circostanze per cui si producono tali formazioni, e se venisse ben dimostrato come tali circostanze non sempre sono fatali per il normale svolgimento del futuro organismo, noi avremmo allora una prova inconcussa per sostenere la teoria dei germi cutanei in mezzo ad organi di provenienza esclusivamente mesodermica. E molti fatti che si osservano nell'ulteriore sviluppo avrebbero una facile e naturale spiegazione.

Tutto ciò che siamo andati dicendo, se serve a dimostrare tutto l'interesse che noi possiamo trarre dallo studio delle forme anomale di sviluppo, se può dimostrarci ancora una certa indipendenza nello sviluppo delle primitive formazioni embrionarie, non vale però a spiegarci interamente la disposizione osservata nel nostro embrione.

Le precedenti considerazioni sarebbero applicabili al caso nostro quando le proliferazioni ectodermiche si fossero manifestate

irregolarmente sulla superficie embrionaria. Nel fattispecie invece troviamo che esse avvengono solo lungo due linee laterali, limitrofe della regione dorsale e ventrale, che percorrono quasi l'intera lunghezza dell'embrione, che sono disposte simmetricamente mantenendo sempre gli stessi rapporti, e ripetendosi nello stesso modo per rispetto alle parti assili dell'embrione, corda dorsale e canale midollare. Questo modo di presentarsi merita certo tutta la nostra attenzione onde trovarne la ragione ed il significato.

Ed innanzi tutto la disposizione non può essere puramente accidentale. Tutta la descrizione parla contro questa idea. La causa che ha agito doveva quindi essere influenzata da speciali circostanze, forse da ricordi filogenetici.

Per quanto si voglia esser severi e rigorosi nella interpretazione di fatti anormalmente sviluppati dei primi periodi, non si può a meno di riconoscere nel nostro caso una disposizione segmentaria; vale a dire che le singole produzioni epiteliari hanno fra loro un intimo legame, devono essere considerate della stessa natura e devono essere prodotte da una identica causa. Se nella costituzione e nella successione dei singoli segmenti la disposizione non si presenta sempre in modo regolare ed uniforme, ciò è certo da imputarsi non solo al disturbato sviluppo, ma in specie allo stadio ed al periodo in cui era giunto. Esaminato in un periodo più anteriore il nostro embrione, la particolarità si sarebbe presentata meglio evidente; mentre se avesse continuato a rimanere nel seno materno ancora per qualche tempo, l'involuzione degli elementi avrebbe fatto maggiori progressi.

Poichè l'idea più semplice che noi possiamo farci dell'insieme della disposizione, si è che a destra ed a sinistra della linea mediana ai lati del canale midollare si trova una lamina epiteliare che possiamo considerare come continua e che si affonda nel mesoderma e dalla profondità di essa si distaccano prolungamenti epiteliari. Per avere un paragone si potrebbe ricordare il modo con cui si produce dal muro gingivale la lamina epiteliare e da essa ne provengono i germi per lo smalto.

Quale significato adunque possiamo noi dare a quella estesa produzione epiteliare? Dobbiamo considerarle come manifestazione puramente individuale di un alterato processo di sviluppo, oppure avrebbe essa rapporti od omologia con formazioni che si riscontrano in alcuni vertebrati? In breve dobbiamo spiegarla con la *Patologia* e colla *Discendenza*.

La risposta non è certo facile. E per rispondere convenientemente a queste domande converrebbe entrare in lunghe discussioni per le quali fino ad ora non abbiamo una larga base di osservazione. Sarà meglio attendere quindi nuovi fatti prima di sollevare questioni così ardue, onde non compromettere l'argomento.

Intanto però, se noi non possiamo giungere ad afferrare il suo giusto significato, non possiamo trattenerci dal dire, come in presenza di questa disposizione la nostra mente ricorre agli *Organi della linea laterale*, che furono descritti in diversi animali ed in specie dal Balfour negli Elasmobranchi. Anche qui noi troviamo che la linea laterale si forma da una proliferazione lineare ectodermica, che si estende dalla regione del capo fino alla parte posteriore del tronco; e tenendo dietro alle modificazioni che essa subisce, troviamo molti punti di contatto colla nostra osservazione, non solo nell'insieme, ma anche nei particolari, per cui meriterebbe d'essere presa in considerazione questa supposizione, per quanto strana essa ci appaia a primo aspetto e per quanto urti le nostre cognizioni sulla costituzione normale dell'embrione umano e dei vertebrati superiori nei primi periodi.

Ciò che avrebbe potuto portare un po' di luce nella questione che stiamo trattando, sarebbe stato il modo di comportarsi del sistema nervoso periferico rispetto alla lamina ed ai prolungamenti epiteliari. Ma nel nostro esemplare esso non poteva essere riconosciuto in nessun punto.

Ed a questo riguardo devo qui aggiungere una circostanza, l'esame delle sezioni del nostro rudimento embrionario ci ha dimostrato come non esista traccia di vescicole uditive; malgrado che all'epoca in cui abbiamo supposto essere avvenuto l'arresto, queste dovessero essere già ben sviluppate ed anche isolate dall'ectoderma. E sorprende ancora il non trovarne traccia, pensando come l'ectoderma dal quale provengono, si era mantenuto nel nostro caso in condizioni abbastanza normali od almeno fu l'ultimo a risentire l'influenza della causa morbosa.

Ora se noi consideriamo come esatta la supposizione che la lamina epiteliare laterale del nostro embrione sia una formazione corrispondente alla linea laterale che si osserva in molti vertebrati inferiori, in allora non potrebbe forse considerarsi come rappresentante dell'organo dell'udito l'estremità anteriore di questa, vale a dire la parte che si trova all'estremità cefalica, dove come

abbiamo veduto la lamina epiteliare si presenta meglio sviluppata, si dispone sotto forma di un solco evidente, e dove i prolungamenti epiteliari nel mesoderma sono più voluminosi, più estesi ed a sinistra divisi in due parti? Conforterebbe questa ipotesi l'idea di John Beard, il quale appunto considera l'organo dell'udito dei vertebrati come una parte individualizzata del sistema degli organi sensitivi della linea laterale.

Come si scorge per renderci ragione delle particolarità osservate nel nostro embrione, noi siamo condotti a fare ipotesi su ipotesi, le quali se possono per un momento sorridere alla nostra mente, non hanno per ora un fondamento veramente scientifico. Attendiamo perciò nuove osservazioni.

Concludo quindi con le medesime parole, con le quali incominciava la mia prima comunicazione: noi siamo ancora lontani dal poter stabilire le leggi che regolano la produzione di così fatte anomalie, per ora lo scopo nostro deve essere più modesto, limitandoci alla descrizione esatta e precisa di quanto cade sotto la nostra osservazione, lasciando ad altra epoca, quando le descrizioni si saranno moltiplicate, il trarre conclusioni, che sorgano spontanee dal confronto dei diversi casi, e che servano ad interpretare l'origine ed il significato di così frequenti disposizioni.

E quando negli anatomici si sarà ingenerata la convinzione che gli arresti e le deviazioni dei primi stadi di sviluppo tanto dell'uomo come degli animali, oppure quei prodotti che senza essere deformati vengono colpiti da morte prima della loro emissione, non devono essere considerati come materiali di rifiuto o tutto al più utilizzati come esercizio di studio, ma che meritano invece di essere oggetto di minute ed accurate ricerche, sollevando il loro studio questioni non solo istologiche ma morfologiche del massimo momento, io credo che in allora le nostre cognizioni su questo argomento avanzeranno rapidamente. E se non si potesse ottenere altro risultato che quello di ben stabilire e precisare la condizione normale e fisiologica dell'embrione, non solo nella sua conformazione esterna, ma ancora nel modo di presentarsi delle parti interne e degli elementi costitutivi, con ciò si sarà operato un reale progresso, poichè si eviteranno le lunghe e non sempre piacevoli discussioni che si rinnovano ad ogni nuovo embrione umano che compare nella scienza per determinare il suo stato normale o patologico.

Ricordo a questo proposito l'embrione che il Pruschen ha

descritto in una lunga ed elaborata memoria. Io fui dei primi (nota a pag. 17 della mia prima comunicazione) a considerare questo embrione come non normale. Son lieto ora di veder confermata questa mia opinione da altri autori ed in specie dal His in una lettera al Prof. Bardeleben pubblicata nell'*Anatomischer Anzeiger* (1889, n. 1°).

Resterebbe ora a dire del processo per mezzo del quale avvengono così gravi modificazioni o metamorfosi nella costituzione dell'embrione, e delle cause capaci a determinarle; ma essendo esse questioni troppo generali, per la soluzione delle quali ci manca ancora il conveniente materiale, possiamo senza alcun pregiudizio rimandarne la discussione ad altra circostanza. Intanto però dal poco che conosciamo appare manifesto che non tutti i fenomeni che si osservano sono un semplice effetto della morte del prodotto: molte parti vengono risparmiate, continuano per un certo tempo ancora a vivere e forse anche a svolgersi; benchè esse non riescano mai ad alcun risultato.

Riguardo alle cause voglio per ora notare, che recentemente per mezzo di sperimenti sul coniglio sono giunto a produrre delle forme atrofiche perfettamente identiche a quelle che siamo andati descrivendo. Questi tentativi sperimentali che io descriverò in una prossima comunicazione, potranno tornarci di qualche aiuto non solo per interpretare le anomalie di sviluppo dell'embrione umano, ma ancora per ben caratterizzare i processi per mezzo dei quali si produce la distruzione degli organi già formati.

OSSERVAZIONE IV.

Dallo stesso Dott. Acconci nel mattino del 17 gennaio ultimo scorso io riceveva una piccola vescicola la quale era stata espulsa dall'utero la sera avanti. Fu conservata col solito processo del liquido picrosolforico ed alcool.

La donna da cui proveniva era d'anni 27 di professione cucitrice, lavorando quasi esclusivamente colla macchina da cucire. Era affetta da leggera endometrite cervicale. Menstruata a 15 anni, passò a marito a 23 anni. Ebbe due gravidanze, due parti e due puerperi regolari. Il primo parto a 24 anni il secondo a 26 anni. Allattò ambedue le volte.

Dopo l'ultimo allattamento, che fu protratto per 15 mesi,

ı menstruata regolarmente per 3 volte. Quindi avvenne la gra-
danza dell'aborto attuale, l'ultima menstruazione finì agli 8 no-
ımbre.

Al 15 gennaio incominciarono i fenomeni dell'aborto con per-
ita abbondante di sangue, per cui fu chiamato il medico, il
uale avendo trovato il collo uterino trasformato e dilatato estrasse
ol dito la vescicola che studieremo. Il puerperio decorse nor-
ıale. La donna da qualche tempo soffriva di tosse. È esclusa
gni affezione sifilitica. L'età approssimativa dell'aborto sarebbe
ll' incirca di due mesi. Questi sono i dati clinici e ginecologici
he ebbi dalla gentilezza del Dott. Acconci.

Veniamo ora all'esame dell'ovulo (Fig. 8ª).

Appena messo nel liquido picrosolforico essa ci appariva sotto
'orma di una vescicola ovulare, limitata da pareti sottilissime e
perfettamente trasparenti. Misurava nella massima lunghezza 1 $^1/_2$
centimetro. Verso la piccola estremità si notavano due sottili
prolungamenti filiformi che sembravano villosità o brandelli di
Corion.

Sul fondo della grossa estremità appena fu messa nel liquido
conservatore comparvero delle piccole macchiette opache irrego-
larmente disposte. Si potevano considerare per l'aspetto che pre-
sentavano come residuo della vescicola ombellicale. Esse erano
applicate alla superficie esterna.

Il contenuto della vescicola era formato esclusivamente da
un liquido trasparente ed acqueo. La faccia interna della parete
si presentava regolare, ed in nessun punto di essa si notavano
particolarità le quali facessero credere all'esistenza di un em-
brione o di un rudimento embrionario. Mancava quindi ogni
traccia di resti embrionali tanto nella parete quanto nel liquido
che riempie la cavità.

A meglio caratterizzare questa formazione sarebbe stato di
grande interesse l'esaminare le parti che furono espulse insieme
o successivamente alla vescicola, onde vedere il modo di compor-
tarsi delle altre membrane involgenti l'ovo. Ma non mi fu pos-
sibile di ciò fare. Quel poco che ho potuto esaminare del se-
condo parto consisteva esclusivamente di grumi sanguigni di vo-
lume diverso indipendenti e modellati, il che dimostrava come essi
non avessero avuto più rapporto alcuno col prodotto del conce-
pimento; e fra essi non ho potuto riconoscere traccia di Corion
o di Caduca.

Malgrado questa deficienza nella nostra osservazione, noi possiamo tuttavia considerare la vescicola come un piccolo sacco amniotico, nel quale il prodotto era completamente scomparso per difetto di sviluppo.

L'aspetto esterno della presente vescicola rassomiglia in modo così distinto a quella descritta nella precedente comunicazione (2ª Osservazione) che non possiamo a meno di considerarla come identica, come identico deve essere stato il processo per cui essa si è distaccata dal Corion.

Solo in una esisteva ancora traccia di embrione, mentre nell'altra manca affatto. Se questa identità fosse dimostrata, sarebbe anche confermato quanto io diceva in allora che cioè il rudimento embrionale avrebbe finito per scomparire totalmente se esso avesse soggiornato ancora per qualche tempo nel seno materno.

L'aspetto interno invece della nostra vescicola ci ricorda la disposizione della 1ª osservazione già descritta. Là come qui abbiamo una vescicola a pareti sottili con contenuto liquido senza rudimento embrionario. Basterebbe supporre, per spiegarne le differenze, che le vescicole che si sono originate dal Corion, ed al quale erano aderenti per un peduncolo, per il progressivo ingrandimento, questo si fosse reso più sottile e più debole, in seguito si fosse rotto, in specie quando si iniziarono i primi sintomi dell'aborto, avendosi in tal modo una vescicola del tutto indipendente della sua primitiva origine.

Queste sono le idee che ci vennero in mente ad un primo esame di questo aborto. Vedremo tosto se la intima costituzione della parete della vescicola può dar fondamento all'uno od all'altro di questi concetti.

L'intera vescicola fu tutta utilizzata per l'esame microscopico. La piccola estremità fu distaccata dal resto, divisa in diverse parti, colorita con ematossilina, con borace carmino o con carmino alluminato, e quindi distesa su un vetrino portaoggetti e chiusa in gomma d'Amar o glicerina.

Dalla grossa estremità fu tolta la parte che conteneva quei punti opachi biancastri, colorita con borace carmino e divisa in oltre 400 sezioni che tutte furono conservate nell'ordine con cui vennero fatte. Altri piccoli tratti han subito lo stesso trattamento.

L'esame delle sezioni è più istruttivo per dimostrare le

particolarità di struttura. Da esso noi possiamo dire che la costituzione è identica nei diversi punti. È più robusta la parete alla sua grossa estremità, ma questo maggior spessore dipende non da modificazioni nella costituzione ma da parti si aggiungono alla sua superficie esterna.

Partendo dalla faccia interna e venendo alla esterna noi troviamo le seguenti parti. Tutta la faccia interna è rivestita da un unico strato di cellule che si presentano nelle sezioni fortemente appiattite e fusiformi. I nuclei voluminosi, sferici, intensamente coloriti sporgono molto sulla superficie libera, e sono situati a distanza varia. Là dove l'intervallo è maggiore sono meno sporgenti e si allungano d'alquanto. Essi generalmente sono circondati da un protoplasma reticolato pochissimo colorato il quale costituisce una specie di alone incoloro che meglio si scorge nei preparati visti di fronte. Questa disposizione si manifesta nelle cellule che presentano il nucleo molto sporgente, nelle altre che sembrano più appiattite è meno visibile o manca affatto. Questo diverso modo di presentarsi dell'epitelio di rivestimento della vescicola è senza dubbio dovuto al diverso grado di distendimento che esso ha subito (Fig. 9ª, 1).

Al disotto di questo strato che rappresenta l'epitelio della vescicola, se ne trova un secondo più robusto da 10 a 15 micromil., il quale in gran parte si presenta completamente amorfo, jalino, poco colorito. In esso non si possono distinguere nè fibre, nè elementi cellulari. Ha l'aspetto di un sottile nastricino uniformemente disposto che serve di sostegno alla parte epiteliare a cui esso appartiene (Fig. 9ª, 2).

Segue un terzo strato continuo pure per tutta l'estensione della vescicola il quale è formato da cellule a aspetto endoteliare, leggermente appiattite e disposte generalmente in doppio ordine. Queste cellule si mostrano delicate con nucleo ovulare, meno colorito di quelle del rivestimento interno, ma talora più voluminose. Il protoplasma è finamente granulare, in alcuni tratti esso è l'unico rappresentante di questo strato poichè i nuclei non sono uniformemente sparsi (Fig. 9ª. 3).

Il doppio ordine di cellule appare evidente là dove i nuclei si corrispondono. In allora una cellula sembra applicata alla faccia esterna dello strato amorfo e l'altra situata più esternamente ed aderente allo strato che sussegue nel modo stesso con cui si comporterebbero elementi endoteliari. Ciò che distingue an-

cora questo strato si è che le cellule non sono strettamente unite fra loro, ma si notano dei numerosi piccoli spazi fusiformi diretti parallelamente alla superficie della vescicola, circoscritti da prolungamenti delle cellule, quasi fossero il residuo di cavità più ampie, scomparse o ridotte per l'avvicinarsi dei due strati cellulari.

Quando si esaminano i lembi della vescicola distesi sul vetrino colla faccia interna rivolta in alto, possono essere ben osservate queste cellule subito al dissotto dello strato epiteliare, ed amorfo; ed allora meglio possono essere stabiliti i contorni delle cellule i loro mutui rapporti, i prolungamenti che somministrano e le differenze che presentano paragonate col rivestimento epiteliare.

Gli elementi che formano questo strato sono una dipendenza della lamina di connettivo che normalmente sostiene l'epitelio dell'Amnios; le cellule connettive invece di trovarsi poco numerose, sparse qua e là e divise da sostanza interposta finamente fibrillare, qui si trovano accumulate nello straticello che abbiamo descritto, il quale divide la parete della vescicola in due parti ben distinte in tutta la sua estensione.

All'esterno di queste cellule si trova un quarto strato formato essenzialmente da sottili fibrille strettamente unite che decorrono in diverso senso. Esso è generalmente meno robusto dello strato amorfo. Il limite interno servendo come di sostegno alle cellule del terzo strato è ben marcato, il limite esterno invece si va insensibilmente confondendo con un tratto più delicato della parete che si lascia facilmente smagliare, aumenta così lo spessore della parete, ed appare costituito da un tessuto reticolare, entro il quale si trovano qua e là piccole cellule rotondeggianti analoghe ai leucociti. Esso rappresenterebbe qui i residui di quella sostanza gelatiniforme che riempie lo spazio amnios-coriale.

La superficie esterna della vescicola si presenta un po' irregolare. In molti punti di essa ed in specie verso la grossa estremità. si trovano fasci più o meno voluminosi di tessuto più compatto, i quali da una loro estremità si dimostravano lacerati, e dall'altra dissociandosi si applicavano alla superficie della vescicola rinforzandone le pareti. Questo fatto era reso più dimostrativo con preparati visti di fronte. Questi fasci eran quelli che stabilivano le connessioni tra la nostra vescicola e la faccia interna del corion e devono essere considerati come dipendenza del connettivo di quest'ultima membrana.

In un punto delle parti laterali della vescicola, in mezzo al tessuto reticolare nelle sezioni compariva un cordone abbastanza regolarmente cilindrico pieno completamente di elementi cellulari d'aspetto epiteliare con contorni ben marcati, il quale poteva essere seguito per un gran numero di sezioni, poi si dissociava e scompariva affatto. Questa disposizione deve senza dubbio essere interpretata come residuo del canale vitellino e forse anche dalla vescicale ombellicale.

Questi sono in breve i risultati del nostro esame microscopico. Possiamo noi dire che essi corrispondano a quanto noi conosciamo sulla struttura dell'Amnios? In verità troviamo qualche differenza.

Siccome le descrizioni che vengono date di questo involucro fetale, per ciò che riguarda la sua intima costituzione, come pure per ciò che riguarda la sua formazione non sono completamente d'accordo; e siccome non sappiamo ancora bene la ragione di queste discordanze e non è ancora bene stabilito se l'Amnios si mantenga eguale nella disposizione delle sue parti costituive dall'epoca in cui compare fino al termine della gravidanza, noi possiamo considerare le differenze riscontrate nel nostro caso, come variazioni accidentali dipendenti in principal modo dall'alterato processo di sviluppo.

Se noi paragoniamo la struttura delle pareti della nostra vescicola con quella dell'amnios dell'embrione che fu descritto nella 1ª osservazione della precedente comunicazione, il quale anch'esso si era distaccato spontaneamente dal Corion, troviamo che in quest'ultimo la parete è più sottile, le cose sono più semplicemente disposte, mancando qui il sottile strato amorfo e lo strato di cellule connettive poste subito all'esterno di esso. Ma trattandosi qui non di parti nuove che si aggiungono alle pareti della vescicola, ma solo di modificazioni di quelle esistenti, essendochè questi due strati possono facilmente essere spiegati come un maggiore differenziarci del tessuto mesodermico che sostiene l'epitelio dell'amnios, d'origine ectodermica, fatto che può essere verificato in altri embrioni del medesimo periodo di sviluppo, noi possiamo conchiudere che nel nostro caso si trattasse di un vero sacco amniotico, con mancanza dell'embrione. Resterebbe così bene stabilita la possibilità di poter riscontrare le membrane ovulari, che si formano in dipendenza dell'embrione completamente vuote, senza alcun prodotto. Come ciò avvenga non è certo facile a comprendersi. La causa deve aver agito nei primissimi stadi, subito dopo che l'amnios

si è ben costituito. Resosi allora indipendente, ha continuato per un certo tempo a svilupparsi malgrado l'embrione avesse cessato di partecipare alla vita generale e fosse entrato in un periodo di regresso. Sarebbe questo l'estremo grado di atrofia a cui può giungere un ovulo quando è disturbato nella sua evoluzione.

Sperimentalmente nel coniglio io sono giunto a questi medesimi risultati. Operando su vescicole dal 7° all'8° giorno, limitando la nostra azione disturbatrice al solo embrione, e cercando il più possibile di non offendere le membrane, si può ottenere che queste continuino nel loro sviluppo mentre il prodotto si arresta e dopo pochi giorni non se ne trova più traccia.

Queste esperienze sono poi doppiamente istruttive, essendochè ci dimostrano che vi esiste una stretta affinità tra le forme atrofiche e nodulari da una parte e la mancanza di ogni rudimento embrionario dall'altra. Poichè mentre in alcune vescicole dello stesso utero era scomparsa ogni traccia di embrione, invece in quelle che precedevano o susseguivano esisteva ancora un rudimento embrionario talora appena percettibile e costituito nello stesso modo delle forme atrofiche.

Le due osservazioni che siamo andati descrivendo in questa nota, le possiamo quindi considerare come due stadi del medesimo processo che ha colpito l'embrione umano nelle primissime fasi del suo sviluppo.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

Fig. 1. Rudimento embrionario, grandezza naturale.

Fig. 2. Embrione ingrandito 15 volte coll'embrioscopio di His.
A e *B*. Depressioni sulle parti laterali dell'estremità cefalica unite fra loro nella parte profonda per mezzo di un prolungamento epiteliare. — *M*. 1° arco branchiale o mascellare superiore. — *L*. Depressione corrispondente alla lente cristallina. — *F*. Disposizione del fegato. — *Cau* Cauda.. — *P*. Funicolo ombellicale.

Fig. 3. Questa figura rappresenta la sezione 68ª, ingrandita 40 volte.
CM. Canale midollare che si continua fino alla faccia ventrale; verso il dorso la parete è ancora ben distinta, ma con decorso ondulato; ventralmente è ridotto ad un ammasso di piccoli elementi.
L. Cristallino di destra.
AB. Cordone epiteliare che sta sotto il prolungamento mascellare superiore del 1° arco branchiale.
EE. Solchi ectodermici che si trovano ai lati della regione dorsale; dalla profondità di questi solchi partono prolungamenti epiteliari che si approfondano nel mesoderma.

Fig. 4. Sezione 171ª.
CM. Canale midollare. — *Co* — Corda dorsale. — *A*. Sezione di due vasi sanguigni. — *Ve*. Parte più anteriore della vescicola cerebrale anteriore.
M. Estremità interne del 1° arco branchiale che stanno fondendosi insieme sulla linea mediana, circoscrivendo la depressione buccale.
E. Cordone epiteliare che si è reso indipendente dalla lamina cornea.

FIG. 5. Sezione 403ª. — Corrisponde al punto in cui l'embrione aderisce alle membrane per mezzo del cordone ombellicale. 1° Amnios, 2° Corion. — *Vi.* Spazio circolare tra le due membrane rivestite d'epitelio e che si continua in un canale (canale vitellino).

Cau. Cauda. Qui si trova un prolungamento epiteliare situato sulla linea mediana e subito sotto il punto in cui termina la corda dorsale ed il canale midollare.

P. Funicolo ombellicale.

FIG. 6. Sezione 280ª. — In questa sezione si osservano da ambo i lati e simmetricamente disposti i prolungamenti della lamina cornea *EE.* Nel prolungamento di destra si trova un vacuolo al centro del cordone epiteliare.

FIG. 7. Figura di costruzione rappresentante i prolungamenti epiteliari della lamina cornea di ambo i lati, l'enumerazione indicata sulla linea mediana corrisponde al numero delle sezioni.

FIG. 8. Ovulo dell'osservazione IV disegnato in grandezza naturale.

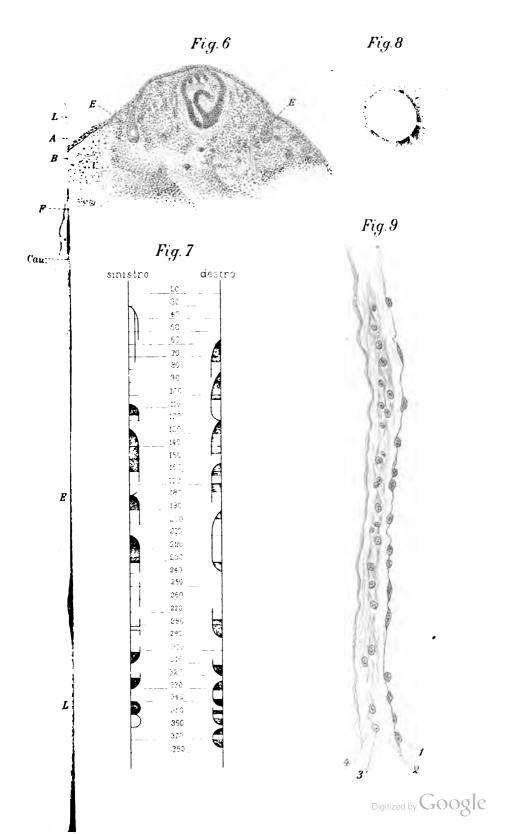
FIG. 9. Sezione di un punto della parete per dimostrare la sua costituzione (Seiber. Ocu. n. 1, obiet. n. V).

1. Epitelio della vescicola.
2. Strato ialino.
3. Strato di cellule connettive.
4. Strato esterno.

L'Accademico Segretario
GIUSEPPE BASSO.

Fig. 6
E
E
L
A
B
F
Cau.
Fig. 8
Fig. 9
Fig. 7
sinistro
destro
E
L
1
2
3
4

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 5 Maggio 1889.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE ARIODANTE FABRETTI
VICEPRESIDENTE

Sono presenti i Soci: B. PEYRON, Direttore, G. GORRESIO, Segretario della Classe, CLARETTA, PROMIS, ROSSI, MANNO, PEZZI, CARLE, NANI.

Il Segretario legge l'atto verbale dell'adunanza precedente che viene approvato, e legge la lettera del Signor Gastone PARIS che ringrazia la Classe di averlo eletto a Socio Straniero.

Il Vice Presidente presenta con parole di lode due volumi, l'uno che ha per titolo « *Guida delle Alpi occidentali;* dei Signori MARTELLI e VACCARONE »; e l'altro « *Memorie e guida storica di Gubbio,* del Signor Oderici LUCCARELLI.

Il Socio Prof. ROSSI fa lettura della trascrizione con traduzione italiana di due omelie di S. Giovanni Grisostomo, con alcuni capitoli del Libro dei Proverbi di Salomone e frammenti varii di due Esegesi sul giorno natalizio del nostro Signor Gesù Cristo. La memoria letta dal Prof. ROSSI è approvata per la stampa nei volumi delle *Memorie.*

LETTURE

Il socio Frncesco Rossi presenta la trascrizione, con traduzione italiana dai testi copti del Museo Egizio di Torino, di due omelie di San Giovanni Grisostomo, con alcuni capitoli del Libro dei proverbi di Salomone, e vari frammenti di due esegesi sulla nascita del nostro Signore, Gesù Cristo.

I testi, che formano materia di questa sua lettura, sono tratti dal codice settimo dei papiri copti torinesi, che l'Abate Amedeo Peyron così descrisse nella prefazione del suo lessico: *Papyrus septimus taurinensis tenet lacinias papyrorum varii generis, ex quibus unus complectebatur librum proverbiorum, cuius pauca fragmenta supersunt.* Ora di questo libro dei proverbi egli trovò ancora, fra grandi e piccoli, venticinque frammenti, con dodici dei quali potè ricomporre sei interi fogli, che danno il testo continuato dal capitolo XXVII sino alla fine del Libro dei proverbi. Gli altri frammenti contengono una gran parte dei capitoli XXIV, XXV e XXVI, con pochi versetti dei capitoli XVII, XVIII, XX, XXI e XXIII.

In questo stesso codice furono riuniti i frammenti di un altro manoscritto, che si componeva in origine di 141 pagina, e con quelli che sono rimasti è stato abbastanza fortunato di avere potuto ricostituire quasi completamente le cinquanta prime pagine di questo prezioso manoscritto, le quali danno il testo di due brevi, ma graziose omelie, attribuite dallo scrittore copto a S. Giovanni, arcivescovo di Costantinopoli.

Infatti nella prima pagina, che porta in testa la parola ⲭⲁⲣⲓⲥ, si trova il titolo della prima omelia, che è del tenore seguente:

Omelia del beato Apa Giovanni, Arcivescovo di Costantinopoli, sul Patriarca Giuseppe e sulla prudenza.

Questa prima omelia termina alla pagina ventisette, ed in questa stessa pagina comincia la seconda omelia dello stesso *Apa Giovanni, sulla beata Susanna*, che l'autore collega colla prima per mezzo di un paralello, che fa tra la lotta sostenuta dal Patriarca Giuseppe contro la donna egiziana, e quella della casta Susanna contro i due vecchioni.

A queste due omelie faceva seguito nel manoscritto un altro testo, ove l'autore discorrendo eziandio della prudenza, ricordà varii fatti della Bibbia. Ma sgraziatamente della seconda parte di questo manoscritto non sono rimasti che quattordici frammenti, incollati su fogli distinti, e mancanti in gran parte di connessione.

In peggiore stato ancora si trovano gli altri frammenti presentati in questo stesso lavoro, che verrà a formàre il secondo fascicolo del secondo volume dei papiri copti del Museo Egizio di Torino. I loro testi tuttavia, se eccettui pochi frammenti, che paiono riferirsi al concilio di Efeso, presieduto da S. Cirillo, in cui fu condannata la dottrina di Nestorio, impugnante l'unione ipostatica del Verbo colla natura umana, versano tutti sullo stesso argomento, che è la nascita del nostro divin Salvatore. Questi testi dovevano far parte di due esegesi, delle quali hanno i frammenti conservato i titoli. Uno di questi però è mancante del principio, ma tranne il nome del Vescovo, può facilmente essere cosi ricomposto: (ⲟⲩⲉⲝⲉⲅⲏⲥⲓⲥ ⲉⲁϥⲧⲁⲩⲟⲥ ⲛ̄ϭⲓ ⲁⲡⲁ .....) ⲡⲉⲡⲓⲥⲕⲟⲡⲟⲥ ⲛ̄ⲕⲩⲍⲓⲕⲟⲥ ⲛ̄ⲧⲉⲕⲕⲗⲏⲥⲓⲁ ⲛ̄ⲕⲱⲥⲧⲁⲛⲧⲓⲛⲟⲩⲡⲟⲗⲓⲥ ⲉⲧⲃⲉ ⲡϩⲟⲩⲙⲓⲥⲉ ⲙ̄ⲡⲉⲡϫⲟⲉⲓⲥ ⲓ̅ⲥ̅ ⲡⲉⲭ̅ⲥ̅ ⲛ̄ⲥⲟⲩ ϫⲟⲩⲧⲯⲓⲥ ⲙ̄ⲡⲉⲃⲟⲧ ⲭⲟⲓⲁⲕϩ ⲁⲩⲱ ⲉⲧⲃⲉ ⲧⲉⲡⲣⲟⲥⲫⲟⲣⲁ ⲙ̄ⲙⲁⲣⲓⲁ ⲧⲡⲁⲣⲑⲉⲛⲟⲥ ⲧⲉⲛⲧⲁⲥϫⲡⲉ ⲡⲛⲟⲩⲧⲉ. Cioè: *Esegesi che pronunziò il vescovo di Cizico della chiesa di Costantinopoli sulla nascita del nostro Signore Gesù Cristo, il giorno ventinove di Choiakh, e sulla oblazione di Maria, la vergine che ha generato Dio.*

Il titolo della seconda esegesi è invece perfettamente conservato, ed il vocabolo ϩⲟⲙⲟⲓⲱⲥ, con cui esso comincia, dimo-

stra che l'esegesi stessa doveva nel manoscritto far seguito a quella del vescovo di Cizico. Infatti esso dice: *Parimente un'esegesi, che pronunziò Apa Atanasio, arcivescovo di Alessandria, sulla nascita del nostro Signore, Gesù Cristo, avvenuta il giorno ventinove di Choiakh.*

Ma nel misero stato, in cui furono ridotti questi frammenti, non è più possibile separare con qualche certezza il testo della prima da quello della seconda esegesi, e però nella sua traduzione li darà come tanti brani staccati di uno stesso testo, nell'ordine più consentaneo al loro contenuto.

Questo lavoro venne approvato ad unanimità dalla Classe per la stampa nei volumi delle Memorie.

L' Accademico Segretario
GASPARE GORRESIO.

DONI

FATTI

ALLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

E

OPERE ACQUISTATE PER LA SUA BIBLIOTECA

dal 7 al 28 Aprile 1889

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

NB. Le pubblicazioni notate con un asterisco si hanno in cambio; quelle notate con due asterischi si comprano; quelle senza asterisco si ricevono in dono

	Donatori
* Observations made at the magnetical and meteorological Observatory at Batavia, etc.; vol. VIII, 1883, 1884 and 1885; vol. X 1887. Batavia, 1888; in-4°.	Osservatorio di Batavia.
* Sitzungsberichte der k. preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin; 1888, XXXVIII-LII. Berlin, 1888; in-8° gr.	R. Accademia delle Scienze di Berlino.
Journal of Morphology, edited by C. O. Withman, with the cooperation of Edw. Phelps Allis; vol. I, n. 1, 2; vol. II, n. 1, 2. Boston, 1887-88; in-8° gr.	Boston.
* Foldtani Közlöny (geol. Mittheilungen), etc.; XVIII Kötet, 5-12 Füzat. Budapest, 1888; in-8° gr.	R. Istit. geologico Ungarese (Budapest).
— Mittheilungen aus dem Jahrbuche der k. Ungarischen geologischen Anstalt; VIII Band, 7 Heft: Ueber Serpentine und Serpentin-Aehnliche Gesteine aus der Fruška-gora (Syrmien); von Dr. M. Kispatic. Budapest, 1889; in-8° gr.	Id.
Erläuterungen zur geologischen Specialkarte der Länder der Ung. Krone, etc.; Umgebungen von Bánffy-Huniad: Blatt $\frac{\text{Zone 18}}{\text{Col XVIII}}$ (1:75,000); geologisch Aufgenommen und Erläutert. von Dr. Anton Koch. Budapest, 1889; 1 fasc. in-8° gr.	Id.

R. Ist. geologico ungarese (Budapest). — Der Hollóházaer (Radvannyer) Rhyolit-Kaolin; von L. PETRIK. Budapest, 1885 1 fasc. in-8° gr.

Soc. Asiatica del Bengala (Calcutta). — * Records of the geological Survey of India; vol. XXII, part. 1. Calcutta, 1889; in-8° gr.

Museo indiano di Calcutta. — A Catalogue of the Moths of India, compiled by E. C. COTES and C. SWINHOE; part IV, Geometrites; part V, Pyrales. Calcutta, 1888-89; in-8°.

Società filosofica di Cambridge. — * Proceedings of the Cambridge philosophical Society; vol. VI, part 5. Cambridge, 1889; in-8°.

Accad. Gioenia di Catania. — * Bullettino mensile dell'Accademia Gioenia di Scienze naturali in Catania, ecc.; nuova serie, marzo 1889, fasc. V. Catania; in 8°.

La Direzione (Coimbra). — * Jornal de Sciencias mathematicas e astronomicas, publicado pelo Dr. F. GOMES-TEIXEIRA; vol. IX, n. 1. Coimbra, 1889; in-8°.

R. Università di Norvegia (Cristiania). — * Jahrbuch Norvegischen meteorologischen Instituts für 1885, 1886; herausg. von Dr. H. MOHN. Christiania, 1886-87; in-4°.

Id. — — Viridarium Norvegicum — Norges Vaextrige; et Bidrag til Nord-Europas Natur-og Culturhistorie af Dr. F. C. SCHÜBELER; II Bd., 2 Hefte. Christiania, 1888; in-4°.

Comm. geologica della Pensilvania (Filadelfia) — Pennsylvania geological Survey-Atlas eastern middle Anthracite field; part II. AA; in-8°.

La Direzione (Filadelfia). — * The Journal of comparative Medicine and Surgery, edited by W. A. CONKLIN, etc.; vol. X, n. 2. Philadelphia, 1889; in-8°.

J. V. CARUS (Lipsia). — * Zoologischer Anzeiger herausg. von Prof. J. V. CARUS in Leipzig; XII Jahrg., n. 305. Leipzig, 1889; in-8°.

R. Soc. astron. di Londra. — * Monthly Notices of the R. astronomical Society; vol. XLIX, n. 5. London, 1889; in-8°.

R. Società Microscopica di Londra. — * Journal of the R. Microscopical Society, etc.; 1889, part 2. April. London; in-8°..

Soc. geologica di Manchester. — * Transactions of the Manchester geological Society, etc.; vol. XX, part 4. Manchester, 1889; in-8°.

Società Reale di Napoli. — * Rendiconto dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche (Sez. della Soc. R. di Napoli); serie 2ª, vol III, fasc. 3. Napoli, 1889; in-4°.

La Direzione (New-Haven). — * The american Journal of Science, editors J. D. and Edw. S. DANA, etc. t. XXXVI, n. 215, 216. New Haven, 1888; in-8°.

* Gazzetta chimica italiana; anno XIX, fasc. 2. Palermo, 1889; in-8°. — La Direzione (Palermo).

Bulletin de la Société philomatique de Paris, etc.; 8e série, t. I, v. 1. Paris, 1889; in-8°. — Soc. filomatica di Parigi.

Annales des maladies de l'oreille, du larynx, du nez et du pharynx, etc.; t. XV, n. 4. Paris, 1889; in-8°. — La Direzione (Parigi).

Aperçu général des dispositions et installations de l'Exposition universelle de 1889, par M. J. Charton: Procès-verbal de la séance du 5 Avril 1889 — Société des Ingénieurs civils. Paris, 1 fasc. in-8°. — Società degli Ing. civili (Parig).

* La Lumière eléctrique — Journal universel d'Électricité, etc.; Directeur M. le Dr. C. Herz; t. XXXI, n. 14-16. Paris, 1889; in-4°. — C. Herz (Parigi).

Journal de la Société physico-chimique russe à l'Université di S.-Pétersbourg; t. XXI, n. 3. S.-Pétersbourg, 1889; in-8°. — Soc. fisico-chim. di Pietroborgo.

* Mémoires de l'Académie impériale des Sciences de St.-Pétersbourg; 7e série, t. XXXVI, n. 1-8. St.-Pétersbourg, 1888; in-4°. — Accademia imp. delle Scienze di Pietroborgo.

— Bulletin de l'Académie imp. des Sciences, etc.; t. XXXII, n. 2-4. St.-Pétersbourg, 1888; in-4°. — Id.

— Neue Reduction der Braaley'schen Beobachtungen aus den Jahren 1750 bis 1762, von A. Auwers, III Bd. St.-Pétersbourg, 1888; in-4°. — Id.

* Annalen des physikalischen Central-Observatoriums herausg. von H. Wild; Jahrg. 1887, Theil II. St.-Petersburg, 1888; in-4°. — Osserv. centr. di Pietroborgo.

* Revista do Observatorio — Publ. mens. do imp. Observ. do Rio de Janeiro; anno IV, n. 2. Rio de Janeiro, 1889; in-8° gr. — Osservat. imp. di Rio Janeiro.

Bollettino della Società generale dei Viticoltori italiani; anno IV, n. 7. Roma, 1889; in-8° gr. — Soc. generale dei Viticol. ital. (Roma).

Carta geologica della Campagna romana e regioni limitrofe, in 6 fogli ed una tav. di sezioni, scala di 1 a 100,000, rilevata e pubblicata per cura del R. Ufficio geologico. Roma, 1888; atlante in-fol. gr. — R. Comit. geolog. d'Italia

— Brevi cenni relativi alla Carta geologica della Campagna romana con le regioni limitrofe. Roma, 1888; 1 fasc. in-8°. — Id.

* Rivista d'Artiglieria e Genio; vol. I, marzo 1889. Roma; in-8°. — La Redazione. (Roma).

* Bullettino della Commissione speciale d'Igiene del Municipio di Roma; anno X, fasc. 2. Roma, 1889; in-8°. — Municipio di Roma.

Stoccarda. Palaeontographica — Beiträge zur Naturgeschichte der Vorzeit, herausg. von Karl A. von ZITTEL, etc.; XXXV Band, 2 und 3 Lieferung. Stuttgart, 1889; in-4°.

Club alpino ital. (Torino). * Rivista del Club alpino italiano, ecc.; vol. VIII, n. 3. Torino, 1889; in-8°.

Accademia Imp. delle Scienze di Vienna. * Denkschriften der k. Akademie der Wissenschaften zu Wien; mathem.-naturw Classe; LIV Band. Wien, 1888; in-4°.

Id. Sitzungsberichte der k. Akademie der Wiss. etc.; mathem.-naturw. Classe; XCVII Band, 1 Abtheilung (Mineral., Krystall., Botan. Physiol. der Pflanzen, Zool., Palaeont., Geol., Phys., Geogr. und Reisen), I bis V Heft; — 2 Abth. a. (Mathem., Astron., Physik., Meteor. und Mechanik), I bis VII Heft; — 2 Abth. b, (Chemie); I bis VII Heft; — 3 Abth. (Anatomie und Physiol. des Menschen und der Thiere, etc.); I bis VI Heft. Wien, 1888; in-8°.

Id. Almanach der k. Akademie d. Wiss. etc; XXXVIII Jahrg., 1888. Wien; in-16°.

Imp. Istit. geolog. di Vienna. * Jahrbuch der k. k. geologischen Reichsanstalt; XXXVIII Band, 4 Heft. Wien, 1889; in-8° gr.

Ing. O. BIGNAMI. Assemblea generale ordinaria (18 marzo 1889) della Società anonima Canavese per la strada ferrata Torino–Ciriè–Lanzo; capitale sociale L. 2,300,000; versato L. 2,289,000, sede in Torino. Torino, 1889; 1 fasc. in-8°.

L'Autore. Davide CARAZZI — I mangiatori di microbi (Estr. dalla *N. Ant.*, serie 3ª, 1° marzo 1889); 1 fasc. in-8°.

Id. Lakis kratere og lavaströmme, af Amund HELLAND. Kristiania, 1886; 1 fasc. in-4°.

S. LAURA. Dosimetria, per il Dott. S. LAURA; anno VII, n. 3. Torino, 1889; in-8°.

L'A. Richtigstellung der in bisheriges Fassung unrichtigen mechanischen Wärmetheorie und Grundzüge einer allgemeinen Theorie der Aetherbewegungen, von Albert R. von MILLER-HAUENFELS.

L'A. Sui fenomeni elettrici provocati dalle radiazioni; 2ª Memoria del Prof. Augusto RIGHI (Estr. dagli *Atti* del R. Istituto veneto di Sc. Lett. ed Arti, t. VII, ser. 6ª); 1 fasc. in-8°.

Id. — Sulle cariche elettriche generate dalle radiazioni; Nota del Prof. A. RIGHI (Estr. dal vol. V, 1° sem., ser. 4ª dei *Rendiconti* della R. Acc. dei Lincei); pag. 4 in-8° gr.

Catalogo dei minerali e delle rocce vesuviane per servire alla storia del Vesuvio ed al commercio de' suoi prodotti; per Arcangelo SCACCHI. Napoli, 1889; 1 fasc. in-4°. — L'Autore.

— Sulle ossa fossili trovate nel tufo dei vulcani fluoriferi della Campania; Memoria di Arcangelo SCACCHI. Napoli, 1888; 1 fasc. in-4°. — Id.

Cenno istorico del R. Istituto d'Incoraggiamento di Napoli; di Arcangelo SCACCHI. Napoli, 1888; 1 fasc in-8°. — Id.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche

Dal 14 Aprile al 5 Maggio 1889

Donatori

* Viestnik hrvatskoga arkeologickoga Druztva; Godina XI, Br. 2. U. Zagrebu, 1889; in-8°. — Soc. archeologica di Agram.

Bulletin de la Société de Géographie commerciale de Bordeaux; 2° série, n. 8. Bordeaux, 1889; in-8°. — Società di Geogr. comm. di Bordeaux.

Transactions of the american philological Association; 1887, vol. XVIII. Boston, 1888; in-8°. — Assoc. filologica americana (Boston).

Codice necrologico-liturgico del Monastero di S. Salvatore o Santa Giulia in Brescia, trascritto ed illustrato da Andrea VALENTINI pubblicato dall'Ateneo di Brescia. Brescia, 1887; 1 vol. in-4°. — Ateneo di Brescia.

— EUSEBIO. — Concordanza dei Vangeli, Codice Queriniano illustrato da Andrea VALENTINI, pubblicato dall'Ateneo di Brescia. Brescia, 1887; 1 vol. in-8° gr. — Id.

Censo general de poblacion, edification, comercio e industrias de Buenos Ayres, etc., levantado en los dias 17 de agosto, 15 y 30 de setiembre de 1887, etc.; tomo I. Buenos Ayres, 1889; in-8° gr. — Il Governo della Rep. Arg. (Buenos Aires).

Johannis Agricolae Islebiensis apophthegmata nonnulla nunc primum edidit Dr. L. DAAE. Christianiae, 1886; 1 fasc. in-4°. — R. Università di Norvegia (Cristiania).

Symbolae ad historiam ecclesiasticam provinciarum septentrionalium magni Dissidii Synodique Constantiensis temporibus pertinentes; auctore Doct. Ludovico DAAE. Christianiae, 1888; 1 fasc. in-4°, — Id.

R. Università di Norvegia (Cristiania). Guderne hos Vergil; Bidrag til belysning af Æneidens komposition; af A. B. Drachmann. Kjöbenhavn, 1887; 1 fasc. in 8°.

Id. Udsigt over den romerske satires forskjellige Arter, og deres oprindelse af L B. Stenersen. Kristianie, 1887; 1 fasc. in-8°.

Id. Catul's Digtning belyst i forhold til den tidligere graeske og latiniske Litteratur; af A. B. Drachmann. Kjöbenhavn. 1887; 1 fasc in-8°.

Id. Catul's Digtning oplyst i dens sammenhaeng med den tidligere graeske og latiniske Litteratur; af. L. B. Stenersen. Kristianiae, 1887; 1 fasc. in-8°.

Bibl. nazionale di Firenze. Biblioteca nazionale centrale di Firenze. — Bollettino delle pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa; 1889, n. 79, 80. Firenze; in-8° gr.

Soc. di Studi delle Alte Alpi (Gap). * Bulletin de la Société d'Études des Hautes-Alpes; VIII° année, Avril-Juin; 1889, n. 2. Gap; in-8°.

Reale Accademia di Storia di Madrid. * Boletin de la R. Academia de la Historia; t. XIV, mod. 3, 4. Madrid, 1889; in-8°.

R. Istit. Lomb. (Milano). Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere; serie 2ª, vol. XXII, fasc. 7, 8. Milano, 1889; in-8°.

Società Storica Lomb. (Milano). * Archivio Storico Lombardo — Giornale della Società Storica Lombarda, 3ª serie, vol. VI. Milano, 1889; in-8°.

R. Accademia di Sc., Lettere ed Arti in Modena. * R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti in Modena — Programma di concorso ai premi di onore dell'anno 1888-89; 3 pag. in-4°.

Id. — Concorso Cossa — Aggiudicazione e Programma; 2 pag. in-4°.

Soc. di Geografia (Parigi). * Compte rendu des Séances de la Commission centrale de la Société de Géographie, etc.; 1889, n. 7, pag. 161-192. Paris; in-8°.

La Direzione (Parigi). Revue internationale de l'Électritcité et de ses applications, etc.; t. VIII, n. 79. Paris, 1889; in-4°.

Ministero delle Finanze (Roma). Statistica del commercio speciale di importazione e di esportazione dal 1° gennaio al 31 marzo 1889. Roma; 1 fasc. in-8° gr.

R. Accademia dei Lincei (Roma). * Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, ecc.; vol. V, fasc. 7, 1° sem. Roma, 1889; in-8° gr.

La Direzione (Spalato). * Bullettino di Archeologia e di Storia dalmata; anno XII, n. 3. Spalato, 1889; in-8°.

* Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti; serie 6ª, t. VII, disp. 3ª e 4ª. Venezia, 1889; in 8°. — R. Istit. Veneto (Venezia).

I diarii di Marino Sanuto, ecc.; t. XXV, fasc. 113. Venezia, 1889; in-4°. — Venezia " "

* Sitzungsberichte der R. Akademie der Wissenschaften zu Wien; philos. — hist Classe; CXVI Band, 1 Heft. Wien, 1888; in-8°. — Accademia Imp delle Scienze di Vienna.

— Archiv für österreichische Geschichte, etc.; LXXIII Band, 1 und. 2 Hälfte Wien, 1888; in-8°. — Id.

Annales de l'Ordre de Malte ou des Hospitaliers de Saint-Jean de Jerusalem, Chevaliers de Rhodes et de Malte, depuis son origine jusqu'a nos jours, etc., par Felix De Salles. Vienne, 1889; 1 vol. in 8° gr. — L'Autore.

Memorie e Guida storica di Gubbio, dell'avv. Oderici Lucarelli. Città di Castello, 1888; 1 vol. in-16°. — Contessa C. Pepoli-Tattini

A. E. Martelli e L. Vaccarone. — Guida delle Alpi occidentali; vol. I. — Marittime e Cozie. Torino, 1889; in-16°. — Gli Autori.

Il gonfalone della R. Università di Bologna. Bologna, 1889; 1 fasc. in-4°. — L'A.

Torino — Stamperia Reale della Ditta G. B. Paravia e C.
2979 (850) 12-VI-89.

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 28 Aprile 1889 . . . . *Pag.* [illegible]

SACCO — Il seno terziario di Moncalvo . . . . „ [illegible]

GIACOMINI — Su alcune anomalie di sviluppo dell'embrione umano. Comunicazione seconda . . . . „ [illegible]

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 5 Maggio 1889 . . . . *Pag.* [illegible]

ROSSI — Trascrizione con traduzione italiana dai testi copti del Museo Egizio di Torino . . . . „ [illegible]

DONI fatti alla R. Accademia delle Scienze dal 7 al 28 Aprile 1889 (*Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali*) . . . . . . *Pag.* [illegible]

DONI fatti alla R. Accademia delle Scienze dal 14 Aprile al 5 Maggio 1889 (*Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche*) . . . . . „ [illegible]

Torino - Tip. Reale-Paravia.

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE S[C

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE

VOL. XXIV, DISP. 13ª, 1888-89

TORINO
ERMANNO LOESCHER
Libraio della R. Accademia delle Scienze

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 12 Maggio 1889.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE ARIODANTE FABRETTI
VICEPRESIDENTE

Sono presenti i Soci: Cossa, Lessona, Salvadori, Bruno, Basso, D'Ovidio, Ferraris, Naccari, Mosso, Spezia, Gibelli, Giacomini, Camerano, Segre.

Si dà lettura dell'atto verbale dell'adunanza precedente che viene approvato.

Tra le pubblicazioni presentate in omaggio all'Accademia vengono segnalate le seguenti:

« *Conferenze di meteorologia e di fisica terrestre tenute in Venezia nel settembre* 1888 dai Signori M. Del Gaizo, G. Giovanozzi ed O. Zanotti Bianco, *con prefazione del* P. Francesco Denza. »

Il Segretario dà comunicazione:

1° di una lettera circolare del Comitato ordinatore di un Congresso di Elettricità, che si terrà a Parigi in occasione della presente Esposizione universale, ed al quale sono invitati i Soci cultori degli Studi elettrici;

2° di un manoscritto inviato in dono dal Signor E. De-Laurier di Parigi, col titolo: « *Théories nouvelles des causes des maladies et des fermentations.* »

Le letture e le comunicazioni si succedono nell'ordine che segue:

1° « *Ricerche anatomo-fisiologiche sui tegumenti seminali delle Papilionaceae* »; Nota preventiva dei Dottori Oreste Mattirolo e Luigi Buscalioni, presentata dal Socio Gibelli;

2° « *Nuove contribuzioni allo studio degli Arion europei* », del Signor Carlo POLLONERA, presentate dal Socio LESSONA;

3° « *Contributo allo studio dell'accrescimento del tessuto connettivo ed in particolare della cornea e del tendine* »; osservazioni del Dott. Ignazio SALVIOLI, Assistente al Laboratorio di Patologia generale della R. Università di Torino, presentate dal Socio MOSSO a nome del Socio BIZZOZERO;

4° « *Gneis tormalinifero di Villar Focchiardo* (Val di Susa) »; Cenni descrittivi del Dott. Giuseppe PIOLTI, Assistente al Museo di Mineralogia della R. Università di Torino, presentati dal Socio SPEZIA.

LETTURE

Ricerche anatomo-fisiologiche sui tegumenti seminali delle Papilionaceae ;

Nota preventiva dei Dott. ORESTE MATTIROLO e LUIGI BUSCALIONI

La presente Nota ha per oggetto di esporre per sommi capi alcuni dei risultati principali che abbiamo ottenuti nello studio dei tegumenti seminali delle *Papilionaceae*, quale comunicazione preventiva di un lavoro che confidiamo poter pubblicare fra poco in disteso.

I semi delle *Papilionaceae* in genere sono, come è noto, reniformi. Sulla loro superficie concava si osservano tre organi speciali, formanti in complesso un *apparato* che chiameremo *ilàre* e che rispettivamente, basandoci sulle loro funzioni, indicheremo coi nomi di *Micropilo*, *Chilario* o *Lamina ilàre* e *Tubercoli gemini*.

Il *Micropilo* corrisponde alla punta radicale dell'Embrione e rappresenta l'apertura del canale micropilare dell'ovulo.

Il *Chilario* è formato da due valve o labbra (1) capaci di movimenti, le quali limitano una fessura che conduce ad una cavità ripiena di un tessuto formato da corti elementi tracheidali che dal *Micropilo* si estendono sino quasi ai *tubercoli gemini*.

(1) Onde il nome che gli abbiamo dato.

Questi ultimi sono rappresentati da due prominenze accoppiate lungo la linea mediana dell'apparato ilàre e diverse assai nel modo di sviluppo e nell'intima struttura a seconda dei generi, come si dirà in seguito.

Fra il *Chilario* ed i *Tubercoli* entra nel tegumento il *Funicolo* indipendente in origine dal *Chilario*, diversamente a quanto finora era stato creduto.

Della residua porzione del tegumento non ci occuperemo per ora, perchè già in gran parte descritta dagli Autori.

Il tegumento consta di parecchi strati rivestiti all'esterno da una membrana che può considerarsi analoga alla cuticola. Mentre questa, nel maggior numero dei generi, si presenta molto sottile, cosicchè occorrono adatti mezzi microchimici per metterla in evidenza, in alcuni generi invece (*Medicago*, *Cicer*, ecc.) è rinforzata da uno strato cellulosico continuo; solo nelle varie specie di *Baptisia*, caso unico per quanto possiamo sapere finora osservato, questa specie di cuticola è infiltrata da depositi granulari di lignina.

Il rivestimento cuticolare cessa sulle cellule che circondano le aperture, perdendosi gradatamente negli orifizi.

L'estrema sottigliezza di questa membrana e la frequente sua interruzione valgono a dimostrare che nelle *Papilionaceae* la cuticola non può in generale formare un efficace apparato di protezione, il quale è invece dato dalla *Linea lucida* decorrente nello strato a cellule malpighiane.

Le cellule malpighiane, già studiate da uno di noi (1) nelle *Papilionaceae* sono molto sviluppate e presentano un lume cellulare allargato nella parte basale o interna dell'elemento, che si risolve nella porzione esterna in numerosi canalicoli. Nel lume cellulare si notano residui di plasma e di corpi clorofillari, pigmenti tanniferi varii e costantemente un residuo di nucleo situato a metà circa della cavità.

Crediamo utile insistere sulla presenza del residuo nucleare nelle cellule malpighiane, poichè fu questo dal Beck (2) descritto come un corpo siliceo. La determinazione della vera

---

(1) O. Mattirolo, *La linea lucida nelle cellule malpighiane degli integumenti seminali.* Memoria della R. Accademia delle Scienze di Torino. Serie II, tom. XXXVII.

(2) Beck, *Vergleichende Anatomie der Samen von Vicia und* Ervum, pag. 548. Sitzungsb. d. K. K. Akademie der Wissensch. Wien 1878, vol. LXXVII.

natura del corpo in parola fu da noi ottenuta tanto per via microchimica (acido fluoridrico, sostanze coloranti nucleari, incenerimento, ecc.), quanto per via organogenica.

La sostanza della membrana cellulare è cellulosica; la linea lucida è lignina modificata (V. loc. cit.).

Le cellule malpighiane in corrispondenza del *Chilario* sono rinforzate sulla superficie esterna da un secondo strato di cellule e da resti del tessuto di separazione entrambi di emanazione funicolare.

In corrispondenza dei *Tubercoli gemini* le malpighiane si allungano enormemente ed arcuandosi verso la linea mediana di contatto circoscrivono una fessura la cui presenza è costante nei diversi generi.

I canalicoli in cui si risolve il residuante lume cellulare verso l'esterno, terminano sotto la cuticola attraversando la linea lucida, la quale, come dimostrano gli esperimenti, sostituisce o rinforza l'azione della cuticola nella protezione del seme; la linea lucida si riscontra in tutti i generi.

Pare che i canalicoli terminino liberamente al disotto degli strati cuticolari, non avendo le cellule malpighiane una parete propria verso l'esterno.

La descrizione della forma e dello sviluppo delle malpighiane verrà fatta nel lavoro generale.

Sotto lo strato malpighiano si trovano le così dette *cellule a colonna* sparse in tutto il tegumento meno che sull'*apparato ilàre* dove sono sostituite da elementi cubici che fanno corpo col tessuto sottostante; contengono granuli plasmatici e clorofillari, residui nucleari, pigmenti tannici e qualche volta cristalli di ossalato di calce (*Phaseolus*).

La membrana è cellulosica, ma ricoperta esternamente da un rivestimento (*auskleidung*) qualche volta lignificato che ricopre i grandi spazii interposti fra le colonne.

I tessuti profondi variano nella loro struttura a seconda che si esaminano nei diversi punti dell'area ilàre o nel restante tegumento.

Sull'area ilàre, senza entrare in dettagli, si può affermare che lateralmente al *Chilario*, al *Micropilo* ed ai *Tubercoli* si osservano strati di cellule irregolarmente ramificate e per lo più pigmentate, le quali, mentre verso la superficie del tegumento si addensano in tessuto compatto, profondamente danno origine, as-

sottigliando le pareti, a cellule parenchimatose più o meno schiacciate, nello spessore del quale strato decorrono i rami del fascio funicolare.

In corrispondenza dei *Tubercoli gemini*, le cellule ramificate si modificano profondamente per costituire il corpo dell'organo. Le cellule perdono i prolungamenti e si stipano in un tessuto compatto, il più delle volte pigmentato, a pareti cellulari ispessite. Il numero degli strati e la forma degli elementi varia a seconda dei generi.

Occorre però notare che in alcuni casi i *tubercoli* si trovano alquanto discosti dall'area ilàre, incuneati nel tessuto parenchimatoso che costituisce la rimanente porzione del tegumento. In questo caso essi possono esser rappresentati solamente dalle cellule malpighiane allungantisi a spese dei tessuti sottostanti che restano alquanto schiacciati; oppure ha luogo una contemporanea formazione di un tessuto speciale a cellule più o meno pigmentate-tanniche.

Particolarità notevolissima degli elementi ramificati dell'area ilàre è quella di presentare in ispecie sulle ramificazioni e sulle fronti di contatto fra cellula e cellula, delle prominenze bastonciniformi, capitate od irregolari, analoghe chimicamente e morfologicamente a quelle che finora si conoscono esclusive degli spazi intercellulari delle Marattiacee in genere (1).

Il rivestimento degli spazi intercellulari è costantemente formato da due strati; l'esterno, estremamente sottile, tappezza tutta la superficie dello spazio intercellulare passando al di sopra dei processi a bastoncino. La sostanza di cui è composto è affine alle sostanze che compongono la lamella mediana (mittellamelle); l'interno, che forma il corpo dei processi e costituisce pure la parete divisoria fra cellula e cellula e l'anello che circonda l'estremità delle braccia cellulari, è dovuto ad una sostanza che ha pure stretti rapporti colle mucilagini. Si distingue però dall'esterno per alcuni caratteri microchimici.

Questi due strati si continuano colla parete degli elementi la quale è di natura cellulosica più o meno rigonfiabile. Solo in alcuni casi trattata con fluoroglucina ed acido cloridrico dà, nel

(1) Lo studio di queste curiose formazioni sarà oggetto di una Nota da pubblicarsi quanto prima nella *Malpighia*.

tessuto che è interposto fra la punta radicale e il fondo della cavità micropilare, la reazione della lignina.

Cade qui in acconcio di notare un fatto che crediamo importante (già descritto da uno di noi nel tegumento del genere Tilia (1) che riscontrammo nelle cellule ramificate di alcuni generi. Si tratta di processi irregolari partenti dalle membrane e sviluppantisi nell'interno della cavità cellulare, i quali colla definitiva evoluzione delle cellule si risolvono in una massa omogenea pigmentata di natura suberosa e che abbiamo potuto riconoscere nello stesso tempo tannifera.

Il fascio funicolare che in alcuni generi (*Vicia*, *Faba*, *Phaseolus*, *Pisum*, ecc.) è sempre nettamente separato dal *Chilario*, mercè un tessuto di cellule a pareti sottili, in altri generi poggia direttamente contro a quest' organo per cui riesce malagevole il distinguere gli elementi di spettanza funicolare da quelli di pertinenza chilariale.

La disposizione però reticolo-spiralata delle punteggiature vasali del funicolo, la maggior lunghezza dei vasi e la maggior sottigliezza loro, valgono a farli distinguere dai tracheidi del *Chilario;* a questi si aggiungano i criteri organogenetici che stabiliscono la perfetta indipendenza di queste due formazioni, di cui l'una, il *Funicolo,* è già presente nell'ovulo prima della fecondazione, mentre l'altra si sviluppa assai tardi.

Nella parte cribrosa del funicolo, orientata verso i *tubercoli gemini*, i numerosi tubi cribrosi hanno i cribi coperti da un callo molto sviluppato. Questo fatto, che noi crediamo poter ritenere non ancora osservato, è importante sia per la stagione in cui si sviluppa il callo, sia per le interpretazioni fisiologiche che si possono dare.

Tale è in generale la struttura del tegumento sull'area ilare al quale aderisce l'albume che noi possiamo affermare di aver costantemente riscontrato nelle *Papilionaceae* o abbondantemente sviluppato, oppure ridotto a residui contenuti nella sacca radicale e nella fessura intercotiledonare.

---

(1) O. Mattirolo, *Di un nuovo processo di suberificazione nei tegumenti seminali del gen.* Tilia L. Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino, vol. XI — *Sullo sviluppo e sulla natura dei tegumenti seminali del gen.* Tilia. *Nuovo giornale botanico italiano*, vol. XVII, ottobre 1885 (con tre tavole

Ecco ora i risultati ottenuti dallo studio fisiologico.

Per quanto ha rapporto all'apparato ilàre bisogna distinguere prima di tutto che i vari organi che lo compongono godono di particolari funzioni.

Il *micropilo* stabilisce la via di comunicazione più facile ai gaz e ai liquidi che si portano nell'interno del seme; quantunque questi possano pure attraversare direttamente le pareti tegumentali, come lo provarono estesi esperimenti con differenti liquidi precipitabili, colorati, iniezioni, ecc., ecc.

Il canale micropilare conduce direttamente alla punta della radice, la quale è sempre rinchiusa in una ripiegatura del tegumento.

Il foro micropilare è suscettibile di movimenti di chiusura e di apertura in relazione alle condizioni igrometriche.

Si chiude (mai interamente però) colla secchezza, mentre si allarga coll'umidità.

Il movimento succede per rigonfiamento od essiccazione delle malpighiane che ne circoscrivono l'apertura.

Il rigonfiamento per imbibizione amplia necessariamente l'apertura, come succede in un anello metallico che si allarghi col calore.

Il passaggio dei gaz venne constatato coi vapori di iodio e di acido osmico e col seguente apparecchio manometrico.

In recipienti a larga base e poco alti venivano impiantati, in uno strato di finissimi granuli di vetro, circa 50 semi di Fagiolo (*Phaseolus multiflorus. Lam.*) tenuti col micropilo in alto e viceversa in altro identico recipiente, la stessa quantità di semi, nelle identiche condizioni, veniva impiantata col micropilo in basso.

Occorre avvertire che tanto il *Chilario*, quanto i *Tubercoli* venivano dapprima ermeticamente chiusi con strati di vernice e che le condizioni termometriche venivano in modo rigoroso investigate e confrontate con altro identico apparecchio privo di semi.

A queste scatole si adattavano coperchi a chiusura ermetica muniti di tubi manometrici, graduati, orizzontali.

In tutti i recipienti si versava acqua, avente identica temperatura, sino a metà altezza delle faccie laterali dei semi.

Versato il liquido e chiusi i recipienti, nella cassetta contenente i semi col micropilo in alto, non avevano luogo spostamenti notevoli dell'indice manometrico, mentre nell'altra cassetta

dove i semi pescavano col micropilo nel liquido, l'indice manometrico seguiva la prima legge di *Detmer* (1).

L'indice di confronto della terza cassetta mostrava solo deboli oscillazioni dovute alle variazioni di temperatura.

Viceversa, nei semi con micropilo in alto, ma chiuso con vernice, nei quali perciò non si effettuava l'assorbimento dei gaz, si notavano le stesse variazioni dell'indice che si osservano nei semi coll'apparato ilàre pescante nel liquido.

I particolari dell'esperienza e le curve grafiche ottenute con questi apparecchi verranno consegnate nel nostro lavoro.

I semi tenuti sospesi nell'acqua in modo che il micropilo peschi direttamente nel liquido, germinano molto più presto di quelli tenuti col micropilo alto fuori di acqua.

Il *Chilario* ha funzione esclusivamente meccanica. Quest'organo nuovo e finora considerato come un fascio vascolare è, come abbiamo detto, indipendente invece dal fascio vasale funicolare.

Situato tra il *Micropilo* ed il *Funicolo* rappresenta la *macchia ilàre* o l'*ilo* degli Autori.

L'apertura del *Chilario*, composto, come si è detto, è formato da due labbra al disopra delle quali si incontrano ancora gli elementi del tessuto di separazione residuo della espansione funicolare.

Le labbra constano dello strato a cellule malpighiane e di uno strato di rinforzo dato da cellule simili a queste, aventi però una origine funicolare.

La rima lineare, visibilissima in molti generi, conduce ad un tessuto laminare a sezione trasversale piriforme, composto di corti tracheidi a punteggiature areolari. Una guaina di cellule a pareti sottili non punteggiate, lo isola dal tessuto a cellule ramificate che lo attornia.

La rima è suscettibile di movimenti di chiusura e di apertura che si effettuano però con meccanesimo opposto a quello del *Micropilo*. Colla umidità si ha la chiusura ermetica; in quanto che liquidi acquosi colorati o precipitabili non riescono ad oltrepassare la barriera opposta dalla chiusura delle valve, se non dopo una immersione prolungata per molto tempo. Facendo

(1) Dr W. Detmer, *Das pflanzenphysiologische Prakticum*. Jena, 1888.

agire invece sopra semi secchi sostanze coloranti sciolte in alcohol assoluto o vapori di iodio od acido osmico, essi l'attraversano con facilità e colorano tutto il sistema dei tracheidi.

Sotto al microscopio, a debole ingrandimento sia coll' aiuto del tavolo di Schultze, sia con alcohol assoluto, glicerina, acqua, ecc. usate alternativamente, si osservano movimenti regolari di chiusura e di apertura.

Adatte incisioni eliminatrici, fatte sotto al microscopio, provano che al movimento concorre potentemente, oltre al rigonfiamento degli elementi, anche la linea lucida particolarmente inspessita sulle labbra chilariane.

Quale è il valore fisiologico del *Chilario?* Da una parte il fenomeno di apertura e di chiusura e la forma dell'organo farebbero pensare ad un organo respiratorio; d'altra parte, i più svariati esperimenti al riguardo provano che nel *Chilario* non si effettuano nè scambi di gas per diffusione o per aspirazione, nè assorbimento di liquidi.

Il *Chilario* è di gran lunga più resistente all'allungamento che non i tessuti tegumentali. Questa sua proprietà ne determina la funzione; la quale consiste essenzialmente in ciò, che a mezzo della lamina chilariana, difesa dalla umidità per i movimenti delle labbra e per natura stessa del tessuto di cui si compone, poco suscettibile di deformazioni igroscopiche, si mantengono fissi, durante il rigonfiarsi del seme, i rapporti della punta radicale colla sacca tegumentale.

Inoltre, a causa dell' ineguale estensibilità del tegumento e della lamina, quello viene costretto così fatalmente a rompersi, nell'atto dell'uscita della radice, a poca distanza dal *Micropilo* in un punto determinato da caratteri anatomici.

I *turbercoli gemini* hanno, come si è detto, valore anatomico di ghiandole. La ricchezza del contenuto in tannino, la formazione dei processi suberosi tanniferi, la presenza di alcuni corpi foggiati a guisa, diremo noi, di sferiti tanniche, ci lasciano fondato sospetto che si tratti di un vero apparato ghiandolare tannifero.

Il secreto verrebbe utilizzato a difesa del seme, corrispondendo molti fatti colle recenti scoperte dell'illustre Professore Stahl (1). La questione è però ancora allo studio.

---

(1) E. Stahl, *Pflanzen und Schnecken, ein biologische Studie*. Jena, 1888.

La funzione generale del tegumento seminale è funzione strettamente protettrice sotto tutti gli aspetti; qui non staremo a ricordare i vari esperimenti fatti da altri e da noi essendo sufficente citare i seguenti, i quali aprono adito a considerazione fisiologiche affatto nuove, che invalidano molti esperimenti fatti sulla influenza dei liquidi settici sulle germinazione.

Nei semi di *Phaseolus* tenuti in soluzioni di sublimato corrosivo all' 1 : 1000 e più, col micropilo in basso, la germinazione non ha luogo, perchè il liquido settico penetrando rapidamente nel seme lo uccide. Se invece si tengono i semi nella stessa soluzione, ma col micropilo fuori del liquido, questo attraversando lentamente il tegumento viene filtrato e i semi germinano. Appena però la punta radicale viene, sotto le influenze vitali, in contatto del liquido, incontanente muore.

I liquidi colorati sono filtrati dal tegumento (purchè non passino attraverso il micropilo) e l'embrione si imbeve di acqua limpida.

Esperienze analoghe che continuiamo con soluzioni di alcaloidi diversi, saggiati poi sugli animali, ci convincono di queste nostre deduzioni.

In questa nota preventiva, a scanso di qualunque equivoco, dichiariamo, di aver riportato esclusivamente i dati raccolti dalle nostre osservazioni, non consentendoci nè l'indole, nè la mole del lavoro la discussione delle differenti opinioni raccolte in una immensa letteratura, la quale illustra un argomento intimamente legato ai fenomeni ed alle condizioni che hanno influenza sulla germinazione.

R. Istituto botanico della Università.

Torino, 6 Maggio 1889.

Nuove contribuzioni allo studio degli Arion europei;

Nota di Carlo Pollonera

Due anni or sono pubblicavo negli Atti di questa stessa Accademia il risultato dei miei studi sopra un certo numero di specie del genere *Arion* (1), particolarmente del Piemonte, della Francia e dell'Europa settentrionale. Descrivevo pure una specie del Portogallo, ma deploravo appunto di non possederne altra di tutta la penisola iberica. Dopo quel tempo invece, in grazia di alcuni cortesissimi corrispondenti potei avere un discreto numero di *Arion* portoghesi e qualcuno spagnuolo procuratimi dai signori De-Chia di Barcellona, Nobre di Oporto, Henriques e Moller di Coimbra, ai quali sono ben lieto di potere qui esprimere pubblicamente la mia riconoscenza.

Il centro della Spagna è completamente sconosciuto per quel che riguarda i molluschi nudi, che, dalle relazioni dei miei corrispondenti spagnuoli, sembrano essere colà scarsissimi. Nella Catalogna, a Barcellona e lungo il litorale si trovano soltanto dei *Limacidi*, mentre gli *Arion* non si scostano dalle regioni montuose dipendenti dalla catena dei Pirenei dove ne trovò il sig. Fagot (2); ed il sig. De-Chia mi mandò un buon numero di *A. rufus* L. raccolti ad Olot, della quale località è citato insieme all'*hortensis* dal D. Salvaná in un suo recente lavoro (3).

Nel Portogallo invece il genere *Arion* ha uno sviluppo molto maggiore tanto in individui quanto in specie, e dalle regioni più montuose scende fino al litorale oceanico.

---

(1) C. Pollonera, *Specie nuove o mal conosciute di Arion europei*. Atti Acc. Sc. di Torino, vol. XXII, 1887.

(2) *Contrib. à la faune malac. de Catalogne*, in *Annales de Malacologie*, 1884, p 170.

(3) *Contrib. a la fauna malac. de los Pirin. catal.*, 1888, p. 20.

I.

Specie portoghesi del gruppo dell'Arion rufus.

Il sig. A. Morelet (1) cita tre specie di questo gruppo viventi in Portogallo, esse sono: *A. ater* Fer., *A. sulcatus* Morelet n. sp., *A. rufus* Fer. In quest'ultima specie le due varietà β e δ distinte dalla forma tipica per una fascia scura su ciascun lato del dorso. Queste varietà fasciate furono separate specificamente dall'*A. rufus* dal sig. Mabille col nome di *A. lusitanicus*. In seguito il D^r Simroth descriveva l'*A. hispanicus*, che sebbene molto piccolo di statura, pure appartiene indubbiamente a questo gruppo. Infine io nel mio precedente lavoro su questo argomento descrissi l'*A. da-Silvae* che collega per le dimensioni l'*A. hispanicus* alle specie grandi sopracitate.

Eccettuato l'*A. hispanicus*, che del resto non può venir confuso con nessuna altra specie, io ho potuto esaminare tutte le forme sopracitate e ne sono venuto a queste conclusioni: 1° che l'*A. ater* di Morelet è ben diverso dall'*A. ater* L. della Scandinavia e che quindi deve ricevere un altro nome; 2° che l'*A. rufus* del Portogallo è diverso da quello della Francia e dell'Europa settentrionale e centrale; 3° che il passaggio tra il supposto *A. rufus* e l'*A. lusitanicus* Mabille si produce così insensibilmente che non è possibile separare le forme fasciate da quelle unicolori, e che quindi l'*A. lusitanicus* Mab. è perfettamente sinonimo di *A. rufus* Morelet.

Ciò premesso passo all'esame di queste varie specie.

Arion sulcatus Morelet.

Arion sulcatus Morelet, Descr. moll. du Portugal, 1845, p. 28, pl. I.

A. statura insignis, valide rugosus. Verrucae dorsales carinatae, elatae, transverse sulcatae, sulcis latis profundisque separatae. Clypeus granulosus et tortuose sulculatus. Dorsum

(1) *Descript. des moll. terr. et fluv. du Portugal*, 1845.

et clypeus castaneo-nigrescentes unicolores; caput et tentacula nigro-ardesiaci; pedis margo nigro-ardesiacus, transverse atro-lineolatus; solea nigro-ardesiaca unicolor vel medio pallidior. Mucus decoloratus. Long. max. 15-16 *cent.*

Riporto qui le parole di Morelet riguardo questa specie.

« Les rides larges et profondes qui sillonnent ce mollusque le distinguent au premier aspect et ne permettent pas de le confondre, malgré l'analogie d'un certain nombre de caractères, avec le *Limax ater* de Draparnaud. La cuirasse est chagrinée et les sillons sont ornés eux-mêmes d'une vermiculation très fine, dont l'aspect varie selon la position de l'animal. Dans l'extension, ce sont des rides grenues, rarement anastomosées, qui accompagnent les ondulations du corps; lorsqu'il se contracte, ce sont des sillons profonds brisés à angle aigu, traversés par des rides perpendiculaires et superficielles. La marge du plan locomoteur est étroite et rayonnée; la cavité branchiale située en avant et fortement dilatée; la taille, généralement constante, atteint 15 ou 16 centimètres dans la plus grande extension.

« Le manteau de ce mollusque est d'un noir brun, quelquefois bleuâtre, qui s'éclaircit sur la marge du plan locomoteur et prend une couleur marron. La cuirasse offre dans son épaisseur une poussière calcaire qui diffère par son extrême division des concrétions irrégulières de l'*Arion ater*. Le mucus est blanc-jaunâtre. »

Questa è certamente la più grossa specie di *Arion* finora conosciuta. Io ne ebbi due soli esemplari; uno di Oporto e l'altro di Coimbra che variavano alquanto per l'intensità della colorazione. Quello di Coimbra era più scuro che quello figurato da Morelet, ed appariva ancora più scuro dopo immerso nell'alcool, cosicchè le lineette nere del margine esterno del piede si vedevano appena e la suola appariva quasi unicolore. Quello invece di Oporto era leggermente più chiaro che la figura di Morelet, le lineette nere del margine esterno del piede si vedevano benissimo e si prolungavano sulle zone laterali della suola che erano più scure che la zona centrale.

La figura data dal Morelet non è molto esatta poichè farebbe supporre una stretta zona dorsale mediana più chiara, della quale non v'è traccia nè nella descrizione dello stesso Autore, nè negli animali da me veduti. Inoltre il margine esterno

del piede sembra ornato di sottilissime lineette nere di uguale grossezza, mentre in realtà queste lineette sono assai più marcate ed alternate una più grossa ed una più sottile come nell'*A. rufus*.

Il muco, quasi incoloro nell'animale vivo, allorchè questo viene immerso nell'alcool si mostra di un bianco gialliccio sporco sul dorso e giallo sul margine esterno del piede.

Arion Nobrei POLLONERA.

Fig. 25-26.

Arion ater var. *α* Morelet, Descr. moll. du Port., 1845, p. 27 (non L.).

Morelet oltre la suddetta var. *α* di Draparnaud (*aterrimus totus*) cita una var. *ε* (*nigricans, margine nigro*) trovata insieme a quella nella provincia di Tras-os-Montes, e la var. *γ* di Draparnaud (*nigricans, margine lutescente aut coccineo*) dei contorni di Monchique nel mezzodì del Portogallo. Io ho ricevuto ripetutamente da Coimbra e contorni, da Bussaco e da Oporto soltanto la prima di queste tre forme, e l'esame degli organi sessuali, me la fanno considerare come specie perfettamente distinta dall'*A. ater* L. di Svezia. Dovendo dare un nuovo nome a questa specie, son lieto di poterla dedicare al distinto malacologo portoghese sig. Augusto Nobre.

A. magnus, rugosus. Verrucae dorsales crebrae, carinatae, subundulatae, sulcis profundis et angustis separatae. Clypeus minute granulosus, postice rotundato-subtruncatus, apertura pulmonea perantica. Omnino aterrimus, quandoque tamen pedis margo pallidior lineolis transversis aterrimis notatus. Solea atra unicolor, vel zona mediana ardesiaca leviter pallidiore. Mucus decoloratus. Long. max. 12 *cent.*

Nella massima parte degli individui il colore è tutto nerissimo, cosicchè sul margine esterno del piede non si possono scorgere lineette trasversali, soltanto spesso il cappuccio è di un nero più caldo mentre il dorso e la testa sono di un nero un po' azzurrino. Qualche rara volta il margine del piede è di un nero meno intenso o grigio-scuro, ed allora si possono scorgere distintamente le lineette nere trasversali. In questo la suola è pure meno nera nella sua zona mediana che prende una tinta ardesiaca.

Il muco è incoloro nell'animale vivo; immerso questo nell'alcool emette dal dorso un muco bianco e dal margine del piede giallo chiaro.

Dall'*A. ater* L., benissimo figurato da Malm (1), si distingue l'*A. Nobrei* per la suola interamente nera, o per la tinta sempre molto scura della zona mediana, mentre in quella specie la zona mediana della suola è sempre pallida mentre le due zone laterali sono nerissime. Inoltre, conservato in alcool, l'*A. Nobrei* prende una tinta di nero-azzurro, mentre l'*A. ater* è di un nero schietto intensissimo.

L'*A. Nobrei* si distingue poi dall'*A. sulcatus* per le sue dimensioni minori, per le rugosità del dorso più serrate, per la sua colorazione più scura, e per la zona centrale della suola sempre molto scura.

La varietà ε di Morelet credo appartenga a questa stessa specie; ma dubito assai che la var. γ citata dallo stesso Autore sia invece diversa, ciò mi fa sospettare il margine del suo piede vivamente colorato (*lutescente aut coccineo*) e la grande lontananza delle regioni abitate dalle due varietà in questione.

Arion lusitanicus Mabille.

Fig. 1 a 6.

Arion rufus Morelet, Descr. moll. Port., 1845, p. 29 (non L.).
» *rufus et lusitanicus* Mabille, Rev. Zool., 1868, p. 134.

Morelet parlando di questa specie, paragonandola alla forma francese dell'*A. rufus*, dice quanto segue: « La forme plus allongée de cet *Arion*, la disposition particulière du tissu cutané, dont les rides plus profondes et plus courtes enveloppent le manteau d'un réseau de papilles anguleuses très saillantes dans la contraction, les fascies dont la variété la plus abondante est ornée, quand l'*A. rufus* en est toujours privé, m'ont engagé long-temps à l'envisager comme une espèce distincte. »

Il passaggio tra le varietà fasciate e quelle unicolori si fa, come nell'*A. subfuscus*, per mezzo di tante gradazioni che non è possibile separare queste varietà aggruppandole in due specie

(1) Malm, *Skandinav. Land-Sniglar*, 1870, pl. I, fig. 1.

distinte come propose il Mabille. Siccome però i caratteri dell'apparato sessuale dimostrano che il supposto *A. rufus* del Portogallo non è identico a quello dell'Europa centrale, così io stimo si debba adottare il nome di *A. lusitanicus* per le forme portoghesi ritenendo come tipo la forma fasciata.

Le varietà unicolori sono esternamente molto somiglianti all'*A. rufus*, poichè oltre la forma più snella dell'animale nella massima distensione, e le verrucosità del dorso più brevi (caratteri sempre ben difficili da apprezzarsi), io non ci vedo altra diversità che la colorazione meno viva del margine esterno del piede che nell'*A. lusitanicus* trovai sempre di un grigio poco colorato (anche nelle varietà meno scure) mentre nell'*A. rufus* è per lo più la parte più vivacemente colorata di tutto il corpo.

Il colore di questa specie varia dal rosso mattone, all'olivaceo-giallastro, olivaceo-ardesiaco, bruno e castagno più o meno scuro. Le fascie sono talora ben visibili, ma non mai nettamente limitate, talora appena sensibili; esse mancano sempre sul cappuccio negli individui adulti.

Il muco è incoloro nell'animale vivo, ma immerso questo nell'alcool si vede che è bianco sporco appena giallognolo sul dorso, e d'un bel giallo vivo sul margine del piede.

La suola è più chiara che nelle due specie precedenti, è cinereo-olivacea, più scura verso il margine, e sulle sue zone laterali vengono a perdersi le lineette scure dal margine esterno del piede.

Ho ricevuto questa specie da Oporto, da Coimbra, da Pereira presso Montemor-o-Velho.

In alcuni individui giovanissimi, le fascie scure sono nettissime e si ripetono sul cappuccio, mentre negli adulti il cappuccio ne è privo, almeno negli individui da me esaminati. Inoltre negli individui giovani il muco del dorso (immergendo l'animale nell'alcool) è più giallo che in quelli adulti.

Anche conservata in alcool questa specie si distinguerà dall'*A. Nobrei* per la sua colorazione meno scura, non nera, talvolta ornata di fascie dorsali scure, e sopratutto per la zona mediana della suola assai più chiara che le laterali.

Arion Da-Silvae POLLONERA.

Arion Da-Silvae Pollonera, Specie nuove, ecc. di Arion europ., in Atti Acc. Sc., Torino 1887, fig. 8, 9, 10.

Anzitutto debbo far notare che la sopracitata mia figura 8 fu nell'esecuzione cromolitografica completamente travisata per quanto riguarda il colore, il quale in realtà è di un nero intenso come nell'*A. Nobrei* e non di un cinereo-nerastro come è nella suddetta figura.

L'*A. Da-Silvae* si distingue dall'*A. Nobrei* per le dimensioni minori, infatti mentre quest'ultimo (ucciso e conservato nell'alcool) misura 6 centimetri, quello ne misura appena 4, cioè $^1/_3$ di meno. Inoltre nell'*A. Da Silvae* la suola è meno scura nelle zone laterali e la zona mediana più chiara ancora si distingue bene tra le altre due, infine il cappuccio è (nell'unico esemplare che conosco) assai più troncato posteriormente.

Non conosco la località esatta in cui fu trovato questo *Arion* e finora non l'ho più ricevuto nei numerosi invii fattimi dalle provincie nordiche del Portogallo.

Arion hispanicus SIMROTH.

Arion hispanicus Simroth, Weitere Mittheil. ü. palaearkt. nacktschn., in Jahrbuch, etc., 1886, p. 21.

Piccola specie che si distingue dalle precedenti per le sue dimensioni minori (29 mill. in alcool), tozza, interamente nera anche la zona mediana della suola. Per quest'ultimo carattere si distingue, oltre che per la più piccola statura, dall'*A. Da-Silvae*.

Sierra Estrella in Portogallo.

Io non ho veduto questa specie, ma i caratteri notati qui sopra sono più che sufficienti a farla riconoscere ed a distinguerla da tutte le altre forme europee di questo gruppo.

Messi così in evidenza i caratteri esterni distintivi di queste 5 specie passo all'esame dei loro apparati sessuali.

Per rendere più comprensibili le differenze tra le forme portoghesi e quelle delle altre parti di Europa darò pure le figure dell'*A. rufus* e dell'*A. ater*; limitandomi alle parti terminali dei loro apparati sessuali, poichè in esse soltanto si trovano caratteri sufficientemente apprezzabili.

Nell'*A. rufus* (fig. 27) l'atrio o vestibolo inferiore rivestito esternamente di ghiandole gialle, è breve, largo e di forma schiacciata, ad esso fa seguito un grande e rigonfio atrio superiore nel quale sboccano l'ovidotto, la guaina della verga ed il collo della borsa copulatrice. La borsa copulatrice è grande, ovale allungata, a collo un po' più lungo del maggior diametro di essa e relativamente sottile; il collo di essa è strettamente saldato alla parte infra prostatica dell'ovidotto da un largo e fortissimo retrattore. La guaina della verga, più grossa ed alquanto più lunga che il collo della borsa copulatrice, va assottigliandosi verso la sua estremità superiore, nella quale si immette ben distinto il canale deferente che va invece ingrossando verso la sua origine dalla prostata, ed è di $^1/_3$ più lungo che la guaina della verga. La parte infraprostatica dell'ovidotto è cilindrica ed un po' meno lunga e grossa che la guaina della verga. Tutte queste parti sono di un bianchiccio sporco quasi uniforme. La preparazione figurata è fatta sopra un individuo di Vegesack presso Brema, ma tale disposizione è uguale a quella che osservai in individui francesi, svizzeri ed italiani della stessa specie. Identica disposizione pure rinvenni nella varietà nera della stessa specie, pure di Vegesack, che forse taluno considererà come *A. ater*.

Nel vero *A. ater* L. di Svezia (fig. 28) l'atrio inferiore è grosso e rigonfio e limitato superiormente da un forte restringimento. L'atrio superiore si può dire che non esista più, perchè è diviso in due, per tal modo che una parte diventa una specie di rigonfiamento terminale (oppure di atrio speciale) dell'ovidotto, e nell'altra parte (che è la minore delle due) sboccano la guaina della verga ed il collo della borsa copulatrice, le quali avrebbero in certo modo un atrio superiore per loro due distinto da quello dell'ovidotto. Questi due atrii superiori si uniscono soltanto per sboccare nell'atrio inferiore. La guaina della verga è più lunga che nell'*A. rufus* mentre il canale deferente è più breve e sottile. La parte infraprostatica dell'ovidotto è più breve e più grossa. La colorazione di questi organi è ugualmente pallida che

nelle varietà chiare dell'*A. rufus*. Dal confronto di queste figure intanto mi sembra si possa stabilire che l'*A. ater* L. di Svezia è specie distinta dall'*A. rufus* L. di Europa, malgrado la colorazione nera di talune varietà di quest'ultima specie.

Nell'*A. Nobrei* (fig. 26) l'atrio inferiore è ben distinto sebbene limitato superiormente da un ristringimento meno forte che nell'*A. ater*. L'atrio superiore si può dire scomparso affa to, poichè la guaina della verga ed il collo della borsa copulatrice si riuniscono a brevissima distanza dall'atrio inferiore, e d'altra parte quello che nella specie precedente ho chiamato atrio speciale dell'ovidotto, si fonde qui talmente con esso che non si può più veramente considerarlo che quale un suo ingrossamento terminale. La borsa copulatrice rozzamente ovale-allungata, a collo più breve e più grosso che nell'*A. ater*. La guaina della verga, munita alla sua estremità inferiore di un cercine rilevato, più grossa che nell'*A. ater*, va man mano restringendosi superiormente e passa nel canale deferente senza che nessun subitaneo restringimento (neanche leggerissimo) segni il limite di questi due organi. Il canale deferente (più lungo che nell'*A. ater*) va ingrossando lentamente fino alla sua origine dalla prostata. La guaina della verga, l'ingrossamento terminale dell'ovidotto ed il tratto inferiore al collo della borsa copulatrice sono di una tinta nera che non ho mai trovata negli *A. ater* e *rufus*, mentre la si ritrova in tutte le specie portoghesi di questo gruppo, cioè negli *A. sulcatus*, *lusitanicus*, *Da-Silvae* ed *hispanicus*. Nè questa tinteggiatura può considerarsi come carattere regionale di tutto il genere *Arion*, poichè nella nuova specie portoghese che descriverò più oltre non v'è traccia di essa. Io penso quindi che questo carattere della colorazione nera delle vie terminali degli organi sessuali di queste specie portoghesi debba essere annoverato tra quelli in appoggio alla separazione specifica di queste forme degli *Arion ater* e *rufus*.

Dell'*A. sulcatus* non do la figura degli organi sessuali perchè questi sono come nell'*A. Nobrei*, e non presentano altra differenza fuorchè nel passaggio dalla guaina della verga al canale deferente che non è così insensibile come nell'*A. Nobrei*, ma, sebbene pochissimo marcato, si vede tuttavia abbastanza distintamente.

L'*A. lusitanicus* (fig. 6) differisce dall'*A. Nobrei* per l'atrio inferiore quasi sferico e distinto dagli altri organi per un restringimento molto più forte; la guaina della verga, munita alla sua

base di un cercine rilevato assai più sporgente e completo, è assai più lunga e ben distinta dal canale deferente; l'ingrossamento terminale dell'ovidotto è più allungato e più fuso nell'insieme di quest'organo. Inoltre la guaina della verga, l'ovidotto ed il collo della borsa copulatrice si conservano indipendenti tra loro sin quasi allo sbocco comune nell'atrio inferiore, cosicchè questa specie è completamente *monatriide*.

Nell'*A. Da-Silvae* (Poll. Sp. n. Arion europ. fig. 29) la guaina della verga è conica, molto lunga, attenuata superiormente e pochissimo distinta dal canale deferente. La borsa copulatrice ha il collo corto e brevissimo. L'ingrossamento terminale dell'ovidotto è più distinto che nelle specie portoghesi precedenti, ovoide allungato. La tinta nerastra si vede sul suddetto ingrossamento, sul collo della borsa copulatrice, sulla parte inferiore della guaina della verga, e traspare sotto lo strato di glandole gialle anche sull'atrio inferiore che è poco distinto.

L'*A. hispanicus* (Simroth, l. c. Tav. I fig. 2-3) ha l'ingrossamento terminale dell'ovidotto molto allungato ma poco distinto; la guaina della verga conica, allungata, attenuata superiormente, abbastanza distinta dal canale deferente, molto ingrossata inferiormente e presso il suo sbocco abruptamente strozzata; la borsa copulatrice rozzamente ovoide e poco distinta dal suo collo piuttosto allungato.

Dunque nessuno degli *Arion* portoghesi del gruppo dell'*A. rufus* è schiettamente *diatriide* mentre alcuni sono senza alcun dubbio *monatriidi*, e questi fatti mi confermano vieppiù nella mia opinione, già espressa nel mio precedente lavoro su questo argomento, che la divisione stabilita dal D^r^ Simroth pel genere *Arion* non abbia ragione di sussistere.

II.

Di alcune forme del gruppo dell'A. hortensis.

Da quello che ho detto più sopra, si può vedere che nello stesso gruppo di specie del genere *Arion* si possono trovare alcune specie *monatriide* ed altre *diatriide*, e che quindi non si può su tale carattere fondare una classificazione delle specie del suddetto

genere. Ma v' ha di più, poichè talvolta nella stessa specie si riscontrano le due forme, e questo fatto sminuisce ancora moltissimo l'importanza di quel carattere. Ciò accade nell'*A. hortensis*.

Nel mio citato lavoro su alcuni *Arion* ho dato la figura (fig. 23) dell'apparato sessuale dell'*A. hortensis* tipico della Francia settentrionale. Esso è perfettamente *monatriide*, cioè manca affatto l'atrio superiore, e la guaina della verga, il collo della borsa copulatrice e l'ovidotto sboccano direttamente e indipendentemente l'uno dall'altro nell'atrio inferiore rivestito esternamente di ghiandole gialle. Nell'*A. hortensis* di Ambert nel Puy-de-Dôme (fig. 22), la guaina della verga, il collo della borsa copulatrice e l'ovidotto, si riuniscono un poco al di sopra dell'atrio inferiore e sboccano in esso mediante un'apertura comune. Questa forma è ancora monatriide ma non così schiettamente come nella forma tipica. Nell'*A. hortensis* di Lione poi si vede una forma palesemente diatriide come quella tedesca figurata dal D. Simroth (1).

Caratteri invece che trovai invariabili in tutte queste forme sono, la notevole lunghezza della parte infraprostatica dell'ovidotto, la sua forma a mo' di cornucopia allungata, il suo forte restringimento superiore, la forma della guaina della verga e la lunghezza proporzionale col canale deferente, infine la forma della borsa copulatrice, e poco variabile la lunghezza del suo collo. Ma fra tutti questi il carattere che distingue immediatamente l'*A. hortensis* da tutte le altre specie dello stesso gruppo è la lunghezza della parte infraprostatica dell'ovidotto ed il suo fortissimo restringimento, cosicchè talvolta, a prima vista, si può scambiare col canale deferente.

Arion hortensis FERUSSAC.

Questa specie, ristretta entro limiti più angusti dopo lo stralciamento degli *A. celticus*, *alpinus* e *Nilssoni* è tuttavia ancora assai ricca di varietà di colorazione, ed ha un'area di diffusione assai vasta, estendendosi su tutta l'Europa centrale, cominciando

(1) *Versuch Naturg. d. deut. Nacktschn. in Zeitschr. Wissensch. Zool.* Leipzig, 1885, tav. XI, fig. 17. Devo però notare, che in detta figura è assai esagerata la forma bulbosa della guaina della verga e la lunghezza del collo della borsa copulatrice, come ho potuto constatare su esemplari di Gohlis presso Lipsia, mandatimi dallo stesso Dr. Simroth.

dalla Polonia sino a quasi tutta la Francia e l'Inghilterra. Non ho ancora potuto esaminare l'*A. hortensis* trovato in Catalogna nè quello della regione pirenaica francese, cosicchè non posso dire se queste forme siano il vero *A. hortensis* o debbano esserne separate col nome di *A. pyrenaicus* come fece il sig. Fagot elevando al grado di specie la varietà così chiamata dal Moquin-Tandon.

Come dissi più sopra ricevetti esemplari vivi di questa specie dal sig. Brevière ad Ambert (Puy-de-Dôme) e dal sig. Locard a Lione.

Gli esemplari di Ambert erano assai uniformi, altrettanto scuri quanto quelli di Valenciennes (Nord), ma a fascia nera più nettamente limitata inferiormente. Quelli di Lione invece avevano colorazioni più varie e meno scure; ecco le tre colorazioni più spiccate che potei osservare tra essi:

α Pallide flavus, dorso pallide cinereo, clypeo et dorso zonis lateralibus griseis. = var. fasciatus Moquin-Tandon.

β Ocraceo-aurantiacus, fasciis cinereo-nigrescentibus.

γ Olivaceo-nigricans confuse pallide-zonatus, inferius atrofasciatus.

La colorazione della suola e del margine esterno del piede varia dal giallo all'aranciato.

Arion cottianus n. sp.

Fig. 23-24.

A. HORTENSI *proximus, a quo differt statura paululum minore, dorso minus rugoso, solea subtiliore.*

A leviter rugosus, sordide griseus, medio fuscatus, lateraliter atro-castaneo zonatus et reticulatus. Solea subtilissima, pallida: margine externo angusto (flavo?), postice nigro-punctulato et sublineolato, ad glandulam caudalem nigrescente. Limacella nulla. Long. (in alcool) 15 mill.

Hab. Bardonecchia nella valle della Dora Riparia. Specie rarissima.

Questa specie è evidentemente vicinissima all'*A. hortensis*, ma tuttavia presenta alcune differenze che mi hanno persuaso a separarla da quella specie, almeno provvisoriamente fino a che l'esame di maggior numero di esemplari faccia scoprire forme di passaggio che la colleghino con quella.

In questo *A. cottianus* la suola è notevolmente più sottile che nelle altre specie dello stesso genere; il suo margine esterno è pallido, ma verso la parte posteriore è screziato di punti nericci che qua e là formano qualche lineetta trasversale, e presso il poro mucoso questi punti si fanno così fitti che il margine tutto diventa nericcio. Non avendo veduto l'animale vivo non posso dire con certezza quale sia la tinta fondamentale della suola e del margine esterno del piede, ma da quello che si poteva supporre osservando l'animale in alcool io credo fossero gialli come nell'*A. alpinus*.

Nel vero *A. hortensis* si osserva talora questa invasione di punticini nerastri nella parte posteriore del margine esterno del piede, ma non vi sono lineette trasversali. Inoltre nell'*A. hortensis* le rughe del dorso sono assai più marcate.

Dall'*A. alpinus* poi si distingue per la statura minore pel corpo assai meno rugoso, per le fascie laterali assai più nere e più marcate, per la reticolatura scura dei fianchi al di sotto della fascia nera, per il principio di lineettatura del margine del piede, ed infine per la mancanza di limacella.

L'apparato sessuale è foggiato sullo stesso tipo di quello dell'*A. hortensis*, specialmente per la forma della guaina della verga e della parte infraprostatica dell'ovidotto, ma ne differisce per essere ancora più palesemente diatriide, poichè l'atrio superiore è assai più voluminoso che quello inferiore, inoltre la borsa copulatrice ha il collo più breve e più grosso.

Arion ambiguus Pollonera.

Fig. 16 a 19.

A. hortensi *proximus; mediocriter rugosus; clypeus sordide albidus, lateraliter ardesiaco-zonatus; dorsum cinereum, medio fuscatum, lateraliter ardesiaco subzonatum; caput et tentacula nigrescentes; solea subalbida, pallidissime flavescens, medio cinerea; pedis margo subalbidus, pallidissime flavescens, levissime transverse griseo lineolatus, ad glandulam caudalem punctulis cinereis obscuratus. Long. max.* 25 *mill. Mucus decoloratus.*

Hab. Bardonecchia nella valle della Dora Riparia, e Boves nella provincia di Cuneo.

Questa specie si potrebbe definire un *A. Bourguignati* non

carenato. Infatti la colorazione delle due specie è quasi identica, e questi caratteri appunto la distinguono dall'*A. hortensis*, dal quale differisce principalmente per la colorazione quasi bianca della suola e del margine esterno del piede e per la leggerissima lineettatura cinerea di questo. Dall'*A. alpinus* si distingue, oltrecchè pei suddetti caratteri, anche per la meno forte rugosità e per la mancanza di limacella che è sostituita da polviscolo o da schegge calcari.

L'apparato sessuale è simile a quello dell'*A. Bourguignati*; ha lo stesso atrio inferiore allungato, e la stessa proporzione di grossezza e lunghezza degli organi che sboccano in esso; ma ciò che fa evidente la somiglianza è la forma della borsa copulatrice che è aguzza alla sua estremità libera ed un po' ripiegata cosicchè prende la forma di un berretto frigio. Non insisto quindi sui caratteri differenziali di questi organi tra l'*A. ambiguus* e l'*A. hortensis* perchè troppo evidenti.

Varietas **Armoricana.**

Fig. 20.

A. Maior; dorso et clypeo medio griseo-maculatis, utrinque griseo-zonatis; lateribus pallide cinereus, tentaculis cinereo-cyanescentibus; long. max. 30 *mill.*

Hab. Brest in Francia (Bavay).

In tutti gli altri caratteri, cioè pel colore appena giallognolo della suola e del margine del piede, per le lineette grigie di questo, pel muco incoloro, per la mancanza di limacella e per l'apparato sessuale questa varietà concorda perfettamente con la forma tipica di Bardonecchia.

Di questa forma ebbi un solo esemplare, mandatomi dal sig. Bavay di Brest, ed è perciò che esitai a lungo prima di pubblicarla, sebbene ne avessi fatto la figura e la descrizione sull'animale vivo e la preparazione dell'apparato sessuale sull'animale appena morto; ma ora trovandolo coincidere nei più importanti caratteri con l'*A. ambiguus* del Piemonte mi decido a far conoscere anche questa forma francese.

Arion alpinus POLLONERA.

Fig. 13 a 15.

Arion alpinus Poll. Spec. nuove ecc. in Atti Acc. Sc. Torino. 1887.

Ho creduto utile dare una nuova figura di questa specie per renderla meno difficile a distinguere tra le numerose forme di questo gruppo.

In Piemonte ho potuto osservare due colorazioni che si trovano nelle stesse località. Una è grigio-cinerea a fascie scure ardesiache, l'altra è grigio-giallastra a fascie bruno-scure. La terza varietà più pallida ed a fascie appena visibili, da M. Lessona chiamata var. *aureus*, può considerarsi come un caso individuale di semi-albinismo. Di questa fu trovato un solo individuo a Rivarossa Canavese e ben a torto fu considerata dal D. Simroth quale albinismo dell'*A. empiricorum*, poichè quest'ultima specie non si trova nè a Rivarossa nè in tutto il Piemonte, eccettuato nelle vicinanze di Pavia sulle rive del Ticino.

L'*A. alpinus* ha il capo bianco-cinereo con tentacoli ardesiaco-violecei. Il capuccio è cinereo-ardesiaco o cinereo-gialliccio, più scuro nel mezzo, più chiaro lateralmente, con una fascia scura laterale; l'apertura respiratoria è ai $^{2}/_{5}$ della lunghezza; le granulazioni della pelle sono minute e regolari. Il dorso è fortemente rugoso, cinereo o cinereo-ocraceo, più scuro nel mezzo, con una fascia laterale scura non nettamente delineata; i fianchi al di sotto di questa fascia sono bianchicci. Il margine esterno del piede è giallo, leggermente screziato di bianco, e senza traccia di lineette scure trasversali; la suola è gialla, e bigia nel mezzo. Il poro mucoso è grande, profondo, accompagnato lateralmente sul margine del piede da una leggera zona cinerea-pallida. Il muco è giallo. Limacella piccola (1 $^{3}/_{4}$ mill.), allungata, di forma irregolare; superiormente convessa con una prominenza arrotondata presso il margine posteriore, senza strie di accrescimento visibili; inferiormente concava. Questa limacella ha un aspetto ben omogeneo, fuorchè nei margini dove sembra quasi sgretolata ed appare formata dall'agglomerazione di piccole granulazioni di varia forma.

Arion intermedius Normand.

Arion intermedius. Norm., Descr. six limac. nouv., 1852, p. 6. Pollonera. Spec. nuove. ecc. 1887, fig. 1-5.
Geomalacus intermedius et *Bourguignati* Mabille, Rev. Zool. 1867, p. 57.
Geomalacus hiemalis Drouet, Moll. Côte-d'Or, 1867, p. 27; Baudon, Limac. du Dép l'Oise, 1871, pl. 2, f. 2-4.
Geomalacus Mabilli Baudon, Limac. de Oise, 1871, pl. 1, f. 8-12.
Arion Mabillianus Baudon, Trois. catal. moll. Oise, 1884. p. 8 (non *A. Mabillianus* Bgt. 1866).
Arion flavus Clessin, Deut. Excurs., 1884, p. 116, f. 55.
Arion minimus Simroth, Vers. Naturg. deuts. Nacktschn, 1885, p. 289, tav. VII. f. 41.

Tutti i nomi sopracitati furono applicati ad individui della stessa specie, varianti tra loro solamente per la tinta più chiara o più scura del corpo e per la mancanza o la presenza di fascie laterali scure sul dorso e sul capuccio. In tutte queste variazioni però le fascie (quando vi sono) sono sempre assai deboli e sfumate, invece nella seguente varietà esse sono marcatissime.

Varietas **Apennina**.

Fig. 11-12.

Differt a forma typica statura maiore et zonis obscurioribus.

A. (in alcool) *albidus, utrinque fusco-zonatus, medio levissime obscuratus, mediocriter rugosus, clypeo postice subtruncato, capite cinereo, tentaculis ardesiacis, pedis margine pallido non lineolato, solea albida. Long. max* (in alcool) 12 mill. *Limacella tenuis, fragilis, granulosa, irregularis.*

Hab. Lucchio in Toscana (March. Paulucci). Questa forma allorchè è viva e l'animale nella sua massima estensione deve avere dai 20 ai 22 mill., mentre quella tipica non oltrepassa i 18 e nell'alcool i 9 mill. Inoltre le fasce sono molto più scure e più nettamente limitate. A tutta prima io la credei una varietà minore e non adulta dell'*A. alpinus*, ma la forma della limacella

e la sua struttura più granulosa, la posizione dell'apertura sessuale nella direzione del solco dell'apertura polmonare ed infine i caratteri dell'apparato riproduttore mi decisero di riunirla all'*A. intermedius*. Anche questa forma deve essere assai rara poichè la March. Paulucci non ne raccolse che un solo esemplare.

Arion Mollerii n. sp.

Fig. 7 a 10.

A. parvulus, mediocriter rugosus; dorso carneo-flavescente, medio fuscatus, utrinque brunnueo-nigrescente zonato, lateribus coerulescente; clypeo obscuriore, nigro-punctulato; capite et tentaculis nigrescentibus. Pedis margo flavescens, postice cinereo-lineolato. Solea pallide flava. Limacella solida, crassa, lenticularis, subovalis, supra convexa, subtus planiuscula, longa 2 mill.

Hab. Bussaco nel Portogallo, donde ne ricevetti tre soli esemplari raccolti dal sig. Adolfo Moller, Ispettore del Giardino Botanico di Coimbra, al quale son lieto di poterlo dedicare.

L'apparato sessuale (fig. 7) è molto somigliante a quello dell'*A. intermedius*; ne differisce soltanto per la guaina della verga e la parte infraprostatica dell'ovidotto più sottili e per il collo della borsa copulatrice più grosso.

In Portogallo si trova pure un'altra specie di questo gruppo, l'*A. Pascalianus* Mabille (= *A. fuscatus* Morel.), ma questo è nero, senza fascie dorsali visibili, col margine esterno del piede cinereo-azzurrino e senza traccia di lineette scure trasversali al dire di Mabille, e probabilmente privo di limacella poichè nè l'uno nè l'altro dei due citati Autori ne fa parola.

L'*A. Mollerii* collega l'*A. alpinus* all'*A. intermedius* e conferma la riunione di quest'ultima specie al gruppo dell'*A. hortensis*.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

Organi sessuali: *gh. e.* ghiandola ermafrodita, — *c. e.* canale escretore, — *gh. a.* ghiandola dell'albume, — *p.* prostata, — *o.* ovidotto, — *A.* porzione infraprostatica dell'ovidotto, — *B.* porzione prostatica dell'ovidotto, — *b. c.* borsa copulatrice, — *c. d.* canale deferente, — *g. v.* guaina della verga, — *a. s.* atrio superiore, — *a. i.* atrio inferiore, — *r.* retrattori.

Fig. 1-2, *Arion lusitanicus* Mab., di Oporto, varietà non fa-

» 16-17-18-19, *A. ambiguus* Poll. di Bardonnecchia (Piemonte).

» 20, *A. ambiguus* var. *armoricana* di Brest (Francia).

» 21, apparato sessuale di *A. ambiguus* Poll. di Boves (Piemonte).

» 22, app. sess. di *A. hortensis* Fer. di Ambert (Francia).

» 23-24, *A. cottianus* Poll. di Bardonecchia (Piemonte).

» 25-26, *A. Nobrei* Poll. di Coimbra.

» 27, app. sess. di *A. rufus* L. Vegesack presso Brema (Germania).

» 28, app. sess. di *A. ater* L. di Svezia.

Contributo allo studio dell'accrescimento del tessuto connettivo ed in particolare della cornea e del tendine;

Osservazioni del D.r Ignazio Salvioli

Se la struttura del tessuto connettivo nelle sue diverse forme è ben nota per le numerose ricerche di distinti osservatori, non altrettanto si può dire, per quello che riguarda lo sviluppo, ed in ispecie, l'accrescimento di esso. Questa lacuna si è resa più sensibile, dacchè colla scoperta della scissione indiretta delle cellule si è meglio approfondita la conoscenza della vita degli elementi cellulari dell'organismo.

Nel connettivo, anzi, queste ricerche dovevano destare molto più interesse, giacchè in esso la moltiplicazione degli elementi cellulari è solo uno dei momenti nell'accrescimento del tessuto, l'altro non meno importante essendo rappresentato dall'accrescimento della sostanza fondamentale.

È appunto per risolvere questo quesito, che dietro consiglio e sotto la guida del Prof. Bizzozero mi sono accinto a tale studio, e specialmente ho rivolto la mia attenzione allo sviluppo ed accrescimento della cornèa e del tendine, giacchè essi rappresentano i due tipi principali di tessuto connettivo, lamellare l'uno, fibrillare l'altro, attorno a cui si aggirano tutte le altre forme dello stesso tessuto.

L'animale scelto per questo mio studio fu quasi costantemente il coniglio, perchè esso presenta molta regolarità di sviluppo. Ho però alcune volte ripetuto le mie osservazioni anche sulla cavia.

In quanto ai metodi di esame, poco ho a dire, giacchè sempre usai dei mezzi già conosciuti nella tecnica microscopica. Di alcune particolarità farò cenno nel trattare i singoli argomenti. Solo voglio far notare che, dovendo io stabilire con grande esattezza le dimensioni delle parti costituenti gli organi da esaminare, e

dovendo, per far ciò, servirmi delle sezioni microscopiche, mi è stato necessario attenermi scrupolosamente al medesimo modo di indurimento, colorazione, e conservazione dei preparati, onde evitare qualsiasi causa di errore. Credo quindi che i valori che sarò per dare saranno sufficientemente esatti.

CORNEA.

I trattati più estesi e più completi di Embriologia, dopo aver date descrizioni minute e particolareggiate del modo di formazione della cornea, arrivati al punto in cui essa è già ben costituita, si arrestano, e poco o nulla dicono del suo ulteriore accrescimento. Così Kölliker (1) nel suo trattato di Embriologia dice, che la cornea nei primi periodi presenta una struttura omogenea in tutte le sue parti, che le cellule dapprima chiare e più grosse, si fanno in seguito più piccole e s'appiattiscono, e che nel centro della cornea si forma sempre più sostanza intercellulare, per cui le cellule vengono allontanate le une dalle altre. Con ciò non viene spiegato il meccanismo pel quale si compie l'accrescimento della cornea nei suoi diversi diametri. — Secondo Kölliker la parte più attiva sarebbe data dalla sostanza fondamentale, mentre gli elementi cellulari non avrebbero che una parte passiva, cioè quella di mutare di costituzione e di forma: eppure era da supporre che anche nella cornea le cellule, come in tutti gli altri tessuti, dovessero avere un compito importante e contribuire potentemente all'accrescimento della cornea stessa. Ed ecco che per questo io ho cercato attentamente di scoprire, se le cellule fisse della cornea presentavano in un periodo dello sviluppo, delle forme di scissione indiretta.

Beltzow (2) in un suo lavoro sullo sviluppo e sulla riproduzione del tessuto tendineo, parlando incidentalmente della cornea, dice che le cellule corneali irritate reagiscono allo stimolo con una forte proliferazione dei loro nuclei. Dalle sue conclusioni però si è quasi costretti a dedurre che queste scissioni cellulari si manifestano solo in condizioni abnormi, e non sono un

(1) *Entwikelungsgeschichte des Menschen*, 1879.
(2) *Archiv f. mikr. Anatomie*, vol. 22.

fatto fisiologico. Dalle mie ricerche invece è risultato luminosamente, che anche le cellule fisse corneali si riproducono per scissione cariocinetica, come tutte le altre cellule del nostro corpo, per un dato periodo della loro esistenza.

Prima di passare alla descrizione particolareggiata di quello che ricavai dalle mie indagini, voglio premettere brevemente alcune piccole osservazioni sui metodi di preparazione. Per quanto riguarda l'indurimento delle cornee, esso fu fatto sempre con alcool; scartai gli altri mezzi, e specialmente il liquido di Flemming, tanto prezioso per gli altri tessuti, perchè rendeva così fragili le cornee da renderne difficile il maneggio. In quanto al modo di praticare le sezioni, ho dovuto ricorrere alle sezioni parallele alla superficie della cornea, perchè, essendo le mitosi disposte coi loro filamenti nel medesimo piano della cellula, ed essendo, come ognuno sa, le cellule appiattite fortemente, ne viene che nelle sezioni verticali le mitosi sono viste di coltello, e perciò solo come striscie un po' più colorate, e quindi facilmente possono passare inosservate; mentre nei tagli paralleli esse vengono osservate di fronte e allora si può fare un'idea esatta della loro presenza e della loro forma. Il modo onde praticare tali sezioni è molto facile, giacchè basta distendere forzatamente su di un pezzo di sughero un pezzetto di cornea impregnato di paraffina, e raffreddare rapidamente. È superfluo l'aggiungere che anche le sezioni verticali sono un prezioso ajuto in tale studio, perchè esse, oltre a dare in mano il mezzo onde potere determinare la posizione delle mitosi nei diversi strati corneali, servono per ottenere le misure delle lamelle e degli altri costituenti come la membrana di Descemet, il suo endotelio, e l'epitelio anteriore Finalmente per quanto riguarda la colorazione dirò, che qualunque sostanza colorante dei nuclei può servire; però onde facilitare lo studio e risparmiar tempo, mi sono servito sempre dell'ematossilina nella formola del Prof. Bizzozero, giacchè ho potuto accorgermi, che alcune cornee, e specialmente alcune parti della cornea, hanno una forte affinità pei colori d'anilina, affinità che alcune volte può essere uguale o superare quella della cromatina dei nuclei delle cellule, producendo così immagini poco o nulla dimostrative. —

Ed ora entriamo in argomento.

Le mie prime osservazioni furono fatte su di un embrione di coniglio di 3 $^1/_2$ cm. di lunghezza, in cui la cornea è già ben distinguibile. Essa appare costituita da un tessuto evidentemente

fibrillare, con bei nuclei rotondi forniti di un bel reticolo: ha già uno spessore di 80 μ., un diametro trasversale di circa mm. 0,75, ed un epitelio ad un solo strato di 10 μ. circa. A questa età le mitosi nelle cellule costituenti il tessuto corneale sono abbastanza rare, infatti alcune sezioni trasverse ne sono del tutto prive, alcune altre ne contengono appena due o tre. Mi è stato impossibile qui, in causa della sottigliezza dell'organo, fare dei tagli paralleli; del resto non ne sentii la necessità, perchè l'esame si poteva fare ugualmente bene anche nelle sezioni verticali, essendo le cellule abbastanza grosse, e poco abbondante la sostanza fibrillare.

È solo più tardi che vediamo farsi più numerose le mitosi nelle diverse parti costituenti la cornea. Infatti nel secondo animale esaminato, un altro embrione di coniglio lungo 9 cm., vale a dire quasi a termine, essa è abbondantemente cosparsa di mitosi, giacchè se ne possono contare fino a 9 in ogni taglio verticale completo. Queste presentano le forme le più svariate, dal gomitolo lasso, al doppio gomitolo con protoplasma già scisso.

A tale periodo di sviluppo si nota una cosa di una certa importanza, che cioè le forme gomitolari sono in numero maggiore delle altre, e che quelle predominano più negli strati anteriori che nei posteriori. Questo fatto non si verifica più nelle fasi un po' più avanzate, dove invece predominano le forme di evoluzioni ulteriori. Riporto qui il fatto osservato senza dargli alcuna interpretazione, giacchè la cosa merita uno studio più attento.

La disposizione delle mitosi nei diversi strati corneali non è uniforme. Nelle sezioni parallele si vede che esse sono disposte a gruppi, e molto avvicinate le une alle altre, in modo che in un campo microscopico ottenuto con un obbiettivo n. 8 Koristka, se ne possono vedere 3 o 4, mentre altre porzioni del preparato ne sono prive. Nelle sezioni verticali invece esse sono nel senso della larghezza disposte con discreta regolarità tanto nel centro quanto nella periferia della cornea, mentre nel senso antero-posteriore esse sono più abbondanti nel terzo medio, meno nel terzo anteriore, più rare ancora nel terzo posteriore; mancano poi completamente in un piccolo strato che sta vicino all'endotelio, e che rappresenta l'ottava parte dello spessore totale della cornea.

Nel coniglio neonato le mitosi nelle cellule fisse corneali aumentano ancora di numero, tanto relativamente, che assoluta-

mente. Esaminando delle sezioni parallele di tale cornea con $^1/_{12}$ imm. omog. Zeiss, si vede che alcune volte nel campo microscopisco si comprendono 5 belle mitosi, e ogni sezione verticale completa della stessa ne contiene in media da 8 a 9. In tale animale, come pure nelle fasi successive, la parte posteriore della cornea si fa più attiva; anzi in essa si trova la maggior abbondanza di cellule in scissione.

Questa enorme proliferazione cellulare non dura per molto tempo, giacchè, arrivati all'esame del coniglio di 11 giorni dopo la nascita, si vede che le forme di divisione cominciano a decrescere, ed anche assai rapidamente. Nel coniglio di 13 giorni già alcuni tagli paralleli sono completamente privi di mitosi, alcuni altri ne contengono solo al massimo tre. Per farmi un'idea della diminuzione di esse ho praticato sezioni parellele di tutto $^1/_4$ di una di tali cornee, ed ho visto che vi si contenevano solo 10 cariocinesi. Questa cifra si riduceva in ugual porzione di cornee di coniglio a 17 giorni, a sole due forme, le quali per aggiunta inoltre avevano filamenti così poco evidenti da lasciare qualche dubbio sulla loro natura. All'età di venti giorni è difficile poterne riscontrare alcuna; si può dire che questo è il punto in cui cessa l'attiva proliferazione delle cellule corneali. Le parti che più di tutte perdono le mitosi sono quelle periferiche; la parte centrale, e specialmente quella più vicina all'epitelio, è quella dove le forme filamentose perdurano per maggior tempo. Questa attività si svolge nella sua maggiore intensità nei primi periodi della vita extrauterina, quando le palpebre sono ancora chiuse, e la cornea ha un aspetto opaco ed un po' madreperlaceo; appena la cornea si rischiara allora le mitosi scompaiono.

Ecco quindi dimostrato quanto avevo già enunciato, che cioè le cellule fisse della cornea, per tutta la vita embrionale, e per un piccolo periodo della vita extrauterina, possiedono la proprietà di moltiplicarsi per scissione indiretta. Vedremo più avanti come si possa mettere questo fatto in rapporto coll'accrescimento dell'organo. —

Resta ora da esaminare l'altro e non meno importante costituente della cornea, la sostanza propria, che si dispone in forma di lamelle, con decorso parallelo, o quasi, alle due superficie di essa. Un esame anche superficiale di due sezioni verticali di cornee, prese a periodi un po' lontani di sviluppo, fa risaltare l'enorme differenza che passa fra loro.

Ho creduto opportuno per l'appunto unire al mio lavoro i disegni di una sezione verticale di cornea di coniglio di 3 giorni (fig. I) e di una di cornea di coniglio adulto (fig. II) onde mostrare grossolanamente come le serie longitudinali di cellule nella fig. I sieno molto più avvicinate che nella fig. II. Ciò è dovuto al fatto, che col crescere dell'età della cornea le lamelle di fibrille si fanno più grosse, divaricando in tal modo le singole file di cellule. Per farsi un concetto esatto di questo fenomeno bisogna, con un esame più accurato, paragonare fra loro le diverse cornee, e specialmente praticare le misurazioni delle lamelle; solo allora noi possiamo convincerci del fatto, che le lamelle crescono di spessore, e che anzi questo aumento sta in rapporto costante coll'aumentare della totalità della cornea.

Di tale asserzione ognuno può facilmente convincersi, dando uno sguardo alla tabella qui annessa, riguardante i valori delle varie parti costituenti quest'organo. Non mi sembra però inutile riportare un esempio. Il coniglio neonato ha una cornea dello spessore di mm. 0,19 e la media dello spessore delle sue lamelle è di μ 4,5. — D'altra parte, la media dello spessore delle lamelle di cornea di coniglio di 11 giorni è di 12 μ. Con questi 3 valori noi possiamo stabilire una proporzione, cioè μ 4,5 : mm. 0,19 : : μ 12 : x.

Se è vero quanto ho affermato, risolvendo si deve ottenere per x un valore uguale a quello che possiamo ottenere direttamente colla misurazione. Ciò è appunto quanto succede, giacchè si ha x, ovvero lo spessore della cornea di coniglio di 11 giorni uguale a mm. 0,506, valore di poco differente al vero, che è di 0,50. Non nascondo certo che ho riportato qui l'esempio che meglio rispondeva al mio caso; non sempre si trova un rapporto così esatto, ma ciò non deve infirmare in alcun modo questo reperto, perchè le differenze, che ne risultano, sono dovute, a mio credere, al fatto che esistono variazioni individuali, alle volte, assai marcate, e alle quali nessuno può sottrarsi. Per eliminare questo ostacolo ho usato conigli della medesima nidiata, e mantenuti nelle uguali condizioni di ambiente, ma ciò probabilmente non è sufficiente ad impedire alcune variazioni nello sviluppo; del resto sarebbe assurdo il pretendere, che due cornee di animali diversi, esaminate durante il medesimo periodo di sviluppo, dovessero avere la identica struttura istologica, e contenere un numero uguale di elementi cellulari e lamelle.

Ecco dunque che in tal modo resta dimostrato come all'accrescimento della cornea concorra tanto l'aumento di numero dei suoi elementi cellulari, quanto l'aumento di spessore delle lamelle.

Or bene, qual è il valore preciso che noi dobbiamo dare a questi due fattori?

Quando la cornea è ancora allo stato embrionale, certamente l'aumento di numero delle sue cellule fisse concorre ad aumentare il numero delle serie di tali cellule e per conseguenza anche il numero delle lamelle. Più tardi però questo processo di proliferazione concorre esclusivamente ad allungare le dette serie cellulari; all'aumento dello spessore delle lamelle, invece, è dovuto quasi esclusivamente l'aumento in grossezza della cornea stessa. Ad appoggio della prima supposizione, sta 1° il fatto della forma e della disposizione delle mitosi delle cellule fisse corneali. Ho già detto come esse, costantemente, abbiano i loro filamenti cromatici disposti nello stesso piano della cellula dove sono contenuti; or bene è da ammettere che una volta compiuta tutta l'evoluzione, le cellule figlie restino esse pure nel piano stesso della cellula madre, allungando quindi, e non ingrossando lo strato di cellule. Se ciò non fosse, si dovrebbe nei tagli verticali, sorprendere un momento dello sviluppo, in cui due cellule di una stessa serie fossero a ridosso l'una dell'altra, ciò che io non ho mai potuto verificare.

2° Tanto nelle cornee giovani come nelle adulte, il numero delle lamelle è quasi uguale, esso oscilla cioè fra 45 e 50. Le differenze che si riscontrano sono sempre in meno per le cornee adulte. Ora se la proliferazione cellulare dovesse contribuire all'aumento di spessore della cornea, dovrebbe aumentare anche il numero delle lamelle, cosa che non si verifica mai.

Ma si può domandare: l'attività proliferativa delle cellule fisse corneali dura per un periodo molto breve, eppure la cornea continua ad allargare il suo diametro trasverso. Come succede allora tale accrescimento? Quando le cellule entrano nello stato di riposo, allora resta in campo un solo fattore, che già si era estrinsecato, benchè più leggermente, anche nei periodi antecedenti, voglio dire la formazione di nuova sostanza cellulare che allunga la lamella; come indizio di questo processo, noi abbiamo l'appiattimento forte delle cellule corneali, e l'allontanamento progressivo dei loro nuclei gli uni dagli altri. Non riporto qui

tutti i valori ottenuti a questo riguardo, perchè sarebbe troppo lungo; dirò solo come tale distanza fra i nuclei che nel coniglio di 4 giorni è di 10 a 11 μ, nell'adulto possa arrivare sino a 30 e più μ. Le figure annesse di cornee danno pure un'idea abbastanza esatta dell'allontamento progressivo dei nuclei fra di loro.

Queste medesime ragioni, oltre al reperto ottenuto colle misurazioni operate sulle singole lamelle, inducono ad ammettere che l'aumento in spessore della cornea deve essere dovuto quasi esclusivamente alla produzione di nuova sostanza fondamentale, o per meglio dire all'ingrossamento delle lamelle ».

Ora resta a dare uno sguardo brevemente agli altri costituenti la cornea, cioè alla membrana di Descemet col suo endotelio, e all'epitelio anteriore.

Essi contribuiscono in un modo assai leggero all'aumento di volume della cornea.

In quanto alla membrana di Descemet, è risultato dalle mie osservazioni quanto aveva verificato già Kölliker (1), che essa non esiste nella vita intrauterina: il primo accenno lo si riscontra nel coniglio neonato, sotto l'aspetto di uno straterello esilissimo, chiaro, privo di nuclei, colorabile già bene in rosso vinoso colla safranina, dello spessore di un micromillimetro al massimo. Da questo momento essa cresce gradatamente col crescere della cornea, tanto che nel coniglio adulto essa arriva a misurare in media 16 o 17 μ, mantenendosi però sempre più grossa alla periferia che al centro.

Lo strato endoteliale che tappezza la suddetta membrana cresce molto poco di spessore, poichè già nel coniglio neonato esso ha acquistato uno spessore di circa 5 μ, che mantiene invariato per il rimanente della vita. Le mitosi, che si osservano in tali cellule con una discreta abbondanza nei primi periodi della vita, servono esclusivamente a produrre nuovi elementi, affinchè tale strato possa assecondare il successivo ingrossamento dell'occhio. Nei primi giorni della vita extrauterina le forme di scissione sono assai numerose; così nel coniglio dell'età di 4 giorni si possono notare in una sezione trasversa completa di cornee fino a 7 mitosi, le quali sono più prevalenti nel centro. Questa forte proliferazione cellulare dura molto tempo, poichè nel coniglio di 17 giorni

(1) *Entwikelungsgeschichte des Menschen und der höheren Thiere*, 1879.

le riscontriamo ancora molto numerose. All'allargamento dello strato endoteliale, oltre all'aumento di numero delle sue cellule, concorre anche l'aumento di diametro di esse, giacchè tali cellule che nell'embrione di coniglio sono irregolarmente rotondeggianti e con un diametro che oscilla tra 13 e 16 μ, nel coniglio adulto, si fanno poliedriche, e acquistano un diametro di circa 20 μ.

Infine per quanto riguarda l'epitelio anteriore, noi vediamo che il suo spessore cresce di molto; questo fatto è dovuto in grandissima parte al fatto che l'epitelio, da prima ad un solo strato di cellule cubiche, dell'altezza di 10 μ, come si osserva nell'embrione, si fa rapidamente stratificato, sicchè già al 13 giorno di vita extrauterina è dello spessore di 45 μ.

Come facilmente si può immaginare, qui pure abbiamo numerose le mitosi nei suoi elementi o per meglio nelle cellule basali. Nell'embrione le mitosi non sono molto abbondanti e con ciò si spiega il poco sviluppo che acquista l'epitelio nella vita intrauterina; solo nei periodi successivi la proliferazione nucleare si fa tanto intensa perchè deve bastare alla formazione dei nuovi strati cellulari, ed all'allargamento dell'epitelio stesso.

Prima di terminare questo capitolo voglio ancora fare un brevissimo cenno di altri fatti osservati in questo mio studio.

Prima d'ogni altra cosa dirò, che essendo le cellule corneali provviste di un nucleo abbastanza grosso e con un bel reticolo, anche le mitosi appaiono in un modo molto evidente.

Negli animali superiori la cornea, come in genere tutto il connettivo, è uno dei pochi organi dove si possa con molta facilità farsi un'idea esatta delle fasi per cui passa il nucleo prima di scindersi, giacchè i suoi filamenti cromatici sono molto chiari e spiccati.

Ho potuto constatare anche che la cornea, già nei primi periodi di sviluppo, si può dividere, come del resto ammette Kölliker (1), in due strati, uno anteriore chiaro, l'altro posteriore più scuro. A questa diversità di apparenza va unito, a mio parere, anche una diversità di struttura istologica, poichè le lamelle anteriori sono sempre più grosse che le posteriori; così pure i nuclei delle cellule corneali nella parte anteriore sono più ro-

(1) Loco citato.

tondeggianti che nella parte posteriore, dove sono più lunghi e più appiattiti. Inoltre nella parte anteriore le lamelle non hanno come nel rimanente un andamento parallelo, ma esse si intrecciano con angoli assai acuti, in modo da formare una rete a maglie assai larghe. Questo fatto si svela meglio colorando le sezioni colla soluzione acquosa di vesuvina. Le lamelle anteriori infine sono molto meno tenacemente aderenti fra loro che le lamelle posteriori.

Concludendo diremo:

All'accrescimento della cornea concorrono due fattori: la moltiplicazione delle cellule fisse, e l'aumento di spessore delle lamelle. L'attività del primo fattore si manifesta tanto nel periodo della vita embrionale, e allora la sua azione vale ad aumentare così lo spessore come la larghezza della cornea, quanto nei pericoli successivi, contribuendo invece al solo allargamento. Il secondo fattore tiene in gran parte il campo durante la vita extrauterina, ed agisce aumentando quasi esclusivamente lo spessore della cornea, ed in grado molto minore anche l'allargamento.

All'ingrossamento di quest'organo finalmente concorre l'ingrossamento della membrana di Descemet e l'aumento di spessore dell'epitelio anteriore.

TAVOLA ***delle misure praticate nelle diverse parti costituenti la cornea di coniglio a diversi periodi di sviluppo*** **(1).**

Età degli animali	Diametro trasverso	Spessore	Spessore della sola sostanza fondamentale	Media dello spessore delle lamelle esterne	Media dello spessore delle lamelle interne	Spessore dell'epitelio	Spessore dell'endotelio	Spessore della membrana di Descemet	Distanza dei nuclei in senso longitudinale	Mitosi nel connettivo
Embrione 9 cm.	mm. 3,00	mm. 0,12	mm. 0,108	3 μ	1,5-2 μ	10 μ	3 μ			abbondanti
neonato	» 4,56	mm. 0,19	mm. 0,168	5-8 μ	2-3 μ	16-3 μ	5 μ	appena visibile		numerose
4 giorni	» 5,472	» 0,42	» 0,401	10-12 μ	4-5 μ	15 μ			10-11 μ	
11 »	» 8,22	» 0,50	» 0,462	13-17 μ	8-10 μ	32,5 μ			18 μ	
13 »		» 0,62	» 0,568	25-30 μ	7,5-12,5 μ	45 μ	5 μ	2 μ	15-20 μ	poco numerose
17 »	» 9,0	» 0,705	» 0,657	17 μ	10-12 μ	40 μ		2,5-3 μ	16-18 μ	rare
20 »	» 9,5	» 0,855	» 0,803	18-20 μ alcune 25 μ	10-12 μ	45 μ		2 μ	20 μ e più	rarissime
57 »	cm. 1,25	» 1,00	» 0,95	25-30 μ	12-13 μ	37,5 μ		7,5 μ		mancanti
138 »	» 1,33	» 0,83	» 0,79	22-27 μ	10-12 μ	39 μ	5 μ	10 μ		
8 mesi	» 1,58	» 1,82				45 μ		14 μ	20-23 μ alcune volte dippiù	
adulto	» 1 38	» 1,37	» 1,295	25-30 μ	13-15 μ	49 μ		17 μ	molto distanti 20-30 μ alcune volte anche 60 μ	

(1) I valori ottenuti per i diametri della sostanza fondamentale sono un po' superiori al vero, perche i preparati furono prima trattati con acqua, la quale gonfia molto le lamelle come ha dimostrato Ranvier; ma essendo stati tutti i preparati trattati ugualmente, i valori ottenuti sono proporzionalmente esatti.

TENDINE.

Quanto risultò dall'esame della cornea, può con poche varianti essere applicato anche al tessuto tendineo. Ciò non deve per nulla meravigliarci, perchè noi sappiamo quanto questi due tessuti sieno affini: infatti la loro costituzione istologica presenta variazioni di poco momento, essendo sì l'uno che l'altro formati di sostanza connettiva fondamentale, in mezzo a cui stanno delle cellule fisse. La sola differenza sta nell'essere la sostanza fondamentale del tendine, non disposta a lamine come nella cornea, ma bensì foggiata a fasci di fibrille paralleli fra loro e disposti nella stessa direzione della lunghezza del tendine.

Ora, verificandosi tale rassomiglianza anche nel loro processo d'accrescimento, credo conveniente non dilungarmi molto nel trattare questo argomento, giacchè molte cose che ho già esposto nel capitolo antecedente possono essere applicate anche qui.

Beltzow (1) nel suo lavoro sullo sviluppo e sulla riproduzione del tessuto tendineo dedica solo un capitolo molto breve allo sviluppo di esso, e si limita a dire che nell'embrione di coniglio di porco e di bue si trovano delle forme di cariocinesi nelle cellule tendinee, ma però non costantemente, e non nello stesso grado, e che tali forme si possono trovare tanto nei tendini che hanno cellule rotonde e strettamente avvicinate le une alle altre, come in quelli che sono costituiti da cellule allungate, ed in cui si è formata di già sostanza fibrillare. Tali osservazioni sono a mio parere un po' troppo superficiali, giacchè così non si può sapere con precisione nè il punto in cui questa attività proliferante comincia nè quello in cui essa termina. Per ciò ho creduto bene di ripetere tali osservazioni, onde tentare di colmare questa lacuna e poter quindi stabilire con certezza, quale importanza si debba dare alla moltiplicazione delle cellule fisse nell'accrescimento del tendine.

Siccome il numero dei tendini del corpo animale è stragrande, come pure è molto varia la forma di essi, così per facilitare un po' le mie ricerche, mi sono limitato all'esame di 3 soli esemplari: come tipo ho scelto il tendine del gastrocnemio e come

(1) *Archiv f. mikroscop. Anatomie*. Bd. 22.

tendini di controllo ho esaminato specialmente il tendine del flessore superficiale e profondo delle dita della zampa posteriore, ed in ultimo il centro frenico; questo specialmente per farne delle dilacerazioni.

I tendini furono induriti o in alcool o in liquido di Flemming; l'esame di essi fu fatto sia su tagli longitudinali o trasversi, sia su pezzetti dilacerati; le colorazioni infine riescirono bene con qualsiasi sostanza colorante nucleare.

Già dal momento, in cui il tessuto del mesoderma si è differenziato, onde formare il fascio tendineo, e nel nostro caso speciale il tendine d'Achille, noi riscontriamo essere assai grande il numero delle sue cellule fisse in via di scissione cariocinetica, come lo dimostrano molto evidentemente le dilacerazioni fatte con pezzi induriti col liquido del Flemming.

Tale frequenza di mitosi vediamo persistere per tutte la vita embrionale, ed in tale periodo le mitosi sono distribuite indifferentemente, qualunque sia il tendine, in tutte le porzioni della sua sostanza.

Il numero maggiore delle forme filamentose in tale tessuto lo si riscontra nel coniglio neonato, ed in quelli di pochi giorni di vita extrauterina. La loro distribuzione, però, in tali fasi di sviluppo non è più così uniforme come si avvera nell'embrione, poichè esse predominano in alcune parti più che in altre. Infatti, se noi esaminiamo delle sezioni, sia trasversali che longitudinali di tendine gastrocnemio di coniglio neonato, specialmente se ii pezzo è stato trattato col liquido di Flemming, e colorato col colori d'anilina, noi vediamo che esso presenta delle parti oscure, e delle parti chiare; le prime, che hanno un'apparenza più embrionale perchè fornite di molti nuclei vescicolari e rotondi, presentano numerosissime le cariocinesi, tanto che se ne possono riscontrare fino a 6 in un solo campo microscopico, ottenuto coll'obbiettivo 8 e l'oculare 3 Koristka, mentre le seconde cioè le parti chiare, nelle quali predomina la sostanza fondamentale, ne sono di molto più povere. Queste diverse parti non sono però poste a caso; nelle sezioni trasverse fatte a metà del tendine si vede che le parti oscure stanno alla periferia, le chiare al centro, e siccome il tendine è costituito da 3 fasci ben distinti, e di origine diversa, ne viene che la parte oscura occupa la metà di ciascun fascio che guarda all'esterno, la chiara invece la metà che si trova nell'interno a reciproco contatto cogli altri fasci. Tale appa-

renza la si osserva però solo nella parte mediana del tendine, giacchè tanto nell'inserzione muscolare che in quella ossea la struttura di esso è uniforme, benchè pure tra queste due parti debba farsi una differenza, essendo le mitosi più numerose vicino all'inserzione ossea, che all'inserzione muscolare. Tale fatto si verifica anche in altri tendini, come nei flessori delle dita: questi nel punto in cui si attaccano alle ossa presentano una parte oscura che si confonde col periostio, e molto ricca di cellule in mitosi, una esterna invece chiara e con poche cellule in via di scissione. Le altre parti di tali tendini presentano un aspetto più uniforme; le mitosi però si trovano più frequentemente nella parte periferica del fascio.

Arrivati all'esame dei tendini di coniglio di 11 e di 17 giorni dopo la nascita, si vede che il numero delle loro cellule fisse in via di proliferazione è molto esiguo, giacchè in una sezione trasversa completa se ne notano al massimo due. Invece il coniglio di 20 giorni presenta le sue cellule tendineee in attività proliferante assai marcata. Questo fatto deve indurre ad ammettere, che l'accrescimento del tendine non si faccia in un modo regolare ed uniforme, ma che presenti delle soste, che si manifestano colla deficienza di figure cariocinetiche nei suoi elementi cellulari.

Da questo punto nelle cellule tendinee va man mano diminuendo la attività di scissione per mezzo della cariocinesi. Tale periodo di decrescenza è però molto lento, giacchè nel coniglio di 57 giorni noi possiamo ancora, benchè rare, trovare delle forme filamentose.

La descrizione data sopra non vale per tutti i tendini; infatti ho potuto constatare come il tempo in cui perdura l'attività cellulare sia vario a seconda della qualità di essi: ad es. nel tendine del diaframma le mitosi già sono rare all'undecimo giorno dopo la nascita e mancano completamente nel coniglio di trenta. Il fatto del diverso scomparire delle mitosi nei varii tendini come pure della diversa frequenza di esse, deve stare molto probabilmente in rapporto col vario sviluppo che assumono le diverse parti del corpo dell'animale. A tale causa deve attribuirsi pure il fatto di riscontrare, in uno stesso animale, dei tendini più ricchi in mitosi che altri, come succede appunto negli animali molto giovani, dove ad es. il flessore delle dita contiene maggior numero di cariocinesi che il tendine del gastrocnemio. Ed infatti

tenendo dietro allo accrescimento dell'arto posteriore, noi vediamo come la zampa, cioè le ossa del tarso e del metatarso e falangi, sorpassino in pochi giorni di quasi $^1/_3$ la lunghezza della tibia e del perone.

Non tutte le mitosi che si riscontrano in una regione di tendine si trovano nelle sue cellule fisse; molte, specialmente nei primi periodi, sono proprie delle cellule fisse del connettivo che circonda il fascio, e di quello che penetra fra i diversi fascetti.

Da quanto ho finora esposto resta dimostrato, che nel tessuto del tendine dal suo primo inizio fino ad un punto assai variabile, che può però protrarsi fino al 60° giorno dopo la nascita, noi possiamo trovare sempre delle forme di scissione indiretta nei suoi elementi cellulari, e perciò dobbiamo ammettere come inesatta l'asserzione di Beltzow, che cioè questo fatto non si verifichi costantemente.

Diamo ora un rapido sguardo al modo con cui si comporta la vera sostanza fibrillare.

Spina (1) nel suo lavoro sulla struttura del tendine, dice che nel coniglio neonato o in quello di una o due settimane, i fascetti di connettivo si differenziano da quelli dell'embrione solo per la loro grossezza; così pure avviene pei fasci del tendine di animale adulto. A queste cognizioni, io aggiungerò che l'aumento dei fasci è graduale, ed è anche qui come nella cornea in rapporto diretto coll'aumento di grossezza del tendine che costituiscono. Basta paragonare la figura III colla figura IV, o meglio la V colla VI, per convincersi della forte ipertrofia che subiscono i fasci tendinei, nel loro invecchiare.

I fascetti che nel coniglio di 13 giorni (fig. VI) sono sottili $12 \times 16 \mu$, rotondeggianti, e separati fra di loro da grosse e ben visibili lamine protoplasmatiche, diventano nel coniglio di 175 giorni (fig. V) più grossi $21 \times 27 \mu$, mal discernibili, perchè le lamine protoplasmatiche sono sottilissime, ed assumono una forma allungata o poliedrica.

Che esista poi realmente un rapporto fra l'accrescimento dei fasci e quello del tendine, ognuno potrà convincersene esaminando la tabella dei valori riguardanti questi organi.

(1) *Ueber den Bau der Sehnen. Mediz. Jahrbücher.* 1873.

le loro serie, onde poter coprire con uno strato continuo protoplasmatico i fasci su cui stanno applicate. Altrimenti non si saprebbe spiegare il perchè dell'allungamento del tendine quando le cellule sono vecchie, quando cioè esse non si moltiplicano più, ed il perchè dell'allungamento graduale delle loro lamine protoplasmatiche.

Concludendo diremo, che tanto nell'accrescimento della cornea che del tendine noi rileviamo costantemente due fatti, un aumento di numero delle cellule fisse che contribuisce esclusivamente all'allungamento della serie cellulare, ed un ingrossamento tanto delle lamelle che dei fascetti di fibrille.

Il primo sta in stretto rapporto rispettivamente coll'allargamento della cornea e coll'allungamento del tendine, senza però voler dire con ciò che ne sia la causa. Al secondo è dovuto in massima parte l'ingrossamento sia della cornea che del tendine.

QUADRO *comparativo dei valori ottenuti dall'esame del tendine d'Achille di coniglio a diversi periodi del suo sviluppo.*

Età del coniglio	Lunghezza (1)	Larghezza	Diametro dei fasci	Distanza dei nuclei	Mitosi
Neonato	mm. 4	mm, 0,9	La maggior parte misura 4-5 μ, alcuni arrivano a 7 μ.	5–6 μ	Abbondanti.
3 giorni	mm. 7	mm. 1,1	5,5 μ	" 5–6,5	Abbondantissime.
13 "	cm. 1,3	mm. 1,82 trasverso mm. 1,36 ant. post.	10 × 15 μ	5 μ, più frequentemente alcune volte 11 μ.	Idem.
17 "	cm. 1,9	mm. 1.94 trasverso mm. 1,31 ant. post.	12 × 16 μ	6–12 μ	Meno abbondanti.
30 "	cm. 2,2	mm. 2,54 trasverso mm. 2,19 ant. post.	Vi sono punti in cui i fascetti hanno diametri di 20-30 μ; altri punti e più numerosi in cui i fascetti misurano 9-10 μ o poco più.		Scarse
57 "	cm. 2,5	mm. 3,0 trasverso mm. 2,16 ant. post.	17 × 25	20-25 μ frequenti, alcuni anche 40 μ.	Rare.
98 "	cm. 2,6	mm. 2,68	Assai numerosi i fascetti con diametri di 18×25 μ, pochi lo superano. Alcuni misurano anche 50 μ (2).	Cellule e nuclei allungati, distano almeno 25 μ, alcuni anche 50 μ.	Mancano.
175 "	cm. 2,9	mm. 3,50 trasverso mm. 2,90 ant. post.	La media è di 21 × 27 μ, molti arrivano anche ad un diametro di 50 μ.		
8 mesi	cm. 3,2	— —	La media più forte è di 23 μ.		

(1) È molto difficile poter avere la lunghezza precisa, perchè l'inserzione muscolare non è ben netta.
(2) Siccome i fascetti non sono più bene limitati da evidenti lamine cellulari, ne viene che riesce un po' difficile misurarli, e quindi molte volte un fascio che misura molti micromillimetri può essere composto di più fascetti, addossati strettamente gli uni agli altri.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

Fig. I. Sezione verticale di cornea di coniglio, 3 giorni dopo la nascita; porzione anteriore (ingr. 440 diam.).

» II. Sezione verticale di cornea di coniglio adulto; porzione anteriore (ingr. idem.).

» III. Sezione longitudinale di tendine gastrocnemio di coniglio di 13 giorni. I fasci tendinei sono sottili, le cellule grosse e con bel nucleo (ingr. 440 diam.).

» IV. Sezione longitudinale di tendine gastrocnemio di coniglio di 98 giorni. Fasci più grossi, cellule più esili ed allungate (ingr. uguale).

» V. Sezione trasversa di tendine di coniglio di 30 giorni (ingr. 440 diam.).

» VI. Sezione trasversa dello stesso tendine di coniglio di 175 giorni (ingr. uguale).

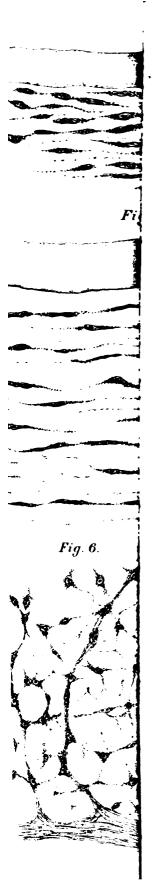



Fig. I. Sezio
na
» II. Sezio
an
» III. Sezi
di
gr
» IV. Sezi
di
all
» V. Sezio
4
» VI. Sezi
gio

Gneiss tormalinifero di Villar Focchiardo
(Val di Susa);

Cenni descrittivi del Dott. GIUSEPPE PIOLTI

La roccia di cui sto per discorrere fa parte di quell'ampia elissoide gneissica chiamata dal Gastaldi col nome di *elissoide Dora Varaita* (1), la quale alla sua volta non è che una parte di quell'estesa zona di « gneiss detto *centrale*, sovente talcoso « e passante anche al granito, che forma i grandi massicci cri- « stallini, disposti in due cerchie quasi parallele, cioè l'esterna « col Monte Bianco, Belledonne e Grand-Pelvoux, e l'interna « col Grand-Paradis e il Mercantour, oltre qualche minore « massa intermedia presso Pinerolo » (2).

La roccia di Villar Focchiardo devesi quindi considerare come un'enorme inclusione nel circostante gneiss normale; in commercio è conosciuta sotto il nome di *granito bianco* e viene usufruita come pietra da lavoro, per lastroni, colonne, balaustre, ecc.

Per quanto mi consta, il primo autore che abbia accennato alla presenza della roccia suddetta in Val di Susa fu Angelo Sismonda nel 1834. Il De Saussure, nel suo celebre *Voyage dans les Alpes* (Tomo III, p. 91), parla bensì del gneiss che s'osserva presso Sant'Antonino, notando che « ces rochers parois- « sent des granits en masse, gris, à grains médiocrement gros « de l'espèce la plus commune des Alpes; mais quand on les « observe avec soin, on voit que ce sont des granits veinés », ma non fa cenno della roccia speciale di Villar Focchiardo, pro-

(1) *Spaccato geologico lungo le valli superiori del Po e della Varaita*, Lettera del Prof. B. Gastaldi all'Ingegnere Pietro Zezi. *Bollettino del Comitato Geologico Italiano*, 1876, p. 104.

(2) Nella prefazione, firmata dalla Direzione del Bollettino del Comitato Geologico Italiano, al lavoro dell'Ingegnere Zaccagna *Sulla Geologia delle Alpi occidentali*, pubblicato nel detto Bollettino, anno 1887, p. 341.

babilmente perchè la cava del gneiss tormalinifero nel 1796 non era forse ancora in attività. « La cava aperta all'O. N. O. « del piccolo villaggio di Villarfocchiardo ha somministrato le « ottime pietre che servirono pel ponte che in questa valle si « è ultimamente costrutto sulla Dora; essa è collocata nel gneiss « inferiore, e la tormalina nera che racchiude, non poca bellezza « vi aggiunge a questo gneiss allorchè è lavorato » (1).

Il Barelli così descrive la roccia di Villar Focchiardo: « gra-« nito a mica bianca, cosparso di poca anfibola nera, con cui « si costrusse il ponte di Borgone sulla strada reale di Francia.

« La cava trovasi sul rio Gravio, a cinque minuti distante « dall'abitato di Villarfocchiardo. La spessezza della roccia ol-« trepassa li 40 metri; gli strati hanno la direzione da ostro « a tramontana e sono pressochè verticali: la spessezza degli « strati è variata, ma il minimo eccede li 0,60 metri. Questo « granito è obbediente al cuneo per ogni verso. La parte della « montagna ora destinata all'estrazione si dirige, come il rivo, « da ponente a levante; ha una estensione di lunghezza di « metri 150 circa, di cui appena trovasi scoperta la metà, « d'onde si possono estrarre saldezze intatte di 10 m. di lun-« ghezza per 7 di larghezza e 5 di spessezza, e così d'un cubo « di oltre 300 metri. Il consumo dei ferri per lavorare questo « granito, a lavoro eguale, è il doppio di quello che occorre « pel gneiss del Malanaggio » (2).

Il Jervis accenna solo alla presenza della *tormalina nera cristallizzata, come elemento costituente del gneiss* (3).

Chiunque rechisi sul luogo riconosce facilmente che se in qualche punto limitato la roccia piglia l'aspetto di granito, il complesso della massa invece è di pretto gneiss. E se qua e là la

---

(1) *Osservazioni geologiche sulla valle di Susa e sul Moncenisio*, del Prof. Angelo Sismonda. Memorie della Reale Accademia delle Scienze di Torino, tomo XXXVIII, p. 143, 1834.

(2) *Cenni di Statistica Mineralogica degli Stati Sardi di S. M. il Re di Sardegna*, per cura di Vincenzo Barelli. Torino, 1835, p. 67.

Dalla cortesia del Prof. Uzielli ebbi il mezzo di esaminare diligentemente l'esemplare n° 573 del catalogo del Barelli, esistente alla Scuola d'Applicazione del Valentino, corrispondente alla descrizione data dal detto autore, e riconobbi che la *poca anfibola nera* non è altro che tormalina.

(3) G. Jervis, *I tesori sotterranei dell'Italia*. Parte prima. Regione delle Alpi. Torino, 1873, p. 53.

schistosità scompare, come lo dimostrano i fatti citati dal Barelli, è agevole comprendere non trattarsi che di modificazioni affatto locali, modificazioni che si verificano secondo il Gastaldi, il Baretti ed il Zaccagna in tutta la zona di gneiss cui appartiene la roccia di Villar Focchiardo. Troviamo difatti in una Memoria del Baretti (1) quanto segue: « in moltissimi punti, anche ec-« centrici ed elevati dell'area istessa, noi troviamo localizzate « apparenze granitiche, non rilegate fra loro, le quali altro non « rivelano che una modificazione indotta nel gneiss da circo-« stanze puramente locali e peculiari, nulla aventi di comune « con un fatto generale di sollevamento determinato da roccia « granitica o non. Epperò la mancanza di limiti ben definibili « tra le masse di gneiss e di granito, di un confine tra un'area « granitica ed una zona gneissica ci obbliga, non solo a consi-« derare la struttura granitoide come una modificazione tutta « locale ed irregolare del gneiss, ma ancora ad abbandonare « l'idea di segnare con appositi segni convenzionali sulla carta « geologica le aree limitatissime, nelle quali tale struttura si « rivela. Sono in ciò perfettamente d'accordo col Gastaldi che « dice: « talvolta a salti, soventi a gradi, la struttura cristallino-« schistosa passa alla granitoide, e frequentemente m'accadde « di fare osservazioni colla bussola su larghi e regolari piani « di stratificazione, mentre a pochi passi di distanza la roccia « diveniva così fittamente granitoide da farsi scambiare per gra-« nito massiccio » (2).

Infine il Zaccagna, parlando dell'elissoide gneissica Dora Varaita, dice: « lo gneiss qui si presenta a grossi noccioli « quarzosi e feldspatici colla caratteristica struttura a mandorlo; « lo stesso gneiss altrove, come per esempio nella valle del Pel-« lice, si trasforma con passaggio graduale ma rapido in un « granito bianco ad elementi piuttosto sviluppati: è da notare « che questo granito si presenta specialmente nelle località ove « l'elissoide per la sua minore potenza mostra di essere stata « soggetta a più energiche pressioni laterali » (3).

---

(1) *Studi geologici sul gruppo del Gran Paradiso*. Memorie dell'Accademia dei Lincei, serie III, vol. 1. Seduta del 7 gennaio 1877.

(2) B. Gastaldi, *Studi geologici sulle Alpi occidentali*. Memorie del Regio Comitato Geologico d'Italia, vol. 1, 1871, parte I, p. 34.

(3) Op. cit., p. 379,

Come già dissi, osservando attentamente il giacimento di Villar Focchiardo, è ovvio riconoscere che se in qualche punto la roccia passa a granito, il complesso però è un gneiss tormalinifero.

Ora se quelle *energiche pressioni laterali* hanno esistito, traccie ne devono essere rimaste in questo giacimento nel quale si incontrano passaggi del gneiss al granito. Scopo di questi brevi cenni è precisamente quello di dimostrare che l'osservazione dei preparati microscopici della roccia in questione fa palese come in essa abbiano dovuto sicuramente avvenire movimenti prodotti indubbiamente da pressioni.

Credo però opportuno di premettere una descrizione sommaria del gneiss, indicando come questo si presenti macroscopicamente, tanto più che tale roccia è assai diffusa nelle Alpi e per contro gli autori non descrivono un gneiss tormalinifero in modo speciale, solo trovandosene un esame particolareggiato nel lavoro dello Spezia sul gneiss di Beura, cenni nella Memoria del Baretti già citata e negli *Elemente der Lithologie* del Kalkowsky, come vedremo meglio in seguito.

Fatta astrazione delle apparenze granitiche di cui dissi più sopra, il gneiss tormalinifero di Villar Focchiardo ha l'aspetto d'un gneiss muscovitico, solo che in esso la mica è in minor proporzione e questa quantità di mica in meno è sostituita dalla tormalina. E come in un'ampia zona di gneiss è facile incontrare tutte quelle infinite varietà di struttura che formano la delizia dei nomenclatori, così anche qui talora i cristalli aciculari di tormalina sono come disseminati senz'ordine nella massa quarzoso-feldspatica e non vanno a frammischiarsi alla mica, permodochè guardando un frammento di roccia perpendicolarmente alla schistosità, la tormalina non rimane visibile; talora invece i cristallini di tal minerale sono allineati, commisti colle lamelle di mica, orientati coll'asse di simmetria parallelo alla schistosità; talora infine sono riuniti in ammassi, in vere concentrazioni, e là dove accidentalmente scompare la schistosità, la tormalina è disseminata assieme alla mica precisamente come in un granito.

Per la ricerca della densità scelsi un grosso esemplare dei più tipici, onde mettermi nella miglior condizione possibile di esattezza: trovai 2,6, valore identico al minimo dato dal Zirkel (1)

(1) *Lehrbuch der Petrographie*, II Band. Bonn, 1866, p. 429.

per lo gneiss. Ciò non deve recar meraviglia, visto che la densità della tormalina nera, secondo il Mattirolo (1), è di 3,06 e quella della muscovite oscillando da 2,76 a 3,1. Siccome questa è nel gneiss in questione sostituita in parte dalla tormalina, è naturale che il peso specifico della roccia non muti.

Nella zona del gneiss centrale fu già accennata dal Baretti la presenza del gneiss tormalinifero colle seguenti parole: « non « è raro nemmeno il gneiss tormalinifero, con cristalli raggianti « o confusamente dispersi di tormalina nera; cito le roccie della « Tresenta presso il Gran Paradiso e le rupi di Moncorvé » (2). Più tardi lo Spezia descrisse un gneiss tormalinifero nel classico giacimento di Beura, notando che varî fatti avvalorano l'idea di dover *mantenere un gneiss tormalinifero corrispondente al granito tormalinifero nel quale pare caratteristica secondo Lasaulx* (3) *la mica muscovite invece della biotite* (4). Infine il Kalkowsky cita un gneiss tormalinifero di Waldthurn, nell'Oberpfalz, menzionato dal v. Gümbel (5).

Nè osta a che si dia il nome di *gneiss tormalinifero* alla roccia di Villar Focchiardo il fatto accennato dal Barelli, che cioè quella sia *obbediente al cuneo per ogni verso*, perchè se nel 1835 gli accentramenti di granito erano in predominanza, ora invece i medesimi, essendo in massima parte stati esportati pei bisogni dell'industria, sono divenuti rari; ed in secondo luogo l'attuale padrone della cava, sig. Giuseppe Marra, interrogato da me al riguardo affermò recisamente che la roccia si taglia molto più facilmente in un senso che non in un altro, precisamente come il gneiss a due miche circostante, che ivi vien chiamato *pera neira*.

Se dall'esame macroscopico della roccia noi passiamo all'esame microscopico, si osservano nei varî preparati transizioni caratterizzate dalla scomparsa di un elemento e dalla comparsa di un altro. Così a mo' d'esempio mentre nel gneiss circostante a due

---

(1) *Sulla tormalina nera nello scisto cloritico di Monastero di Lanzo* Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, vol. XVII. Adunanza del 14 maggio 1882.

(2) Op. cit., p. 19.

(3) *Elemente der Petrographie*, p. 328.

(4) *Cenni geognostici e mineralogici sul gneiss di Beura*. Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino, vol. XVII. Adunanza del 14 maggio 1882.

(5) *Elemente der Lithologie*. Heidelberg, 1886, p. 172.

miche è abbondantissima la biotite, qui invece è rarissima o scompare affatto per essere sostituita dalla tormalina. Fra i varî passaggi è notevole quello in cui la roccia non contiene che quarzo ed ortosio; poi compare la mica bianca, poi la tormalina in piccolissima quantità, finchè si giunge al gneiss tormalinifero normale. Certi preparati, pel modo con cui sono distribuiti i componenti hanno quasi l'aspetto d'una granulite tormalinifera, d'una granulite cioè in cui invece del granato caratteristico, trovasi la tormalina, fatto noto e già accennato dal Zirkel, là dove dice: « mentre la tormalina in generale è un elemento « accessorio raro della granulite, tuttavia in alcune varietà essa « si presenta così frequente sotto forma di aghi neri o di ag- « gruppamenti cristallini, da sostituire il granato e piglia com- « pletamente il suo posto » (1).

La mica bianca di questo gneiss esaminata isolatamente collo stauroscopio di Brezina mostrasi nettamente biasse.

I componenti normali della roccia sono il quarzo, l'ortosio, la mica bianca e la tormalina; come elementi accessorî incontransi la mica scura (però molto raramente) ed il microclino.

Il *quarzo* presentasi quasi sempre sotto forma di grandi plaghe di prima formazione e di piccoli grani di seconda formazione, ben di rado con contorni distintamente poligonali. Spesso notansi aggregati di cristalli tangenti gli uni agli altri per le faccie del prisma e non essendo quelli ugualmente orientati, ne risulta come un irregolare mosaico costituito da tanti esagoni più o meno allungati; in uno, fra i prismi di Nicol incrociati, facendo girare il porta-oggetti, mantiensi quasi completamente l'oscurità, per cui la sezione deve aver tagliato il cristallo quasi normalmente al maggior asse di simmetria. Sono frequenti le inclusioni a bolla fissa nei grandi cristalli di prima consolidazione, mancano o sono rarissime nel quarzo secondario. Degna di nota è una sezione di un cristallo di quarzo rotto e spostato come vedesi nella figura 1: dalle due parti della linea di rottura scorgonsi i due pezzi, ma non esattamente di fronte, per lo spostamento avvenuto. Non in un solo preparato, ma in varî, incontrai sezioni allungate di quarzo spesso rotte e spostate, in modo però da poter ricostrurre coll'occhio il cristallo intiero. Esempi analoghi e molto belli di tali rotture e spostamenti sono indicati dal Cohen nelle fig. 3 e 4

(1) *Lehrbuch der Petrographie*, II Band, p. 441.

della tav. XIII della sua opera intitolata: *Sammlung von Mikrophotographien zur Veranschaulichung der mikroskopischen Structur von Mineralien und Gesteine — Lief. II.*

Simili rotture provano ad evidenza come nella massa della roccia abbiano dovuto avvenire dei movimenti, probabilmente quei medesimi che fecero passare la roccia in alcuni punti limitati del giacimento dalla struttura affatto schistosa a quella granitica.

Il Rosenbusch parlando di simili spostamenti dice: « un altro « gruppo di deformazioni dei componenti d'una roccia dovute ad « azioni meccaniche s'incontra principalmente là dove vedonsi le « roccie molto ripiegate e state sollevate, ed è chiaro che trat« tasi di cause dinamiche le quali hanno agito mentre si for« mava la montagna » (1), come è precisamente il caso qui. Poichè il gneiss inglobante la roccia di cui discorro vedesi fortemente più e più volte ripiegato, tantochè in alcuni punti, prima a Villar Focchiardo, poi a Borgone sul versante sinistro della Dora Riparia, gli strati sono addirittura verticali.

E tali fatti vanno anche d'accordo coll'osservazione già citata del Zaccagna, che cioè *il granito si presenta specialmente nelle località ove l'elissoide per la sua minore potenza mostra di essere stata soggetta a più energiche pressioni laterali.*

L'*ortosio* incontrasi non raramente in cristalli non geminati, spesso corrosi, alcuni con molte inclusioni di quarzo. Sovente accade di rinvenire grossi individui di prima consolidazione rotti e le fenditure sono in tal caso riempite completamente da quarzo secondario. Di più oltre alla rottura osservasi uno spostamento che deve di certo essere accaduto dopo che il quarzo aveva già riempito i vani, perchè la linea di scorrimento è finissima e d'altronde si vede molto bene il quarzo trovantesi nella fenditura superiore non essere che la continuazione di quello che si vede nella inferiore.

Non trovai altra geminazione che quella secondo la legge di Carlsbad. Rinvenni in qualche preparato quel singolare aspetto di reticolazioni rettangolari « déterminées par des lamelles fusi« formes disposées les unes derrière les autres. Ces anomalies dans « les propriétés optiques sont peut-être produites par des pres« sions dans la roche. A cela, correspond aussi l'extinction dite

(1) H. Rosenbusch, *Mikroskopische Physiographie der Mineralien und Gesteine.* Band I, Zweite Auflage. Stuttgart, 1885, p. 36.

« ondulée (1): une section mince ne devient pas claire et ob-
« scure tout d'une pièce, mais par parties, successivement, de
« sorte que l'obscurité parcourt la préparation comme un nuage,
« quand on la fait tourner avec la table du microscope » (2).
Eziandio in questo minerale si osservano oltre alle rotture suaccennate, veri piegamenti e nei geminati è di preziosa guida al loro riconoscimento la linea di geminazione.

Anche tali fatti vengono in appoggio all'ipotesi più sopra accennata, che il gneiss di cui discorro abbia subìto delle pressioni.

La *mica* bianca presentasi a contorni irregolari e come avviluppante il quarzo ed il feldspato: nelle sezioni perpendicolari alla schistosità appare sotto forma di bastoncini allungati, con vivissimi colori. Non rare sono le lamelle geminate; l'estinzione avviene sempre parallelamente alle linee di sfaldatura.

La *tormalina* vedesi in aggregati cristallini acuminati alle estremità, come sfilacciati, spesso risolventisi in cima in minuti aghetti limitati da linee che indicano le faccie dei romboedri terminali; il colore è violaceo-scuro alla luce naturale. Frequentissime sono in questo minerale le rotture, le distorsioni e gli spostamenti, di cui dà un'idea la fig. 2 della tavola. Nei preparati larghi è facile riconoscere ciò che vedesi all'esame macroscopico, cioè l'allineamento del minerale parallelamente alle lamine di mica.

Esaminando la tormalina isolata in sezioni fatte parallelamente all'asse ottico, per lo studio esatto del dicroismo, si vede che per il raggio straordinario il colore è d'un bruno-chiaro, per l'ordinario invece il colore è d'un violaceo-scuro intensissimo quasi nero.

Con forti ingrandimenti si riconosce che il minerale è come solcato da un'infinità di strie incrociantisi ad angolo retto, strie che furono molto probabilmente causate da pressioni, come è noto dopo le classiche esperienze del Daubrée (3).

---

(1) Che si verifica qui molto bene su certi grandi cristalli geminati, i quali presentano proprio un aspetto ondulato (*moiré*) quando si fa girare il preparato fra i prismi di Nicol incrociati.

(2) A. De Lasaulx, *Précis de pétrographie; introduction à l'étude des roches*, traduit de l'allemand par H. Forir. Paris, 1877, p. 62.

(3) A. Daubrée, *Études synthétiques de Géologie expérimentale*, première partie. Paris, 1879, p. 316.

Di *plagioclasii* non ho trovato in questo gneiss che il microclino e l'albite, ma non frequentemente.

Il *microclino* è riconoscibile per la nota struttura a graticcio e pel modo d'estinzione d'alcune delle lamelle emitrope da una parte e dall'altra della linea di geminazione, estinguendosi cioè con un angolo di 15°.

Riconobbi l'*albite* pel fatto che le lamelle emitrope si estinguono rispetto alle strie di geminazione secondo un angolo di 19°. Non credo però che questo feldspato si possa considerare nemmeno come elemento accessorio della roccia, perchè lo si incontra troppo raramente. Per altra parte, siccome in qualche punto del giacimento trovansi ammassi di cristalli d'albite letteralmente schiacciati gli uni contro gli altri e solo riconoscibili per la loro caratteristica geminazione, è naturale che in qualche frammento del gneiss si possano rinvenire qua e là traccie visibili di tale feldspato.

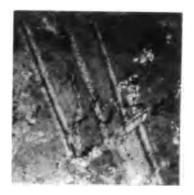
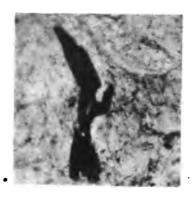
Spero con questi brevi cenni d'aver fornito un modesto appoggio petrografico ai dati geologici che hanno condotto l'ingegnere Zaccagna a stabilire: la causa delle modificazioni che hanno fatto passare in certi punti l'elissoide gneissica di Dora Varaita dalla struttura schistosa alla granitica doversi attribuire a pressioni.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

Fig. 1. — Cristallo di quarzo rotto e spostato; prismi di Nicol incrociati; ingrandimento 40 diametri.

» 2. — Cristalli di tormalina rotti e distorti; luce naturale; ingrandimento 18 diametri.

L'Accademico Segretario
Giuseppe Basso.

Tav. XI

Museo Min. Univ. di Torino. *Fotot. Doyen. Torino.*

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 19 Maggio 1889.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE ARIODANTE FABRETTI VICEPRESIDENTE

Sono presenti i Soci: B. PEYRON, Direttore, G. GORRESIO, Segretario della Classe, CLARETTA, PROMIS, ROSSI, MANNO, SCHIAPARELLI, PEZZI, FERRERO, NANI, GRAF, e NEGRONI Socio Corrispondente.

Il Segretario legge l'atto verbale dell'adunanza precedente che viene approvato.

Il Vice Presidente presenta a nome della Società di Archeologia e Belle Arti il fascicolo 3° del vol. V degli *Atti* della stessa Società; e a nome dell'Autore, Generale Raffaele CADORNA, il volume, che ha per titolo: *Liberazione di Roma nel* 1870 (Torino 1889).

Il Socio CLARETTA legge una sua notizia storica che tratta *dell'origine, del progresso e della decadenza dell'antico monastero torinese di San Pietro*, il quale sorto intorno al secolo IX, si mantenne sino al principio del secolo XVI. L'Autore discorre dell'ordinamento di tale monastero, e dei pregi e difetti che si manifestarono in quell' istituto.

Il Socio FERRERO presenta un manoscritto che ha per titolo: « *Il Piemonte e Carlo d'Angiò prima del* 1250. » L'Autore di quello scritto desidera che venga stampato nei volumi delle *Memorie* accademiche. Il Vice-Presidente d'accordo colla Classe, elegge una Commissione perchè lo esamini e ne riferisca in una prossima adunanza.

LETTURE

Sull'antichissimo monastero torinese di S. Pietro dell'Ordine Benedettino;

Notizia storico-critica del Socio GAUDENZIO CLARETTA

Questa notizietta storica ha principio con alcune parole preliminari di elogio, ma terminerà con qualche accento di biasimo, affinchè il vero che dev'essere l'unica guida di chi si consacra alle storiche elucubrazioni rimanga sempre salvo ed aperto. E senz'altro entro di sbalzo in materia.

Se fino dai capitolari di Carlo Magno scorgiamo ingiunto ai monaci di educare la gioventù, insegnare la musica, la ginnastica, l'aritmetica, noi non dobbiamo oggidì averne rammarico, anzi è bene che siamo loro grati di quella applicazione. Invero per riconoscere il còmpito di gratitudine che noi dobbiamo a coloro che si dedicarono all'educazione ed all'istruzione giovanile, basta por mente ad un'epoca in cui la pubblica cosa si poteva quasi ritenere estranea a cotesta parte essenzialissima di ogni reggimento.

Nissuno ignora quale si fosse la condizione d'Italia, e di noi fra gli altri in modo speciale, allorchè le nostre contrade furono desolate dalle orde de' Saraceni che vennero ai nostri danni e rimasero soggette a differenti signorie.

Insinuandoci nel Medio Evo, se non fu spento nella memoria che gli italiani erano stati oratori, poeti e filosofi; se pubbliche scuole esistevano, nelle quali riammettevasi il classicismo, l'educazione e l'istruzione femminile, neglette moltissimo nelle pareti domestiche, sconosciute ai governi, furono per ventura accolte nei tranquilli recessi dei chiostri. Il saper leggere e scrivere era privilegio di pochi; la plebe contava nulla: il popolo, per cui gli statuti e le consuetudini supplivano alle leggi, poco se ne curava; ed il barone nella tregua dell'armi davasi nel suo castello a ben altre cure che a quelle dell'istruzione. Sola educatrice della prole

si poteva dire la madre. E sino a che que' nostri maggiori vivevano modestamente, uniti nella famiglia, rispettosi al capo di casa, non infidi alla consorte, amabili co' figli, non gravi alla repubblica, il bisogno dell'istruzione e dell'educazione raffinata facevasi poco sentire. Ma ad altre aspirazioni, ad altri bisogni, altre tendenze, altre cure. Quindi allorchè il feudalismo a poco a poco cangiò indole, e dal solitario maniero il barone divenne cortigiano de' principi, e allorchè i suoni della lira e del liuto dovevano ammollire gli animi colle amorose lascivie e ritrarre i guerrieri dal presidio della patria alla vita errante e cavalleresca, il tetto domestico subiva una grande trasformazione.

Cominciava allora a sentirsi necessità lo affidare in mani altrui il governo della prole. La fenomenale fecondità poi dei talami coniugali e il poco reddito che davano i feudi, tuttochè di grande estensione, ma non favoriti dall'incremento dell'agricoltura e dell'industria, facevano sì che i conventi e i monasteri somministrassero facile mezzo a rendere meno grave l'ufficio o peso, come già cominciavasi a chiamare quello di educare, istruire, e susseguentemente dare uno stato ad una parte delle zitelle.

Ogni città, ogni borgo di qualche considerazione si può dire che racchiudesse uno o più monasteri dedicati all'educazione; e che in Roma sembra fiorissero da età ben remota. Fra noi od almeno in Torino, per non divagare di troppo, il più antico monistero del quale sia giunta notizia è quello che denominavasi di S. Pietro (1), intorno a cui or c'intratteniamo, persuasi di arare un campo vergine, e che ci consentirà di raccogliere qualche frutto atto a lumeggiare un poco i costumi de' tempi quali descriviamo. Egli è vero che la messe sarebbe più copiosa ove la sorte ci avesse posto in mano i documenti che risguardano quell'Istituto, ma questi essendo o perduti, od al momento irreperibili, è giocoforza ritenere prezioso l'indice de' medesimi venutoci per fortuna non ha guari in mano, e che comunque, usato con discrezione e giudizio, riuscirà a colmare qualche poco questa lacuna.

(1) Quello delle benedettine di Buzano nel circondario d'Ivrea data solo dai primi anni del secolo XI; e così a un di presso dicasi di quel di Brione in val di Susa. Il monastero di Pugliola presso Mondovì fu fondato nel 1180. L'altro di Belmonte sale al principio del secolo XIV. Quel delle chiarisse di Carignano trova la sua origine nel secolo XIII, ecc.

Il repertorio è intitolato buonamente: *Inventaro delle scritture vecchie in cravina più antiche del monastero di S. Pietro*, e fu compilato entro la prima diecina del secolo XVII. E tuttochè trattisi di semplice indice che si risente assai talvolta dell'ignoranza nel suo autore di cognizioni storiche elementari su certi punti, nondimeno sapendo gettar via la mondiglia che contiene, esso consentirà ad esporre qualche notizia, atta a darci un poco di barlume sulle vicende principali di quell'antico sodalizio religioso.

Vi ha chi opina che il nostro monistero già sorgesse nel secolo V ai tempi dell'illustre vescovo S. Massimo, l'autore delle celebrate e conosciute omelie. Baldessano e Brizio, due scrittori piemontesi di cose ecclesiastiche vissuti nel secolo XVII, avrebbero voluto scorgere in un tal Teutraccio il donatore al monistero di S. Pietro di terre, acque, selve e pascoli situati in un luogo detto Anforla. Ma la critica facendo largo difetto in quei due autori è verosimile che eglino abbiano scambiato con quel Teutraccio il Teutcario, che nell'810, ai tempi di Carlo Magno, avrebbe fatto una notevole donazione al monistero di S. Pietro della Novalesa di quanto possedeva in Cumiana (1). Quindi, in difetto di prove e di argomenti, ci conviene scendere al secolo X, nel quale già lo scorgiamo avere ricevuto notevole incremento. Il più antico documento ricordato dal nostro catalogo è un privilegio del 989, con cui il vescovo di Torino Amizone confermava al monistero la pievania di S. Maria nella villa Quadraciaria, la giurisdizione che il medesimo aveva nella cappella della B. V. di Scarnafigi, colla chiesa ivi di S. Martino (o parrocchiale), di S. Michele in Budinis ed altra in Cervignasco (2). Questo documento prova ad evidenza che il monistero già era in possesso di parte di quelle giurisdizioni, e che ad epoca anteriore se ne deve ascrivere la fondazione. Coteste liberalità venivano poi confermate dall'altro vescovo di Torino Landolfo, con atto del 27 dicembre dell'anno millediciassette. Il quale torna assai onorevole al monistero retto dalla prima abbadessa conosciuta, Costantina di nome, *ubi*

(1) Provana di Collegno, *La donazione di Teutcario, ossia Cumiana dal secolo IX al XIV*. Miscellanea di storia italiana, XXIV.

(2) Fu pubblicato testè dal chiarissimo professore Fedele Savio nel recente suo lavoro: *Gli antichi vescovi di Torino*, ecc., p. 140. Egli opina che la villa *Quadraciaria* debba ritenersi l'attuale regione chiamata Torazza fra Scarnafigi e Saluzzo.

dice la carta, *venerabilis moribus et vita patris sanctissimi Benedicti monitis liberaliter obtemperans cum sacratissimis (sic) sanctimonialium coetu presidere videtur Constantina abbatissa.* Da questa carta rimane provato che il monistero di S. Pietro professava la famosa regola di S. Benedetto, e che il medesimo era situato *intra urbem Taurinorum in angulo eiusdem urbis ad occidentem respicienti.*

Erano cotesti i bei tempi di quell'Istituto che godeva buona fama, e che vediamo molto accarezzato dagli Ardoini di Torino e Susa. Anzi potrebbe persino conghietturarsi che qualcuna delle Berte ed Imille le quali vestivano a que' dì l'abito benedettino in quel monastero avesse a ritenersi della progenie sconosciuta di quella potentissima nostra famiglia sovrana. Già all'anno 1016, secondo il Chiesa, Durandi e Muletti, il conte Ottone od Oddone fratello del marchese Olrico Manfredo e zio della celebre principessa Adelaide si dimostrava liberale inverso il monastero di S. Pietro, donandogli beni situati *in loco et fundo Rivalta.* Lo stesso marchese Olrico facevagli sentire le sue beneficenze; e nel 1024 la contessa Berta, vedova di quel marchese, confermavagli la precitata donazione delle cappelle di S. Maria, S. Giovanni e S. Martino in Scarnafigi.

E qui comincia ad apparire un primo granchio preso dallo scrittore del nostro catalogo, errore peraltro che non devesi attribuire unicamente a lui ch'ebbe a succhiare il veleno col leggere le opere di alcuni nostri scrittori e compilatori di cronache e libri del conio del Pingone. Egli adunque afferma che Berta, consorte del marchese Olderico Manfredi, era figlia del marchese Alberto d'Ivrea. Ma basterà affermare qui che già dai tempi del Muratori e del nostro Terraneo rimase assodato che quella contessa non appparteneva per nulla all' albero genealogico dei marchesi d'Ivrea, poichè era figlia di Oberto della Lunigiana.

Lasciando di accennare a minori elargizioni di privati, di cui si ha traccia nel nostro repertorio, che in quei tempi alettati dalla buona fama del monastero od indotti dal buon esempio dei principi vollero favorirlo colle loro munificenze, merita che sia ricordata altra liberalità della celebrata famiglia or accennata degli Ardoini. Essa riguarda la principessa Adelaide, che agli otto di ottobre del 1068 donava al monistero la cappella di S. Maria di Scarnafigi colle terre adiacenti, e col diritto delle

decime. In questo documento il monistero viene considerato già quale antica fondazione, come lo denotano queste espressioni: *quod dicitur vetere quod est constructum infra civitatem Taurini.* Nove anni dopo, poi, la principessa Imilla, sorella dell'Adelaide, facevagli pure donazione di due masserie di sessanta giornate di terra poste in Musinasco nei confini di Torino.

E con cotesti atti ripetuti di liberalità chiudiamo il secolo undecimo, poichè deve appartenere indubbiamente al seguente un documento che lo scrittore del nostro catalogo, con deplorevole confusione di date e nomi, riferì al 1076. Egli adunque avrebbe assegnato a quell'anno una supplica o lettera, secondo lui, sporta da un Massimo vescovo di Torino all'arcivescovo di Milano, e ch'egli nomina Ottone Visconti, per richiederlo del suo avviso su di una controversia che agitavasi tra l'abbadessa Imilla e quell'arcivescovo intorno alla ricuperazione di diritti pretesi dal monistero, e manomessi dai temuti e potenti ottimati che signoreggiavano in una parte di queste regioni. Ma senza cadere in un pelago di controversie, senza farci a sciogliere dubbi sulla supposta esistenza dei due prelati che col nome di Massimo avrebbero retta la diocesi torinese, i quali ad ogni modo avrebbero appartenuto ad altri secoli, non è guari difficile oggidì sciogliere il nodo e riconoscere così il madornale svarione in cui cadde il nostro autore. Dal 1099 ovvero dal 1100 era vescovo di Torino un tal Mainardo che visse sino all'anno 1117 o 1118. Ora il documento esaminato dal compilatore del catalogo dando la sola prima lettera del nome Mainardo, cioè la M, egli di sana pianta ne fece scaturire un Massimo. Come poi negli arcivescovi di Milano che vissero a quei giorni, egli abbia intraveduto un Ottone Visconti, che sedette sulla cattedra ambrosiana dal 1263 al 1295, non mel saprei imaginare. Questo documento, che mi dispenso dal pubblicare perchè ancor esso vide or ora la luce (1), è poi di non lieve interesse, sia alla storia del nostro monistero, che a quella delle nostre contrade in quei tempi. E queste ne sono le risultanze. Esso ci rivela: 1° che un Burnone, Brunone o Bruno, uno degli antichissimi conti del Piemonte, *eo tempore potentissimus in curia habe-*

(1) Cfr. Savio, luogo citato.

batur (1); 2° che questi fu padre di Marchisio e di Ottone senza dubbio, e fors'anco di un Vitelmo o Guglielmo, salito sulla cattedra torinese; 3° che la celebre contessa Adelaide, la quale, allorquando lo voleva, facevasi rispettare da papi, principi e grandi, seppe rendere giustizia al monistero contro gli arbitrii di feudatari potenti che ne manomettevano i diritti; 4° che quel Bonifacio del Vasto, marito dell'Adelaide figlia di Manfredo, secondo o terzo degli Ardoini di Torino, marchese di Romagnano, genero del marchese Pietro, primogenito di Savoia, il quale occupò una parte del contado di Bredulo [illegible] un con quel di Auriate, fu pure sostenitore dei diritti del nostro monastero.

(1) A qual prosapia apparteneva quel conte potentissimo nel Piemonte? Non esito a credere che fosse degli antichi visconti di Baratonia. Il qual viscontado, istituito da Adelaide di Savoia, faceva parte dei comitati del Piemonte d'allora, che, per restringerci al Piemonte propriamente detto, erano di Asti, Auriate (cioè Saluzzo-Cuneo), Acqui, Bredulo (cioè Mondovì), Ivrea, Monferrato, Vercelli, ecc. Importantissimo era il viscontado di Baratonia, siccome quello che comprendeva fin da principio quella regione che si estende ai piedi del Montebasso sulla destra della Stura e contiene Balangero, Druento, Fiano, Givoletto, Mathi, S. Gillio, Villanova; e si protendeva poi persino a Villarfocchiardo e a Bussolino al di là della Riparia. N'era sede, e davagli il nome, Baratonia sulla sponda della Seronda, Clarumdam (forse Claramundam), grosso castello allora, ignobile villaggio oggidì. I suoi signori chiamavansi visconti, perchè *vicecomites* del conte e marchese di Torino. Questa famiglia formò vari rami. Apparteneva al principale il nostro Bruno, di cui ricorre menzione in parecchi documenti sincroni. *Bruno vicecomes* compare nella concessione fatta nel 1041 dalla contessa Adelaide di Savoia al monistero di Cavour di una deviazione d'acqua dal Pellice. *Historiae patriae monumenta chartarum*, I, 539. Signum manus Vitallini qui *Bruno vicecomes rogatus* leggesi nell'atto di fondazione e dotazione del monistero di Santa Maria di Pinerolo fatta nel 1064 dalla stessa contessa. *Ibidem*, p. 608-609. *Signum manibus Uuittelmi qui et Bruno vicecomes* sta scritto nella donazione del 1066 de' castelli e delle cappelle acquistate da quella contessa da Magno e suoi figli in Santo Stefano, ecc., alla chiesa vescovile d'Asti. Ib., p. 611. *Bruno vicecomes* ci si presenta nella donazione del 1068 fatta dalla stessa al monastero di San Pietro. *Savio*, luogo citato, p. 143. Nell'amplissimo privilegio del 1075 conceduto dalla contessa Adelaide al monistero d'Oulx leggesi: *Ot-Oca! vicecomites in Baratonio. Ulcensis Ecclesiae chartarium*, 89. *Bruno vicecomes* compare egualmente nella conferma fatta nel 1078 dalla medesima al monistero della Novalesa di antiche donazioni. *Mon. hist. pat.*, 657-658. Due altri documenti dello stesso secolo ci rivelano la figliuolanza di questo primo visconte di Baratonia conosciuto. Il primo è del citato cartario di Oulx, p. 123, ove *dominus Bruno iam saepe factus vicecomes cum filiis suis Marchione atque Octone* diede e confermò alla chiesa

Ignorando egli sul bel principio come correvano le bisogne, aveva sorretto nelle loro pretese Marchisio o Marchione ed Ottone od Oddone, figli del visconte Bruno di cui sovra; ma poi, informato del vero, prese a sostenere il monistero.

Queste cose spiegate e dilucidate, riprendiamo il filo del racconto.

Coi molti beni ottenuti, il monastero riceveva nell'anno 1079 dal vescovo di Torino Cuniberto, la metà di Carpice in un colle cappelle, beni, molini e parte di giurisdizione attinente, che le tante volte nominata principessa Adelaide aveva donato alla chiesa di S. Giovanni di Torino. Quindi dall'esercizio di tali diritti

---

di Oulx beni e poderi che i visconti avevano a Villarfocchiardo. Il secondo è l'accennato documento pubblicato dal Savio, l. c., p. 144. Ivi peraltro, nel leggere le parole *per manum Vitelmi fratris Marchisii:* ed osservato che un Vitelmo o Guglielmo fu vescovo di Torino di quei giorni, quasi riterrei si dovesse egli ascrivere ai visconti di Baratonia, non ultima delle ragioni della asserta potenza del Bruno suo padre *in curia.* Una mano sacrilega avendo lacerato dal volume di genealogie ora segnato col N. 2, manoscritto dell'illustre Terraneo della Nazionale di Torino, la pagina contenente la genealogia di quei visconti accennata nell'elenco precedente quel volume, e che io sono dolente di non aver trascritto quando, nel 1862 ne feci l'esame per la compilazione della vita di quell'autore, riesce a renderci perciò privi dei frutti da lui raccolti in proposito. Il perchè a poco si riducono le memorie su quei visconti, tanto più non essendo accessibile l'archivio dei conti Arcour di Torino, ove dovrebbero conservarsi le carte di quell'antichissima famiglia torinese. Nel 1151 Guido, conte del Canavese, consegnava in pegno ad Enrico ed Ottone, visconti di Baratonia, Balangero e la valle di Mathi per la somma di cento lire segusine. Questo Enrico nel 1196 dava una capanna di cacio (cellam) ed un'alpe chiamata la Rocchetta in Usseglio a Guido abate di San Giacomo di Stura. Nel 1201 ai 3 settembre stando al rezzo dell'annoso e leggendario olmo avanti la chiesa di Villarfocchiardo, faceva dono alla canonica d'Oulx *pro mercede animae suae et patris et matris suae antecessorumque suorum* d'ogni diritto su taglie e sui matrimoni delle figlie dei suoi sudditi. *Ulciensis ecclesiae chart.*, p. 164. E con altro atto dello stesso dì, e fatto pur sotto quell'olmo, donava ad Oulx ogni diritto di decima che gli competeva sui canonici di Villarfocchiardo. Ib., p. 165. Riquelda, forse sua figlia, sposava in quel torno Guglielmo de' Falconeri, sire di Trana e Cumiana. Nell'agosto poi del 1203 esso Enrico rinunziava al vescovo di Torino ogni sua ragione su di una bealera proveniente dalla Stura sino al molino della Macra di S. Martino di Lirano. Nel 1222 Eufemia, vedova di questo visconte Enrico di Baratonia, coi figli Valfredo e Guglielmo, faceva generosa donazione alla canonica d'Oulx di poderi e decime loro spettanti a Villarfocchiardo e Bussoleno. *Ulciensis ecclesiae chartarium*, p. 121. Il Guglielmo compare testimonio ad una donazione ad Oulx fatta nel 1223 dal Delfino di Vienna.

provenivano le solite facoltà annesse loro, di concedere le investiture ai subfeudatari. E così troviamo che nel 1138 l'abbadessa Onoria investiva Ciselmaro e Pagano de' Becchi (una delle famiglie di ottimati di Torino che già fioriva nel secolo XI), di alcune tavole di vigneti sui colli di Torino nella regione di Pulisello, da tenersi sino alla terza generazione, col canone di dodici danari all'anno (dunque nella collina torinese già nel secolo duodecimo allignavano le viti).

Coi principi gareggiavano i potenti a favorire il nostro monistero. Il diciotto agosto del 1170, Rolando ed Amedeo figli di Benso degli antichi signori di Scarnafigi, cedevano al monistero i beni che essi ivi tenevano in feudo dal medesimo.

Ib, pag, 42. Giacomo nel 1266 veniva investito dal vescovo Gaufrido di Torino di quanto possedeva in Viù, Varisella e di un molino a Pianezza. Nel 1303 Giacomo, con Martino di Balangero, amendue visconti di Baratonia, facevano omaggio al vescovo di Torino della metà di Lemie ed Usseglio. Il 12 aprile del 1305 in Asti, alla presenza di Guglielmo di Montbel, cavaliere, di Richelino Duc, Guglielmo Provana, giureconsulto, Martino d'Agliè e Tagino Zucca, Filippo di Savoia, principe di Acaia, investiva in feudo nobile Martino di Balangero, visconte di Baratonia, della quarta parte di quel castello e giurisdizione e di due della villa di Fiano, e Vieto di Baratonia e Jacopo di Viù, visconti di Baratonia, della villa ed uomini di Fiano. Archivio di Stato, protocolli dei notai ducali. Franceschino di Baratonia compare nel sussidio dato nel 1312 al principe *pro eundo versus Imperatorem*. Ib. Nel 1338 Michele, Giacomo, Vito o Victorio e Merlone di Baratonia venivano investiti dal principe Filippo di Acaia di Viù con altre terre. Nel 1344 Micheletto di Baratonia, coi fratelli ottenne investitura di qualche parte di Viù, poichè un quarto di questo era stato, sin dal 26 novembre 1338, alienato ai Giusti di Susa dai fratelli Antonio, Oberto e Bartolomeo fu Franceschino di Baratonia. Nel 1365 Michele di Baratonia veniva investito dal vescovo della terza parte di Usseglio. Nel 1385 Ugoneto otteneva la podesteria di Lanzo. Nel 1414 vivevano Niccolò e Giovanni di quei visconti. Ignoro se la famiglia intiera di quegli antichi visconti, certo che il ramo principale estinguevasi alla metà del secolo XV. Tommaso, visconte di Baratonia, ebbe una figlia sola, Eleonora, che sposava Guglielmo d'Arcour, degli antichi Arcatori di Torino, discendente da un Guglielmo, signore di Novello e Monchiero, e poi divenuto signore di Altessano, ecc. Questo Tommaso veniva ad acquistare il contado di Baratonia; e così tutte le carte che lo risguardano, non comunicandosi ad alcuno, resteranno incolumi dalle mani rapaci. È vero che rimangono anche sottratte alle indagini della scienza, e viene così tolta quella gloria che ne potrebbe derivare a quell'illustre famiglia nostra, ma molti sono d'avviso che ciò poco monta, e che società e famiglie progrediscono ugualmente senza simili lustre.

Così del paro Manfredo e Guglielmo di Macello, signori di quel luogo e di Bricherasio, conferivangli le ragioni loro competenti su quel feudo.

Il nostro repertorio ci dà pure l'unica pergamena che per caso ne fa parte, e che è una donazione fatta a quel monastero il 13 febbraio del 1173 da Stefano de'Molini e dalla sua consorte Giordana, di tutti i possedimenti da loro tenuti nella regione di Fenestrelle posta oltre Po nella parrocchiale di Sassi; e che con tutte le sgrammaticature attestanti l'imperizia del notaio del sacro palazzo Attone, qui darò in nota (1).

L'accennarsi quivi, come in altro documento, che l'esiguità dello spazio non ci consente di pubblicare, alle fanciulle che teneva il monistero, che anzi da esse prendeva la denominazione *Sancti Petri Puellarum*, assoda che il medesimo era consacrato appunto all'educazione delle zitelle.

Qui anche è pregio dell'opera di accennare ad un documento importante pel monastero, che è la conferma fatta il 24 dicembre del 1191 dal vescovo di Torino Arduino dei conti di Valperga, delle decime di Scarnafigi antiche e recenti, e dei privilegi conceduti dal vescovo Amizone succitato.

Se dobbiamo essere grati all'autore del nostro repertorio per le molte (e sono quasi le sole) notizie forniteci sul nostro mo-

---

(1) Presencia bonorum hominum quorum nomina subter leguntur. Stefanus de Molinis et conius sua Jordana filia Constantini de Molinis fecerunt finem et pacem et transaccionem auersus missis ab eclesie sancti Petri puellarum nomine illorum rolandus presbiter et benedictus presbiter capellanis predi (*sic*) monasterii. et pro viginti et duos solidis secusiensis de omnia que abebant et tenebant et que debebant abere a parte predicti monasterii sancti Petri et masuras que iacet in Fenestrellas. predictus Stefanus et sua conius iordana fecerunt finem et pacem sicut scriptum est. et hoc per sacramentum spontanea bona voluntate sicut superius est nominati et denotati per singula prefato stefano et (?) sua conius. iordana iurauit per sancta dei euangelia uterque. per singula ut debent tenere sicut scriptum est omni tempore et remmouere non debent et caluniare fecerunt per se nec pro heredibus illius auersus predicti monasterii nec auersus suis missis de predicti monasterii. Si uero quodvis ingenii nos Stefanus et Jordana et heredibus voluerint corrumpere uel frangere unde permanserint sicut scriptum est.

Nos Stefanus et Jordana penam ponamus in omnibus rebus nostris solidos centum secusiensium monete. inde fuerunt testes presbiter rolandus presbiter benedictus peri camerarii boniohannes Engelus. Obert Ailbert Cornalla Capel Gosbertus penalginis. anno dominice incarnacionis millesimo centesimo LXX. tercio idibus februarii indicione VI.

Ego Atto notarius sacri palacii scripsi. (*S. T.*) Presso l'autore.

nastero, non possiamo menargli buoni i notevoli errori d'interpretazione di fatti e nomi attinenti alla storia, in cui egli incorse di quando a quando. Ecco un altro grave abbaglio che devesegli ascrivere qui. Era vescovo di Torino dal 1202 Jacopo I, dei signori di Carisio nel Vercellese, il quale usava intitolarsi *Jacobus sola divina miseratione episcopus*, senza punto aggiungere il compimento della consueta frase *et apostolicae sedis gratia*. A questo proposito giova premettere ed avvertire cogli scrittori di cose ecclesiastiche, come sino dal secolo XI venisse usata tale formola, che nel XIV fu estesa a tutti i vescovi, massimamente dacchè frequenti e gravi scismi, i quali dall'undecimo al decimo quinto secolo funestavano la Chiesa, obbligarono i papi a procurare di assicurarsi che i vescovi fossero eletti nell'unità di essa. Nel secolo XIII a cui apparteneva il vescovo di Torino in quistione, i vescovi che erano eletti per consenso universale dei canonici non si intitolavano *Dei et apostolicae sedis gratia*, ma quelli soltanto, la cui elezione essendo controversa e devoluta alla giurisdizione di Roma, venivano da questa per dispensa e sentenza confermati nella loro sede.

La frase poi *miseratione divina episcopus* risale ai secoli decimo ed undecimo, nei quali l'usarono vescovi greci e latini; donde, al dir dello Zaccaria nella sua lettera al cardinale Quirini presso il padre Calogerà, passò agli arcivescovi di Ravenna, poi ai vescovi francesi e a quei di Germania. Ma è anche vero che il nostro vescovo Jacopo di Carisio aveva fatto un passo ancor più avanzato, volendo col suo formolario dichiarare che *sola divina miseratione* egli sedeva sulla cattedra di S. Massimo, quasi gli premesse dimostrare che a nessun' altra autorità egli andava debitore della dignità conseguita. Comunque ne sia, a tutte codeste osservazioni non pose mente l'Autore del nostro catalogo, che da tale locuzione fu tratto nell'errore persin ridicolo di scambiare l'aggettivo *sola* col cognome imaginario del vescovo Giacomo, ch'egli di sana pianta fece discendere da una famiglia Sola, tutta di sua creazione.

Ma facendo astrazione da questi lepidi svarioni giova avvertire che il tredici marzo del 1213 il monistero riceveva donazione di trenta giornate di terra presso Scarnafigi da Ottone, Raimondo e Guglielmo marchesi di Busca, i quali verosimilmente erano figli del marchese Balangero, ed autori di altrettante linee di quegli antichi nipoti del famoso Aleramo. Anche Federico II

allor ancora sol re de' Romani, il quattordici marzo del 1219 prendeva sotto la sua protezione il monistero, concedendogli una delle solite sue carte di salvaguardia de'beni e delle persone che ne dipendevano.

Certamente che il monistero non poteva lagnarsi del suo stato temporale, accresciutogli anche dalla sua reggitrice l' abbadessa Bentivegna, figlia di Enrico Maltraverso, uno dei consoli maggiori o di prima classe della nostra città (1), la quale gli diè poderi esistenti nella regione torinese, che fin da quel secolo XIII chiamavasi del Salice: e finì per lasciarlo erede delle sue sostanze. Ma questi favori non conferivano troppo all'incremento de'principii morali; e forse l'età d'oro di quell'Istituto era già irrevocabilmente trascorsa. Una bolla del 7 aprile 1231 di Papa Gregorio IX ingiungeva al preposito di Chieri di compellire due di quelle monache renitenti all'obbedienza inverso l'or accennata abbadessa, la quale, esauriti i mezzi di raffrenamento, più non era in grado di mantenerle nello stato lor proprio di sottomissione.

Oltracciò i beni temporali cagionavano i soliti fastidi che sogliono recare i possedimenti (2). Ma, più che questi, potevano

---

(1) Il catalogo riferisce il suo testamento al 14 novembre 1214, e pare che avesse due sole figlie, la Bentivegna e Matilde che a lei premoriva, e che concorsero ad arricchire il monastero di S. Pietro.

(2) Molti ancora furono i generosi donatori di quel secolo e del principio del successivo. Corrado Beccuti, di una delle famiglie degli ottimati di albergo od ospizio di Torino, il 12 febbraio 1255 col suo figlio Oberto, arcidiacono della cattedrale, cedeva al monistero ogni ragione che aveva sulla chiesa di Macello. È noto che i Beccuti coi Gozzani e Della Rovere dividevano l'onore di portare il baldacchino nelle funzioni solenni. Avevano il palazzo più elevato di tutte le altre. Nel 1230 *Raynerius Becutus* era chiavaro del Comune *pro hospiciis*. Ma la suddetta proprietà in Macello procurava al monistero disturbi, e nel 1231 l'abbadessa Leonetta di Burio doveva implorare la protezione del conte Amedeo di Savoia, il quale il 14 giugno di quell'anno concedeva una salvaguardia a favore di quella proprietà. Nel 1288 Sofia de' marchesi di Ceva dona tutti i suoi beni, e pare che indi si facesse monaca, giurando di osservare la regola di S. Benedetto; e veniva dall'abbadessa Sibilla preposta al governo de' beni di Scarnafigi. Poi, nel 1296, il vescovo di Torino Goffredo di Montanaro donavagli le decime che aveva in Macello. Ed anche nel pacifico godimento di questi beni le monache di S. Pietro non erano lasciate dai Cinzani di Barge consignori di Scarnafigi, poichè l'abbadessa Sibilla era forzata di ricorrere al vicario di Torino, il quale agli 11 di aprile del 1305 ingiungeva a Folchino, Giacomo

riputarsi gravi quelli che dovevano provare i superiori a cagione dell'indisciplina la quale aveva al certo subìto scosse alquanto violenti.

Togliesi infatti dal nostro indice che l'abbadessa Emilia, succeduta alla Sibilla dei Villa nel 1336 stavasene assente; e tuttochè quelle suore non fossero vincolate alla rigorosa clausura, nondimeno la lontananza di colei che era investita del primario uffizio poteva essere d'inciampo all'andamento di quell'amministrazione. Il ventuno giugno di quell'anno adunque Guido Canale vescovo di Torino era costretto di deputare Matildina di Castelnovo a vicaria ed amministratrice del monastero per supplire alla assenza della badessa.

E risultanza di codesto stato eccezionale del monistero è quanto ci viene a rilevare un importante documento dell' otto giugno dell'anno 1376. Esso si riferisce alla visita fattavi dal vescovo di Torino Giovanni dei signori di Rivalta, pastore zelante quant'altro mai del bene spirituale del suo gregge. Avendo egli proceduto alla visita del monastero, vi dovette riconoscere rilassata assai l'osservanza della regola monastica, giacchè altrimenti non avrebbe fatto all'abbadessa Leonetta Provana il rigoroso monito di tenere per l'avvenire ben chiuse le porte di quel sacro asilo, *neque ulterius aliquem laycum intrare* (1). Scorgesi inoltre dalle prescrizioni di quel vescovo che si avesse a camminare per l'avvenire con cautela, sia che si trattasse di laici, sia che si trattasse di ecclesiastici. *Et si aliquis laycus vel religiosus venerit ad ipsum monasterium ad loquendum cum aliqua moniali debeat ipsa domina abbatissa dare aliquam sociam quam eliget, que cum alia moniali vadat ad loquendum illi qui venisset ad loquendum tali moniali ad ostium vel fenestram dicti monasterii non intus. Item si aliquis iuvenis laycus venerit ad loquendum alicui moniali palam vel occulte debeat ipsa domina abbatissa infra quatuor dies notificare nomen dicti layci eidem domino episcopo.*

---

e Merlino de' Cinzani di astenersi dal molestare quelle monache nel possesso delle decime di quel luogo. Questi Cinzani appartenevano agli antichi feudatari di Barge, ed erano divisi in varie stirpi coi nomi di Achiardi, Anselmi, Catalani, ecc. Tutti innalzavano per arma lo scudo trinciato di rosso e d'oro.

(1) Chiuso, *Saggio di antichi documenti dell'archivio arcivescovile di Torino*. Miscellanea di storia italiana, XVIII, p. 492-493.

Sembra proprio che in quelle mura la disciplina e l'osservanza delle regole monastiche avessero perduto dell'antico loro vigore, poichè ciascuna di quelle suore facevasi una legge a sè. E valgane ad esempio quest' altra prescrizione. *Item praecepit idem episcopus eidem dominae abbatissae et caeteris monialibus presentibus et audientibus quod omnes dormire debeant in eodem dormitorio exceptis domina abbatissa et domina Leoneta, que simul possunt dormire in eorum camera.*

Se l'opera di Giovanni di Rivalta, riformatore a quei dì della disciplina ecclesiastica e vindice dei diritti della Chiesa, operò fra noi quel bene che fa ad un campo tra i calori estivi un venticello fresco ed amico, ravvivando, vivificando semi, fiori e piante, non sappiamo se questo ragionamento si possa applicare al monistero di S. Pietro. Ci si consenta di dubitarne, anche relativamente a ciò che ci occorrerà di esaminare ed allora, e posteriormente a quell'epoca, tuttochè per l'indole del nostro paese sempre temperato, si debba dichiarare che a Torino non si ebbe a sancire quella legge del 1349 che Venezia votava *contra illos qui committunt fornicationes in monasteriis monialium ducatus Venetiarum*. In quanto a quei tempi adunque, o non molto dopo, scorgiamo solo che quelle suore non astrette a clausura, vagavano un po' troppo liberamente per la città, e ciò non senza gli inconvenienti propri de' tempi sciolti e licenziosi. E nel 1385 appunto troviamo un tal Giovanni Mussato tassato nella multa di sette fiorini e mezzo d'oro per aver fatto cadere maliziosamente la suora Alessina degli Aimari. I documenti però tacciono se altre volte l'austera figura del magistrato abbia dovuto comparire in quel mistico ovile della Chiesa.

In tal guisa volgevano le cose sullo spirare del secolo XIV e all'apparire del seguente, nel quale proseguiva la lotta cagionata dalle perenni contestazioni per i beni stabili di cui godeva il monistero, specialmente per quelli tenuti a Macello, focolare di acerbe questioni (1). Ancora nel 1444 scorgiamo il papa, cioè

(1) Il 26 ottobre del 1402 l'abbadessa Gibellina Provana veniva condannata da Niccolino Beccuti, vicario generale del lodato vescovo di Torino Giovanni di Rivalta, a soddisfare al Capitolo Metropolitano il residuo delle decime dei beni del monastero soggetti alla decima. La sentenza fu pronunciata nello stesso duomo torinese, sedendo quel vicario su di un banco pro tribunali. Cfr. Bosio nell'illustrazione al Ped. Sac. del Meyranesio.

l'antipapa Felice V essere costretto a delegare l'abate di S. Solutore a definire le differenze che si agitavano tra l'abbadessa Alessina Borgese e Bonifacio Solaro signore di Macello. Nel 1462 poi abbiamo a notare una delegazione fatta da Paolo III nel prevosto del duomo di Torino per conoscere differenze che vi erano tra il monastero e il nobile torinese Domenico Scaravello (1).

Ma ben più gravi io trovo le contestazioni, di cui ci rende ragione il nostro repertorio, e che attenendosi ad ordine morale servono a denotare come questo fosse assai depresso.

Avevano a quei dì il sopracciò in quel monastero Leonetta ed Antonietta, della famiglia forse Peletta di Buri, delle quali la seconda giunse ad ottenere la dignità abbaziale. Senonchè sembra che quell'offizio non si fosse ottenuto così alla piana. Infatti una transazione del 23 maggio del 1478 ci apprende che una di quelle monache di S. Pietro, cioè Leonora de' Balardi da Avigliana, mosse lite all'Antonietta, appunto per pretese da lei accampate in riguardo di quella carica; e costei fu tenuta a soddisfarla nelle sue domande, mediante certe condizioni a cui l'altra acconsentì. E si vede che la contesa erasi protratta per ben tre anni, cioè dal 19 novembre 1475, nel quale Michele Garino curato della parrocchiale di S. Dalmazzo avevala messa in possesso di quella dignità. Nel 1484 poi, o che l'abbadessa Buri già fosse passata al luogo dove l'umana miseria *non ci tange*, o che fosse trascorso il tempo del rettorato di lei, già aveva conseguito quella dignità la Leonora Balardi. Ma, secondo avviene molte volte, i gradi cotanto ambiti, o si tengono con molti fastidi ed affanni,

---

(1) Questo Domenico Scaravello, figlio di Guglielmo, vercellese, fu il primo de' suoi venuto a stabilirsi a Torino, e forse perchè nel 1438 aveva sposato Caterina de' Podio, figlia ed erede di un ricchissimo e de' principali medici di Torino. Maestro Giovannetto di Podio nel 1385 era fisico nella nostra città. Nel 1394 il Consiglio « *super requisitione magistri Aventurini de Podio cirogichi; dentur ei de avere Comuni florenos* 10 *in auxilium eundi ad discendum artem phisicam.* » Ordinati del Municipio. Nel 1450 Domenico Scaravello ottenne la cittadinanza torinese. Così il Chiesa nel prezioso volume autografo di memorie delle famiglie nobili subalpine posseduto dall'autore. Soggiunge il Chiesa che Domenico morì nel 1481, ma è lecito dubitarne, considerando il tenore del documento accennato dal nostro repertorio. Egli aveva sposato in prime nozze l'accennata Caterina de' Podio ed in seconde Dorotea Ferraris, donde ebbe numerosa figliuolanza. Gli Scaravelli ebbero poi elevati uffici giuridici; noverarono parecchi cavalieri di Malta, e furono investiti di parte di Lovencito, Moriondo, Givoletto ed Altessano.

da scemare la massima parte della soddisfazione provata nell'averli conseguiti, od anche può avvenire che si abbiano a dimettere quando chi li ha men se lo possa imaginare. Il nostro indice accenna al Breve del 24 febbraio 1497 con cui Alessandro VI concedeva a quell'abbadessa di far rinunzia di quella dignità, riservandosi soltanto alcuni redditi vita sua naturale durante. Alla Eleonora Balardi succedeva Clara, dell'antichissima prosapia dei vercellesi signori di Buronzo, famiglia che a quei giorni aveva anche altra monaca di S. Pietro, poichè la maggior parte di quelle suore appartenevano a nobile lignaggio, ed erano ancor sufficientemente numerose, come ci rivela un documento sincrono (1).

Ed eccoci al secolo XVI, ultimo dell'esistenza del nostro monistero, secolo che nell'Italia uscente dal medio evo ebbe ad annidare più che mai la corruzione, che colla soggezione straniera fecondò con deplorevole rigoglio. Che se a quei giorni si notano ancora sollecitudini di privati, non più di principi, ad arricchire il monistero, tramandateci dal compilatore del catalogo, non si ha difficoltà di scorgere da occhio indagatore apparire, anzi già essere radicati i segni precursori del suo decadimento.

Il diciassette aprile del 1506 noi vediamo Giulio II farsi a delegare il vescovo d'Ivrea ed i prepositi di Moncalieri e Pinerolo a compellire i ritentori di beni di quel monastero a restituirli senz'altro. Ma si teneva poco conto del precetto pontificio: e pochi giorni dopo lo stesso papa era inesorabilmente costretto a fulminare un monitorio contro i ritentori, non solamente di beni stabili ma persino mobili. E forse allo scopo religioso dell'istitu-

(1) È del gennaio 1495; e ce ne ha lasciato notizia l'erudito Giuseppe Agostino Torelli nel suo ragionato *Elenco manoscritto dell'archivio dell'antichissimo monastero torinese di Santa Chiara*, ove si ha indizio dello stato della comunità religiosa di S. Pietro in quell'anno. Trattasi di una ratifica fatta dal capitolo del monastero di un acquisto di stabili e seguita nella sala nuova di questo. Le suore presenti al capitolo furono tredici; e formando esse oltre le due parti del totale, lascia supporre che esse fossero diciotto. Eccone i nomi: Leonora de' Balardi, abbadessa, Agostina di Buronzo, Clara di Buronzo, Caterina de' Placentini di Avigliana, Lucia di Montbrun, Gasparda dei Borgesi torinesi, Giovannina degli Anselmetti di Giaveno, Margherita de' Ballardi di Avigliana, Battistina di Campiglione, Beandixia de' Barberi di Villafranca, tutte monache velate, cioè professe, e Leonora della Riva di Vigone, Giovannina de' Molarii di Torino, monache non ancor velate.

zione erano meglio adoprate le cure per ottenere beni spirituali. Effetto di queste si fu l'aggregazione ottenuta dal monistero alla religione francescana, e procuratagli il due luglio 1508 da frà Giacobino vicario generale di quell'Ordine.

Ma allorquando per un' istituzione è suonata l'ultima ora, tuttochè non appaia troppo nel suo esteriore ai meno veggenti, a nulla più valgono i favori, le rimunerazioni e le lodi che se le vogliano prodigare. Così ci sembra di avere da lunga mano intraveduto in riguardo del monistero di S. Pietro, che non avevano al certo potuto favorire le dovizie accumulate e quei tratti d'indisciplina, quelle gare vanitose che si vedevano serpeggiare e ripullulare non appena erasi tentato di sradicarle. Il secolo di cui favelliamo ce ne somministra più di un esempio. Nel 1512 noi leggiamo accennato nel nostro catalogo un decreto di assoluzione dalla scomunica nella quale era incorsa l'abbadessa Dorotea Vagnone, degli antichi signori di Trofarello, succeduta all'anzi accennata Clara di Buronzo, e ciò in pena di aspre contese che aveva sostenuto con Andreetta della stessa prosapia dei Vagnone, sua competitrice, per conseguire quella dignità. Nè quel piato era così lieve, per quanto ci sia dato di scorgerlo circoscritto nello stretto limite di un indice. Infatti ritroviamo che il 24 gennaio dell'anno successivo Guglielmo Cassatore, delegato apostolico, era incaricato di concedere le consuete inibizioni di molestia all'Andreetta Vagnone pel fatto di quelle divergenze. Così del pari il 19 giugno del 1515 Giovanni Stafileo, nobile di Trau, vescovo di Sebenico nella Dalmazia (è l'autore del libro: *De gratiis expectativis*), uditore e delegato apostolico, doveva pronunziare sentenza sulle stesse differenze. Nè qui finivano le contese. Il 23 agosto del 1521 Leone X era chiamato ad approvare la transazione seguita tra quelle due monache; anzi tredici anni dopo, il litigio non era puranco risolto. Infatti il 30 novembre 1534 Guglielmo Cassatore sovr'accennato, nella sua qualità di delegato apostolico, pronunziava una seconda sentenza su differenze ripullulate tra le due contendenti, e questi finiva, non per dar ragione all'abbadessa Dorotea Vagnone, ma sibbene all'emula sua, che un documento posteriore ci dà abbadessa di S. Pietro, e serve ad avvalorare quella sentenza. Bastano questi attriti fra persone che dovevano essere animate da tutt'altro spirito, ed edificare col loro esempio ed annegazione, per darci autorità a pronunziare un verdetto sfavorevole ad un'istituzione che si di-

mostrava alla vigilia del suo occaso. Insomma nel nostro monistero si possono per metafora applicare i noti versi del poeta ove dice che

> . . . . . La buona pianta
> Che fu già vite ed ora è fatta pruno.

Il male epidemico del tempo avevalo colpito: il tronco dell'annoso albero di quel sodalizio era corroso dal tarlo e doveva inesorabilmente cadere in frantumi. Era la conseguenza in massima parte di un secolo fiacco, tempestoso, che assai potè sui costumi, e specie fra noi, dove si notano ripetutamente divisioni, tradimenti e servitù, ove si vide pur la vigoria degli uomini delle età precedenti sconvolgersi ed arruffarsi stranamente. Fu allora che, considerando specialmente la vita del pensiero nelle sue attinenze colla religione e colla morale, noi scorgiamo trasfondersi nell'Europa, il rinascimento dell'umanesimo, pel quale si ebbe un vero delirio, e farsi strada una troppo presuntuosa indipendenza del pensiero umano che agitò stranamente le menti ed un germe nuovo di disarmonia e di lotta occulta tra la vita religiosa e la vita civile de' popoli. Le forze vere o temibili della riforma protestante avevano operato con gagliardia; l'eresia luterana erasi rapidissimamente dilatata ed aveva potuto assai sugli animi infiacchiti. Che se non eravi paragone tra noi a quanto succedette altrove, nondimeno se la procella fu meno violenta, non lasciò di nuocere alle piante che ne rimasero colpite. Non bisogna dimenticare i fatti che sono esposti in una importantissima lettera inedita scritta da Fossano il 24 agosto 1562 dal duca Emanuele Filiberto al cardinale Bobba, nella quale deplorava il progresso che andava facendo l'eresia luterana in alcune città del Piemonte, e specie in quelle che avevano ricevuto presidii di soldati di ogni fede. « Già si è visto in Chieri, così scriveva l'eroe di S. Quintino, li crucifissi appiccarsi per la gola in piazza e ridersene di giorno coloro che tanta impietà et scelleraggine havevano commesso di notte. Non se ne fece tanto a Lione infino al giorno della rivolta, tuttochè agli Ugonotti fossero già apertamente concesse le prediche e le scene » (1). Avventuratamente a ringiovanire e ravvivare nella chiesa militante le sue antiche istituzioni, noi scorgiamo sorgere

(1) Archivio di Stato. Roma. Lettere ministri, mazzo III.

in quel secolo nuove trasformazioni del monachismo, noi vediamo iniziate provvide riforme di monaci e frati, nuovi ordini religiosi, utilissimi a rimarginare le piaghe aperte.

Che se la nostra città non potè al certo, ned allora, nè dopo avere un gineceo, pari a quello che era stato fondato a Prato dai severi ed esemplari frati di S. Marco di Firenze, ove le suore addette ebbero a rendersi chiare, non solo per la santità della vita, ma sì ancora per le arti che vi coltivavano, quali la pittura, la miniatura, la plastica e la poesia, nondimeno sorse l'istituto che meglio potè sostituire quello cadente di cui abbiamo sin qui discorso.

L'Ordine nato dalle ruine del monistero di S. Pietro venne dalla non lontana città di Vercelli.

E qui non tornino discare poche linee, dettate con sentimenti di compiacente affetto inverso pietose reminiscenze famigliari di oltre mezzo secolo fa che ci legano al sodalizio delle canonichesse lateranensi di S. Croce, e che furono quelle che surrogarono le antiche monache di S. Pietro nell'istruire ed insegnare alle nobili zitelle torinesi i rudimenti delle lettere ed ogni ragione di lavoro donnesco.

Scrisse il canonico Chiuso che nel 1560 il monistero di S. Pietro fu congiunto a quello di S. Croce, cioè delle canonichesse lateranensi introdotte nel 1556 (1). Il repertorio ci fornisce diverse risultanze. L'origine sua, secondo i documenti ordinati nel nostro catalogo, proviene dall'atto di liberalità di una gentildonna che apparteneva ad una delle più cospicue famiglie torinesi, la quale scorgendo che le monache di S. Pietro erano omai impari ai bisogni di quei tempi cercò di provvedervi colla introduzione di quelle canonichesse.

Beatrice, figlia di Urbano (secondo il catalogo) de' marchesi di Romagnano (2) con istromento suo del due aprile 1533, donava loro una sua casa in Torino presso le mura, col patto che

(1) *Saggio di antichi documenti dell'archivio arcivescovile di Torino*. Miscellanea di storia italiana, XVIII, p. 492.

(2) È però bene avvertire che nelle molte genealogie dei Romagnano esaminate non ci siamo incontrati in alcuno del nome Urbano datoci dal nostro indice. Il Chiesa per altro, che scrisse ottant'anni dopo (*Corona Reale*, II, 215), accenna « a suor Beatrice figliuola di Urbano Romagnano e terziaria di S. Francesco. » Anche il Boccard fa parola di Urbano, forse sfuggito ai genealogisti consultati.

dovessero innalzare un monistero col titolo della Misericordia. Ed un anno appresso Gabriele di Gattinara, definitore generale della congregazione lateranese di quei canonici, concedeva alle monache vercellesi la facoltà impetrata. Unitamente all'approvazione del superiore di quell'Ordine, seguivano, il 22 luglio 1538 quella di Antonio vescovo Albanese, poi il 30 agosto del 1543 l'altra del cardinale Ranuccio di S. Angelo, con cui di mandato di quel papa, prescriveva che le monache agostiniane di fresco introdotte a Torino dovessero vivere sotto la direzione de' canonici regolari. Nel 1552 esse avevano già soggiorno ordinario di abitazione, poichè accenna il nostro documento ad una transazione seguita il dodici maggio di quell'anno fra Angela Stilia priora del monistero di Santa Croce, ed Agostina Revelli a cagione d'un muro dividente l'orto di questo dalle altre monache. Finalmente lo stesso catalogo fissa la consacrazione della loro chiesa di Santa Croce al 16 maggio 1558.

Queste notizie premesse, ecco il poco che ancor ci rimane a dire del monistero di S. Pietro. Con Brevi degli anni 1552 e 1556 Giulio III, forse nel pensiero di puntellare ancora l'edifizio che minacciava ruina, ingiungeva all'abate di S. Giusto di mantenere quel monistero nella indipendenza diocesana, nonostante le pretese di Cesare Cibo arcivescovo di Torino, e si faceva altresì a confermare gli antichi privilegi accordatigli dai suoi antecessori.

Scrisse il Cibrario (1), che nel 1560, le monache di S. Pietro, essendo ridotte al numero di tre, Pio V le unì al nuovo monistero delle canonichesse di S. Croce. Il catalogo invece riferisce al solo anno 1569 la bolla, colla quale quel papa aderendo alle istanze del duca Emanuele Filiberto, il quale ne lo aveva supplicato, aboliva definitivamente quel monistero.

Sembra da nuovi documenti de' quali non ebbero contezza gli scrittori che accennarono all'abolizione del monastero di S. Pietro, che già da parecchi anni prima si fosse trattato di farlo chiudere, e che forse la ragione impellente che finì per darvi la spinta fu l'edificazione della celebre nostra cittadella, imaginata dalla mente creatrice ed ordinativa del duca. Anzi devesi affermare che fu il municipio di Torino, il quale, stimando non potesse più essere di edificazione alla città l'esistenza di quel sodalizio, e

---

(1) *Storia di Torino*, II, p. 552.

non vedendo di buon occhio, che quella faccenda si avesse a risolvere tra il nunzio pontificio, l'arcivescovo e l'inquisitore, presentò senz'altro un memoriale al Duca. Ed egli, ambidestro qual era, non volendo avere soverchie brighe colla Corte di Roma, della quale aveva assai bisogno, in bel modo scansò di comparire come una delle prime parti in que' maneggi.

In quel documento il municipio di Torino osservava che: « non è utile nè onore alla città e cittadini che si ottenghi da S. S. la commissione alli signori nunzi, arcivescovi et inquisitori..... et è cosa sicura e conviene per servitio della fortezza della cittadella che il monisterio senza più lunga dimora si metta abbasso, e la città patirebbe troppo grande scandalo se si venisse a questi individui di torre informatione. »

Il municipio, considerando lo stato a cui era giunto quel monistero e non probabilmente, come asserì il Cibrario, ridotto a sole tre monache, faceva istanza che il provvedimento avesse ad esser preso subito. Anzi le parole testuali della rappresentanza accennavano all'abolizione, come castigo esemplare, ma insistevasi che non fossero quei prelati coloro che avessero ad immischiarsene, per evitare, altre parole testuali della supplica, « vergogna dei parenti et amici loro (cioè delle monache) e di altri molti quali potrebbero essere interessati a questo. »

E pur troppo, all'esempio di Venezia dove la vita sciolta in simili istituti è notoria, forse anche fra noi la vita mondana aveva invaso quelle mura e forse anco, come ci lasciò il Sanudo, *alcuni patrizi zoeni nel tempo che la badessa nova electa feva el suo pasto a la zelestia in monisterio con trombe e pifari serate balano tutta la notte con le monache* (1).

I nostri padri della patria pertanto ritenevano quell'affare della massima premura e proponevano nella stessa interessantissima rappresentanza che tosto si avesse a fornire il nuovo monistero di S. Croce dei beni reputati necessari, e che si aggrandisse in modo da renderlo capace « ..... farsi ivi un collegio da 150 a 200 gentildonne religiose e di vita molto esemplare, et perchè non gli è in questa parte di Turino altro monasterio di quell'Ordine, massime che possi ricevere le figliole de li gentilhuomini di Turino et dei castelli e lochi circumvicini, non acade

(1) Cronache, tomo VIII, c. 147, maggio 1509.

far dificultà di dare li beni di un monastero ad un altro maggiormente...., » (1).

Queste parole, poco favorevoli alle vestali torinesi, denotano adunque bastantemente le cagioni che sollecitarono l'abolizione di quel monistero che doveva ancora contenere certo più che sole tre monache, ed assodano indubbiamente che il medesimo, che documenti sino del secolo XII designano col nome di *monisterium puellarum*, attendeva propriamente all'educazione della gioventù nobile del nostro paese (2).

Finalmente con altro Breve del 1570, Pio V, poco fa accennato, conferiva alle monache di S. Pietro la facoltà di ritirarsi in casa de' loro congiunti, per finire quivi in pace i rimanenti giorni della loro vita; e delegava in pari tempo il nunzio, che era il vescovo di Mondovì, a concedere autorizzazione alle nuove monache di Santa Croce, di alienare qualche loro fondo, affine di poter soddisfare i debiti occorsi per le spese di primo stabilimento in Torino del loro monistero (3).

Ecco in tal guisa, tutto che senza la pretesa di avere ad esclamare con Tacito: *Nobis pleraque digna cognitu obvenere quamquam ab aliis incelebrata* (4), ordinata almeno col solo quasi sussidio di un semplice repertorio, l'ossatura del monumento storico del più antico istituto torinese di educazione femminile, che per lo spazio di ben circa otto secoli accolse nelle sue mura alcuni de' più prestanti nomi del patriziato subalpino (5)

(1) Archivio di Stato, fra le minute delle lettere di Emanuele Filiberto.

(2) E tal cómpito fu adempiuto sin verso la metà del secolo presente dalle canonichesse lateranesi, che sin dai primi tempi della loro istituzione ottennero favori dalla Corte. Già nel 1586 l'abbadessa Maria Gagliardi riceveva anticipazioni di somme dovute dal duca per la dozzena di giovanette da lui tenutevi. Nel 1590 erane educanda Anna di Racconigi, figlia forse di Bernardino di Savoia signore di quel luogo.

(3) I beni e casamenti del monistero di S. Pietro venivano posti all'asta il 14 marzo 1571 da Gio. Antonio Bellacomba dottore in leggi e procuratore delle monache di Santa Croce; e ne faceva acquisto mastro Antonio da Borne luganese, pel prezzo di scudi 1125. Dall'atto originale presso l'autore.

(4) Annali, lib. VI, c. VII.

(5) Sarebbe impossibile, e d'altronde sotto certi rispetti anche di lieve momento oggidì, ricordare i nomi delle suore d'illustre lignaggio che cinsero il sacro velo in quel monastero. Ci viene sott'occhio, e basti a saggio oltre il già esposto, ricordare a quei dì Ludovica, figlia di Galeazzo Della Chiesa di Saluzzo, podestà di questa città, e di Caterina Gaffurri delle si-

Altri, a cui la sorte voglia per avventura col tempo favorire di più, collo scovare o documenti o brandelli di carte sfuggite, sia alle ingiurie degli anni che a precauzioni soverchie, potrà essere poi in grado di supplire alle inevitabili lacune di questo scritterello, corroborarne ed emendarne le asserzioni e le imperfezioni.

---

gnore di Cervere. I documenti esaminati qui ci offrono quest'albo delle abbadesse:

10..-1017	Costantina.
1024-1062	Berta.
1066-1075	Romana.
1076-1122	Imilla.
1122-1123	Rolla.
1123-1176	Onoria.
1177-119..	Imilla.
1191-1230	Bentivegna de' Maltraversi di Torino.
1231-1260	Otta.
1261-1267	Leonetta di Buri, probabilmente degli astigiani Peletta, signori di Burio.
1268-1299	Margherita de' Borgesi di Torino.
1299-1316	Sibilla Villa.
1317-1343!	Emilia.
1343-1346	Eleonora di Loranzè.
1347-13..	Leonetta Provana.
1376-13..	Agnesina.
1387-1399	Leonetta Provana.
1403-1442	Gibellina Provana.
1444-1453	..... dei Borgesi.
1453-1475	Leonetta di Buri.
1475-1492	Antonina di Buri.
1492-149	Eleonora de' Balardi di Avigliana.
1497-1509	Clara di Buronzo.
1500-1521	Dorotea de' Vagnoni di Trofarello.
1521- ...	Andreetta de' Vagnoni id.

L' Accademico Segretario
GASPARE GORRESIO.

DONI

FATTI

ALLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

E

OPERE ACQUISTATE PER LA SUA BIBLIOTECA

dal 28 Aprile al 12 Maggio 1889

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

NB. Le pubblicazioni notate con un asterisco si hanno in cambio; quelle notate con due asterischi si comprano; quelle senza asterisco si ricevono in dono

Donatori	
Soc. scientifica Argentina (Buenos Aires).	Anales de la Sociedad cientifica Argentina, etc.; t. XXVI, entrega 6; t. XXVII, entrega 1. Buenos Aires, 1888-9; in-8°.
R. Soc. delle Sc. di Gottinga.	* Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften und der Georg-Augusts-Universität zu Göttingen; aus dem Jahre 1888, n. 1-17. Göttingen, 1888; in-8° gr.
R. Soc. Sassone delle Scienze (Lipsia).	* Abhandlungen der mathem.-phys. Classe derk. Sächsischen Gesellschaft der Wiss., n. 3, 4. Leipzig, 1888; in-8° gr.
J. V. Carus (Lipsia).	* Zoologischer Anzeiger herausg. von Prof. J. Victor Carus in Leipzig; XII Jahrg., n. 306, 307. Leipzig, 1889; in-8°.
Società italiana di Sc. naturali (Milano).	* Atti della Società italiana di Scienze naturali; vol. XXXI, fasc. 3 e 4. Milano, 1889; in-8°.
La Direzione (Parigi).	Annales des maladies de l'oreille, du larynx, du nez et du pharynx, etc., publiées par A. Gouguenheim; t. XIV, n. 4. Paris, 1889; in-8°.
La Direzione. (Parigi).	* Revue internationale de l'Électricité et de ses applications, etc.; t. VIII, n. 80. Paris, 1889; in-4°.

* Revista do Observatorio — Publicaçao mensal do imp. Observ. do Rio de Janeiro, etc.; anno IV, n. 3. Rio de Janeiro, 1889; in-4°. — Observ. imperiale di Rio Janeiro.

* Accademia pontificia dei Nuovi Lincei; anno XLII, sess. IV., 17 marzo 1889. Roma, 1 fasc. in-16°. — Accad. Pontificia de' Nuovi Lincei (Roma).

Atti dell'Accademia pontificia de' Nuovi Lincei, ecc.; anno XXXIX, Sess. 2, 3 e 4. Roma, 1886; in-4°. — Id.

Bollettino della Società generale dei Viticoltori italiani; anno IV, n. 8. Roma, 1889; in-8° gr. — Società dei Viticol. ital. (Roma).

Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani raccolte e pubblicate per cura di P. TACCHINI; vol. XVIII, di p. 3. Roma, 1889; in-4. — Società degli Spettr. ital. (Roma).

* Rivista di Artiglieria e Genio; vol. II, aprile 1889. Roma; in-8°. — La Direzione (Roma).

* Bollettino del R. Comitato geologico d' Italia; 2ª serie, vol. X, n. 1 e 2. Roma, 1888; in-8°. — R. Comitato geol. d' Italia

* Bullettino della Commissione speciale d' Igiene del Municipio di Roma; anno X, fasc. 3. Roma, 1889; in-8°. — Il Municipio di Roma.

* Atti della R. Accademia dei Fisiocritici di Siena; serie 4ª, vol. I, fasc. 1-2. Siena, 1889; in-8°. — R. Accademia de' Fisiocritici di Siena.

Bollettino dei Musei di Zoologia e di Anatomia comparata della R. Università di Torino; vol. IV, n. 53-61. Torino, 1889; in-8°. — Museo di Zool. e Anatomia comp. di Torino.

* Annali della R. Accademia d'Agricoltura di Torino; vol. XXX, 1888. Torino, 1889; in-8°. — R. Accademia d'Agricoltura di Torino.

* Giornale della R. Accademia di Medicina di Torino, ecc.; anno LII, n. 2, 3. Torino, 1889; in-8°. — R. Acc. di Medic. di Torino.

Consiglio Comunale di Torino — Resoconto dei lavori eseguiti durante la Sessione ordinaria d'autunno 1888 e le successive Sessioni straordinarie. Torino, 1889; 1 fasc. in-8° gr. — Il Municipio di Torino.

— Consiglio Comunale di Torino — 1888-89; IX, X, XI. Torino, 1888; in-8° gr. — Id.

Bollettino medico-statistico pubblicato dall'ufficio d'Igiene della città di Torino; anno XVIII, n. 7-10. Torino. 1889; in-8° gr. — Id.

Gazzetta delle Campagne, ecc.; Direttore il Sig. Geometra Enrico BARBERO; anno XVIII, n. 10, 11. Torino, 1889; in-4°. — Il Direttore. (Torino).

Il Club alpino italiano (Torino). * Rivista mensile del Club alpino italiano, ecc ; vol. VIII, n. 4. Torino, 1889; in-8°.

Soc. Meteor. ital. (Torino). * Annuario meteorologico italiano pubblicato per cura del Comitato direttivo della Società meteorologica-italiana; anno I-IV. Torino, 1886-89; in-16°.

La Direzione (Venezia). * Notarisia — Commentarium phycologicum, etc.; anno IV, n. 14. Venezia, 1889; in-8°.

L'Autore. Commemorazione di Giuseppe MENEGHINI letta alla Società geologica italiana dal Presidente Giovanni CAPELLINI. Bologna, 1889; 1 fasc. in-8°.

L'A. Report of the Central Park Menagerie, of William A. CONKLIN. Philadelphia, 1889; 1 fasc. in-8°.

L'A. Nuove aggiunte alla ittiofauna dell'epoca eocena; Memoria del Barone Achille DE ZIGNO. Venezia, 1888; 1 fasc. in-4°.

Id. — Antracoterio di Monteviale; Memoria del Barone Achille DE ZIGNO. Venezia, 1888; 1 fasc. in-4°.

Id. Sur une classe de surfaces, représentables, point par point, sur un plan; par M. J. GUCCIA. Paris, 1880; 1 fasc. in-8°.

Id. — Sur les transformations géometriques planes birationelles; par M. G. B. GUCCIA. Paris, 1885; 2 pag. in-4°.

Id. — Sur les transformations Cremona dans le plan; par M. G. B. GUCCIA. Paris, 1885; 4 pag. in-4°.

Id. — Formole analitiche di alcune trasformazioni Cremoniane delle figure piane (Estr. dai *Rendiconti del Circolo matematico di Palermo;* t. I, fasc. 1 e 2); 1 fasc. in-8° gr.

Id. — Teoremi sulle trasformazioni Cremoniane nel piano: Nota del Dott. G. B. GUCCIA (Estr. ibid., t. I, sed. del 14 giugno 1885 e 7 febb. 1886); 1 fasc. in-8° gr.

Id. — Sur une question concernant les points singuliers des courbes algébriques planes; par M. G. B. GUCCIA. Paris, 1886; 3 pag. in-4°.

Id. — Generalizzazione di un teorema di Noether; di G. B. GUCCIA (Estr. ibid., t. I, fasc. 3); 1 fasc. in-8° gr.

Id. — Sulle superficie algebriche le cui sezioni piane sono unicursali; Nota del Dott. G. B. GUCCIA (Estr. ibid., t. I, seduta del 13 giugno 1886); 1 fasc. in-8° gr.

— Sulla riduzione dei sistemi lineari di curve ellittiche, e sopra un teorema generale delle curve algebriche di genere p. (Estr. ibid., t. I, fasc. 4); 1 fasc. in-8° gr. — L'Autore.

— Sui sistemi lineari di superficie algebriche dotati di singolarità base qualunque; di G. B. Guccia (Estr. Ibid., t. I, fasc. 4); 1 fasc. in-8° gr. — Id.

— Théorème sur le points singulier des surfaces algébriques; par M. G. B. Guccia. Paris, 1887; 3 pag. in-4°. — Id.

— Un teorema sulle curve singolari delle superficie algebriche; di G. B. Guccia (Estr. dai *Rend. del Circ. Matem. di Palermo*, adunanza 4 dic. 1887); 1 fasc. in 8° gr. — Id.

— Sur l'intersection de deux courbes algébriques en un point singulier; par M. G. B. Guccia. Paris, 1888; 3 pag. in-4°. — Id.

— Théorème général concernant les courbes algébriques planes; par M. G. B. Guccia — Id.

— Sulla classe e sul numero dei flessi di una curva algebrica dotata di singolarità qualunque; Nota di G. B. Guccia. Roma, 1889; 1 fasc. in-8° gr. — Id.

— Su una proprietà delle superficie algebriche dotate di singolarità qualunque; Nota di G. B. Guccia. Roma, 1889; 1 fasc. in-8° gr. — Id.

— Sulla intersezione di tre superficie algebriche in un punto singolare, e su una questione relativa alle trasformazioni razionali nello spazio; Nota di G. B. Guccia. Roma, 1889; 1 fasc. in-8° gr. — Id.

— Nuovi teoremi sulle superficie algebriche dotate di singolarità qualunque; Nota di G. B. Guccia — Id.

Dosimetria, per il Dott. S. Laura; anno VII, n. 4. Torino, 1889; in-8°. — S. Laura

I poligoni di Poncelet; Discorso pronunziato nell'Università di Genova da Gino Loria in occasione del solenne accoglimento a Dott. aggregato della Facoltà di Scienze. Torino, 1889; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche

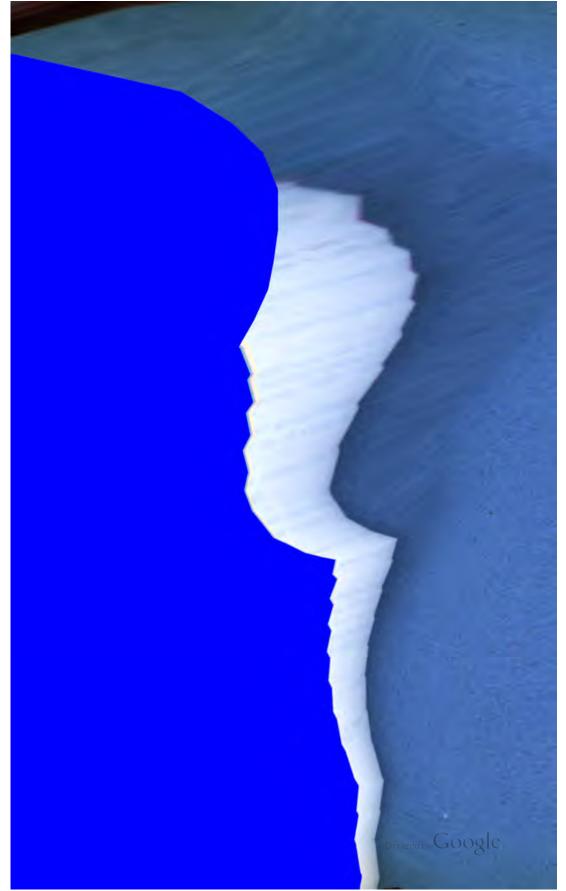
Dal 5 al 19 Maggio 1889

Donatori	
Acc. Neerlandese delle Scienze di Amsterdam.	Programma certaminis poetici ab Academia Regia Disciplinarum Nederlandica ex Legato Hoeufftiano indicti; 1 pag. in-4°.
R. Accademia della Crusca (Firenze).	* Vocabolario degli Accademici della Crusca; 5ª impressione, vol. VI, fasc. 3 ed ultimo. Firenze, 1889; in-4°.
Bibl. nazionale di Firenze.	Tavola sinottica delle pubblicazioni italiane registrate nel *Bollettino* della Bilioteca nazionale centrale di Firenze che furono ricevute dalle altre Biblioteche governative italiane nel 1888. Firenze, 1889; 1 fasc. in-8° gr.
Gotha. *	Dr. A. Petermanns Mitteilungen aus Justus Perthes' geographischer Anstalt, herausg. von Prof. Dr. A. Supan; XXXV Band n. 4. Gotha, 1889; in-4°.
Ministero delle Finanze (Roma).	Bollettino di Legislazione e Statistica doganale e commerciale; anno VI, 1° sem., marzo-aprile 1889. Roma, 1889; in-8° gr.
Ministero di Agr. Ind. e Comm (Roma).	Bilanci Comunali per l'anno 1886. — Presentazione ed approvazione dei bilanci e dei conti, e situazione degli inventari dei Comuni al 20 marzo 1888. Roma, 1888; 1 vol. in-8° gr.
Id,	— Movimento degli infermi negli Ospedali civili; anno 1885, 1886 e 1887. Roma, 1888; 1 vol. in-8° gr.
Id.	Bollettino di Notizie sul Credito e la Previdenza; anno VII, n. 3. Roma, 1888; in-8° gr.
Bibliot. nazionale Vitt. Emanuele in Roma.	Bollettino delle opere moderne straniere acquistate dalle Biblioteche pubbliche governative del Regno d'Italia; vol. IV, n. 2. Roma, 1889, in-8° gr.
Accad. di Conf. storico-giuridiche (Roma).	* Studi e documenti di Storia e Diritto — Pubblicazione periodica dell'Accademia di Conferenze storico-giuridiche; anno X, fasc. 1, 2. Roma, 1889; in-4°.
La Direzione (Spalato).	* Bollettino di Archeologia e Storia dalmata; anno XII, n. 4 Spalato, 1889; in-8°.
Ateneo Veneto (Venezia).	* L'Ateneo Veneto — Rivista mensile di Sc., Lett. ed Arti, ecc.; serie 13, vol. I, fasc. 1, 2. Venezia, 1889; in-8°.

I diarii di Marino Sanuto; t. XXV, fasc. 114. Venezia, 1889; in-4°. — Venezia. * *

Gemâleddtni Ibn Hisâmi Commentarius in carmen Ka'bi ben Zoheir Bânat Su'âd appellatum; edidit Ignatius Guidi Romanus; p. prior et altera. Lipsiae, 1871; in-8°. — Il Socio Corr. Ignazio Guidi.

— Studii sul testo arabo del Libro di Calila e Dimna; per Ignazio Guidi. Roma, 1873; 1 vol. in-8°. — Id.

Torino — Stamperia Reale della Ditta G. B. Paravia e C.
3042 (350) 6-VII-89.

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 12 Maggio 1889 . . . . Pag. 613

MATTIROLO e BUSCALIONI — Ricerche anatomo-fisiologiche sui tegumenti seminali delle *Papilionaceae* . . . . » 614

POLLONERA — Nuove contribuzioni allo studio degli *Arion* europei . » 629

SALVIOLI — Contributo allo studio dell'accrescimento del tessuto connettivo ed in particolare della cornea e del tendine . . . . » 641

PIOLTI — Gneiss tormalinifero di Villar Focchiardo (Val di Susa) . » 662

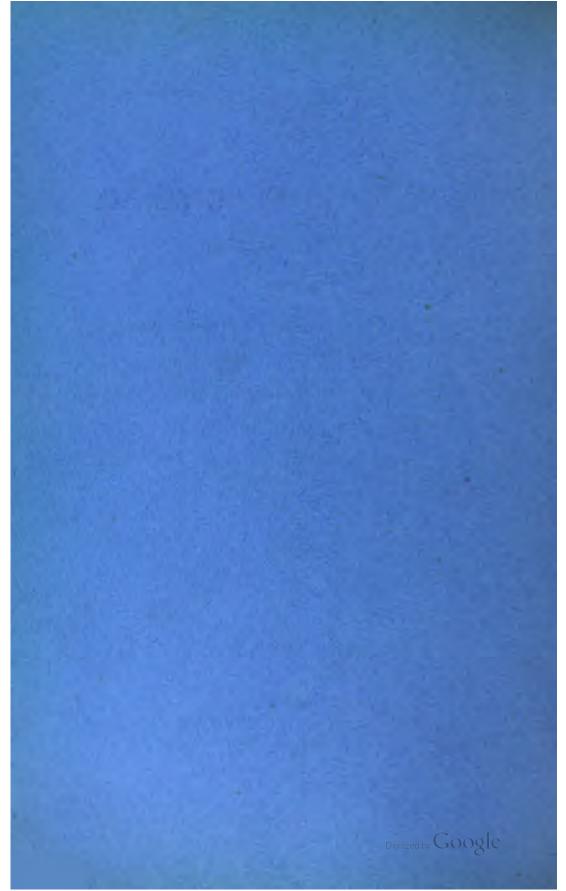
Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 19 Maggio 1889 . . . . Pag. 671

CLARETTA — Sull'antichissimo Monastero torinese di S. Pietro dell'Ordine Benedittino . . . . » 672

DONI fatti alla R. Accademia delle Scienze dal 28 Aprile al 12 Maggio 1889 (*Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali*) . . . Pag. [illegible]

DONI fatti alla R. Accademia delle Scienze dal 5 al 19 Maggio 1889 (*Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche*) . . . . » [illegible]

Torino - Tip. Reale-Paravia.

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 26 Maggio 1889.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE ARIODANTE FABRETTI
VICEPRESIDENTE

Sono presenti i Soci: COSSA, LESSONA, SALVADORI, BERRUTI, BASSO, BIZZOZERO, FERRARIS, NACCARI, MOSSO, SPEZIA, GIACOMINI, CAMERANO, SEGRE.

Il Segretario legge l'atto verbale dell'adunanza precedente, che viene approvato.

Le letture e le comunicazioni si succedono nell'ordine che segue:

« *Sulla derivazione dell'epitelio dell'intestino dall'epitelio delle sue ghiandole tubolari* », del Prof. G. BIZZOZERO;

« *Ricerche intorno alla struttura della colonna vertebrale del genere* Bombinator », del Dott. Alberto SASSERNÒ, presentate dal Socio CAMERANO;

Sulle proprietà termiche dei vapori »; Monografia del Dott. Angelo BATTELLI, presentata dal Socio NACCARI. Desiderando l'autore che essa venga pubblicata nei volumi delle *Memorie;* viene affidata ad una Commissione perchè la esamini e ne riferisca nella prossima adunanza;

« *I Molluschi dei terreni terziarii del Piemonte e della Liguria*, parte IV (*Volutidee, Margellinidee, Columbellidee*) »; lavoro presentato dal Socio LESSONA in nome dell'Autore, Socio BELLARDI assente, e approvato per la pubblicazione nei volumi delle *Memorie;*

« *Aggiunte alla Ornitologia della Papuasia e delle Molucche*, p. I (*Accipitres, Psittaci, Picariae*) »; lavoro del Socio SALVADORI, approvato per la stampa nei volumi delle *Memorie.*

LETTURE

Sulla derivazione dell'epitelio dell'intestino dall'epitelio delle sue ghiandole tubulari;

del Prof. G. Bizzozero

Nell'ultima Memoria che presentai all'Accademia emisi e sostenni l'opinione, che l'epitelio dell'intestino derivi per una graduata trasformazione da quello delle sue ghiandole tubulari, ed ho esposto le osservazioni fatte sul retto e sul colon del coniglio che confortavano la mia tesi.

Più tardi nelle mie ricerche m'imbattei in un animale il cui intestino presenta tali fatti, che elevano la mia opinione al grado di certezza.

L'*idrofilo piceo* ha l'intestino rivestito d'uno strato di epitelio cilindrico, sopportato da una membrana anista d'aspetto chitinoso, la quale è attraversata da numerosi fori corrispondenti allo sbocco di altrettante ghiandole piriformi. L'epitelio intestinale non presenta mai delle mitosi, mentre queste sono numerose nell'epitelio delle ghiandole. Ciò potrebbe a prima giunta far supporre, che l'epitelio dell'intestino si moltiplichi per scissione diretta, e che le mitosi delle ghiandole servano a sostituire degli elementi andati distrutti durante la funzione ghiandolare.

Invece, nulla di tutto ciò. L'idrofilo ogni 2-5 giorni elimina tutto l'epitelio dell'intestino medio e la membrana anista che lo sopporta (1). E mentre questo stato epiteliare si distacca dalla parete dell'intestino, un nuovo strato epiteliare si forma al disotto di esso *per uno spostamento ed una trasformazione dell'epitelio delle ghiandole intestinali.*

Le particolarità di questo curioso processo mi riserbo di comunicare in altra mia Nota.

(1) L'epitelio viene digerito nell'intestino prima di venir emesso, mentre la membrana anista esce per l'ano in uno o in pochi pezzi, sotto la forma di un budello bianchiccio ripieno di materie fecali.

Ricerche intorno alla struttura della colonna vertebrale del Genere Bombinator (*);

Nota del Dott. ALBERTO SASSERNÒ

I.

Le singolari anomalie di sviluppo osservate dal Dott. L. Camerano (1) nelle apofisi trasverse della vertebra sacrale e del coccige dei *Bombinator*, mi spinsero a trar profitto del copioso materiale esistente nelle raccolte del R° Museo di Zoologia di Torino, onde ricercare fino a qual grado di importanza e di frequenza si riscontravano le dette anomalie, in quelle parti che per la loro variabilità furono oggetto di non poche discussioni.

Infatti oltre al Dott. Camerano anche il Dott. I. V. Bedriaga (2), Leydig (3) e Götte (4) avevano rivolto la loro attenzione alle anomalie del sacro e del coccige del *Bombinator*, sia in occasione della tanto dibattuta questione sull'esistenza in Europa di due specie di *Bombinator*, sia in occasione della figura data da Gené di un rachide di *B. igneus.*

Era perciò interessante di investigare se esisteva qualche fatto, che, collegato alle anomalie, ne potesse spiegare la loro frequenza,

(*) Non intendo qui parlare delle questioni relative alle denominazioni da darsi alle due specie di *Bombinator* europee. — Le denominazioni adoperate in questo lavoro sono conformi a quelle stabilite da Boulanger (*Proc. zool. Soc. di Londra*, 1886, pag. 499). Ho seguito una tale nota poichè le conclusioni alle quali è giunto il Boulanger nella sua ultima pubblicazione a questo riguardo (*Bull. Soc zool. de France*, 1888, p. 173) non mi paiono accettabili senza discussione.

(1) *Nota intorno allo scheletro del* Bombinator igneus (Laur.), di Lorenzo CAMERANO (Atti della R. Acc. Scienze di Torino, vol. XV, 8 febbraio 1880).

(2) BEDRIAGA, *Zoolog. Anzeiger*, di V. CARUS, n. 45, pag. 664, dicembre 1879.

(3) LEYDIG, *Die Anuren Batrachien der deutschen Fauna*, 1877.

(4) GÖTTE, *Entwickelungsgeschichte der Unke*. Leipzig 1875.

e ricercare inoltre se anche altre parti dello scheletro del *Bombinator* presentavano delle anormalità.

Però a quest'ultimo riguardo le mie ricerche furono completamente negative, avendo anzi trovato in una quarantina di esemplari da me accuratamente esaminati una notevole costanza di forme nelle singole parti dello scheletro. Debbo tuttavia accennare di aver trovato un *B. igneus* coll' atlante provvisto di apofisi trasverse, per essersi saldate la prima colla seconda vertebra del rachide; ma tale anomalia deve essere classificata fra quelle mostruosità accidentali che si riscontrano ovunque e non può essere certo paragonata alle frequenti anormalità di struttura che presentano la 8ª, 9ª e 10ª vertebra della colonna vertebrale del *Bombinator*.

Prima di passare a descrivere le principali anomalie da me trovate, non sarà inutile che io accenni alla forma che abitualmente presenta la colonna vertebrale, ed ai limiti entro i quali possono variare quelle parti che vanno soggette a frequenti irregolarità di forma.

All'atlante bene sviluppato, ed i cui due condili sono talora così divaricati dal corpo della vertebra da sembrare dei processi trasversi, succedono tre vertebre, alle diapofisi delle quali si articolano delle brevissime coste. Quelle del primo paio hanno una direzione prima leggermente in avanti e poscia si incurvano ancor più leggermente all'indietro: quelle del secondo e terzo paio invece si incurvano subito all' indietro però con direzione poco accentuata.

La quinta vertebra contando anche l'atlante, non ha più che delle apofisi trasverse piuttosto esili e dirette all'infuori ed in avanti lievemente; qualche volta invece con direzione normale all'asse della colonna vertebrale.

La sesta e la settima vertebra hanno eziandio solo delle apofisi trasverse dirette molto all'innanzi, talvolta fino ad appressarsi così al corpo della vertebra precedente da essere poco visibili.

Un po' meno adpressi, ma sempre diretti all'innanzi, sono i processi trasversi della 8ª vertebra che, come la nona ed il coccige, sono le parti che variano notevolmente.

I processi trasversi della vertebra sacrale, come è conosciuto, sono fortemente dilatati e sempre muniti nel loro contorno esterno di un orlo cartilaginoso, mentre il corpo della vertebra è presso a poco uguale a quello delle altre. Giova notare che, malgrado

la loro estensione, si scorge tuttavia nell'andamento generale del contorno che i processi trasversi hanno sempre una direzione all'indietro.

Infine i prolungamenti laterali del coccige, o, come io li chiamerei, i processi trasversi del coccige hanno pure sempre una direzione incurvantesi all'indietro, cioè una direzione concordante sempre con quella dei processi trasversi della vertebra sacrale.

Il coccige presenta generalmente molta regolarità nella sua lunghezza e diametro. La sua lunghezza varia nei maschi del *Bombinator bombinus* da 10 a 12 mm. e da mm. 13 a mm. 15 nelle femmine: nei maschi del *B. igneus* da 12 a 14 ½, tali differenze essendo in relazione colla lunghezza del corpo. Il diametro varia poi da 5 a 7 decimillimetri, mantenendo sensibilmente una forma cilindroide, salvo l'estremità, ove si articola il condilo della vertebra sacrale, che assume una forma conica, ingrossandosi alquanto. Si è dalla parte ingrossata che partono i processi trasversi del coccige ed a cominciare dal loro punto d'inserzione si sviluppano pure delle creste sottili, che continuano lungo ambo i lati del coccige stesso per un tratto più o meno lungo e che sono talora molto sviluppate e talora appena visibili.

Passo ora brevemente in rassegna tutte le principali anomalie da me scoperte, alle quali, aggiungendo quella trovata da Götte (1) e quella trovata dal Dott. Camerano (2), ho tutti i casi possibili di anomalia che possono presentare la vertebra antisacrale, la sacrale ed il coccige.

Avverto che, dicendo lunghezza delle apofisi sacrali, intendo la lunghezza del loro margine esterno massimo che varia da un *minimum* di 6 mm. ad un *maximum* di 9 mm. e per lunghezza delle apofisi trasverse del coccige intendo la distanza intercedente tra la loro origine sul coccige stesso e la loro estremità, lunghezza che varia al punto da essere talora rudimentale e talora da arrivare fino a 4 mm. di lunghezza.

1° Caso. — La vertebra antisacrale è regolarmente conformata: le apofisi della vertebra sacrale sono corte, presentando il

(1) Götte, opera citata, tav. XIX, fig. 346.
(2) Camerano, nota citata, pag. 6, fig. 3ª.

minimum di 6 mm.; le apofisi del coccige sono invece lunghe molto, cioè 22 decimillimetri.

Vedasi la fig. 1ª raffigurante l' ultima parte della colonna vertebrale di un individuo maschio il cui corpo (dalla punta del muso all'estremità posteriore del coccige) misurava m. 0,0388.

2° Caso. — La vertebra antisacrale è regolarmente conformata. Le apofisi della vertebra sacrale sono lunghe e quelle del coccige sono rudimentali.

La fig. 2ª e la 3ª rappresentano le dette parti di due individui maschi il cui corpo misurava in amendue m. 0,0383. Nel primo le apofisi sacrali sono lunghe 7 mm. e quelle del coccige sono ridotte a delle creste dentellate; nel secondo le apofisi sacrali sono lunghe 7,5 mm. mentre quelle del coccige sono affatto rudimentali.

3° Caso. — La forma della vertebra antisacrale è sempre regolare; ma le apofisi tanto della vertebra sacrale, quanto quelle del coccige sono asimmetriche ed allora si possono verificare i tre seguenti sottocasi corrispondenti a tre distinti modi di conformazione:

a) L'apofisi sacrale sinistra è più lunga di quella di destra, mentre invece l'apofisi sinistra del coccige è più corta della destra.

La fig. 4ª rappresenta le tre ultime vertebre di un maschio il cui corpo misurava m. 0,0385. L'apofisi di sinistra del sacro è lunga 6 mm. e quella corrispondente del coccige si allarga alquanto; ma non arriva ad 1 mm. di lunghezza; l'apofisi di destra del sacro è lunga invece 5,5 mm. e quella del coccige arriva fino a 3,8 mm.

b) Caso inverso del precedente. Nella figura 5ª è rappresentata l'ultima parte della colonna vertebrale di un maschio che misurava m. 0,0385. In essa l'apofisi sinistra della vertebra sacrale è invece più corta della destra, misurando esse rispettivamente mm. 6,5 e 7, mentre l'apofisi sinistra del coccige è di mm. 1,2 e quella destra è allargata, ma appena di 0,5 mm. di lunghezza.

c) Tanto l'apofisi sacrale sinistra quanto la corrispondente del coccige, sono più lunghe rispettivamente dell' apofisi della vertebra sacrale e del coccige di destra.

Ne abbiamo un esempio nella fig. 6ª ove l' apofisi sacrale sinistra è lunga 7 mm. e la destra mm. 6,5 ed ove l' apofisi sinistra del coccige è di mm. 2,4 e quella di destra solo 1,5 mm. Tali vertebre appartenevano ad un maschio il cui corpo misurava m. 0,0398.

È importante notare che sia nella fig. 4ª, sia nella fig. 6ª le apofisi della vertebra sacrale oltre all' essere inegualmente lunghe, sono anche dissimmetricamente situate rispetto alla linea che congiunge i punti di mezzo dei loro margini esterni, linea che nel caso presente è obbliqua mentre dovrebbe essere normale all'asse della colonna vertebrale.

4° Caso. — La vertebra antisacrale ha una conformazione anormale; mentre una sua apofisi è regolare, l'altra, più o meno espansa, tende ad unirsi colla corrispondente apofisi della vertebra sacrale per concorrere con essa a formare quelle parti del sacro che servono di appoggio alle ossa iliache. In tal caso l' apofisi sacrale omologa a quella antisacrale più sviluppata è più corta dell'apofisi sacrale dell' altra parte e così dicasi delle apofisi del coccige, in cui la più corta è sempre dalla parte ove si è sviluppata maggiormente l'apofisi della vertebra antisacrale.

Secondo che, ciò che si è detto, avviene dalla parte destra o dalla sinistra, abbiamo due modi diversi di conformazione e quindi altri due sottocasi:

a) Nella fig. 7ª abbiamo dalla parte sinistra il caso suesposto appena accennato. Essa rappresenta l'ultima parte della colonna vertebrale di un maschio il cui corpo misurava m. 0,0390: l'apofisi antisacrale di sinistra è alquanto più sviluppata della destra; l' apofisi sacrale sinistra è lunga mm. 6,2 e la destra mm. 7: ed infine l' apofisi sinistra del coccige è lunga 1 mm. mentre la destra è di mm. 1, 5.

b) Nella fig. 8ª abbiamo dalla parte destra il medesimo fatto più accentuato. Infatti l'apofisi sinistra della vertebra antisacrale è regolare, mentre la destra è espansa arrivando ad 1 mm. di larghezza ed 1,8 di lunghezza. La sua corrispondente apofisi sacrale è lunga solo mm. 4,2 e quella del coccige è rudimentale, mentre invece l'apofisi sacrale di sinistra è lunga mm. 6 e la corrispondente del coccige mm. 1,6. In queste parti ap-

partenenti ad un maschio, il cui corpo misurava m. 0,0392 si riscontra pure l'assimmetria di posizione delle apofisi sacrali già accennate nella fig. 4ª e 6ª.

5° Caso. — Una delle apofisi della vertebra antisacrale è regolare: l' altra è invece più sviluppata come nel caso precedente, ma è inoltre unita alla omologa apofisi sacrale per mezzo dell'orlo cartilaginoso, che forma così un margine esterno continuo per amendue. Il resto è come nel caso precedente, e qui pure abbiamo ancora due sotto casi secondochè tale conformazione si riscontra dalla parte destra o dalla sinistra.

a) La fig. 9ª rappresenta le tre ultime vertebre in questione, di un maschio che aveva il corpo lungo m. 0,0382. L'apofisi destra della vertebra antisacrale è regolarmente conformata; la sinistra invece, leggermente espansa, misura lungo il margine esterno della sua estremità mm. 1,8 e tocca l'apofisi della vertebra sacrale corrispondente lunga mm. 6: un orlo cartilaginoso poi le congiunge amendue facendone come una sola apofisi. L'apofisi destra della vertebra sacrale è invece regolare ed è lunga mm. 7, come pure sono quasi regolari le apofisi del coccige accennando però ad un maggior sviluppo quella di destra.

b) La suddetta anomalia colle parti invertite l'abbiamo nella fig. 10ª rappresentante l' ultima parte della colonna vertebrale di un maschio non ancora adulto. L'apofisi sinistra della vertebra antisacrale è regolare: quella di destra è invece alquanto espansa e forma un tutto coll'apofisi sacrale destra per mezzo di un orlo cartilaginoso che a quella la unisce. Questo comune orlo cartilaginoso è lungo mm. 6, due dei quali spettano all'apofisi antisacrale e 4 alla sacrale. L'apofisi sacrale sinistra è invece più lunga della destra misurando 5 mm., e sono eziandio diseguali in lunghezza le apofisi del coccige; la più lunga di esse, di mm. 1,4 è dalla parte sinistra, ove cioè si trova la sacrale più lunga, e quella più corta misura mm. 0,5.

6° Caso. — Nella seguente anomalia stata trovata dal prof. Camerano è irregolare non solo una, ma amendue le apofisi della vertebra antisacrale ed amendue le apofisi sviluppandosi fortemente concorrono colla vertebra sacrale a formare il sacro. In tal caso le apofisi del coccige sono rudimentali.

La fig. 11ª, copiata dal vero, rappresenta tale anomalia in un maschio il cui corpo misurava mm. 0,040. Le apofisi della vertebra antisacrale dilatate ed ossificate si sovrappongono a quelle pure espanse della vertebra sacrale: epperciò, mentre le apofisi corrispondenti di sinistra sono lunghe rispettivamente mm. 2,4 e 5 e quelle di destra sono lunghe pure rispettivamente mm. 3 e 4,1, pur tuttavia, in causa della loro sovrapposizione formano come un'unica apofisi lunga mm. 6,5, tanto da una parte come dall'altra. Il coccige ha apofisi rudimentali.

7° Caso. — La vertebra antisacrale è regolare: le apofisi della vertebra sacrale sono inegualmente lunghe; la più corta di esse è unita per mezzo di un orlo cartilaginoso alla corrispondente apofisi del coccige che è anormalmente dilatata e concorre quindi colla vertebra sacrale a formare il sacro. Amendue formano come una sola apofisi lunga quanto l'apofisi opposta della vertebra sacrale, che è regolarmente conformata. A quest'ultima corrisponde l'altra apofisi del coccige che è regolare e poco sviluppata.

Un tale stato di cose è rappresentato dalla fig. 12ª, tolta dall'opera del Götte (1) e quindi non posso dare le misure precise che non esistono nel suddetto disegno.

8° Caso. — La vertebra antisacrale è regolare: invece le apofisi tanto del coccige, quanto della vertebra sacrale, sono assimmetriche ed assai irregolarmente sviluppate, in modo che da una parte l'apofisi sacrale e quella del coccige presentano una regolare conformazione, mentre dall'altra l'apofisi coccigea tende a sostituirsi a quella sacrale, sviluppandosi pochissimo questa ultima e moltissimo la prima.

Un tale caso è rappresentato dalla fig. 13ª: le tre vertebre provengono da una femmina, il cui corpo misurava m. 0,0437. Infatti si scorge che l'apofisi sacrale destra misura 7 mm. di lunghezza, mentre quella di sinistra è lunga solo 4 mm.: questa si sovrappone in parte all'apofisi sinistra del coccige che è sviluppatissima e supera anzi in ampiezza quella sacrale, misurando

---

(1) Götte, *Entwickelungsgeschichte* ecc., opera citata, tav. XIX, fig. 346.

il suo margine esterno mm. 4, 5. La forma di questa apofisi del coccige è simile a quella che assumono normalmente le apofisi sacrali e la sostituisce in parte nelle sue funzioni formando così le due apofisi sacrale e coccigea quasi una sola apofisi, lunga 7 mm. come quella regolare di destra. L'apofisi sinistra del coccige non è poi espansa, ma piuttosto lunga, misurando mm. 2,7: noto ancora che nel punto dove essa si inserisce sul coccige, questo ha una piccola cresta che manca dalla parte opposta.

9° Caso. — Anche qui la vertebra antisacrale è regolare, e questo caso si potrebbe ricondurre al precedente, non essendo che l'esagerazione dell'anomalia descritta or ora; ma credo conveniente descriverlo a parte, perchè molto interessante. Invero l'apofisi destra della vertebra sacrale è regolarmente conformata, mentre invece la sinistra si riduce al punto da assumere l'aspetto delle apofisi normali della 6ª, 7ª ed 8ª vertebra. A sostituire poi l'apofisi sinistra della vertebra sacrale nel suo ufficio, si sviluppa straordinariamente l'apofisi sinistra del coccige, in modo da assumere perfettamente l'aspetto delle normali apofisi sacrali, mentre invece la coccigea apofisi di destra è regolare ed assai ridotta.

Una così notevole anomalia è rappresentata nella fig. 14ª, ove è raffigurata l'ultima parte della colonna vertebrale di un individuo femmina il cui corpo misurava m. 0,0406. L'apofisi destra della vertebra sacrale è espansa ed il suo margine esterno misura mm. 5, mentre quella di sinistra è ridotta ad un esile prolungamento cilindriforme. In suo luogo l'apofisi sinistra del coccige è dilatata al punto da superare in ampiezza la stessa apofisi sacrale di destra, misurando il suo margine esterno mm. 6,5; mentre l'apofisi coccigea di destra è regolare, ed ha appena la lunghezza di mm. 0, 8.

Le anomalie rappresentate dalle fig. 12ª, 13ª e 14ª si possono ancora verificare dalla parte opposta a quella che nelle figure stesse sono disegnate; ma evidentemente sarebbero della medesima natura di quelle considerate nei casi 7°, 8° e 9°, dei quali si dovrebbero ritenere come sottocasi, epperciò credo inutile di ripeterne qui la descrizione.

Come dissi più sopra, ho con ciò descritto tutti i casi tipici possibili di anomalia, che possono presentare nel loro irregolare sviluppo le apofisi trasverse delle tre vertebre antisacrale,

sacrale e coccigea tra loro combinate. Mi si potrebbe però obbiettare che non ho considerato il caso, ove amendue le apofisi del coccige si sostituiscono in tutto od in parte alle apofisi della vertebra sacrale, epperciò debbo dichiarare che una anomalia di siffatto genere non mi fu dato di trovarla, nè credo sia molto probabile che essa esista, a meno che si voglia considerare come tale l'anomalia descritta nel 1° caso, ove le apofisi sacrali sono più corte della media e quelle del coccige sono invece più lunghe della media.

Dalla considerazione delle interessanti anomalie or ora descritte, e riflettendo al numero veramente notevole di esse in rapporto al numero degli esemplari stati esaminati, credo si possa trarne le seguenti conclusioni:

I. Il genere *Bombinator* presenta il fatto singolare di una grande variabilità di forma nelle tre ultime vertebre della colonna vertebrale.

II. Tale variabilità non permette assolutamente che dalle dette parti si desumano dei caratteri specifici atti a differenziare le due specie di *Bombinator* come si era da molti creduto.

III. L'instabilità di forma, varia però entro limiti tali, da non potersi confondere le parti in questione del genere *Bombinator* colle parti medesime, sia degli altri generi della famiglia dei Discoglossidi, sia di quei generi delle famiglie dei Bufonidi, Pelobatidi ed Hylidi che presentano una consimile conformazione.

IV. La conformazione normale che tendono ad assumere le apofisi trasverse delle tre ultime vertebre è:

per le apofisi della vertebra antisacrale la conformazione della 6ª e 7ª vertebra;

per le apofisi della vertebra sacrale una conformazione perfettamente simmetrica, molto espansa più all'indietro che in avanti ed in modo che la punta posteriore del margine delle stesse arriva ad un terzo circa della lunghezza del coccige;

per le apofisi del coccige le quali, contrariamente a quanto dice il Leydig (1), non sono il più spesso rudimentali, si verifica come conformazione più frequente, un andamento curvilineo

(1) Leydig, *Die Anuren Batrachien der Deutschen Fauna*, 1877. pag. 63.

all'infuori e marcatamente all'indietro con una lunghezza variante più comunemente da 1 a 2 mm.

V. Alla grande variabilità di sviluppo delle apofisi trasverse del coccige e delle creste che le accompagnano, corrisponde una notevole costanza nel diametro e lunghezza del coccige stesso.

VI. Le tre ultime vertebre colle loro apofisi trasverse talora concorrono e talora tendono a sostituirsi l'una all'altra nell'ufficio di formare il sacro e sostenere le ossa iliache.

VII. Le anomalie descritte verificano la seguente legge: ad un accrescimento anormale di una o di amendue le apofisi trasverse di una delle tre vertebre considerate, corrisponde una riduzione dei processi trasversi delle altre due vertebre, in modo che esiste sempre un costante equilibrio nello sviluppo complessivo delle apofisi delle tre vertebre stesse.

VIII. Finalmente la grande frequenza delle anomalie nella colonna vertebrale del genere *Bombinator* fa pensare che esso possa essere una forma di passaggìo tra gli Anfibi anuri e gli Urodeli, ai quali si avvicina per avere delle piccole coste articolate ai processi trasversi della 2ª, 3ª e 4ª vertebra, e per avere le vertebre opistocele. Questi due caratteri sono veramente comuni a tutta la famiglia dei Discoglossidi; ma il genere *Bombinator* offre ancora la particolarità che il coccige è unito al sacro per mezzo di un solo condilo, mentre gli altri l'hanno unito con due, presentando così il coccige del *Bombinator* un minor grado di differenzazione.

II.

Ho stimato conveniente il descrivere separatamente altre due anomalie da me trovate in due *B. igneus*, sia perchè esse sono di natura differente da quelle or ora prese in esame, sia perchè ho voluto metterle a confronto con forme di Batraci fossili.

Le dette anomalie riguardano solamente il coccige e descriverò brevemente in che consistano:

I^a^ In un individuo maschio il cui corpo misurava m. 0,0390 osservo essere regolare tanto la vertebra antisacrale quanto la sacrale. Le apofisi trasverse di quest'ultima sono lunghe mm. 8,5 ed il coccige misura mm. 11,5; esso offre l' interessante fatto che in luogo di un paio di apofisi trasverse ne possiede due paia.

Il primo paio è situato normalmente, cioè le apofisi hanno origine in quella parte del coccige ingrossata, posta immediatamente sotto alla cavità articolare che deve ricevere il condilo del sacro: queste apofisi aventi forma cilindrica si incurvano fortemente all'infuori ed all' indietro dando all' osso coccigeo la forma di un'áncora; l' apofisi destra è lunga mm. 2,6 e la sinistra solo mm. 1,5. Esse sono piuttosto grosse e robuste relativamente al secondo paio, ed alla loro radice sono più grosse ancora, in modo da essere solidamente attaccate al coccige. Questo poi contrariamente al modo normale di presentarsi, in luogo di restringersi sotto all'inserzione delle apofisi, continua a rimanere alquanto ingrossato per un terzo circa della sua lunghezza e quasi immediatamente sotto al primo paio di apofisi se ne origina un altro paio, più corte, più piccole e più esili delle prime, aventi una eguale direzione e sviluppantesi nello spazio lasciato tra il coccige ed il primo paio di apofisi.

Veramente come si scorge dalla fig. 15^a^, mancherebbe l'apofisi destra del 2° paio; ma ne è evidente l'origine, per cui credo che essa sia andata perduta in causa della sua estrema fragilità, nel preparare lo scheletro, come pure si è forse rotta parte dell'apofisi sinistra del primo paio.

L' apofisi sinistra del 2° paio è lunga mm. 1,8 e la sua

curvatura all' indietro è talmente accentuata da assumere quasi una direzione parallela al coccige. Ad un terzo della sua lunghezza questo si restringe ed il suo diametro misura appena m. 0,0005, quindi si ingrossa nuovamente conservando per un certo tratto il diametro di m. 0,0008 e termina con due lievi ingrossamenti da ricordare quasi i nodi vertebrali.

II^a In un altro maschio di *B. igneus*, il cui corpo misurava m. 0,042, ho trovato la medesima anomalia della precedente. Anche qui la vertebra antisacrale e quella sacrale sono regolari, ed anche qui il coccige presenta lo strano fatto di avere due paia di apofisi trasverse (Vedi fig. 16^a).

Le apofisi del primo paio sono pure più robuste, più grosse che quelle del secondo paio ed hanno pure una forma cilindroide. L'apofisi destra è lunga mm. 3,4 e quella sinistra solo mm. 1,6 presentando così il fatto come nel caso precedente di una notevole sproporzione di lunghezza fra quella destra e quella sinistra.

Messo sull' avviso dalla scoperta della precedente anomalia, ho qui potuto osservare amendue le apofisi trasverse del secondo paio che sono esilissime in ispecie quella di destra. Questa è lunga mm. 1,6 e presenta la particolarità che a metà della sua lunghezza cambia la primitiva direzione decisamente all'indietro, incurvandosi all'infuori, quasi per appressarsi a toccare l'apofisi di destra del primo paio.

L' apofisi sinistra del secondo paio è lunga mm. 1,9, ed assume una direzione accentuatamente all' indietro in modo da diventare quasi parallela alla direzione del coccige, come abbiamo già visto nel caso precedente, ove però il parallelismo era meno evidente.

Il coccige è qui lungo m. 0,0135 e partendo dal punto ove si attacca al sacro, fino ad un quarto della sua lunghezza, è ancora ingrossato come quello della fig. 15^a; ma qui l'ingrossamento ha una forma elissoide appiattita, in modo che sui margini laterali e specialmente su quello di destra termina con una cresta. Il suo diametro fra l'inserzione delle due paia di apofisi misura mm. 0,8, diametro che si riduce ad un *minimum* di mm. 0,5 ad un quarto della sua lunghezza. Da questo punto fin verso la metà mantiene un tal *minimum*, poscia si ingrossa nuovamente e verso la fine presenta anche due ingrossamenti e restringimenti da ricordare in modo molto più evidente che nel caso già considerato, dei nodi vertebrali.

Le due suesposte anomalie sono a mio parere assai importanti. Le doppie apofisi del coccige e la sua conformazione mi fanno persuaso che ho in presenza un coccige divertebrale, in modo che i primi processi trasversi mi rappresenterebbero una vertebra postsacrale che si è saldata al vero stilo coccigeo al quale apparterrebbero le altre due apofisi trasverse. Nè sembri troppo avventata una tale supposizione, poichè è già stato più volte osservato il fatto di vertebre saldantesi col loro corpo e rimanenti invece libere coi loro processi trasversi.

Ora non si può far a meno che dare molta importanza ad una novità anatomica, quale è quella di un coccige divertebrale, se si riflette che una tale anormalità non ha riscontro assolutamente in alcuno dei Batraci viventi, nei quali, contando il coccige, non abbiamo mai più di 10 vertebre a comporre la colonna vertebrale, mentre qui invece se ne avrebbero undici.

Quest'ultimo caso si presenta invece nei Batraci fossili, ove i numerosi esemplari che si conoscono del genere « Palaeobatrachus » hanno costantemente undici vertebre, il coccige compreso.

In questo genere però la 7ª, 8ª, 9ª e 10ª vertebra concorrono tutte e quattro coi loro processi trasversi dilatati a formare il sacro, e quindi malgrado che il numero delle vertebre sia superiore a quello dei Batraci viventi, tuttavia il coccige è monovertebrale e senza apofisi trasverse, e perciò si allontana notevolmente dai coccigi che qui io considero.

Il Dott. A. Portis (1) ha invece descritto due altri Batraci fossili, cioè, un *Ranavus* ed un *Bufavus*, ai quali mi sia concesso paragonare questi anomali « *B. igneus* ».

Il *Ranavus Scarabellii* ha 12 vertebre, contando il coccige, a cui sembra non appartenga l'ultimo paio dei processi trasversi, che, come i tre precedenti paia, sporgono liberamente fra le ossa iliache, essendo la 7ª vertebra che ha funzione di sacrale.

Il Portis veramente, osservando che i Batraci viventi hanno il coccige univertebrale e tutt'al più, come nei Discoglossidi, con un paio di apofisi trasverse, suppone che le ossa iliache sieno state portate in avanti nel *Ranavus*, e ne deduce che probabilmente la vera posizione di esse sia in contatto dei tre ultimi

(1) A. PORTIS, *Resti di Batraci fossili italiani.* Atti R. Acc. Scienze di Torino, vol. XX, giugno 1885.

processi trasversi i quali avrebbero formato il sacro. Io però, quantunque l'autorità del Portis mi renda esitante, non condivido tuttavia una tale opinione per le seguenti ragioni:

1° I processi trasversi della 7ª vertebra non sarebbero più sviluppati di quelli della 6ª e 5ª vertebra se non avessero la funzione di unire le ossa iliache. In tutti i Batraci viventi e fossili, si osserva infatti che i processi trasversi della 3ª e 4ª vertebra sono i più robusti e lunghi e vanno quindi decrescendo, eccetto quelli della vertebra sacrale che sono di nuovo più sviluppati per la loro speciale funzione.

2° Ove si portassero gli apici degli ilei, in contatto coll'ottavo paio di apofisi trasverse come vuole il Portis, allora mi sembra, che il coccige sarebbe troppo lontano dalla sinfisi del pube, ed inoltre bisognerebbe avvicinare di troppo fra di loro le due branche del bacino, le quali, ove si ponga mente alla loro robustezza, mi paiono ad una giusta distanza.

Gli è perciò che, senza nulla affermare io credo che in questo *Ranavus* il bacino sia in posto, e che forse il 6°, 7° ed 8° paio di processi trasversi, i quali hanno una direzione sensibilmente fra loro parallela e normale all'asse della colonna vertebrale, avessero funzioni di sacrali, essendo scomparsa la cartilagine che probabilmente le univa, come avviene talora nel vivente *Bombinator* quando più di un paio di apofisi trasverse formano il sacro.

Se io ben mi appongo, ne risulterebbe che le vertebre portanti i due ultimi processi trasversi del *Ranavus* i quali assumono, giova notarlo, una direzione marcata all'indietro avrebbero formato col coccige, una parte coccigea trivertebrale, od anche solo divertebrale, se l'ultimo paio dei processi trasversi era saldato al coccige stesso, coccige che avrebbe presentato una grande somiglianza con quello dei viventi *Bombinator* anomali, che io ho qui descritto.

Il chiaro Dottor Portis, come già dissi, ha pure descritto (1) un *Bufavus Meneghinii* nel quale osservo che la colonna vertebrale è composta di 12 articoli, lasciando in disparte la questione sollevata dal Portis nella sua nota: se cioè la vertebra sacrale sia composta di una o due vertebre saldatesi completa-

(1) A. Portis, *Resti di Batraci* ecc., opera citata.

mente, questione che qui non è il caso di considerare, non pregiudicando i confronti che ho in animo di fare.

Il *Bufavus* adunque ha 12 vertebre; di cui otto presacrali e la 9ª piuttosto espansa forma il sacro, come avviene precisamente negli odierni *Bombinator*, anzi in tutta la famiglia dei Discoglossidi ed in molti altri generi di Batraci viventi.

La parte coccigea di questo *Bufavus* è composta di una prima vertebra con processi trasversi rivolti all'indietro, di una seconda senza processi trasversi, ed infine del coccige: ossia in totale tre vertebre. Ora una tale disposizione rammenta in modo ancor più evidente del *Ranavus* i coccigi anomali di *Bombinator* da me trovati.

Infatti, se si considera che la seconda vertebra coccigea dei *Bufavus* aveva probabilmente anche dei processi trasversi, i quali ben facilmente possono essere scomparsi, se, come avviene nel *Bombinator*, tali processi erano di una grande esilità; e qualora si rifletta che nei coccigi di questi *Bombinator* havvi un brusco e forte restringimento subito dopo la parte ingrossata che porta i due paia di apofisi, quasi a segnare il punto ove il coccige si è saldato alla vertebra precedente; allora la somiglianza della parte coccigea dei *Bombinator* da me presi in esame colla parte coccigea del *Bufavus*, è perfetta.

Riflettendo pertanto ad una tale rassomiglianza, e rammentando quanto ebbi ad osservare nel Capo 1° di questa mia nota, mi sia concesso di terminare queste mie osservazioni, coll'emettere l'ipotesi che: il genere *Bombinator* sia una fra le più antiche forme di Batraci viventi, e che forse sotto l'aspetto di anomalie si manifestano ancora in esso dei caratteri atavici di Batraci estinti.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

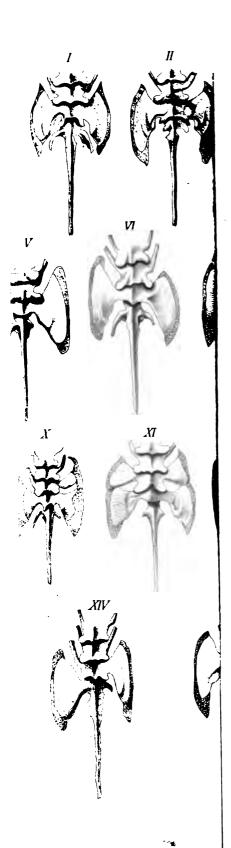
Regione sacrale di *Bombinator bombinus* ingrandito tre volte dal vero.

Nelle figure da 1 a 14 non è disegnata l'estremità posteriore del coccige.

La fig. 12 è riportata da Götte.

Le fig. 15 e 16 sono di *Bombinator igneus* e in esse è intieramente disegnato il coccige.

L'Accademico Segretario
GIUSEPPE BASSO.

HE

ЭORRESIO,
NO, BOL-
COGNETTI

nza pre-

ma parte
nedia »,
ommedia
i per cui
uni, chi
' edizione
iteri pu-
tituirono

d esami-
intitolato
iferiscono
to scritto

ninatrice,
ei volumi

Region
d

Nelle
d

La fig.

Le fig.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 16 Giugno 1889.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. MICHELE LESSONA
PRESIDENTE

Sono presenti i Soci: B. PEYRON, Direttore, G. GORRESIO, Segretario della Classe, FLECHIA, CLARETTA, PROMIS, MANNO, BOLLATI di SAINT-PIERRE, PEZZI, FERRERO, CARLE, NANI, COGNETTI e NEGRONI, Socio Corrispondente.

Il Socio Segretario legge l'atto verbale dell'adunanza precedente che viene approvato.

Il Socio Corrispondente Carlo NEGRONI legge la prima parte di un suo lavoro « *Sopra il testo della Divina Commedia* », in cui indica il gran numero di codici della Divina Commedia che si trovano in diverse Biblioteche, espone le ragioni per cui i vari editori si attennero nella loro scelta chi agli uni, chi agli altri codici danteschi, ed in cui dimostra che un'edizione critica del poema Dantesco non può essere fatta con criteri puramente individuali, come fecero alcuni editori che sostituirono lezioni loro proprie a quelle dei codici.

Il Socio Ermanno FERRERO e Cesari NANI, delegati ad esaminare il lavoro presentato dal Dott. Carlo MERKEL, ed intitolato « *Il Piemonte e Carlo d'Angiò prima del* 1259 », riferiscono intorno ad esso, conchiudendo per l'ammessione di questo scritto alla lettura.

La Classe accoglie le conclusioni della Giunta esaminatrice, ed udita la lettura del lavoro, ne approva la stampa nei volumi delle *Memorie*.

LETTURE

SUNTO *d'una Monografia sul testo della Divina Commedia di Dante*

del socio CARLO NEGRONI

Per il poema di Dante, come per qualunque altro antico libro, la primaria e capitale di tutte le questioni filologiche è la questione del testo. Giacchè è vano lo indagare che cosa lo scrittore abbia inteso, se già non sappiamo che cosa egli abbia veramente scritto. Ora il testo della Divina Commedia è assai controverso, non perchè manchino gli elementi atti a determinarlo, ma perchè questi elementi sono in copia strabocchevole, e non v'è accordo circa alla scelta. Della Divina Commedia i codici sono oltre ai seicento; le edizioni oltre alle trecento; i commenti sorpassano il centinaio; le monografie speciali intorno a questa o quella sua parte sono innumerevoli; e i commenti e le monografie non solamente in lingua italiana, ma in tutte le lingue che si parlano e si scrivono nel mondo civile. Tante poi sono le varianti lezioni, che accintosi Carlo Witte a raccoglierle per il solo terzo canto dell'Inferno, e solamente da 449 codici, gliene riuscì un grosso volume in ottavo.

Da questo labirinto alcuni hanno pensato di uscire, prendendo per guida la ragione e l'arte; ma con poco profitto, perchè la ragione e l'arte diversamente conchiudono secondo il diverso modo di sentire e di vedere di ciascheduno; e sostanzialmente si riducono a un apprezzamento individuale e soggettivo. Altri fanno capo ai codici, preferendo quelli che a loro sembrano migliori e più corretti. Ma il giudizio sopra la maggiore o minore bontà de'codici è ancora un giudizio che varía secondo il vario pensare di chi lo pronuncia. Per alcuni il miglior codice è quello che si trova scritto con migliore ortografia; per altri è quello dove l'ortografia è peggiore e più trasandata. Per alcuni sono da

anteporsi i codici che hanno lezioni di senso più facile e chiaro; per altri al contrario, quelli che leggono in modo più difficile e confuso. Chi ama i codici scritti a Firenze o in Toscana; e chi dà maggior fede a quelli di provenienza diversa. Nè altri mancano, i quali accordano grande autorità a quella ch'essi chiamano la lezione *volgata;* ma quale poi veramente sia cotesta volgata, nessuno ha mai definito; e una lezione della Divina Commedia, che nel vero e proprio senso della parola sia e possa chiamarsi volgata, nè vi fu, nè vi sarà mai. Altri poi vorrebbero che tutti quanti i codici (ossia tutti quanti gli apografi, poichè l'autografo non si conosce) si avessero a dividere in famiglie, formandone come chi dicesse un grande albero genealogico, per risalire dall'uno all'altro, di grado in grado, sino al capo stipite da cui tutti derivarono, o almeno sino a quei pochi, i quali se ne debbano reputare i patriarchi e i progenitori. Impresa questa, che già si è tentata; ma sempre inutilmente, per le difficoltà che le si attraversano, e forse anche per l'assoluta impossibilità della riuscita. In ogni modo i criterii o le regole, onde riconoscere la parentela o l'affinità de'codici tra loro, e le dipendenze degli uni dagli altri, non hanno fondamento fuorchè in una opinione o convincimento personale, nè hanno valore altro che soggettivo. Giacchè se più codici sono tra loro perfettamente eguali (cosa che sino al presente non s'è ancora veduta) nessuno certamente negherà che questi codici non abbiano tutti insieme a riguardarsi come fossero un codice solo. Ma se non sono eguali, nessuno è ancora giunto, nè vi è speranza che si giunga mai a stabilire, quali sieno le differenze conciliabili, e quali sieno le inconciliabili colla medesimezza della origine. E così la cognazione di due o più codici, affermata da un Dantista, si vede negata da un altro; e le ragioni che ebbero forza sull'animo del primo, non muovono punto il suo collega, che reca in mezzo altre ragioni, e per lui più potenti; ragioni queste e quelle di natura meramente soggettiva, e in tanto solo valide, quanto l'intelletto di chi legge o ascolta vi è ben disposto.

Vi fu pure chi per mettersi al di sopra delle opinioni individuali, ha pensato che il testo della Divina Commedia si potesse determinare collettivamente da una apposita assemblea; per esempio da un'Accademia o da un consorzio di letterati. Ma il giudizio non cessa di essere meramente soggettivo col solo sostituire che si faccia alla unità la pluralità de'giudici. Nessuno ha nè avrà

mai l'obbligo di stare in questa materia a ciò che i più hanno sentenziato; non quelli fra i giudici che per avventura sentirono diversamente dagli altri, e meno ancora quelli che non avendo preso parte al giudizio, sono e saranno sempre liberissimi di accettarlo o respingerlo.

Per discernere adunque tra la sterminata varietà delle lezioni quella che veramente fu la propria dell'autore, bisogna avere un criterio d'indole oggettiva, e indipendente affatto dal diverso modo di ragionare de'varii letterati e Dantisti. Vi è un tal criterio? Alla età nostra due uomini, sommamente benemeriti degli studii Danteschi, Ugo Foscolo e Carlo Witte, furono tra loro concordi nel riconoscere: I, che il testo originario della Divina Commedia s'incominciò ad alterare e corrompere poco dopo la metà del secolo XIV, e assai più per opera degl'interpreti ed espositori, che degli scritturali e copisti: II, che de'codici, ossia delle copie, se non si può coll'arte paleografica determinare precisamente l'anno e il mese, si può per altro decidere con sicurezza, se appartengano alla prima piuttosto che alla seconda metà di questo o di quel secolo. Dante compose l'opera sua e morì nella prima metà del trecento. Le copie fatte in questa prima metà hanno pertanto, oltre a quello di essere immuni dalla corruzione, anche il merito di essere scritte da contemporanei, mentre più viva e fresca era la impressione e la memoria del poema, quale era uscito dalla mente e dalla mano del suo autore.

Di qui la conseguenza, che per avere un buon testo della Divina Commedia dobbiamo assolutamente mettere da parte tutti i codici che appaiono scritti dopo che quel testo s'incominciò a guastare, vale a dire dopo il 1350; e attenerci esclusivamente a quelli della prima metà del trecento. Una sola distinzione di codici si può dunque ammettere, cioè di codici anteriori e di codici posteriori a quel tempo. I codici della prima specie si distinguono in tre classi; una, di quelli che hanno una data riconosciuta; una, di quelli che hanno una data controversa, ma che in ogni ipotesi non sarebbe da protrarsi oltre al 1350; una terza, di quelli che non hanno data, ma che non di meno per prove storiche o paleografiche sono riputati appartenere alla prima metà del trecento. Una quarta classe potrebbe pur farsi della congerie di tutti gli altri codici; ma questi sono tutti da eliminarsi, sebbene intorno ad alcuni siasi formata un'aureola di rinomanza, e innalzato un coro di lodi. Colla scorta de'soli codici,

che dopo il più maturo esame, e con argomenti storici e paleografici, indipendenti da ogni considerazione estetica, saranno giudicati della età incorrotta, si potrà finalmente comporre un testo, e fare una edizione, la quale avendo per sè la unanimità dei detti codici, ove sono uniformi, o la maggioranza ove taluno diversifichi, sarà intitolata e sarà in effetto: *La Commedia di Dante Alighieri* SECONDO LA LEZIONE DE' SUOI CONTEMPORANEI.

Ciò per altro non potrebbe ottenersi nè sperarsi per opera di soli privati, per quanto ne siano grandi i mezzi e forte la volontà. Vi fa d'uopo il concorso e la cooperazione del Governo, sia per facilitare la ricerca de' codici che con indizii più o meno probabili si vogliono far risalire alla prima metà del secolo di Dante, e sia per averne i giudizii paleografici di più sicura autorità e competenza. È dunque sommamente a desiderarsi che il Governo, come già ordinò che si faccia un'edizione nazionale delle opere di Nicolò Macchiavelli e di Galileo Galilei, che furono il principe della politica e il principe della fisica italiana, così voglia fare altrettanto per il principe della poesia, non solamente italiana, ma di tutte le genti, e decretare che si stampi la Commedia dell'Alighieri, non come ora si trova malmenata dagli espositori e dagl' interpreti, ma come egli la lasciò, e come si leggeva *da' suoi contemporanei.*

L' Accademico Segretario
GASPARE GORRESIO.

DONI

FATTI

ALLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

E

OPERE ACQUISTATE PER LA SUA BIBLIOTECA

dal 12 al 26 Maggio 1889

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

NB. Le pubblicazioni notate con un asterisco si hanno in cambio; quelle notate con due asterischi si comprano; quelle senza asterisco si ricevono in dono

Donatori

Società Medico-chirurg. di Bologna. — * Bollettino delle Scienze mediche pubblicato per cura della Società Medico-chirurgica e della Scuola di Bologna; serie 6ª, vol. XXIII. Bologna, 1889; in-8°.

Acc. delle Scienze di Cracovia. — Bulletin international de l'Académie des Sciences de Cracovie — Comptes rendus des séances de l'année 1889. Cracovia, 1889; 1 fasc. in-8°.

R. Osservatorio di Dorpart. — * Bericht über die Ergebnisse der Beobachtungen an den Regenstationen der k. livländischen gemeinnükigen und ökonomischen Societät; für das Jahr 1887. Dorpat, 1889; 1 fasc. in-4°.

Società Olandese delle Scienze (Harlem). — * Archives néerlandaises des Sciences exactes et naturelles, etc.; t. XXIII, 2ᵉ livrais. Harlem, 1889; in-8°.

J. V. Carus (Lipsia). — * Zoologischer Anzeiger, herausgegeben von Prof. J. Victor Carus; XII Jahrg., n. 307. Leipzig, 1885; in-8°.

Società Reale di Londra. — * Proceedings of the R. Society of London; vol. XLV, n. 278. London, 1889; in-8°.

Soc. geologica di Manchester. — * Transactions of the Manchester geological Society, etc.; vol. XX, parts 5-7. Manchester, 1889; in-8°.

Sulla distribuzione apparente delle Stelle visibili ad occhio nudo di G. V. SCHIAPARELLI; n. XXXIV delle Pubblicazioni del R. Osserv. di Brera in Milano. Milano, 1889; in-4°. — R. Osservatorio di Brera in Milano.

* Rendiconto dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche (Sezione della Società Reale di Napoli); serie 2ª, vol. III, fasc. 4. Napoli, 1889; in-4°. — Società Reale di Napoli.

* Rendiconti del Circolo matematico di Palermo; fasc. II, marzo-aprile 1889. Palermo; in-8° gr. — Circolo Matem di Palermo.

* Revue internationale de l'Électricité et de ses applications, etc.; t. VIII, n 81. Paris, 1889; in-4°. — La Direzione (Parigi).

* Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, ecc.; vol. V, fasc. 8, 1° sem. Roma, 1889; in-8° gr. — R. Accademia dei Lincei (Roma).

Bollettino della Società generale dei Viticoltori italiani; anno IV, n. 9. Roma, 1889; in-8° gr. — Società dei viticoltori ital (Roma).

* Atti dell'Accademia pontificia de' Nuovi Lincei, ecc.; anno XXXIX, Sessioni V, VI e VII, dal 20 aprile al 20 giugno 1886. Roma, 1886; in-4°. — Acc. Pontificia de' Nuovi Lincei (Roma).

* Bollettino mensuale della Società meteorologica italiana, ecc.; serie 2ª, vol. IX, n. 3. Torino, 1889; in-4°. — Società meteor. italiana (Torino)

* The Journal of the College of Science, imperial University Japan; vol. II, part 5. Tokyo, Japan, 1888; in-4°. — Università imp. di Tokyo (Giappone).

* Verandlungen der k. k. geologischen Reichsanstalt, etc.; 1889, n. 4-6. Wien; in-8° gr. — I. R. Soc. geol. di Vienna.

M. Del GAIZO, G. GIOVANNOZZI, O. ZANOTTI BIANCO — Conferenze di Meteorologia e di Fisica terrestre tenute in Venezia nel settembre 1888; con prefazione del P. F. DENZA. Torino, 1889; 1 fasc. in-8°. — P. F. DENZA.

Henry Draper Memorial third annual Report of the photographie study of Stellar spectra, conducted at the Harvard College Observatory, Edward C. PICKERING Director. Cambridge, 1889; 1 fasc. in-4°. — L'Autore.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche

Dal 19 Maggio al 16 Giugno 1889

Donatori	
Acc. di Sc. ed Arti di Agram.	* Stari Pisci Hrvatski; Knjiga XVI; Djela Petra Zoraniéa Autuna Sasina Savka Gučetića Bendeviserića; na Svijet izdala Iugoslavenska Akademija Znanosti i Umjetnosti. U. Zagrebu, 1888; in-8°.
Id.	— Ljetopis Iugoslavenske Akademjie Znanosti i Umjetnosti; za Godinu 1888; Freći Srezak U. Zagrebu, 1888; 1 vol. in-16°.
Id.	— Hrvatski Spomenici u Kninskai Okolici uz ostale Suvremene dalmatinske iz dobe narodne hrvatske Dinastije; napisao Fran Bulić, etc.; Svezak I, izdala Iugoslavenka Akad. etc. U. Zagrebu, 1888; in-4°.
Università J. Hopkins (Baltimora).	* The american Journal of Philology, etc.; vol. IX, n. 2, 3. Baltimore, 1888, in-8°.
Id.	J. Hopkins University Studies in historical and political Science, Herbert B. Adams Editor. — serent series; I, Arnold Toynbee, by F. C. Montague, etc. Baltimore, 1889; in-8°.
Berlino * *	Bibliotheca philologica classica — Verzeichniss der auf dem Gebiete der classichen Altertumswissenschaft erschienenen Bücher, Zeitschriften, Dissertationen, Programm — Abhandlungen, etc.; 1889, I Quart. Berlin; in-8°.
Società di Geogr. comm. di Bordeaux.	Bulletin de la Société de Géographie commerciale de Bordeaux; 2e série, XIIe année, n. 8, 10, 11. Bordeaux, 1889; in-8°.
R. Acc. delle Sc. di Copenaghen.	* Mémoires de l'Académie R. de Copenhague; 6e série, Classe des Lettres, vol. II, n. 4, 5. Copenhague, 1889; in-4°.
Acc. di Sc., Arti e Lett. di Digione.	* Mémoires de l'Académie des Sciences, Arts et Belles-Lettres de Dijon; 3e série, t. X, année 1887. Dijon, 1888; in-8°.
Società filosofica di Filadelfia.	* Proceedings of the american philosophical Society held at Philadelphia, etc.; vol. XXV, n. 128. Philadelphia, 1888; in-8°.
Id.	—— Rules and Regulation of the Magellanic Premium; american philosophical Soc. Philadelphia etc.; 1 fasc. in-8°.
Id.	Supplementary Report of the Committee appointed to consider an International Language; read before the american philosophical Society, etc. Dec. 7, 1888; 1 fasc. in-8°.

Rules and Regulations of the Henry M. Philipps' Prize Essay Fund; adopted Dec. 7th 1888; 1 fasc. in-8°. — Società filosofica di Filadelfia.

Biblioteca nazionale centrale di Firenze. — Bollettino delle Pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa; 1889, n. 81, 82. Roma 1889; in-8° gr. — Bibliot. nazionale di Firenze.

* Bulletin de la Société d'Études des Hautes-Alpes; 8e année, Janvier — Mars 1889, n. 1. Gap; in-8°. — Soc. degli Studi delle Alte Alpi (Gap).

— Revue rétrospective sur l'année 1883, 1884, par A. de Lavalette. Gap, 1884-85; 2 fasc. in-8°. — Id.

Istoria de Sanct Poncz – Mystère en langue provençale du XV siècle publié d'après un manuscrit de l'époque par P. Guillaume. Gap, 1888; 1 vol. in-8°. — Id.

Chartes de N.-D. de Bertaud, second Monastère de femmes de l'Ordre des Chartreux, Diocèse de Gap, publiées sous les auspices de la Société d'Études des Hautes-Alpes par l'abbé P. Guillaume. Gap, 1888; 1 vol. in-8°. — Id.

Dr. A. Petermanns Mitteilungen aus Justus Perthes' geographischer, Anstalt, herausg. von Prof. Dr. A. Supan; XXXV Band, n. 5. Gotha, 1889; in-4°. — Gotha. * *

Ergänzungsheft, n. 93. Gotha, 1889, in-4°. — Id.

Allgemeine deutsche Biographie, etc ; 139 und 140 Lieferung (Band XXVIII, Lfg. 4 and 5). Leipzig, 1889; in-8°. — Lipsia. * *

* Annuaire de l'Université catholique de Louvain; 1889. LIIIe année. Louvain; 1 vol. in-16°. — Università di Lovanio.

— Theses S. Facultatis theologicae; n. DLXXXVIII-DCIII. Louvain, 1887-88; in-8°. — Id.

— Thesis Facultatis Philosophiae et Litterarum; n. XX. Louvain, 1888-89; in-8°. — Id.

— Le Problème cosmologique: Dissertation par D. Nys. Louvain, 1888; 1 vol. in-8°. — Id.

— Discours prononcé à la salle des promotions de l'Université catholique de Louvain le 10 Octobre 1888, jour de l'ouverture des cours, etc. par Mgr. Abbeloos. Louvain; 1 fasc. in-16°. — Id.

* Rendiconto del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere; Serie 2a, volume XXII, fasc. 10. Milano, 1889; in-8°. — R. Istit. Lomb. (Milano).

Governo francese (Parigi). Inventaire sommaire des Archives départementales antérieures à 1790, etc. — Haute Garonne, Archives Civiles, Série B, n. 93 à 592; t. III, n. 593 à 1898. Toulouse, 1887-8; in-4°.

Id. — Somme, t. II, Archives Civiles, série C, Administration provinciales, n. 1 à 952. Amiens, 1888; in-4°.

Id. — Archives Communales de Nimes anterieures à 1790; t. II. Avignon 1870; in-4°.

La Direzione del Museo Guimet (Parigi). Revue de l'histoire des Religions publiée sous la direction de M. Jean Réville etc.; 9e année, t. XVII, n. 3. Paris, 1888; in-8°.

Società nazionale degli Antiquari di Francia (Parigi). * Bulletin de la Société nationale des Antiquaires de France; 1887. Paris; 1 vol. in-8°.

Id. — Mémoires de la Société nationale des Antiquaires de France, etc; 5e série, t. VIII, 1887. Paris, in-8°.

Soc. di Geografia (Parigi). * Compte rendu des Séances de la Société de Géographie etc.; 1889, n. 10, pag. 193-264. Paris, in-8°.

R. Scuola normale superiore di Pisa. Annali della R. Scuola normale superiore di Pisa. — Filosofia e Filologia, vol. VI (della serie XI). Pisa 1889; in-8°.

Camera dei Deputati (Roma). Camera dei Deputati. — Legislatura XVI, Sessione seconda, 1887-88. — Raccolta degli Atti, ecc., vol. I-XI, dal n. 1 al 225. Roma, 1889; in-4°.

Id. — Documenti, ecc.; vol. I-IV, dal n. 1 al 33. Roma, 1889; in-4°.

Id. — Discussioni, ecc.; vol. I-V, dal 16 nov. al 23 dic. 1888. Roma, 1888; in-4°.

Id. — Sessione del 1863-64 (VIII Legislatura), 2a edizione riveduta da G. Galletti e P. Trompeo. Discussioni, vol. V-VII Roma, 1888, in-4°.

Id. Discorsi parlamentari di Agostino Depretis raccolti e pubblicati per deliberazione della Camera dei Deputati; vol I, II. Roma 1888; in-8° gr.

Id. Discorsi parlamentari di Marco Minghetti raccolti e pubblicati per deliberazione della Camera dei Deputati; vol. II, III. Roma 1888; in-8° gr.

Id. Discorsi parlamentari di Quintino Sella, raccolti e pubblicati per deliberazione della Camera dei Deputati; vol. III, IV. Roma 1889; in-8° gr.

Ministero delle Finanze (Roma). Bollettino di Legislazione e Statistica doganale e commerciale; anno VI, 1° sem.; supplemento al fasc. di marzo-aprile 1889. Roma, 1889; in-8° grande.

Indice generale delle materie contenute nei due primi volumi dai 1884 al 1888. Roma, 1889; in-8° gr. — Ministero delle Finanze (Roma).

— Statistica del commercio speciale di importazione e di esportazione dal 1° gennaio al 30 aprile 1889. Roma; 1 fasc. in-8° gr. — Id.

Bollettino ufficiale dell'Istruzione: anno XVI, n. 21. Roma, 1889; in-8° gr. — Ministero dell'Istr. Pubbl. (Roma).

Statistica delle Società di mutuo soccorso e delle Istituzioni cooperative annesse alle medesime; anno 1885. Roma, 1888; 1 vol. in 8° gr. — Ministero di Agr. Ind. e Comm. (Roma).

*** Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, ecc.; vol. V, fasc. 10, 1° sem. Roma; in-8° gr.** — R. Accademia dei Lincei (Roma).

*** Biblioteca storica italiana pubblicata per cura della R. Deputazione di Storia patria; V. — Regesta Comitum Sabaudiae Marchionum in Italia ab ultima Stirpis origine ad An. MCCLIII, curante Dominico Carutti: volume unico. Torino, 1889; in-8° gr.** — R. Deputazione di Storia patria (Torino).

*** Miscellanea di Storia italiana edita per cura della R^a^ Deputazione di Storia patria; V. XXVII, duodecimo della 2ª serie; Torino, 1889; in-8°.** — Id.

*** Bulletin de l'Institut international de Statistique; V. III, 3ª et dernière livraison; année 1888. Roma, 1888; in-8° gr.** — Istituto internaz. di Statistica (Roma).

*** Atti della Società di Archeologia e Belle Arti per la provincia di Torino; vol. V, fasc. 3. Torino, 1889; in-8°.** — Società d'Arch. e Belle Arti (Torino).

I diarii di Marino Sanuto, ecc.; V. XXV, fasc. 115. Venezia, 1889; in-4°. — (Venezia). * *

Raffaele Cadorna. — La liberazione di Roma nell'anno 1870. Torino, 1889; 1 vol. in-8°. — L'Autore.

Le droit public romain, ou les institutions politiques de Rome depuis l'origine de la ville jusqu'à Justinien; par P. Willems, Prof. à l'Université de Louvain; 6ª édition. Louvain, 1888; 1 vol. in-8°. — L'A.

Torino — Stamperia Reale della Ditta G. B. Paravia e C.

3146 (350) 31-VII-89.

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 26 Maggio 1889 . . . . *Pag.* 7[illegible]

Bizzozero – Sulla derivazione dell'epitelio dell'intestino dall'epitelio delle sue ghiandole tubulari . . . . » 7[illegible]

Sassernò — Ricerche intorno alla struttura della colonna vertebrale del Genere *Bombinator* . . . . » 7[illegible]

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 16 Giugno 1889 . . . . *Pag.* 7[illegible]

Negroni — Sunto di una Monografia sul testo della Divina Commedia di Dante . . . . » 7[illegible]

Doni fatti alla R. Accademia delle Scienze dal 12 al 26 Maggio 1889 (*Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali*) . . . . . . *Pag.* 7[illegible]

Doni fatti alla R. Accademia delle Scienze dal 19 Maggio al 16 Giugno 1889 (*Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche*) . . . . . . » 7[illegible]

Torino - Tip. Reale-Paravia.

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. XXIV, Disp. 15ª, 1888-89

TORINO
ERMANNO LOESCHER
Libraio della R. Accademia delle Scienze

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 23 Giugno 1889.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE ARIODANTE FABRETTI
VICEPRESIDENTE

Sono presenti i Soci: Cossa, Salvadori, Bruno, Berruti, Basso, D'Ovidio, Bizzozero, Ferraris, Naccari, Mosso, Spezia, Gibelli, Giacomini, Camerano, Segre.

Il Segretario legge l'atto verbale dell'adunanza precedente che viene approvato.

Tra le pubblicazioni presentate in omaggio all' Accademia vengono segnalate le seguenti:

1° Un opuscolo « *Sulle macchie Solari e le variazioni del magnetismo terrestre* », del Prof. Giovanni Luvini, presentato dal Socio Basso.

2° Cinque opuscoli su vari argomenti di fisica terrestre del P. Francesco Denza, presentati dallo stesso Socio Basso.

Le letture e le comunicazioni si succedono nel modo seguente:

1° Relazione sopra una monografia del Dott. Angelo Battelli « *Sulle proprietà termiche dei vapori (parte prima): Studio del vapore d' etere rispetto alle leggi di Boyle e di Gay-Lussac* ». La Classe accoglie le conclusioni favorevoli della Relazione, ammettendo alla lettura questo lavoro, e poscia delibera che il medesimo venga pubblicato nei volumi delle *Memorie*.

2° « *Le corrispondenze univoche sulle curve ellittiche;* » Nota del Socio Segre.

3° « *La terminazione nervosa motrice nei muscoli striati* (*Nuovo metodo di colorazione*) »; lavoro del Dott. Camillo Negro presentato dal Socio Camerano.

4° *Osservazioni intorno alla struttura dell'integumento di alcuni Nematelminti* »; del Socio Camerano.

5° « *L'azione del freddo e del caldo sui vasi sanguigni* »; Nota 1ª del Dott. Ugolino Mosso presentata dal Socio Angelo Mosso.

6° « *Sul cervello di un Chimpansè* »; Comunicazione del Socio GIACOMINI.

7° « *L'inclinazione magnetica a Torino e nei dintorni* »; lavoro del P. Francesco DENZA, presentato dal Socio BASSO.

RELAZIONE sulla Memoria del Dott. ANGELO BATTELLI; intitolata: *Sulle proprietà termiche dei vapori.*

Quando un corpo aeriforme da uno stato, in cui esso sia molto lontano dal punto di saturazione, vada accostandosi a questo punto, segue delle leggi complesse, intorno alle quali non abbiamo che cognizioni molto imperfette. Il determinare quelle leggi è problema molto importante sia per la conoscenza del detto fenomeno in sè, sia per le pratiche applicazioni, sia per le conseguenze che possiamo sperar di dedurne intorno alla costituzione intima dei corpi.

Parecchi fisici se ne occuparono, ma, conforme a ciò che s'è detto or ora, molto lavoro si richiede ancora perchè quel problema possa dirsi risolto.

Il D.r Battelli imprese un tale studio, e la Memoria, che la Classe affidò al nostro esame, contiene la descrizione dell'esperienze ch'egli fece sul vapor d'etere.

L'etere venne introdotto in una campanella graduata, ch'era stata dapprima empita di mercurio, poi capovolta sopra una vaschetta piena anch'essa di mercurio. Con opportuna disposizione la campanella venne messa in comunicazione con un manometro ad aria libera formato con più tubi verticali insieme congiunti. La parte della campanella che nell'esperienze doveva venir occupata dall'etere era circondata con un inviluppo a doppie pareti. Ponendo una mescolanza frigorifera o facendo circolare i vapori d'un liquido bollente nell'intervallo fra le due pareti si portava lo spazio centrale, in cui stava la campanella, a temperature diverse che si mantenevano costanti durante una serie di osservazioni.

Gli intervalli di temperatura vennero opportunamente scelti fra i limiti — 28 e 206°.

Per ciascuna delle temperature scelte venne fatta una serie di esperienze. La pressione, che dapprincipio aveva piccolo valore, veniva a poco a poco aumentata, e per ogni valore di essa si osservava anche quello del volume del vapore. Si procedeva così fino a che il vapore raggiungesse lo stato di saturazione ed anche più in là.

La quantità di etere introdotta nella campanella era stata accuratamente determinata affine di conoscere il valore assoluto della densità del vapore. Quella quantità veniva anche mediante apposito congegno opportunamente aumentata per rendere più favorevoli le condizioni dell'esperienze nei vari periodi di esse. L'istante in cui cominciava la condensazione, venne osservato guardando col cannocchiale una laminetta levigata d'acciaio che stava nella campanella, ch' era opportunamente illuminata e che appariva nel campo del cannocchiale insieme con la superficie d'un' altra simile laminetta che stava fuori della campanella.

Eseguito in tal modo un gran numero di misure del volume, della pressione e della temperatura del vapor d' etere in condizioni molto diverse, l'A. le discusse ampiamente e accuratamente e le pose a confronto con le esperienze fatte da altri e con le formole empiriche o teoriche proposte da vari Fisici.

Fra le conclusioni, che l'A. pone in fine della sua memoria, notiamo come particolarmente importante questa, che risulta confermato dall'esperienza dell'A. il fatto singolare osservato dall' Herwig, che dopo il primo istante, in cui si manifesta la condensazione del vapore, la tensione, anzichè mantenersi costante, va lentamente crescendo fino ad un valor massimo. Certe relazioni poste innanzi dall' Herwig e che aveano bisogno di conferma, non l'ebbero da queste esperienze. Fra le formole proposte per rappresentare i fenomeni studiati in questa Memoria, quella del Clausius è quella che meglio si presta.

Le esperienze, molto difficili e in parte anche non senza pericolo, vennero eseguite con opportuni apparecchi e con gli accorgimenti necessari per ottenere esattezza. La discussione dell'esperienze è ben fatta e parecchie delle conclusioni a cui giunse l'A. hanno non poca importanza. Per ciò proponiamo alla Classe che la Memoria del D.r Battelli venga inserta nei volumi delle memorie.

G. Ferraris

A. Naccari, *relatore.*

LETTURE

Le corrispondenze univoche sulle curve ellittiche;

Nota del Socio CORRADO SEGRE

Se si rappresenta ogni punto di una curva ellittica col valore che l'integrale u di 1ª specie, di periodi ω, ω_1, disteso sulla curva medesima, prende quando si estenda fino a quel punto, le relazioni

$$(1)\ldots \qquad u' \equiv \pm u + C, \qquad (\text{mod. } \omega, \omega_1)$$

ove C è una costante qualunque, rappresentano due sistemi di ∞^1 corrispondenze univoche algebriche fra i punti della curva. L'*algebricità* di queste corrispondenze è una notissima conseguenza di un celebre teorema di EULERO.

Ma queste non sono le sole corrispondenze univoche algebriche che si possano avere sulle curve ellittiche.

Si sa in fatti che ABEL nelle sue immortali ricerche sulle funzioni ellittiche (*) osservò che affinchè la relazione $u' = au$ esprima una dipendenza algebrica fra i limiti corrispondenti agli integrali u, u' è necessario e sufficiente: o che la costante a sia reale e razionale, oppure che a sia un numero complesso della forma $m \pm i\sqrt{n}$, dove m ed n sono razionali e $i = \sqrt{-1}$; ma mentre nel 1° caso il modulo degl'integrali può esser qualunque, nel 2° esso deve avere valori particolari (esprimibili per radicali). È noto inoltre che lo studio di quest'ultimo caso, ripreso molti anni dopo da KRONECKER, HERMITE, JOUBERT e vari altri, diede origine alla vasta teoria, che ora si possiede, della moltiplicazione complessa delle funzioni ellittiche. (**) — Di più le ricor-

(*) V. specialmente a pag. 377 e 426 del vol. I delle *Œuvres complètes* (nouvelle édition).

(**) Si possono trovare indicazioni di vari lavori relativi a questa teoria in due di essi testè comparsi, l'uno del signor GREENHILL nei *Proceedings Lond. Mathem. Society*, 1888, p. 301), l'altro del tanto rimpianto HALPHEN (nel *Journal de mathém.*, ser. 4, vol. V, 1889, p. 1).

date proposizioni si sono poi estese alle funzioni abeliane ed alle corrispondenze su curve di genere qualunque: citerò principalmente a questo riguardo due recenti lavori del sig. HURWITZ (*) nei quali dalle espressioni dellle corrispondenze algebriche su una curva di genere p mediante i p integrali finiti distesi su questa si trae una distinzione di quelle corrispondenze in *ordinarie* (dotate di « *Werthigkeit* ») — che hanno luogo qualunque siano i valori dei moduli, — e *singolari* — che esistono solo in curve di moduli singolari; e per le due specie di corrispondenze, ed in particolare per quelle univoche, vengono risolte alcune questioni di somma importanza.

Se si applicano i risultati menzionati al caso particolare delle corrispondenze (**) *univoche* sulle curve ellittiche, si deduce tosto che, mentre le corrispondenze ordinarie sono appunto quelle che dicemmo esser rappresentate dalle relazioni (1), quelle singolari son tutte date (***) da:

(2). . . . $$u' \equiv \pm i u + C,$$

e

(3). . . . $$\left\{ \begin{aligned} u' &\equiv \pm \alpha u + C \\ u' &\equiv \pm \alpha^2 u + C, \end{aligned} \right.$$

(*) *Ueber algebraische Correspondenzen und das verallgemeinerte Correspondenzprincip* (Sitz. Ber. d. k. sächs. Ges. d. W., Januar 1886; oppure Math. Ann. XXVIII); e *Ueber diejenigen algebraischen Gebilde, welche eindeutige Transformationen in sich zulassen* (Götting. Nachrichten, Februar 1887; oppure Math. Ann. XXXII).

(**) D'or innanzi parlando di « corrispondenze » si sottintenderà sempre « algebriche » e più tardi anche « univoche ».

(***) Quest'osservazione si trova anche fatta, per incidenza, da F. KLEIN (Math. Ann. XV, p. 279). — Del resto, la condizione perchè la corrispondenza

$$u' \equiv au \qquad (\text{mod. } \omega, \omega_1)$$

sia univoca è evidentemente questa: che moltiplicando un periodo per a, oppure per $\frac{1}{a}$, si abbia ancora un periodo. Dal primo fatto segue:

(4) $$\left\{ \begin{aligned} a\omega &= m\omega + m_1\omega_1 \\ a\omega_1 &= n\omega + n_1\omega_1, \end{aligned} \right.$$

ove m, m_1, n, n_1 sono interi; e dal secondo che, divise queste due equazioni per a e risolte rispetto ad $\frac{\omega}{a}$, $\frac{\omega_1}{a}$ (che così compariranno nei secondi membri), queste dovranno risultare forme in ω, ω_1 a coefficienti interi, donde si trae:

(5) $$mn_1 - nm_1 = \pm 1.$$

ove α è una radice cubica imaginaria dell'unità; si hanno risp. le (2) e le (3) quando il rapporto dei periodi (per una scelta conveniente di questi) è i, oppure α, il che significa in sostanza che la curva è risp. *armonica*, oppure *equianarmonica*.

Ora, quantunque siano già abbastanza numerosi gli scritti *geometrici* in cui si sono, o semplicemente incontrate, od anche studiate di proposito per via sintetica, le corrispondenze univoche sulle curve ellittiche (*), pure tutti, se non erro, si limitano alle corrispondenze ordinarie, e mostrano di non conoscere la possibilità dell'esistenza delle corrispondenze singolari; sicchè talvolta i loro risultati esigerebbero delle modificazioni, quando si dovessero applicare alle curve armoniche od equianarmoniche. (**)

Eliminando ω ed ω_1 dalle (4) si avrà:

$$(m-a)(n_1-a)-nm_1=0,$$

ossia

$$a^2-(m+n_1)a\pm1=0; \quad (6)$$

Ora, se nelle (4) si tien conto del fatto che il rapporto dei periodi ω, ω_1 è necessariamente complesso, si vede che se a è reale dovrà essere

$$(m_1=n=0\,,\ m=n_1=)\,a=\pm1\,,$$

il che rientra nelle (1). Se poi a è complesso, in forza della (6) sarà:

$$(m+n_1)^2\mp4<0\,,$$

il che esige anzitutto che valga il segno superiore e poi che sia:

$$m+n_1=0\,;\ \text{oppure}\ m+n_1=\mp1\,.$$

Nel primo caso la (6) darà: $a=\pm i$; nel secondo invece: $a^2\pm a+1=0$ donde $a=\pm\alpha$, oppure $a=\pm\alpha^2$, essendo α una radice cubica immaginaria dell'unità. Si è così condotti alle corrispondenze (2) e (3).

(*) Oltre a quelli che si troveranno nominati in seguito, citerò le mie *Remarques sur les transformations uniformes des courbes elliptiques en elles-mêmes* (Math. Ann. XXVII, p. 296), in cui ne sono anche indicati alcuni altri.

(**) Ad esempio asseriscono che non vi possono essere altre corrispondenze univoche sulle curve ellittiche che quelle ordinarie HARNACK (Math. Ann. IX, p. 42 e 43; e Math. Ann. XII, p. 81) ed EM. WEYR nei suoi due lavori *Ueber eindeutige Beziehungen auf einer allgemeinen ebenen Curve dritter Ordnung* (Wien. Sitzb. 1883) e *Ein Beitrag zur Gruppentheorie auf den Curven vom Geschlechte Eins* (ibid.), il primo dei quali contiene il più completo studio che finora si sia fatto delle corrispondenze univoche su una cubica. Per determinarle tutte serve in esso di base il teorema (n. 2) che una tal corrispondenza, proiettata da un punto qualunque della cubica, dà nel fascio di rette proiettante una corrispondenza *simmetrica*. Ora questo

In conseguenza ho creduto di fare cosa non del tutto inutile riprendendo qui da capo (*) lo studio geometrico delle corrispondenze univoche sulle curve ellittiche in modo da non escludere quelle singolari, ed anzi fermandomi particolarmente su queste e sulle varie e notevoli relazioni che esse hanno fra loro e con quelle ordinarie. Mi varrò a questo fine (almeno per stabilire le proposizioni fondamentali) delle curve di 3° ordine (sottint. ellittiche); ma i risultati così ottenuti s'intenderanno estesi senz' altro a curve ellittiche qualunque.

1. La proposizione da cui partiremo e che può servire utilmente di base ad una trattazione geometrica delle corrispondenze univoche fra cubiche piane ed in generale fra curve ellittiche è la seguente: (**)

Data fra due cubiche, distinte o sovrapposte, una corrispondenza univoca qualunque, alle coppie di punti dell' una allineate con un punto fissato ad arbitrio sovr'essa corrispondono nell' altra delle coppie di punti allineate con uno stesso punto di questa.

---

teorema vale solo per le corrispondenze ordinarie ed esclude quelle singolari. Il ragionamento con cui vi giunge il sig. Weyr si basa sulla proposizione che: se in una corrispondenza (2, 2) fra due forme razionali semplici sovrapposte i quattro elementi di diramazione dell'una sono pure elementi di diramazione dell'altra, la corrispondenza è simmetrica: proposizione che non è completamente vera, poichè cade quando quella quaterna di elementi di diramazione è armonica oppure equianarmonica (le due diverse dimostrazioni datene dallo stesso autore nella Nota *Ueber einen Correspondenzsatz* del volume citato presentano entrambe una lacuna). — Del resto, tutti i risultati di quel lavoro rimangono validi, purchè s'intendano limitati alle corrispondenze ordinarie.

(*) Avverto espressamente che quasi tutte le proprietà delle corrispondenze univoche *ordinarie* che qui si troveranno (n[i] 5, 7 e 8) sono già contenute in lavori precedenti e specialmente nel primo di quelli citati del sig. Weyr. Ma esse si ottengono sì rapidamente, che ho creduto meglio, anche per uniformità di metodo e di esposizione, di non sopprimerle.

(**) Questa proposizione (dimostrata in modo diverso e meno generale) non che le conseguenze che ne trarremo nei due n[i] successivi, si trovano già nello *Studio sull'omografia di seconda specie* del sig. Castelnuovo (Atti Ist. Veneto, t. V, ser. 6; cfr. n[i] 29 e seg.). Ma prima ancora esse erano state da me esposte in pubbliche lezioni nell'anno 1886-87. Le ripeto qui, sia per la ragione già addotta nella nota precedente, cioè per rendere l'esposizione della ricerca più metodica, sia perchè nel lavoro del sig. Castelnuovo non si considerano le corrispondenze univoche singolari.

Per dimostrarla, dette γ, γ' le due cubiche ed m, m_1 due loro punti qualunque, si considerino come corrispondenti nel fascio di rette di centro m_1 due rette che projettino risp. due punti di γ' i cui omologhi su γ nella data corrispondenza fra γ e γ' siano allineati con m. È chiaro che questa corrispondenza nel fascio m_1 sarà $(2,2)$ ed avrà per rette unite le 4 rette che projettano gli omologhi su γ' dei 4 punti di contatto di γ con le tangenti condottele da m. Se dunque oltre a quelle vi è un' altra retta unita, se cioè, preso ad arbitrio uno dei due punti m, m_1, l' altro si è preso per modo che vi siano su γ due punti distinti a, b allineati con m i cui omologhi a', b' su γ' siano allineati con m_1, ogni retta del fascio m_1 sarà unita, cioè projetterà da m_1 due punti di γ' i cui omologhi su γ saranno allineati con m. I due punti m, m_1 si troveranno dunque nelle condizioni della proposizione enunciata. (*)

Essi si diranno (col sig. CASTELNUOVO) *centri omologhi di projezione* per la data corrispondenza fra γ, γ'. È evidente come dato l' uno di essi ad arbitrio si costruisca l'altro. Considerando come corrispondenti quelle rette passanti per m, m_1 le quali projettano coppie omologhe di punti di γ, γ', si ha fra i due fasci di rette di centri m, m_1 una corrispondenza univoca, vale a dire una projettività.

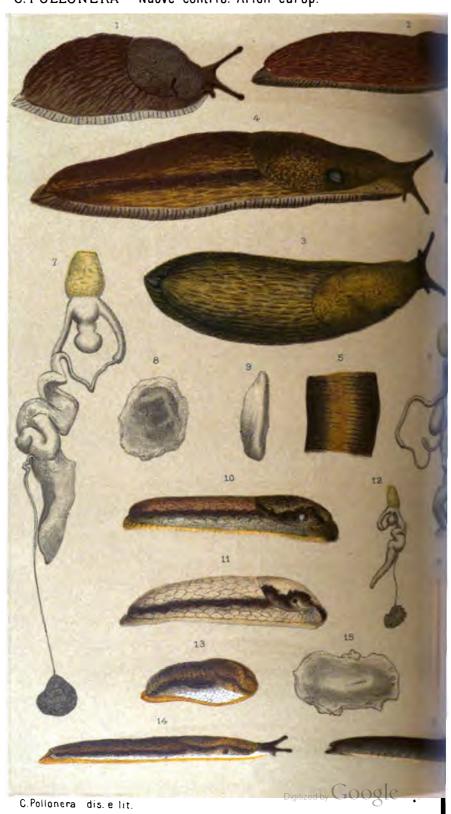
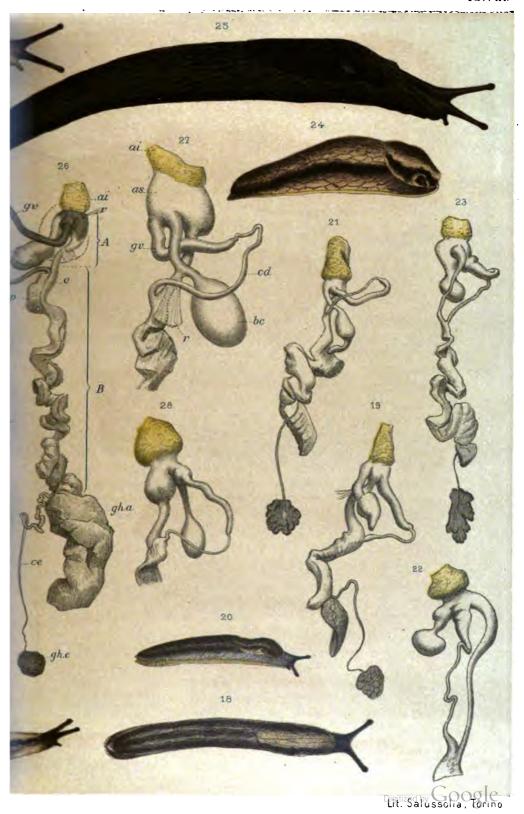
2. Se due punti di γ allineati con m s'avvicinano indefinitamente, lo stesso fatto accadrà per i due punti omologhi di γ'. Ne segue che *due centri omologhi di projezione per una data corrispondenza non sono altro che i tangenziali di due punti omologhi di questa.* Ed inoltre che nella projettività dianzi considerata fra i fasci di rette m, m_1 alle 4 tangenti condotte a γ da m corrispondono le 4 tangenti condotte a γ' da m_1; sicchè queste due quaterne di tangenti sono projettive fra loro.

Due punti qualunque di una cubica si posson sempre riguardare come centri omologhi di projezione per una corrispon-

(*) Da questa si deduce subito come corollario il noto teorema di STEINER sui poligoni iscritti in una cubica; il quale, del resto, fu dimostrato dal sig. HURWITZ (*Ueber unendlich-vieldeutige geometrische Aufgaben, u. s. w.*, Math. Ann. XV) con un ragionamento di cui quello che sopra si è fatto non è che un'estensione.

C. POLLONERA – Nuove contrib. Arion europ.

C. Pollonera dis. e lit.

Lit. Salussolia, Torino

denza sulla curva: basta considerare una corrispondenza univoca, per esempio una projezione della cubica su se stessa da un suo punto, nella quale siano omologhi due punti aventi i due dati per tangenziali. Quindi l'ultima proposizione ci dà il noto teorema: *le due quaterne di tangenti condotte ad una cubica da due suoi punti qualunque sono projettive.* Ed in conseguenza di questo la proposizione citata si completa nel seguente modo: *se fra due cubiche si può stabilire una corrispondenza univoca, le due quaterne di tangenti condotte ad esse risp. da due loro punti qualunque sono projettive.*

3. Dalle considerazioni del n. 1 possiamo trarre altri risultati. Per una corrispondenza univoca qualunque data fra le due cubiche γ, γ' siano m, m_1 ed n, n_1 due coppie di centri omologhi di projezione. Si avranno allora, sia tra i fasci di rette m, m_1, sia tra i fasci di rette n, n_1, due determinate projettività per guisa che di ogni punto a di γ l'omologo a' su γ' è nel punto d'incontro di quei raggi dei fasci m_1, n_1 che nelle dette projettività corrispondono ai raggi ma, na dei fasci m, n. Ciò mostra che *in generale la corrispondenza univoca data fra le due cubiche è contenuta in ∞^2 corrispondenze univoche quadratiche fra i piani di queste*, per es. in quella definita in modo noto mediante le due coppie m, m_1 e n, n_1 di fasci projettivi.

Perchè questa corrispondenza fra i due piani si riduca ad una collineazione è necessario e sufficiente che in entrambe quelle projettività alla retta mn corrisponda la retta $m_1 n_1$, donde segue che al 3° punto d'incontro della $m n$ con γ è omologo il 3° punto d'incontro della $m_1 n_1$ con γ', e ad m, n risp. m_1, n_1. D'altronde se di tre punti di γ in linea retta sono omologhi su γ' tre punti pure allineati, è chiaro (n. 1) che ciascuno di quelli insieme coll'omologo costituisce una coppia di centri omologhi di projezione per la data corrispondenza. Dunque: *una corrispondenza univoca fra due cubiche tale che ad una terna di punti in linea retta dell'una corrisponda sull'altra una simile terna di punti è collineare* (*). (In altri termini due centri omologhi

(*) Cfr. Küpper (Math. Ann. XXIV, p. 32), la cui dimostrazione vale però soltanto per le corrispondenze univoche *ordinarie*. La stessa proposizione si dimostra semplicemente con la considerazione della rigata generata

di projezione per una corrispondenza univoca non sono mai punti omologhi, oppure sono sempre).

In particolare *una corrispondenza univoca fra due cubiche tale che ad un flesso dell'una corrisponda un flesso sull'altra è collineare* (*). (Quindi la projezione di una cubica su se stessa da un suo flesso dovrà dare un'omologia armonica; donde le proprietà della retta armonica del flesso, gli allineamenti dei flessi a tre a tre, ecc. ecc.)

4. L'ultima proposizione del n. 2 si può invertire: se cioè due cubiche γ, γ' sono tali che le due quaterne di tangenti ad esse condotte risp. da due loro punti siano projettive, si potranno stabilire infinite corrispondenze univoche fra le due curve. Per determinare una di queste corrispondenze si suppongano dati due punti s, s' risp. di γ, γ' come punti omologhi: allora se essi non sono già punti d'inflessione risp. per le due cubiche, e se s'indicano con a, a' risp. due flessi di queste e con p, p' le nuove intersezioni delle curve con le rette sa, $s'a'$, basterà sostituire alle corrispondenze cercate quelle che se ne deducono accompagnandole con le projezioni di γ e γ' su se stesse risp. dai centri p, p', per essere ridotti alla ricerca delle corrispondenze univoche fra γ e γ' in cui i flessi a, a' sono punti omologhi. Queste corrispondenze saranno collineari (n. 3); e detti b, c, d i punti di contatto di γ colle tangenti condottele da a, punti d'incontro di γ con la retta armonica del flesso a, e b', c', d' gli analoghi punti di γ' rispetto al flesso a', è chiaro che in ciascuna di quelle collineazioni dovranno corrispondersi fra loro le tangenti a γ, γ' in a, a' (rette che indicheremo risp. con aa ed $a'a'$), ed inoltre i punti b, c, d in un certo ordine

---

dalle congiungenti i punti omologhi delle due curve, concetto che si estende subito (v. Math. Ann. XXX, p. 209) alle corrispondenze univoche fra due curve non speciali di genere p e d'ordine n appartenenti ad S_{n-p}, cioè normali. Applicando il teorema generale così ottenuto alle proiezioni di due curve normali non speciali d'ordini ν, ν' riferite fra loro univocamente (fatte risp. da $\nu - n$ e $\nu' - n$ loro punti) si giunge ad un risultato che comprende come caso molto particolare il n. 1 del presente scritto.

(*) Similmente da una proposizione citata dianzi in nota (per $p = 1$) si ha come corollario: *una corrispondenza univoca fra due curve ellittiche normali d'ordine* n *tale che ad un punto singolare dell'una* (cioè punto con spazio *iperosculatore*) *corrisponda sull'altra un punto singolare è una collineazione.*

coi punti b', c', d'. Per ipotesi le quaterne di tangenti aa, ab, ac, ad, e $a'a'$, $a'b'$, $a'c'$, $a'd'$ sono projettive: suppongasi che ciò accada in quest'ordine:

$$(1) \quad . \ . \ . \qquad a\,(a\,b\,c\,d) \barwedge a'\,(a'b'c'd'),$$

e che appunto si vogliano quelle collineazioni in cui b, b'; c, c'; d, d' sono coppie di punti omologhi. Preso su γ un nuovo punto e, alla retta ae in quella projettività fra i due fasci di rette a, a', e quindi anche in quelle collineazioni, corrisponderà una determinata retta del fascio a', la quale segherà ancora γ' in due punti, ciascuno dei quali si potrà assumere come omologo di e. Sia e' l'uno qualunque di essi: allora la collineazione in cui ai punti a, b, c, e corrispondono risp. a', b', c', e' farà corrispondere i due fasci di rette a, a' nella projettività suddetta e quindi le rette aa, ad alle $a'a'$, $a'd'$, il punto d della retta bc a d' di $b'c'$, e la cubica γ ad una cubica avente in a' un flesso colla tangente $a'a'$, tangente in b', c', d' alle rette $a'b'$, $a'c'$, $a'd'$, e passante inoltre per e', vale a dire alla cubica γ'. (*) Dunque da ogni modo di ordinare b', c', d' sì da soddisfare la (1) risultano (in causa dell'ambiguità nella scelta di e') *due* corrispondenze univoche fra γ e γ' in cui a ed a' sono punti corrispondenti (ed a b, c, d corrispondono b', c', d' appunto in quell'ordine) (**). Risalendo ora all'ipotesi primitiva, in cui i due punti dati come omologhi sulle due cubiche potevano anche non essere flessi per queste, abbiamo la seguente proposizione:

Dati su due cubiche γ, γ', *distinte o sovrapposte, due punti qualunque* a, a', *si costruiscano i loro tangenziali* m, m_1 *ed*

(*) Così risulta la nota proposizione che l'invariante assoluto della quaterna di tangenti condotte ad una cubica da un suo punto è l'unico invariante assoluto di questa; poichè se esso ha lo stesso valore per due cubiche queste sono collineari.

(**) Un ragionamento geometrico simile al precedente si può applicare alle curve iperellittiche di genere $p > 1$, dopo di averle ridotte alla forma normale dovuta al sig. CREMONA (Rendic. Ist. Lomb., 1869, p. 566). Si trova così che: considerando due tali curve con le loro involuzioni razionali di coppie di punti ed i $2p+2$ punti doppi di queste, ogni projettività che esista fra questi due gruppi di elementi di quelle involuzioni fa parte di *due* corrispondenze univoche fra le curve. Del resto lo stesso fatto (e l'analogo per $p=1$) risulta pure immediatamente dalla rappresentazione algebrica parametrica delle curve iperellittiche.

i punti b, c, d *di* γ *e* b', c', d' *di* γ' *i quali hanno risp. con* a *e con* a' *quegli stessi tangenziali. Supposto allora che sia*

$$(2) \quad . \quad . \quad . \qquad m(abcd) \barwedge m_1(a'b'c'd') ,$$

esisteranno due corrispondenze univoche perfettamente determinate fra γ *e* γ' *in cui* a, a' (e b, b'; c, c'; d, d') *saranno punti corrispondenti e che saranno projettate da* m, m_1 *mediante due fasci riferiti appunto in quella projettività.*

Perchè la relazione (2) continui a valere quando (senza fare altri mutamenti) si faccia uno scambio d'ordine fra b, c, d bisogna che sia ad esempio

$$m(abcd) \barwedge m(abdc) , \quad \text{cioè armonico,}$$

oppure

$$m(abcd) \barwedge m(acdb) \barwedge m(adbc) , \quad \text{cioè equianarmonico.}$$

Dunque le curve ellittiche *armoniche* ed *equianarmoniche* appaiono come *singolari* nella questione delle corrispondenze univoche: *dati su due curve ellittiche proiettive, distinte o sovrapposte, due punti qualunque come omologhi in corrispondenze univoche fra le due curve, il numero delle corrispondenze così determinate è* **2** *se le curve non sono singolari*, **4** *se sono armoniche*, **6** *se sono equianarmoniche.*

Vedremo che le ∞^1 corrispondenze univoche che così si generano fra le due curve formano appunto, corrispondentemente a quei numeri **2, 4, 6,** altrettanti sistemi infiniti, sì che due punti dati come omologhi individuano una corrispondenza di ciascun sistema. Per dimostrare ciò e in generale per lo studio di quei sistemi di corrispondenze basterà che consideriamo il caso di due curve sovrapposte, cioè delle corrispondenze su d'una curva: dai nostri risultati si potrà subito, volendo, passare al caso generale di due curve distinte.

5. Un primo sistema infinito di corrispondenze univoche che naturalmente si presenta su ogni cubica γ è dato dalle projezioni di γ su se stessa dai suoi punti.

Siccome le coppie di punti omologhi di una tal corrispondenza formano evidentemente una ∞^1 razionale e d'altra parte questa proprietà è caratteristica (v. la nota al n. 8) per queste

corrispondenze, noi le distingueremo col nome di *razionali*. È chiaro che una corrispondenza di questo sistema è individuata da une coppia di punti omologhi; che essa è sempre *involutoria* e che ha 4 *punti uniti*.

L'ultima proprietà s'inverte subito: *una corrispondenza con 4 punti uniti diversa dall'identità è sempre razionale*. Sia in fatti a un punto unito di una corrispondenza sulla cubica γ ed m il suo tangenziale: esso sarà (n. 2) un centro di projezione omologo a se stesso per quella corrispondenza, sicchè questa projettata da esso darà nel fascio m di rette una projettività, la quale oltre ad ma avrà per raggi uniti quelli che congiungono m agli altri punti uniti della corrispondenza. Se dunque questa ha 4 punti uniti, quella projettività avrà almeno 3 raggi uniti distinti e sarà quindi un'identità, sicchè la corrispondenza su γ, se non è l'identità, sarà data dalla projezione di centro m.

6. Questa proposizione ci conduce a considerare nelle corrispondenze univoche su una curva ellittica il numero dei punti uniti: in questo numero si ha, come vedremo, un criterio di classificazione per quelle corrispondenze.

Se Ω e Σ sono due corrispondenze univoche qualunque, i punti uniti della corrispondenza $\Omega\Sigma^{-1}$ sono i punti ciascuno dei quali ha lo stesso omologo in Ω ed in Σ (e questi omologhi sono i punti uniti di $\Sigma^{-1}\Omega$).

Applichiamo ciò anzitutto al caso in cui Ω sia una corrispondenza univoca sulla cubica γ con k (≥ 0) punti uniti e Σ sia la projezione di γ su se stessa da un suo punto m. Se da questo si projetta Ω si avrà nel fascio di rette di centro m una corrispondenza $(2, 2)$ con 4 raggi uniti, di cui k vanno ai punti uniti di Ω, ed i rimanenti $4-k$ sono le rette che tagliano γ secondo m e due punti omologhi in Ω. Dunque *le coppie di punti omologhi comuni ad una corrispondenza univoca con* k *punti uniti e ad una corrispondenza razionale sono* 4 — k. E quindi: *se una corrispondenza univoca con* k *punti uniti si moltiplica (in qualunque ordine) per una razionale (che non ne sia l'inversa) la corrispondenza univoca prodotto avrà* 4 — k *punti uniti*.

7. Dai n[i] 5 e 6 segue immediatamente che il prodotto di più corrispondenze univoche razionali, quando esse siano in numero dispari, ha 4 punti uniti ed è quindi ancora una corrispondenza

razionale. Invece se quelle corrispondenze sono in numero pari, il loro prodotto sarà una corrispondenza univoca priva di punti uniti, oppure sarà l'identità.

Siamo così condotti ad un nuovo sistema di corrispondenze univoche: quello composto dell'identità e delle corrispondenze prive di punti uniti. Indicando con P una corrispondenza qualunque di questo 2° sistema e con A una corrispondenza razionale qualunque sarà anche $AP = B$ una corrispondenza razionale (n. 6) (*), e quindi la relazione $P = AB$ prova che *ogni corrispondenza del* 2° *sistema è il prodotto di due corrispondenze razionali* (una delle quali si può prendere ad arbitrio). Da ciò si trae subito, mediante le osservazioni fatte sui prodotti delle corrispondenze razionali, che: *il prodotto di due o più corrispondenze prese nei due sistemi considerati è del* 1° *o del* 2° *sistema secondo che il numero delle corrispondenze del* 1° *sistema* è *impari o pari* (sicchè le corrispondenze del 2° sistema formano un *gruppo*).

Dalla relazione $P = AB$ segue poi: $APA = BA = P^{-1}$, cioè: *una corrispondenza del* 2° *sistema è trasformata nella propria inversa da qualunque corrispondenza razionale*. Ne risulta che, dati ad arbitrio due punti a, a' di una cubica γ come omologhi in una corrispondenza del 2° sistema, e detto l un punto mobile di γ, i punti b, b' in cui questa curva è ancor incontrata risp. dalle rette $a'l$, al saranno pure omologhi in quella corrispondenza: questa è dunque ben determinata e costruita.

Se poi si applicano simultaneamente le ultime proposizioni segue che: una corrispondenza del 2° sistema è trasformata in se stessa da qualunque corrispondenza dello stesso sistema. In altri termini *le corrispondenze del* 2° *sistema sono fra loro permutabili;* il prodotto di un numero qualunque di esse è una corrispondenza dello stesso sistema che non dipende dall'ordine di quel prodotto. — Considerando la potenza r-esima di una corrispondenza del 2° sistema, si vede subito che se questa ammette un *ciclo di grado* r, essa sarà *ciclica di grado* r; da una proposizione precedente di questo n° seguirebbero poi notevolissime proprietà dei cicli di una tal corrispondenza (**).

(*) In seguito si rappresenteranno sempre con A, B,... delle corrispondenze razionali, con P, Q,... corrispondenze del secondo sistema, con Ω, Σ,... corrispondenze univoche qualunque.

(**) V. WEYR, l. c. (*U. e. Bez...*), n. 19 e seg.

8. In particolare consideriamo le corrispondenze del 2° sistema *involutorie.* Una tal corrispondenza è (n. 7) trasformata (nella sua inversa, cioè) in se stessa da qualunque corrispondenza razionale. Indicando dunque con a, a' due punti della cubica γ omologhi in quella corrispondenza ed applicando la projezione dal tangenziale m di a si vede che, come a, così a' deve avere per projezione se stesso, cioè deve avere m per tangenziale. Viceversa la corrispondenza del 2° sistema determinata da due punti omologhi a, a' aventi lo stesso tangenziale m, quando venga projettata da m si trasforma evidentemente in se stessa; essa coincide dunque con la propria inversa, ossia è involutoria.

Si giunge così alle tre corrispondenze involutorie del 2° sistema od *involuzioni principali;* e si vede pure subito che il prodotto di due qualunque di esse dà precisamente la terza; ecc. ecc.

È poi facile dimostrare che, all'infuori di queste e delle corrispondenze del 1° sistema, non vi possono essere altre corrispondenze involutorie (*). Invero se sulla cubica γ esiste una corrispondenza involutoria con un numero $k > 0$ di punti uniti, la si trasformi mediante una corrispondenza univoca (p. e. una projezione) in guisa che un flesso sia il trasformato di un punto unito: la corrispondenza trasformata avrà ancora k punti uniti e sarà ancora involutoria, ma avendo un flesso per punto unito sarà (n. 3) collineare, e quindi data da un'omologia armonica. Ne segue che $k = 4$, cioè che la corrispondenza primitiva era del 1° sistema.

9. I due sistemi di corrispondenze considerati negli ultimi n[i] si possono costruire su tutte indistintamente le curve ellittiche: si diranno perciò *corrispondenze ordinarie.* E poichè s' è visto che due punti qualunque di una tal curva sono omologhi in una corrispondenza di ciascuno di quei sistemi, segue dal n. 4 che

(*) Ne segue che, se si fa astrazione dalle corrispondenze del primo sistema e dalle tre involuzioni principali, la serie ∞^1 delle coppie di punti omologhi di ogni altra corrispondenza univoca è riferita univocamente alla serie dei punti della curva (per es. alla serie dei *primi* punti delle dette coppie) ed è quindi ellittica e con lo stesso modulo della curva. Ma anche le tre involuzioni principali sono ellittiche (ciò risulta, ad es., osservando che per una cubica le rette congiungenti le coppie di una tal involuzione formano un inviluppo di terza classe senza rette doppie). Quindi si conclude che solo le corrispondenze del primo sistema sono *razionali;* tutte le altre corrispondenze univoche sono *ellittiche.*

sulle curve non singolari non esistono altre corrispondenze univoche. Invece nelle curve armoniche ed equianarmoniche esistono altre corrispondenze, *singolari*, che ora esamineremo.

Esse hanno tutte dei punti uniti (n. 7). Detto a un punto unito di una corrispondenza singolare Ω sulla cubica γ e b, c, d i punti di questa aventi comune con a il tangenziale m, dalla corrispondenza Ω risulterà nel fascio di rette di centro m una projettività determinata ad esempio, se γ è armonica da $m(abcd) \barwedge m(abdc)$, se è equianarmonica da $m(abcd) \barwedge m(acdb)$.

Nel 1° caso oltre ad a sarà b punto unito della corrispondenza Ω; la projettività del fascio m sarà un'involuzione e quindi il quadrato di Ω produrrà nel fascio m l'identità e non potendo essere esso stesso l'identità, perchè Ω non può essere involutoria (n. 8), sarà invece la projezione di centro m. Dunque *le corrispondenze singolari sulle curve armoniche hanno due punti uniti, coniugati in un'involuzione principale, e sono cicliche di* 4° *grado, avendo per quadrato corrispondenze razionali.* — Il quadrato di una corrispondenza ha per punti uniti i punti uniti e le *coppie involutorie* di questa. In particolare si vede che Ω avrà per unica coppia involutoria cd. *Ogni corrispondenza singolare su una curva armonica ha una coppia involutoria che è coppia di punti uniti per un' altra corrispondenza singolare avente lo stesso quadrato di quella. Ogni corrispondenza razionale è il quadrato di* 4 *corrispondenze singolari le quali sono a coppie inverse l'una dell'altra.* Ecc., ecc.

10. Consideriamo ora il caso della curva equianarmonica. La proiettività determinata da Ω nel fascio m sarà ciclica di 3° grado ed avrà oltre ad ma un raggio unito che incontrerà ancora γ in due punti distinti e, f, i quali dovranno corrispondersi fra loro in Ω (ciascuno a se stesso, oppure all'altro). Quindi Ω^3 determinerà nel fascio m l'identità e sarà perciò o l'identità o la proiezione di centro m; sicchè Ω è ciclica di 3° oppure di 6° grado. Nel 1° caso Ω non potrebbe evidentemente scambiar fra loro i punti e, f e però li avrà per punti uniti; nel 2° caso invece non potrebbe averli come punti uniti (chè altrimenti essi sarebbero pur tali per Ω^3). Dunque *le corrispondenze singolari sulle curve equianarmoniche sono cicliche di* 3° *oppure di* 6° *grado; nel* 1° *caso hanno* 3 *punti uniti; nel* 2° *ne hanno un solo, ma hanno inoltre una coppia involutoria.* ***Moltipli-***

cando una di esse per una corrispondenza razionale essa muta grado di periodicità (n. 6). *Il quadrato di una corrispondenza singolare è pure singolare* (di 3° grado); *il cubo di una corrispondenza singolare di* 6° *grado è una corrispondenza razionale. Ogni corrispondenza razionale è il cubo di* 8 *corrispondenze singolari, a coppie inverse fra loro.* Ecc., ecc.

11. Per poter dividere nettamente le corrispondenze singolari in sistemi conviene che premettiamo un'osservazione. Una corrispondenza qualunque Σ essendo evidentemente trasformata da ogni corrispondenza Ω in una corrispondenza avente lo stesso numero di punti uniti che Σ, ne segue che se Σ è una corrispondenza ordinaria la sua trasformata

$$\Omega^{-1}\Sigma\Omega=\Sigma_1$$

sarà pure una corrispondenza ordinaria e dello stesso sistema (*). Si avrà:

$$\Sigma\Omega=\Omega\Sigma_1\,,$$

e però: moltiplicando una corrispondenza qualunque Ω successivamente per tutte le corrispondenze ordinarie di uno stesso sistema si ottiene uno stesso sistema di corrispondenze, sia che la moltiplicazione si faccia in un ordine sia che si faccia in quello opposto.

S'indichi ora con Ω una corrispondenza singolare fissata ad arbitrio, e si considerino i due sistemi di corrispondenze rappresentati risp. da ΩP ed ΩA, ove P ed A descrivono successivamente tutte le corrispondenze ordinarie risp. ellittiche e razionali: essi si potranno anche rappresentare risp. con $P\Omega$ ed $A\Omega$. Nel sistema ΩP sarà contenuta Ω (che si avrà quando P si riduce all'identità). Questi due sistemi saranno ben distinti fra loro (non potendo essere $\Omega P=\Omega A$, cioè $P=A$) e si comporranno di corrispondenze singolari (non potendo essere $\Omega U=V$ ove U e V son corrispondenze ordinarie, giacchè ne seguirebbe $\Omega=VU^{-1}$, vale a dire Ω sarebbe ordinaria). In ognuno di essi

(*) Il teorema del n. 1 non è altro che questa proposizione stessa ristretta al caso in cui la corrispondenza ordinaria è razionale.

sarà individuata una corrispondenza dando sulla curva una coppia di punti omologhi: così se nella corrispondenza ΩP ad a deve corrispondere a', chiamando a_1 l'omologo di a in Ω, si dovrà prendere P in guisa che muti a_1 in a', il che la individua. Se poi si moltiplica in ogni ordine una qualunque corrispondenza singolare di uno fra quei due sistemi per una corrispondenza ordinaria si ottiene evidentemente una corrispondenza singolare dell'altro sistema oppure dello stesso sistema secondo che quella corrispondenza ordinaria è razionale o no: così $\Omega P . A = \Omega A_1$, $P . Q\Omega = P_1 \Omega$, ecc. Questo prova che nello stesso modo con cui quei due sistemi di corrispondenze singolari si sono ottenuti partendo da Ω, essi medesimi si otterrebbero partendo da un'altra corrispondenza qualunque presa in essi.

12. Consideriamo anzitutto il caso in cui la curva è armonica: allora su essa non esisteranno altre corrispondenze singolari (n. 4). Si avrà, indicando con U, V delle corrispondenze ordinarie (di cui 0, 1, 2 razionali) e valendosi dell'osservazione premessa al n.° prec.:

$$\Omega U . \Omega V = \Omega . U\Omega . V = \Omega . \Omega U_1 . V = A U_1 V ;$$

donde si trae che: *il prodotto di due corrispondenze singolari su una curva armonica è una corrispondenza ordinaria*, *la quale è razionale se quelle due corrispondenze singolari appartengono allo stesso sistema*, *ellittica in caso contrario* In particolare *due corrispondenze singolari inverse* (*cioè cubi*) *l'una dell'altra appartengono a sistemi diversi*; vale a dire *i due sistemi di corrispondenze singolari sulle curve armoniche sono l'uno inverso dell'altro*.

Applicando poi un'osservazione fatta al principio del n. 6 in un cogli ultimi risultati sui prodotti delle corrispondenze abbiamo che: *come due corrispondenze ordinarie*, *così due corrispondenze singolari di diverso sistema hanno* 4 *coppie comuni di punti omologhi*, *mentre una corrispondenza ordinaria ed una singolare hanno solo* 2 *coppie comuni* (e, com'è naturale, due corrispondenze dello stesso sistema non ne hanno alcuna).

13. Nel caso in cui la curva è equianarmonica, indicando ancora con Ω una corrispondenza singolare fissata ad arbitrio,

anche Ω^2 sarà una corrispondenza singolare, ed analogamente ai due sistemi di corrispondenze singolari ΩP, ΩA considerati al n. 11 vi saranno due sistemi di corrispondenze singolari $\Omega^2 P$, $\Omega^2 A$, nettamente distinti fra loro ed anche dai precedenti (poichè se fosse $\Omega^2 U = \Omega V$ ne seguirebbe $\Omega U = V$, assurdo). Dunque *le corrispondenze singolari sulla curva equianarmonica formano 4 sistemi distinti, in ognuno dei quali resta individuata una corrispondenza dando una coppia di punti omologhi* (*).

(*) Dal fatto che per ognuno dei sistemi infiniti di corrispondenze sopra una curva ellittica s'individua una corrispondenza dandone una coppia di punti omologhi, segue subito che ciascuno dei detti sistemi di corrispondenze è una ∞^1 ellittica avente lo stesso modulo che la curva.

Queste corrispondenze si possono rappresentare geometricamente con le rigate delle rette congiungenti le coppie di punti omologhi (inviluppi di rette se la curva è piana); ogni corrispondenza insieme con la sua inversa vien rappresentata da una stessa rigata. Si hanno così, a seconda che la curva non è singolare od è armonica od equianarmonica, 2, 3, 4 sistemi ∞^1 di rigate, e le proprietà viste o che ancora vedremo delle corrispondenze si tradurrebbero subito in proprietà di queste rigate (ad es. l'ordine di queste si determina subito servendosi del numero di punti uniti delle corrispondenze).

Un'altra rappresentazione geometrica delle corrispondenze su una curva ellittica γ si ha se si rappresentano le coppie di punti di questa coi punti di una superficie. Dalle mie ricerche sulle rigate ellittiche (Atti R. Accad. di Torino, XXI; ed anche Math. Ann. XXXIV) risulta un modo assai semplice di fare una tal rappresentazione, poichè esse mostrano che su una rigata ellittica, le cui generatrici corrispondano univocamente a γ, si può determinare in infiniti modi un sistema ∞^1 di curve le quali taglino una volta sola ogni generatrice e sian tali che due qualunque di esse s'incontrino in un sol punto (variabile), e che per ogni punto della rigata ne passino due; questa ∞^1 di curve si potrà mettere in corrispondenza univoca con γ ed ogni coppia di punti di questa (senza riguardo all'ordine dei due punti) si potrà rappresentare col punto d'intersezione delle due curve della rigata le quali corrispondono a quei due punti; ed è chiaro che la rappresentazione che così si avrà delle coppie di punti di γ sui punti della rigata sarà univoca. Se la rigata è d'ordine n impari essa ha in generale per curve direttrici d'ordine minimo una ∞^1 di curve d'ordine $\frac{n+1}{2}$ che possono servire allo scopo detto. Allora le altre curve tracciate sulla rigata servono a rappresentare le varie corrispondenze fra i punti di γ. Le generatrici della rigata rappresentano le corrispondenze univoche razionali. Ogni altra corrispondenza univoca con k punti uniti è rappresentata (insieme con l'inversa) da una curva incontrante ogni generatrice in $(4-k)$ punti ed ognuna delle dette direttrici in 2 punti, curva che sarà perciò d'ordine

Siccome poi i sistemi ΩP ed ΩA si ottengono l'uno dall'altro mediante moltiplicazione per corrispondenze razionali, uno di essi si comporrà (n. 10) di corrispondenze cicliche di 3° grado, e l'altro di corrispondenze di 6° grado; e la stessa distinzione accadrà pei sistemi $\Omega^2 P$, $\Omega^2 A$. Per fissare le idee suppongasi ad es. che Ω, e quindi tutto il sistema ΩP di cui essa fa parte, sia ciclica di 3° grado. Si avrà allora (applicando ancora l'osservazione fatta in principio del n. 11):

$$\Omega U . \Omega V = \Omega^2 U_1 V \,; \quad \Omega^2 U . \Omega^2 V = \Omega U_2 V \,;$$
$$\Omega^2 U . \Omega V = U_1 V \,; \quad \Omega U . \Omega^2 V = U_2 V \,.$$

Dalle prime due relazioni, supponendovi $U=V$, segue che: le corrispondenze del sistema di 3° grado ΩP hanno per quadrati, vale a dire per inverse, quelle del sistema $\Omega^2 P$ che sarà perciò anche di 3° grado; mentre le corrispondenze di 6° grado ΩA ed $\Omega^2 A$ hanno per quadrati risp. le $\Omega^2 P$ ed ΩP (e per biquadrati risp. le ΩP ed $\Omega^2 P$) e formeranno pure due sistemi inversi l'uno dell'altro (non potendo due corrispondenze dello stesso sistema dare per prodotto l'identità). Interpretate più completamente le quattro relazioni precedenti ci danno quanto segue: *I quattro sistemi di corrispondenze singolari sulle curve equianarmoniche si dividono in 2 ciclici di 3° grado inversi l'uno dell'altro e 2 di 6° grado pure inversi fra loro ed aventi per quadrati risp. quei due. Il prodotto di due corrispondenze dello stesso grado ma di sistemi diversi è una corrispondenza ordinaria ellittica. Il prodotto di due corrispondenze dello stesso sistema è una corrispondenza del sistema quadrato di quello. Il prodotto di due corrispondenze di diverso grado, quando il sistema cui appartiene quella di 3° è il quadrato di quello che contiene l'altra, è una corrispondenza razionale; mentre*

$2n - k\frac{n-1}{2}$. Così le corrispondenze ordinarie ellittiche son rappresentate da curve d'ordine $2n$; ciò accade in particolare per l'identità (per inavvertenza nell'ultima nota a piè di pagina del lavoro testè citato di questi Atti fu stampato $2n-1$ invece di $2n$), mentre le tre involuzioni principali fanno eccezione rappresentandosi con curve d'ordine n (cfr. lo stesso lavoro). Tutte le proprietà delle corrispondenze univoche su γ, sì ordinarie che singolari, si rappresentano con proprietà dei (2, 3, 4) sistemi infiniti di curve che le rappresentano sulla rigata.

nel caso contrario è una corrispondenza singolare di 6° *grado del sistema inverso a quello in cui sta il fattore di* 6° *grado.* Infine aggiungiamo che (cfr. n. 11): *moltiplicando in qualunque ordine una corrispondenza ordinaria ellittica per una corrispondenza singolare, questa non muta sistema, mentre di due corrispondenze singolari, di cui l'una sia il prodotto dell'altra per una corrispondenza razionale, l'una sarà ciclica di* 6° *grado, e l'altra di* 3° *del sistema inverso a quello del quadrato di quella.*

Come si fece al n. preced. per le curve armoniche, così dalle ultime proposizioni deduciamo per le curve equianarmoniche che: *due corrispondenze singolari di grado diverso hanno* 1 *sola coppia di punti omologhi a comune ovvero* 4 *secondo che il sistema cui appartiene quella di* 3° *grado è oppure non è il quadrato di quello che contiene la corrispondenza di* 6° *grado; invece due corrispondenze singolari dello stesso grado ma di diversi sistemi hanno* 3 *coppie comuni; una corrispondenza singolare di* 3° (*o risp. di* 6°) *grado ha comuni* 1 *oppure* 3 (3 *oppure* 1) *coppie con una corrispondenza ordinaria secondo che questa è razionale od ellittica* (*).

(*) I 2, 4, 6 sistemi infiniti di corrispondenze che abbiamo trovato risp. nelle curve non singolari, nelle armoniche ed in quelle equianarmoniche formano un gruppo di cui si potrebbero subito avere altre proprietà da quelle che già ne conosciamo; per esempio, si determinano subito dei sottogruppi, infiniti e finiti, in esso contenuti.

In particolare, se si considera una curva ellittica normale d'ordine n, è notevole quel sottogruppo finito che si compone delle trasformazioni collineari della curva in se stessa. In ognuno dei sistemi di corrispondenze univoche sulla curva vi sono n^2 collineazioni; esse sono (v. la seconda nota al n. 3) quelle corrispondenze del sistema che ad uno, fissato ad arbitrio, fra gli n^2 punti singolari della curva fanno corrispondere rispettivamente gli n^2 punti stessi. Adunque, secondo che la curva non è singolare, od è armonica, od equianarmonica, essa ammette un gruppo di $2n^2$, $4n^2$, $6n^2$ trasformazioni collineari in se stessa. Dalle proprietà sopra esposte dei vari sistemi di corrispondenze si hanno come casi particolari varie proprietà di quel gruppo relative alla sua composizione, ai sottogruppi in esso contenuti, ecc.

Nel caso di $n = 3$, cioè delle cubiche ellittiche, si può anche approfittare dei risultati precedenti per lo studio delle trasformazioni collineari in se stesso di un fascio sizigetico di cubiche, ossia della configurazione dei 9 flessi di una cubica. Tra quelle collineazioni, 18, ben note, son quelle che trasformano ogni cubica del fascio in se stessa (determinandovi altrettante

14. Nei n.[i] preced.[i] si potè osservare che su qualunque curva ellittica il prodotto di due corrispondenze prese in due dati sistemi (distinti o no) è pure una corrispondenza di un determinato sistema che non muta se si cambia l'ordine di quel prodotto. (*)

Ciò posto ed indicando con Ω, Ω_1, Σ, Σ_1 delle corrispondenze qualunque, supponiamo che sia

$$(1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad \Sigma\,\Omega = \Omega_1\,\Sigma_1 \; .$$

Rappresentando i due membri con Π, sarà:

$$\Sigma = \Pi\,\Omega^{-1}\,, \qquad \Sigma_1 = \Omega_1^{-1}\,\Pi \; .$$

Se dunque Ω ed Ω_1 sono dello stesso sistema (e quindi anche le loro inverse), segue dall'osservazione ricordata che anche Σ e Σ_1 saranno dello stesso sistema.

---

corrispondenze ordinarie, di cui 9 razionali prodotte da omologie armoniche coi flessi per centri). Le altre invece scambiano fra loro le cubiche del fascio. E poichè in questo le cubiche non singolari si raggruppano, come è noto, per gruppi di 12 tutte projettive fra loro ed ognuna delle 18 collineazioni che mutano una di esse in un'altra muta il fascio in se stesso, così saranno 11 . 18 le collineazioni che godono di questa proprietà senza mutare in se stessa ogni cubica. Ma per veder meglio la natura di quelle trasformazioni conviene ottenerle in altro modo. Una collineazione che scambi fra loro le cubiche del fascio deve mutare in se stessa la quaterna dei triangoli sizigetici. Questa quaterna di elementi del fascio è, come si sa, equianarmonica; oltre alle tre involuzioni che la mutano in se stessa e che hanno per coppie di elementi doppi le 3 coppie di cubiche armoniche del fascio, essa ammette dunque 4 projettività cicliche di 3° grado (con le loro inverse), ciascuna delle quali ha per elementi uniti un elemento della quaterna ed una delle 4 curve equianarmoniche del fascio. Da tutto ciò segue che le collineazioni cercate o trasformano in se stessa ogni curva armonica di una coppia determinandovi una corrispondenza collineare singolare — e queste sono 2 . 9 per ognuna delle 3 coppie di curve armoniche —; oppure trasformano in se stessa una curva equianarmonica determinandovi una corrispondenza collineare singolare — e queste sono 4 . 9 per ognuna delle 4 curve equianarmoniche. In tutto dunque ritroviamo appunto le 11 . 18 collineazioni di prima. Il gruppo di 12 . 18 collineazioni piane che mutano in se stessa la configurazione dei 9 flessi appare subito notevolissimo, e da cose note e da tutte le cose dette risulta subito non solo quante e quali fra queste collineazioni siano cicliche di 2°, 3°, 4° e 6° grado, ma anche quali prodotti esse diano fra loro, ecc. ecc.

(*) Questo si potrebbe esprimere brevemente dicendo che i 2, 4 o 6 sistemi di corrispondenze univoche sono fra loro *permutabili* (quantunque non siano sempre permutabili le singole corrispondenze).

La (1) si può anche scrivere così:

$$(2) \quad \ldots\ldots \qquad \Omega_1^{-1}\Sigma\Omega = \Sigma_1 .$$

Se in particolare si prende $\Omega_1 = \Omega$, questa ci dice che *qualunque corrispondenza non muta sistema quando la si trasformi mediante una corrispondenza qualsiasi* (fatto già osservato ed adoperato al n. 11 pel caso di una corrispondenza Σ ordinaria). Ma anche la (2) in tutta la sua generalità si può interpretare in modo simile, osservando che, se a, a' sono due punti corrispondenti in Σ ed a_1, a'' i punti che a quei due risp. corrispondono in Ω_1, Ω, saranno appunto a_1, a'' corrispondenti in $\Omega_1^{-1}\Sigma\Omega$, cosicchè è naturale chiamare quest'ultima corrispondenza « la trasformata di Σ mediante la combinazione di Ω_1 ed Ω » (che se Ω_1 coincide con Ω si riduce alla trasformata di Σ mediante Ω). Allora la (2) dice che *quando mediante la combinazione due corrispondenze di uno stesso sistema si trasformi una corrispondenza qualunque, questa rimarrà nel proprio sistema.*

15. Quando una corrispondenza trasforma l'una nell'altra due corrispondenze Σ, Σ_1, essa muta ogni punto unito di Σ in un punto unito di Σ_1. Viceversa, date due corrispondenze Σ, Σ_1 dello stesso sistema, ogni corrispondenza che muti un punto unito di Σ in un punto unito di Σ_1 muterà Σ nella sola corrispondenza dello stesso sistema (n. 14) che abbia quest'ultimo punto per punto unito, cioè in Σ_1. Ne segue che *due corrispondenze qualunque di uno stesso sistema con* k (>0) *punti uniti son trasformate l'una nell'altra (in un dato ordine) da* k *corrispondenze di ciascun sistema.*

In particolare prendendo Σ e Σ_1 coincidenti: *Una corrispondenza qualunque con* k (>0) *punti uniti è trasformata in se stessa da (vale a dire è permutabile con)* k *corrispondenze di ciascun sistema,* cioè quelle determinate dal far corrispondere risp. i k punti nominati ad uno di essi fissato ad arbitrio.

Queste proposizioni si son dimostrate per corrispondenze Σ, Σ_1 dotate di punti uniti: però esse valgono pure *in generale* nell'ipotesi contraria, cioè se quelle corrispondenze sono corrispondenze ordinarie ellittiche. Poichè in tal caso *ogni* corrispondenza di questo stesso sistema muta Σ in Σ stessa; *ogni* corrispondenza razionale muta Σ in Σ^{-1}; infine se una corrispondenza singolare

Ω muta Σ in Σ_1, *ogni* altra corrispondenza singolare dello stesso sistema, essendo il prodotto di Ω e di una corrispondenza ordinaria ellittica (la quale ultima non altera Σ_1), muterà pure Σ in Σ_1. Dunque *due corrispondenze ordinarie ellittiche son trasformate l'una nell'altra da ognuna delle corrispondenze di un dato sistema, oppure da nessuna* (*).

In particolare una corrispondenza ordinaria ellittica permutabile con un'altra corrispondenza è permutabile con ogni corrispondenza appartenente al sistema di questa. Ora se una corrispondenza singolare è trasformata in se stessa da una corrispondenza ordinaria ellittica, poichè questa deve mutarne i punti uniti in punti uniti, accadrà che se vi è un sol punto unito quella corrispondenza ordinaria non potrà esistere (astrazion fatta, anche pel seguito, dall'identità), se ve ne sono 2 sarà involutoria, se ve ne sono 3 sarà ciclica di 3° grado. Concludiamo dunque che: *Nelle curve armoniche esiste una sola corrispondenza ordinaria ellittica la quale sia permutabile ad una corrispondenza singolare: essa è un'involuzione principale, permutabile a qualunque corrispondenza* (**) *ed in cui sono coniugati i punti uniti di ogni corrispondenza singolare. Nelle curve equianarmoniche non esistono altre corrispondenze ordinarie ellittiche permutabili a corrispondenze singolari che due corrispondenze cicliche di* 3° *grado inverse l'una dell'altra e permutabili a tutte le corrispondenze singolari cicliche di* 3° *grado* (*e non a quelle di* 6° *grado*)*: le terne di punti uniti di queste formano i cicli di quelle.*

16. Le relazioni studiate fra le varie corrispondenze si riferiscono alla geometria *sulle* curve ellittiche, qualunque queste

(*) In altri termini nel sistema ∞^1 delle corrispondenze ordinarie ellittiche ciascuno degli altri sistemi genera *una* corrispondenza ben determinata fra le corrispondenze stesse. È chiaro che gli elementi uniti di questa saranno le corrispondenze ordinarie ellittiche (fra cui l'identità) permutabili alle corrispondenze dell'altro sistema nominato. Se questo è singolare, sarà singolare la corrispondenza da lui determinata fra le corrispondenze ordinarie ellittiche.

(**) I quattro sistemi di corrispondenze sulla curva armonica generano dunque quattro sistemi di corrispondenze fra le coppie di questa particolare involuzione: se ne trae che la forma ellittica costituita da quelle ∞^1 coppie è anch'essa armonica.

siano; ma applicate a curve ellittiche particolari possono fornire risultati notevoli d'altra natura. Come esempio vediamone un'applicazione alle cubiche.

Sulla cubica γ si abbiano due corrispondenze qualunque di uno stesso sistema, Σ_1 e Σ_2; siano a, a_1 due punti qualunque omologhi in Σ_1, e sia Σ_3 la trasformata di Σ_2 mediante combinazione (n. 14) delle due projezioni di centri a, a_1, sicchè projettando risp. da a, a_1 due serie di punti corrispondentisi in Σ_2 si abbiano due serie di punti corrispondentisi in Σ_3: in forza del n. 14 sarà Σ_3 dello stesso sistema di Σ_2 e quindi anche di Σ_1. Dicendo b, b_2 due punti omologhi qualunque di Σ_2, e c, c_3 risp. le loro proiezioni da a, a_1, le quali saranno due punti omologhi qualunque di Σ_3, è chiaro che, in causa ancora del numero citato (e poichè l'unica corrispondenza del sistema di Σ_2 e Σ_3 in cui siano omologhi a, a_1 è Σ_1), Σ_1 sarà la trasformata di Σ_3 mediante combinazione delle projezioni di centri b, b_2 ed anche la trasformata di Σ_2 mediante combinazione delle projezioni di centri c, c_3. Ne segue subito che il legame fra Σ_3 e Σ_1, Σ_2 non dipende dalla coppia a, a_1 di punti omologhi in Σ_1 con cui prima fu definito. *Date su una cubica due corrispondenze qualunque di uno stesso sistema ne resta individuata una terza dello stesso sistema sì che due qualunque delle tre si trasformano l'una nell'altra mediante combinazione delle projezioni aventi i centri in due punti omologhi qualunque della rimanente* (*).

(*) Se di due punti qualunque a, b della cubica si prendono gli omologhi a_1, b_2 rispettivamente in due corrispondenze di uno stesso sistema, le rette ab, a_1b_2 incontreranno ancora la curva rispettivamente in due punti c, c_3 che saranno omologhi in una corrispondenza dello stesso sistema delle due date e pienamente determinata da queste. — Se di tre punti a, b, c in linea retta si chiamano a_i, b_i, c_i gli omologhi in Σ_i e le tre corrispondenze Σ_1, Σ_2, Σ_3 sono nelle relazioni suddette, saranno in linea retta le sei terne di punti $a_i\ b_l\ c_m$ dove $i\ l\ m$ indichi ogni permutazione di 1, 2, 3.

Aggiungiamo che il ragionamento fatto per una cubica si estende subito ad ottenere la proposizione seguente: *Su una curva ellittica normale d'ordine* n, *date* n — 1 *corrispondenze di uno stesso sistema ne resta individuata in questo una* n-*esima, sì che presi ad arbitrio sulla curva* n — 2 *punti ed i loro omologhi risp. in* n — 2 *fra quelle* n *corrispondenze, le rimanenti due si trasformano l'una nell'altra mediante combinazione delle proiezioni dai due spazi* S_{n-3} *congiungenti rispettivamente quei due gruppi di* n — 2 *punti.*

I punti uniti di ciascuna delle tre corrispondenze sono i centri delle sole projezioni che trasformino le due rimanenti l'una nell'altra. La retta congiungente un punto unito di una corrispondenza ad un punto unito di un'altra taglia ancora la cubica in un punto unito della corrispondenza rimanente.

Se due delle tre corrispondenze, p. e. Σ_1 e Σ_2, coincidono, due punti omologhi nella terza, cioè i centri di due projezioni dalla cui combinazione Σ_1 riesca trasformata in se stessa, non sono altro che i centri omologhi di projezione per Σ_1 considerati al principio di questo scritto. Si vede dunque che i centri omologhi di projezione per una data corrispondenza si corrispondono in una corrispondenza dello stesso sistema (*). I punti uniti di questa seconda (che sono dunque tanti quanti quelli della data) saranno i centri delle projezioni permutabili alla prima corrispondenza.

Torino, Giugno 1889.

In altri termini, se degli n *punti d'intersezione della curva con un* S_{n-1} *qualunque si determinano gli omologhi risp. nelle* n *corrispondenze* (*coordinate arbitrariamente a quei punti*), *questi saranno ancora* n *punti di un* S_{n-1}

(*) Ciò risulterebbe pure dall'osservazione fatta al n. 3, che la corrispondenza data e quella dei centri omologhi di proiezione per essa non hanno alcuna coppia comune oppure coincidono.

Osservazioni intorno alla struttura dell'integumento di alcuni Nematelminti;

del Socio Lorenzo Camerano

L'integumento dei Nematelminti, malgrado i lavori numerosi stati fatti intorno ad esso, non è completamente noto in tutte le sue parti e i vari Autori sono assai discordi fra di loro.

L'Eisig (1) nella sua estesa monografia dei Capitellidi ha recentemente trattato a lungo dell'origine e della struttura delle formazioni cuticulari non solo nei vermi, ma in generale in tutti gli animali. Egli tuttavia ha quasi totalmente lasciato in disparte i Nematelminti a cui non consacra che poche parole a pag. 371. « Viel entwickeltere Fibrillen finden sich aber an den wie es scheint Häutungen unterliegenden Nematoden; und unter ihnen zeichnen sich insbesondere die Gordiiden durch die Zahl und Deutlichkeit der Faserschichten aus. »

L'integumento dei Nematelminti ha per lo più uno spesso strato cuticulare esterno il quale a primo aspetto si presenta come assai complicato e come tale viene descritto dagli Autori, i quali tuttavia sono ben lungi dall'essere d'accordo nemmeno sulla struttura dell'integumento delle specie più comuni, tanto che il Leydig stesso disse: « Es vesriente gar wohl die Hautdecke der Rundwümer eine besondere vergleichend durchgeführte Untersuchung » (2).

L'integumento dei Nematelminti si può ritenere costituito da due parti principali:

1° Da uno strato di natura cellulare che corrisponde all'epidermide propriamente detta (*subuctanen Schicht* di Schneider (3), *enderon* di Bastian (4), *ipodermide* di vari Autori).

(1) *Monographie der Capitelliden des Golfes von Neapel.* — Fauna und Flora des Golfes von Neapel, XVI, 1887.

(2) *Zelle und Gewebe.* p. 68.

(3) *Monographie der Nematoden,* p. 206.

(4) *On the Anat. and Phys. of the Nematoids parasitic and Free.* Philos. Trans. of Royal Soc., vol. 156, p. 548.

2° Di uno strato esterno al primo costituito alla sua volta di altri con struttura più o meno complessa e che è da considerarsi come uno strato cuticolare (*cuticular Schicht* di Schneider, *enderon* di Bastian, *epidermide* di vari Autori).

Lo strato epidermico propriamente detto nello stadio adulto dell'animale spesso manca totalmente (*Mermis*, *Hedruris*, ad esempio) spesso è rappresentato da uno strato granuloso con nuclei più o meno numerosi sparsi qua e là; spesso la sua struttura cellulare non è più visibile che alle estremità del corpo (*Ascaris* ad esempio). In altri casi la struttura cellulare è evidentissima e i margini delle cellule sono sinuosi e come incastrati gli uni agli altri (*Gordius* ad esempio).

Lo strato cuticolare è ben sviluppato sopratutto in quelle forme nelle quali manca lo strato epidermico propriamente detto.

Le questioni principali relative allo strato cuticulare riguardano principalmente:

1° la natura chimica;

2° la struttura istologica;

3° lo sviluppo.

Rispetto alla natura chimica dello strato cuticulare gli Autori dicono solamente che si tratta di chitina analoga a quella del dermascheletro degli Artropodi. Il Leydig tuttavia in vari lavori sull'integumento dei vermi e degli animali in genere, ritiene che le formazioni cuticulari abbiano una qualche affinità coi tessuti connettivi dei vertebrati. Il Villot (1) considera gli strati fibrillari della cuticula come formati da *fibres elastiques* simili a quelle: « qu'on observe chez les animaux vertébrés, et il me semble impossible de le ranger parmi les formations de nature chitineuse. » Il Dujardin (2) ritiene di natura cartilaginea una parte degli strati cuticulari dei *Mermis*.

È indubitato che oggi giorno si indicano come di natura chitinosa tessuti molto diversi fra loro e diversi dal tessuto chitinoso degli insetti che si suole considerare come tipico.

Io ho studiato l'azione di alcune sostanze coloranti e di alcuni reagenti comparativamente sugli strati cuticulari dell'*Ascaris*

---

(1) *Monographie des Dragonneaux*. — Archiv. de Zool. Expér., vol. III, 1874, p. 183.

(2) *Sur les Mermis et les Gordius*. — Ann. Sc. Nat., série II, vol. XVIII, 1842, p. 137.

lombricoides, dell'*A. mystax*, del *Mermis albicans*, del *Mermis nigrescens*, dell'*Hedruris androphora* e di parecchie specie di *Gordius* (1) *G. gratianopolensis*, *G. Villoti*, *G. tolosanus* ed ho ottenuto i risultati seguenti:

Sostanze coloranti. — I colori di anilina in soluzioni alcooliche danno ai vari strati cuticulari una colorazione diffusa più o meno intensa, ma instabile assai. La colorazione è più intensa negli strati divisi in fibrille: ma è facile osservare che il più delle volte le fibrille rimangono intieramente scolorite e che la sostanza colorante si deposita meccanicamente fra gli spazi interfibrillari. Lo strato esterno non si colora affatto negli *Ascaris* e nell'*Hedruris:* nei *Mermis* mi presentò talvolta (safranina) una colorazione spiccata, ma instabile.

Coll'*azzurro di Metile* o col *verde malachite* in soluzione acquosa e oprando sopra esemplari freschi si ottiene una vera colorazione degli strati fibrillari osservabile anche nelle fibrille isolate. Queste si colorano pure colla *picronigrisina:* ma in questo caso è d'uopo tener conto dell'azione dell'acido picrico.

Dei vari carmini provati il *carmino alcoolico di Mayer* e il *picrocarmio di Weigert* sono quelli che danno migliori risultati sopratutto per le fibrille dell'*Ascaris lombricoides*. Nei *Gordius* le colorazioni sono incerte: in alcuni esemplari si ottengono, in altri no.

Dirò anzi a questo riguardo che vi sono differenze individuali spiccatissime dovute forse all'età dell'animale. Buone colorazioni delle fibrille dell'*Ascaris lombricoides* si possono ottenere colla *cocciniglia di Mayer*. Anche questo colorante è meno sicuro pei *Gordius*.

Io credo di poter conchiudere: 1° che gli strati cuticulari dei Nematelminti sopra detti non sono totalmente refrattari alle sostanze coloranti: 2° che presentano differenze individuali notevoli a tale riguardo: 3° che gli strati più esterni si colorano in generale più difficilmente degli strati sottostanti.

Azione degli alcali. — La *potassa caustica* in soluzioni non molto concentrate agisce più rapidamente che in soluzioni concentratissime.

---

(1) Per la struttura dell'integumento si consulti il mio precedente lavoro: *Ricerche intorno all'anatomia ed istologia dei Gordii*. — Torino, Ermanno Loescher, 1888.

La potassa caustica comincia ad intaccare gli strati cuticulari più interni e poi a mano a mano gli altri dividendoli in strisce o in placche a margine più o meno evidentemente sfilacciati e spesso in forma di romboedri. Lo strato esterno ha maggiore resistenza degli altri e negli *Ascaris*, nei *Mermis* nell'*Hedruris* nei quali è pieghettato trasversalmente, esso si divide in strisce corrispondentemente ai solchi delle piegature dove la resistenza è minore. I margini delle strisce appaiono sfilacciati finissimamente, il che è dovuto alla struttura fibrillare dello strato stesso. Nei *Gordius* invece di strisce si isolano delle formazioni rotondeggianti (areole) le quali pure hanno margini dentati o sfilacciati.

Anche le strisce e le areole dopo un soggiorno più o meno lungo finiscono per sciogliersi totalmente.

Acqua di Javelle. — Questo reagente scioglie rapidamente gli strati cuticulari dell'*Hedruris androphora:* solo lo strato esterno resiste un po' più. Nei *Gordius* in sei o sette ore vengono sciolti quasi tutti gli strati, meno i più esterni i quali richiedono talvolta per sciogliersi più di ventiquattro ore. Nell'*Ascaris lombricoides* dopo cinque o sei ore di immersione nell'acqua di Javelle si osserva un rigonfiamento notevolissimo dello strato cuticulare. Colla dilacerazione è facile riconoscere la presenza di molti strati sovrapposti con struttura fibrillare. Lo strato più esterno è molto resistente a questo reagente.

Acido solforico, acido nitrico, acido cloridrico in soluzioni concentrate a freddo. — Alcuni pezzi di integumento di *Gordius tolosanus*, di *Gordius Villoti*, di *Mermis albicans* e di *Ascaris lombricoides* messi per 12 ore circa negli acidi sopradetti danno i risultati seguenti: l'acido nitrico scioglie tutto. L'acido cloridrico scioglie tutti gli strati della cuticula, meno lo strato esterno il quale richiede un tempo più lungo. L'acido solforico scioglie nei *Gordius* gli strati fibrillari più interni mentre lascia intatto lo strato esterno e gli strati fibrillari più vicini a questo. Queste parti non vennero disciolte nemmeno dopo un'azione prolungata per parecchi giorni. Nell'acido solforico bollente si sciolgono invece in pochi minuti. Nell'*Ascaris lombricoides* e nei *Mermis* l'acido solforico sciolse tutto.

Nei *Gordius* gli acidi sopradetti, ed anche gli acidi acetico e formico, fanno rigonfiare le fibrille degli strati tegumentali, le quali poi si staccano qua e là e si riuniscono a fasci irregolari.

contorcendosi in varie guise e attorcigliandosi fra loro a spirale in modo assai curioso, come mostrano le figure qui unite, poscia a poco a poco si sciolgono. Facendo agire soluzioni diluite degli acidi sopradetti, si osserva che la resistenza è minore negli strati cuticulari più profondi.

Fanno tuttavia eccezione quegli individui, sopratutto di *Gordius Villoti*, i quali si trovano spesso nelle acque, che hanno un colore bruno nero, e che hanno di già deposto quasi totalmente i prodotti sessuali. In questi esemplari, certamente vecchi, lo strato tegumentale si è notevolmente indurito e presenta una molto maggior resistenza ai reagenti.

In conclusione si può dire che nelle formazioni cuticulari dell'integumento dei Nematelminti sopra menzionati gli strati più esterni resistono più lungamente all'azione degli alcali e degli acidi che non gli strati interni. Si può dire, a mio avviso, che non esiste differenza fondamentale pel modo di comportarsi cogli alcali e cogli acidi fra gli strati cuticulari esterni e gli strati cuticulari interni.

Da quanto precede risulta una certa rassomiglianza, sopratutto per gli strati fibrillari della cuticula dei *Gordius*, fra le formazioni fibrillari delle cuticule ed il tessuto connettivo e specialmente col tessuto connettivo elastico. Debbo dire tuttavia che la colorazione data dal G. Martinotti (1) come specifica per le fibre elastiche dei vertebrati non mi ha dato alcun risultato nei vermi che ci occupano. Si riesce solamente a colorire in giallo le fibrille colla soluzione picrocarminata, come indica il Ranvier pel tessuto elastico (2).

Certamente poi si osserva un progressivo modificarsi delle proprietà degli strati cuticulari, sia procedendo dall'interno verso l'esterno, sia in complesso in tutta la cuticula col progredire dell'età dell'animale.

Struttura istologica. — La struttura intima delle formazioni cuticulari nei Nematelminti, da quanto risulta dalle mie osservazioni e da ciò che si può arguire dalle descrizioni degli Autori appare essere fondamentalmente la stessa in tutte le forme

---

(1) *Un metodo semplice per la colorazione delle fibre elastiche.* — Zeit. für wiss. Mikroscop., vol. IV, 1887, p 31.

(2) *Technique histologique,* p. 388.

sebbene esse a primo aspetto si presentino molto complesse e differenti fra loro.

Io debbo qui anzitutto far osservare che le formazioni cuticulari presentano molte apparenze dovute a fenomeni ottici, le quali possono facilmente trarre in inganno gli osservatori e far credere ad una complicatezza di struttura che non esiste menomamente.

A mio avviso nei Nematelminti la formazione cuticulare dell'integumento è costituita da una serie numerosa di strati sottilissimi ed originariamente omogenei. Questi strati, per una proprietà fisica comune ai sottili strati membranosi di natura organica tendono ad assumere una struttura fibrillare finissima.

Gli strati cuticulari si saldano frequentemente fra loro formando degli strati più o meno spessi. Ciò si osserva sopratutto verso la parte esterna della formazione cuticulare. Questi strati possono dividersi alla loro volta in fibrille, le quali sono sempre di mole maggiore delle prime sopra menzionate e che debbono considerarsi come formazioni secondarie; forse nella costituzione e nella direzione di queste fibrille si deve tener conto dei movimenti dell'intiero involucro muscolo cutaneo dell'animale.

Gli strati più esterni si induriscono più presto degli altri, o meglio si può dire che si fanno più resistenti e costituiscono ciò che gli Autori denominano *strato esterno* della cuticula. Nella formazione di questo strato è d'uopo forse tener conto della necessità che ha l'animale di proteggersi dall'azione dei succhi digerenti dell'ospite in cui vive, se si tratta, com'è il caso più frequente per gli animali che ci occupano, di endoparassiti. In questi infatti gli strati cuticulari esterni presentano uno sviluppo notevole ed una notevole resistenza all'azione dei reagenti acidi ed alcalini.

Gli strati cuticulari in vari casi sono attraversati perpendicolarmente da prolungamenti i quali, facendo divaricare le fibrille dei vari strati, danno luogo alle così dette formazioni a croce. Questi prolungamenti mancano nell'*Ascaris lombricoides*, nell'*A. mystax*, nell'*Hedruris* e nei *Mermis*, vale a dire nei casi in cui lo strato epidermico propriamente detto è degenerato od è al tutto scomparso. Essi sono al contrario ben spiccati nei *Gordius* dove è pure ben sviluppato lo strato epidermico. Forse si tratta di residui di prolungamenti proprii dello strato epidermico; forse, e ciò mi pare più probabile, essi sono residui di

tubi escretori delle ghiandole unicellulari dello strato epidermico, le quali non funzionano più dopo che la cuticula si è notevolmente inspessita. È d'uopo tuttavia fare nuove ricerche in proposito.

Gli strati cuticulari esterni degli *Ascaris*, dell'*Hedruris*, dei *Mermis*, dell'*Eustrongylus gigas* e di altri Nematodi presentano delle apparenti strisce più o meno sottili, disposte trasversalmente le quali vennero dagli Autori descritte come formazioni particolari, autonome della cuticula. Come si vede dalle descrizioni che seguono non si tratta d'altro che di raggrinzature trasversali della cuticula stessa, le quali combinandosi con alcune raggrinzature longitudinali che si producono nei movimenti dell'animale danno luogo ad apparenti suture. Le strisce in discorso non devono essere considerate come parti autonome costituenti lo strato esterno cuticulare.

Nei *Gordii* l'origine delle areole dello strato esterno è, tenuto conto della forma che esse assumono nelle varie specie, meno chiara.

Il Michel (1) dice: « lorsque elles affectent la forme de boutons distincts, elles correspondent aux cellules sous-jacentes. »

Nel *Gordius tolosanus* ♀ si osserva realmente in molti preparati di integumento una notevole corrispondenza fra le cellule epidermiche e le areole cuticulari esterne: e non è impossibile che in questa specie lo strato cuticulare esterno conservi traccia della primitiva origine: ma tenuto conto delle forme che lo strato cuticulare esterno presenta nelle numerose specie di Gordii oggi conosciute, non mi pare che ciò si possa dire in modo generale. Nella maggior parte dei casi, a mio avviso, anzichè una forma originaria si ha una modificazione secondaria dovuta a speciali raggrinzamenti degli strati cuticulari esterni, raggrinzamenti degli strati che sono resi più complicati dalla presenza dei prolungamenti perpendicolari sopra menzionati che attraversano la cuticula, e dallo sviluppo e dalla relativamente notevole mobilità degli strati fibrillari sottostanti.

Per maggior chiarezza si possono riunire le varie parti formanti gli strati cuticulari dei Nematelminti nello specchietto seguente:

---

(1) *Comptes-rendus*, N. 27, 1888, p. 1175.

A. *Formazioni primarie.* — 1° Strati membranosi sottilissimi, omogenei.

2° Strati membranosi sottilissimi con struttura fibrillare finissima, da considerarsi come una modificazione degli strati membranosi di cui al N. 1.

B. *Formazioni secondarie.* — 1° Strati membranosi più o meno spessi con o senza aspetto fibrillare provenienti dalla saldatura di varii strati membranosi di cui al N. 1 o al N. 2 A (sono in questo caso i così detti strati cuticulari esterni).

2° Strati membranosi più o meno spessi e costituiti di strati membranosi di cui al N. 1 e 2 A, divisi più o meno nettamente in fibre, più o meno grosse (sono in questo caso gli strati fibrillari e gli strati sottostanti delle cuticule).

C. Strutture della cuticula dovute o ad apparenze ottiche o a raggrinzature o a divaricazione degli strati.

1° Formazioni a croce dovute al passaggio dei prolungamenti perpendicolari.

2° Linee incrociate delimitanti dei rombi: dovute al piegarsi in date direzioni delle fibrille degli strati fibrillari (*Gordius*).

3° Areolature rialzate, grossolanamente rotondeggianti dovute a raggrinzature di tutto l'involucro cuticulare (*Gordius Villoti* in special modo).

4° Pieghettature trasversali o leggermente oblique degli strati cuticulari esterni, le quali danno luogo a strisce cuticulari più spesse separate da solchi in cui lo strato è più sottile (strato esterno cuticulare degli *Ascaris*, dell'*Hedruris*, dei *Mermis*, dell'*Eustrongylus*.

5° Areolature persistenti dello strato cuticulare esterno di varie specie di *Gordius*.

Formazione della cuticula. — Nei Nematelminti si può dire che la cuticula si forma alle spese degli elementi cellulari costituenti lo strato epidermico propriamente detto e non per secreti filiformi prodotti da elementi ghiandolosi speciali. In vari casi l'intiero strato cellulare si trasforma in cuticula.

Il Galeb (1) dice a questo proposito parlando degli Ossiuridi: « Les téguments dérivent directement de la région esterne du

(1) *Organisation et développement des Oxyurides.* — Archives de Zool. Expér., vol. 7, 1878, p. 307.

blastoderme. Au début, l'embryon est dépourvu de cuticule: la couche cellulaire externe est donc nue; mais bientôt, à mesure qu'il s'allonge on voit une masse transparente, émise probablement par les cellules de cette couche, envahir légèrement le pourtour du jeune animal, et en se solidifiant, constituer la première cuticule..... » Lo stesso Galeb descrive così il costituirsi della cuticula dell'appendice caudale: « Le premier élément de l'appendice caudal est une cellule donnant naissance par prolifération à une autre cellule qui lui fait suite dans les sens de l'axe du corps; puis on en voit apparaître une troisième et ainsi de suite un plus grand nombre, suivant la longueur que doit atteindre l'appendice. Le contenu granuleux de ces diverses cellules se recondense alors vers leur centre et l'on voit ainsi apparaître autour de chacune d'elles une zone transparente. Ces zones claires des diverses cellules qui forment alors la queue, se fusionnent les unes avec les autres et en se solidifiant, constituent la cuticule, pendant que les masses granuleuses en se confondant suivant l'axe du corps, donnent naissance au tissu intérieur de l'appendice caudal. »

Mermis albicans Siebold, e *Mermis nigrescens* Dujardin.

L'integumento di queste due specie venne studiato in particolar modo dal Dujardin (1) dal Meissner (2) dal Balsamo Crivelli (3).

Il Dujardin ritiene la pelle del *Mermis nigrescens* costituita di 3 involucri concentrici: vale a dire:

1° Uno strato esterno « une couche épidermique homogène. »

---

(1) *Mémoire sur la structure anatomique des* Gordius *et d'un autre Helminthe*, *le* Mermis, *qu'on a confondu avec eux.* — Ann. Sc. Nat., série II, vol. XVIII, 1842 — Hist. nat. des Helminthes, 1845.

(2) *Beiträge zur Anatomie und Physiologie von* Mermis albicans. — Zeit. für wiss. Zool, vol. 5, 1854.

Beiträge zur Anatomie und Physiologie der Gordiaceen. — Zeit für wiss. Zool., vol. 7, 1856.

(3) *Storia del genere Gordius e di un nuovo Elminto.* — Mem. Istituto Lombardo, vol. II, 1845. — L'*Autoplectus protognostus* descritto dal Balsamo in questo lavoro non è altro che un *Mermis albicans* Siebold, come già hanno ritenuto il Diesing (*Revision der Nematoden.* — Sitz. Akad. Wiss. Wien., XLII, 1861) ed altri e come io stesso potei convincermi coll'esame dei tipi conservati nel Museo Zoologico di Pavia, i quali mi vennero cortesemente comunicati dal Prof. Pietro Pavesi.

« 2° Une double couche de fibres obliques, croisées, parfaitement égales et continues, formant ainsi comme un double système de fibres qui s'enroulent en hélice autour du corps, depuis une extrémité jusqu'à l'autre. Les fibres de la couche supérieure sont tournées de gauche à droite; vues en place, elles sont épaisses de 0,0017; vue à plat, quand elles sont isolées, elles sont larges de deux millièmes de millimètres; celles de la couche inférieure sont tournées en sens invers, et d'un tiers moins épaisses. »

3° Sotto agli strati precedenti si trova: « un tube cartilagineux formé de quinze, vingt et junsqu'à trente couches homogènes, concentriques, épaisses de 0,0015 à 0,003 en allant de dehors en dedans. »

Il Meissner divide l'integumento nel *Mermis albicans*, in:

a) Epidermide;

b) Strato fibroso;

c) Corium.

Questa divisione corrisponde a quella del Dujardin.

Il Balsamo Crivelli dice solamente: « La superficie esterna o l'integumento dei Gringhi, allorchè sono vivi, compare interamente liscia; quando però sono morti, o tagliati in piccoli pezzi per assoggettarli ad esame, si corruga simulando degli anelli. L'involucro del Gringo è formato da due strati di fibre le une trasversali oblique, le altre longitudinali. »

L'integumento dei *Mermis* secondo l'esame da me fatto sopra esemplari appartenenti alle due specie sopra indicate costituito nel modo seguente:

1° Uno strato esterno molto sottile, difficilmente isolabile dagli strati sottostanti che si può chiamare: *strato esterno della cuticola* e che corrisponde: alla « couche épidermique homogène » di Dujardin e all'Epidermide di Meissner.

Il Meissner considera nel *Mermis albicans* questo strato come diviso in sei campi che dal capo vanno longitudinalmente fino alla coda: ciascuno di questi sarebbe diviso trasversalmente in molte striscie cosichè lo strato esterno, o l'epidermide di Meissner sarebbe diviso in molti poligoni esagonali allungati in senso trasversale (1). Nello strato esterno corrispondente nel *Mermis nigrescens* egli non riconobbe questa struttura (2).

(1) Opera citata. — Zeit. für wiss. Zool., V, tav. XI, fig. 2, 3.
(2) Opera citata. — Zeit. für wiss. Zool., VII, p. 13.

Io non sono riuscito in alcun modo a vedere nel *Mermis albicans* le strutture descritte dal Meissner. Lo stato cuticulare esterno appare, esaminato anche con forti ingrandimenti, omogeneo. Ciò che forse ha condotto in errore il Meissner sono le raggrinzature trasversali, che simulano una segmentazione molto fina che si osservano in alcuni individui: ma che scompaiono se si lascia l'integumento in macerazione per qualche tempo.

Se osservasi lo strato cuticulare esterno, sul quale si sia fatto agire per qualche minuto una soluzione allungata di potassa, con ingrandimenti fortissimi (ob. $\frac{1}{12}$ imm. omog. Zeiss. ocul. 4) facendo variare opportunamente l'inclinazione della luce si scorge in esso una struttura fibrillare finissima incrociata, il che indica trattarsi qui non di uno strato solo, ma di parecchi strati fortissimamente uniti insieme e aventi ciascuno una struttura fibrillare con fibrille disposte in una data direzione.

La sostanza che costituisce lo strato cuticulare esterno è molto trasparente, e nei pezzi isolati appare pure abbastanza rifrangente la luce.

2° Le dilacerazioni e le sezioni dell'integumento dei *Mermis* mostrano al disotto dello strato cuticulare esterno uno strato con fibre rifrangenti molto spiccate, ed incrociate fra loro in modo da disegnare dei rombi. Questo strato appare formato da due, uno esterno in cui le fibrille sono più sottili e l'altro che è sotto a questo in cui le fibre sono più grosse.

Il Meissner (1) considera le fibre come divise in sei campi longitudinali, corrispondenti a quelli che egli credeva esistessero nello strato esterno che egli chiamava epidermide. Le fibre secondo il Meissner in corrispondenza delle suture longitudinali dei campi si ripiegano su loro stesse.

Io non ho mai potuto trovare in nessun esemplare di *Mermis albicans* nè di *M. nigrescens* nulla che potesse far credere all'esistenza delle disposizioni di struttura indicate dal Meissner. Siccome tuttavia anche il Dujardin (2) menziona qualcosa di analogo per l'estremità posteriore del *Mermis nigrescens*, volli esaminare la cosa colla maggior cura possibile, il risultato fu, come

(1) Opera citata, vol. V, tav. XI, fig. 2.
(2) Opera citata, tav. 6, fig. 7, p. 137.

già dissi sopra negativo. Credo che il Meissner ed il Dujardin siano stati tratti tutti in errore dal fatto che non raramente l'integumento presenta delle raggrinzature longitudinali che inducono nella direzione delle fibre un'apparenza analoga a quella indicata dai due Autori: è facile, o colla compressione del vetrino copri-oggetto o coll'isolare lo strato cutaneo, convincersi della cosa. Usando ingrandimenti molto forti $\left(\frac{1}{12}\right.$ imm omog. Zeiss ocul. 2, e $\left.3\right)$ si scorge che le fibrille non costituiscono un filo a spirale continuo: ma hanno un decorso più o meno lungo e poi si uniscono fra loro in modo variabile: le suture delle fibre si fanno senza regola in qualunque punto dell'animale.

Le fibre che costituiscono i due strati in discorso sono relativamente grandi e nello stesso strato non eguali fra loro in grossezza: negli esemplari da me esaminati lo strato esterno mi presentò fibre più piccole di quello dello strato interno. Queste fibre esaminate con ob. $\frac{1}{12}$ ad immersione omog. e ocul. 3,4 Zeiss appaiono costituite da fasci di fibrille sottilissime. Questa struttura si può rendere più evidente con una goccia di soluzione allungata di potassa. Il preparato deve essere esaminato dopo pochi minuti da che si è messo il reagente. Le fibrille si possono scorgere in questo modo così anche coll'ocul. *F.* Zeiss e coll'ocul. 3,4.

Si può dire adunque che le grosse fibre dello strato tegumentale dei *Mermis* sono formate da fasci di fibrille finissime.

3° Il tubo cartilagineo di Dujardin, *Corium* di Meissner, costituisce lo strato più spesso dell'integumento dei *Mermis*. Il suo spessore varia nelle diverse parti dell'animale, come i due Autori ora nominati hanno già descritto.

Questo strato risulta fatto dalla sopra posizione di molti strati concentrici. Il Dujardin crede possano essere anche trenta. Non è facile contare esattamente questi strati sia perchè essi sono molto sottili, sia sopratutto perchè si trovano intimamente fusi insieme. Nelle dilacerazioni dell'integumento si riesce a far distaccare irregolarmente dei brani dello strato in discorso. I margini di questi brani si presentano scalariformi e mostrano chiaramente la loro struttura stratificata. Coll'azione della potassa si riesce dapprima a far apparire in esse delle linee spiccatamente parallele e molto ravvicinate che accennano ad una divisione ana-

loga ai fasci che sono stati osservati nello strato fibrillare precedentemente descritto, poscia appaiono strie molto più sottili che in alcuni tratti si mostrano incrociate.

Io credo quindi che anche il *Corium* di Meissner sia da ritenersi costituito da una serie di strati con struttura fibrillare in cui, le fibrille fondamentali, se così possiamo chiamarle sono simili a quelle che formano gli strati più esterni dell'integumento.

4° Al disotto degli strati sopra enumerati se ne trova uno il quale nelle dilacerazioni rimane quasi sempre intimamente aderente allo strato muscolare. Si tratta di una membrana sottilissima la quale appare striata in direzione normale a quella che hanno le fibre muscolari. A primo aspetto si potrebbero considerare come fibre muscolari circolari: ma è facile convincersi che si tratta di una formazione cuticolare,

Nei *Mermis* fra gli strati cuticolari ora descritti ed i muscoli non esiste alcun altro strato tegumentale: quindi manca intieramente lo strato cellulare, l'epidermide propriamente detta.

I più giovani esemplari di *Mermis albicans* (lunghi un centimetro circa) che io ho potuto esaminare mi mostrarono l'integumento già costituito nel modo sopra indicato. È indubitato tuttavia che potendo esaminare individui sufficientemente giovani si riuscirebbe a vedervi uno strato cellulare epidermico.

Nell'individuo adulto il residuo dello *strato epidermico* propriamente detto è d'uopo cercarlo nelle linee laterali le quali sono nei *Mermis*, come è noto, formate da cellule relativamente grandi, con grosso nucleo e che si colorano intensamente con tutti i coloranti in uso (Carmino alcoolico, boracico, picrico, col bruno di Bismark, ecc.).

Negli strati cuticolari dei *Mermis* mancano totalmente le formazioni a croce che si trovano nei Gordii, e in moltissimi altri vermi, e quindi mancano pure i prolungamenti che attraversano gli strati stessi.

L'integumento dei *Mermis* adulti è così costituito:

1° Manca lo strato cellulare epidermico o non si ha più che la parte cuticolare la quale da solo costituisce l'integumento.

2° La cuticula è molto spessa e può dividersi in vari strati i quali hanno strutture apparentemente diverse fra loro e si comportano colla luce e coi reagenti un po' diversamente fra loro. Tutta la cuticola a mio avviso deve essere considerata come costituita da straterelli molto sottili i quali possono dividersi in

fibrille finissime. Questi strati si saldano intimamente insieme verso la parte esterna e costituiscono lo *strato esterno della cuticola*. Gli strati che seguono si uniscono pure insieme: ma i più esterni si dividono ai fasci e costituiscono gli strati fibrillari degli Autori.

Nei *Mermis* le fibrille relativamente grosse degli strati fibrillari non ci rappresentano una divisione fibrillare primaria; di uno strato solo cuticolare ma bensì una divisione secondaria di un certo numero di strati cuticolari a struttura fibrillare saldati, più o meno intimamente insieme.

In qual modo si può spiegare la formazione della cuticola dei *Mermis*? Il quesito non è di facile soluzione. Qui non è applicabile la spiegazione data dai Eisig (1) per la cuticola dei capitellidi poichè non solo non vi sono ghiandole cutanee, nè come tali si possono considerare le cellule delle linee laterali, ma le cellule epidermiche scompaiono totalmente risolvendosi nella cuticola stessa.

Lo struttura dell'integumento dei *Mermis* viene a confermare quanto sostiene il Leydig intorno all'origine delle formazioni cuticulari (2) « Ueber die Art und Weise, wie ein Cuticularsaum in erster Anlage zu Stande Kommt, bemühte ich mich im Laufe der Zeit eine immer mehr bestimmnte Einsicht zu erhalten. So lange noch die Zellsubstanz als gleichartige, Körnchen einschliessende Masse galt, konnte ein Cuticularsaum auch nur einfach als Abscheidung der Matrixzellen genommen werden. Nachdem aber die Zellsubstanz eine morphologische Zusammenzetzung aus Spongioplasma und Hyaloplasma hatte erkennen lassen, erhob sich die Frage; geht die Cuticula bloss aus dem Hyaloplasma hervor, oder ist auch das Spongioplasma hieran betheiligt? Ueber diesen schwierigen Punkt glaube ich so viel ermitteln zu können, dass beide Substanzen des Zelleibes in Anspruch genommen werden, also sowohl das protoplasmatische Schwammwerk, als auch die homogene Zwischensubstanz. Der Kopftteil der Matrixzellen kann im Ganzen zur Cuticula werden und in diesem Fall wäre zu folgern, dass man besagte Schicht nicht als Abscheidung schlechthlin auffassen dürfe, da ja ein Abschnitt des Zellkörpers in ihre Bildung eingegangen ist. Und es sei zur Würdigung des Vorstehenden noch

(1) Opera citata.

(2) *Altes und Neues über Zellen und Gewebe.* — Zool. Anzeig., vol. XI, N, 280, 1887, p. 276.

einmal an die Vorkommnisse erinnert, in denen selbst der ganze Zellkörper zu cuticularisiren vermag. »

Ascaris lombricoides. — La descrizione dell'integumento di questa specie o di specie affini venne fatta da parecchi Autori (1) e si trova in tutti i trattati di Zoologia e di Anatomia comparata (2).

Confrontando queste descrizioni si vede che gli Autori sono tutt'altro che d'accordo fra loro. Io quindi ho ristudiato la struttura dell'*Ascaris lombricoides* e sono venuto alle conclusioni seguenti:

Procedendo dall'esterno verso l'interno si può isolare facilmente mediante la macerazione più o meno prolungata nell'acido cromico allungatissimo o nell'alcool diluito; un primo strato il quale esaminato, con ingrandimenti mediocri (oc. *E.* Zeiss. ob. 2), presenta delle striature trasversali limitanti come degli annelli. Questi non sono continui tutto intorno al corpo: ma qua e là si uniscono fra loro come nelle figure qui unite e come lo Csermak (3) e vari altri dopo di lui già indicarono.

Se esaminiamo lo stesso strato con ingrandimenti fortissimi (ob. $\frac{1}{12}$ im. ocul. 3 Zeiss) dopo aver fatto agire su di esso per qualche tempo una soluzione allungata di potassa, allora si scorgono delle finissime strie che indicano una struttura fibrillare: i margini degli anelli appaiono dentellati e rifrangenti: le strie si continuano pure negli spazi interannulari.

Si vede chiaramente che la struttura annulare dello strato cuticulare esterno è dovuta puramente a pieghettature dello strato stesso. Ciò spiega le cosidette suture fra gli annelli: esse sarebbero pieghe oblique dovute in gran parte a raggrinzature longitudinali della pelle.

Non credo in conclusione che si possa parlare, nello strato cuticulare esterno dell'*Ascaris lombricoides* di strisce, o di an-

---

(1) Per non citare che i principali ricordiamo: SCHNEIDER, *Monographie der Nematoden;* COBBOLD, *Entozoa*, Londra 1866; BASTIAN, *Philos. Trans.*, Royal Society, vol 156, p. 545, 1865.

(2) Nel recente *Traité d'Anatomie comparée pratique*, di Vogt e Yung, la descrizione dell'integumento di questa specie non è esatta.

(3) *Ueber den Bau und das optische Verhalten der Haut von* Ascaris — lombricoides. Sitzungsb. Kais. Akad. Wiss. Wien. 1852, p. 756, fig. 1.

nelli, di *rubans*, come di elementi costitutivi. Il fatto citato da vari Autori, e facile a verificarsi, che cioè questi annelli si possono isolare colla macerazione, si spiega facilmente dicendo che lo strato cuticulare esterno è meno resistente al fondo delle ripiegature che non nelle parti sporgenti; la qual cosa, come noto, si verifica in qualsiasi integumento.

Lo strato esterno cuticulare dell'*Ascaris lombricoides* risulta formato da strati sottili assai, avente struttura fibrillare finissima che si saldano fortemente insieme. Le numerose ripiegature della pelle gli dànno un aspetto annellato. Gli annelli hanno i margini dentellati e rifrangenti per lo sporgere dei fasci di fibrille; il che è causato dallo stesso ripiegarsi degli strati.

Fra le ripiegature si osservano spesso dei granuli più o meno voluminosi rifrangenti: essi resistono all'azione degli acidi e degli alcali e mi paiono di natura analoga agli strati cuticulari; essi sono simili a quelli che in molto maggior numero si incontrano sugli strati cuticulari esterni dei *Gordius* e di altri vermi.

Al disotto dello strato cuticolare esterno si osserva uno strato formato da fibre incrociate in modo da costituire dei rombi. Colla dilacerazione è facile vedere che questo strato è costituito da due, ciascuno dei quali ha fibre disposte in una sola direzione. Con ingrandimenti mediocri (ob. *E.* ocul 3, Zeiss) le fibre appaiono relativamente grosse e di diametro variabile. Nelle dilacerazioni esse si separano le une dalle altre in fasci irregolari e si presentano come ondulate. Colorando il preparato con carmino alcoolico di Mayer l'aspetto ondulato viene reso spiccatissimo. Le ondulazioni corrispondono agli annelli o per meglio dire alle ripiegature trasversali dello strato cuticolare esterno come fa vedere la figura qui unita. Le ondulazioni sono prodotte da ripiegature trasversali dell'integumento.

Con ingrandimenti forti (ob. $\frac{1}{12}$ im. ocul. 4 Zeiss.) in preparati sottoposti all'azione della potassa, si scorge che le fibre sopra indicate sono esse pure costituite da fasci di fibrille sottilissime.

Al disotto degli strati con fibre più grosse viene uno strato di spessore variabile nei vari punti dell'animale, che si presenta apparentemente omogeneo. Esaminato in preparati ben macerati e con ingrandimenti convenientemente forti, è facile convincersi che esso pure è formato da una serie di strati sottilissimi sovrapposti e saldati insieme i quali hanno la solita struttura fibrillare incrociata.

Negli strati cuticolari dell'*Ascaris lombricoides* non esistono le così dette formazioni a croce, nè prolungamenti che li attraversino.

Sotto agli strati cuticolari ora descritti si trova l'epidermide propriamente detta che venne già descritta minutamente da vari Autori (1).

Negli esemplari di *Ascaris lombricoides*, da me esaminati, non ho trovato traccia di cellule a contorni netti, ma solo una sostanza granulosa con granuli di varie dimensioni, alcuni molto rifrangenti e che non si coloriscono coi carmini, e qua e là alcuni corpiciuoli di dimensioni pure variabili, ora rotondeggianti, ora allungati che si coloriscono intensamente coi carmini e cogli altri coloranti nucleari.

Si tratta qui di nuclei residui di uno strato cellulare epidermico. Nella massa granulosa circondante i nuclei ora indicati si osserva anche una struttura fibrosa, ma irregolare, come una sorta di trabecole intrecciate: colorando le sezioni colla soluzione di Cocciniglia di Mayer sono riuscito a mettere ripetutamente in evidenza questa struttura. Nei rigonfiamenti delle linee laterali nelle quali troviamo come un infossamento dell'epidermide e di una parte delle formazioni cuticolari è facile osservare le stesse cose.

Hedruris androphora Nitzsch. L'anatomia di questa specie curiosissima e rara (2) venne studiata dal Molin (3). Questo autore non si occupò tuttavia che dell'anatomia macroscopica. Più tardi E. Perrier (4) studiò l'anatomia dell'*Hedruris armata* occupandosi anche in parte della struttura istologica.

Per quanto riguarda la struttura intima della cuticola il Perrier dice: « Dans les deux sexes, la cuticule d'un bout à l'autre du corps présente des stries fines très-distinctes. » Dujardin n'a

---

(1) Vedasi anche a questo riguardo: LEYDIG, *Zelle und Gewebe*. Bonn 1855, p. 67.

(2) Debbo gli esemplari che mi servirono per questo studio al Professore Frizzi di Perugia, il quale li trovò parassiti nel canale digerente di *Triton cristatus*.

(3) *Prodromus Faunae Helminthologicae Venetae* — Denksch. d. mathem. naturw. Wien. 1861, p. 292, tav. X, fig. 3, 5, 6, 7, 8, 19.

(4) *Recherches sur l'organisation d'un Nématoïde nouveau du genre Hedruris*. — Nouvelles Archives du Muséum d'Hist. Nat. de Paris, vol. 7, 1871, p. 5 e seg., tav. I e II.

FIG. 9. Una fibra dello strato *b* fig. 7 e 8 molto ingrandita per mostrare la sua costituzione fibrillare (ob. $^1/_{12}$ imm. omog. Zeiss. ocul. 4).

» 10. *a* — Strato cuticulare interno che si trova sopra i muscoli colle sue raggrinzature disposte trasversalmente alla direzione delle fibre muscolari *b* (ob. $^1/_{12}$ imm. omog. Zeiss. ocul. 4).

» 11. *Hedruris androphora*. Strato cuticolare esterno pieghettato e colle apparenti suture (ob. $^1/_{12}$ imm. omog. Zeiss. oc. 4).

» 12. *Eustrongylus gigas*. Strato esterno cuticolare con piegature trasversali e con struttura a fibre trasversali (*a*). Questo strato è costituito da vari straterelli sovrapposti (*b*). Strato di fibrille finissime sottostanti (preparazioni con soluzione allungata di potassa ob. *F*. ocul. 2. Zeiss).

Gordius Villoti.

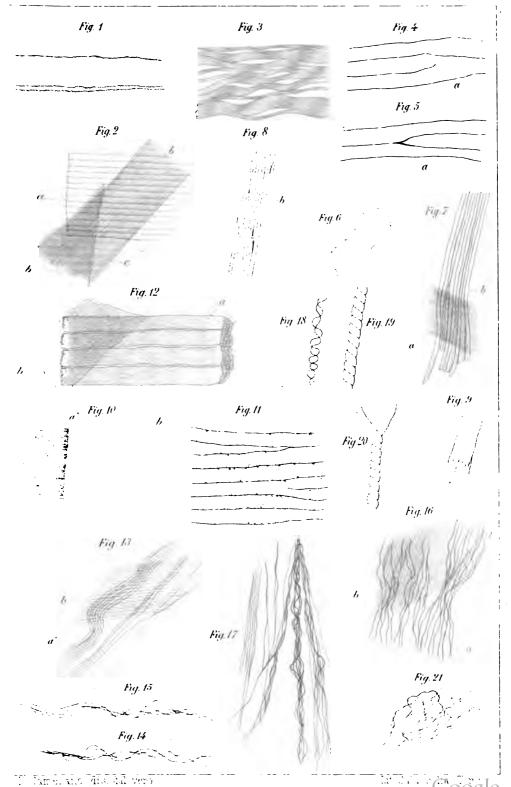
FIG. 13. Strati fibrillari tenuti per alcuni minuti nell'acqua di Javelle — La strato *a* è più interno: le fibrille di questo si contorcono sotto l'azione del reagente, mentre sono ancora inalterate quelle dello strato più esterno *b*.

» 14 e 15. Le fibrille sotto l'azione più prolungata dell'acqua di Javelle si contorcono avvolgendosi fra loro a fasci.

» 16 e 17. Strati fibrillari trattati con acido solforico a freddo in soluzione concentrata. L'azione del reagente comincia negli strati più interni *a*; in questi le fibrille si riuniscono irregolarmente a fasci e in parte si rompono.

» 18. Due fibrille che sotto l'azione dell'acido solforico si avvolgono l'una sull'altra a spirale (ob. F, Zeiss. ocul. 3).

» 19 e 20. Fibrille avvolte l'una sull'altra a spirale e rigonfiate per l'azione dell'acido solforico ($^1/_{12}$ imm. ocul. 3 Zeiss).

» 21. Strati fibrillari tenuti in macerazione nell'acqua per oltre un anno e trattati per qualche minuto con acido acetico concentrato: le fibrille sotto l'azione del reagente si contorcono rapidamente e si spezzano.

L'azione del caldo e del freddo sui vasi sanguigni;

Nota prima del Dott. Ugolino Mosso

La temperatura degli animali omeotermi si mantiene costante con differenti meccanismi, che funzionano in modo automatico. Per lottare contro il freddo i nervi sensibili della pelle avvertono i centri nervosi, perchè aumentino l'intensità dei processi chimici nei tessuti, oppure fanno costringere i vasi alla superficie del corpo in modo da diminuire la perdita di calore. Quando si tratta di lottare contro il caldo, gli apparecchi regolatori sono più complessi, aumenta la frequenza dei movimenti respiratori, cresce l'escrezione del sudore e si dilatano i vasi alla superficie del corpo. L'esperienza dimostra che tutti questi congegni della regolazione automatica funzionano assai incompletamente, e nella febbre non funzionano punto.

Gli studi più recenti sul processo della febbre tendono, secondo la dottrina di Traube, a dare un'influenza sempre maggiore alla scemata dispersione del calorico. Sono note a questo riguardo le ricerche di E. Maragliano (1) il quale trovò che nella invasione della febbre la temperatura cresce quanto più i vasi si costringono e che nell'acme della temperatura i vasi sanguigni sono contratti al loro massimo.

Queste osservazioni hanno una grande importanza, anche per la terapeutica, poichè ora è generale la tendenza di attribuire l'azione antipiretica di molti farmaci unicamente all'azione che esercitano sui vasi. Il che a parer mio è una esagerazione. Anche per coloro che ammettono consistere la febbre in un disturbo del centro vasomotorio, tornerà interessante di veder studiato con esattezza il modo di comportarsi dei vasi sanguigni sotto l'influenza del caldo e del freddo, di conoscere con precisione i li-

(1) E. Maragliano, *Archives italiennes de Biologie*, XI, p. 195.

miti nei quali può funzionare questo apparecchio regolatore e vedere separata la regolazione che dipende dai centri nervosi, da quella prodotta dai vasi per l'azione locale del freddo e del caldo indipendentemente dai centri nervosi.

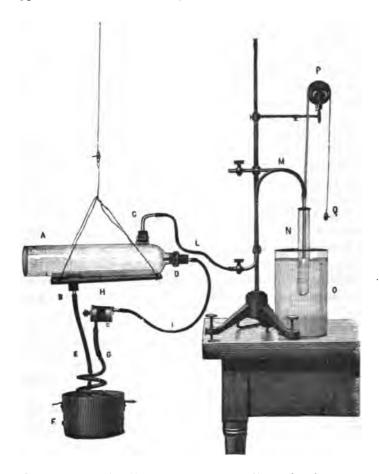
In questa prima Memoria esporrò il metodo che seguii nelle ricerche e le esperienze che feci sull'uomo sano per conoscere l'azione locale del freddo e del caldo. Parlerò in altra Nota delle esperienze che sto facendo sull'uomo durante gli accessi febbrili, e studierò in ultimo i riflessi vasali, ossia l'azione regolatrice di origine centrale.

Che il freddo e il caldo applicati sulla pelle producano entrambi una dilatazione dei vasi sanguigni, è un fatto noto, che si vede ad occhio nudo; ma è la misura di questo fenomeno che ci manca, cioè il valore del cambiamento del calibro dei vasi per differenti gradi di temperatura, la durata e l'intensità della contrazione o della dilatazione; ed è la natura di questi fenomeni che ci preme di conoscere per sapere se dobbiamo attribuirli ad una paralisi, o ad una dilatazione attiva prodotta dai centri nervosi.

Per risolvere graficamente questi problemi mi sono servito di un apparecchio costrutto da mio fratello: esso consta di un cilindro di vetro *A. C. D.* (fig. 1) come quelli del pletismografo. Si introduce dentro l'antibraccio e si chiude bene con mastice da vetrai rammollito, oppure con un manicotto di gomma elastica, che non comprima troppo la pelle in modo da recare disturbo alla circolazione venosa. Riempito tutto l'apparecchio di acqua tiepida si tratta di cambiare a volontà la temperatura dell'acqua nella quale sta immerso l'antibraccio senza essere obbligati di levarla, di muovere o di svotare l'apparecchio.

I tentativi fatti ripetutamente per riscaldare, o raffreddare dall'esterno l'acqua nella quale è immerso il braccio, fallirono. L'acqua è così cattiva conduttrice del calore, che la temperatura non si distribuisce con abbastanza uniformità e bisogna perdere un tempo lunghissimo per raffreddarla. Per riscaldarla le difficoltà sono anche maggiori, perchè l'antibraccio tocca in varii punti il tubo di vetro, e quando si tratta di raggiungere le temperature elevate di 45° o 50°, non è possibile evitare il dolore; ciò che disturba l'esperienza.

Per eliminare questi inconvenienti, e cambiare rapidamente la temperatura dell'acqua nella quale è immerso l'antibraccio,

e che deve pure servire (essendo in comunicazione col pletismografo) a scrivere e misurare il cambiamento di stato dei vasi, mio fratello mi suggerì di servirmi di un'elica come quella che è rappresentata in H nella figura.

Un asse centrale di ottone porta un'elica, che fa poco più di un giro intorno ad esso. Il coperchio si chiude a vite ed è lavorato in modo che l'asse gira nel suo centro senza che possa uscire l'acqua dall'interno del tubo. Una puleggia messa in moto serve per mezzo di una fune ad imprimere un rapido movimento all'asse centrale dell'elica. Generalmente mi servivo del motore a gas Langen e Wolf che esiste nel laboratorio di Fisiologia per

far girare quest'elica, ma può servire anche una ruota a mano con scanalatura e trasmissione.

La rimanente parte dell'apparecchio è costituita da un serpentino fatto con un tubo di ottone, ed un recipiente di rame che si riempie con ghiaccio, o che può riscaldarsi con una lampada secondo che si vuol raffreddare o riscaldare l'acqua nel tubo del pletismografo. Guardando la figura si comprende facilmente come funzioni l'apparecchio. Quando l'elica gira l'acqua passa dallo spazio che circonda il braccio nel serpentino. Circolando in questo si riscalda o si raffredda, poi attraversa l'elica ed entra nel cilindro dall'apertura anteriore *D*.

Un piccolo termometro che non ho disegnato e che mettevo nel cilindro vicino alla mano indica la temperatura dell'acqua. L'apertura *C* mette in comunicazione l'acqua in cui sta immerso l'antibraccio col cilindretto galleggiante *N* del pletismografo. Il contrappeso *Q* scrive sopra un cilindro rotante, il qual fa un giro ad ogni ora. Se si riempie bene l'apparecchio in modo che sia scacciata tutta l'aria e se l'acqua che deve avere la temperatura di circa 30° venne preventivamente bollita, l'apparecchio funziona con tale esattezza, che anche facendo girare rapidissimamente l'elica in modo da produrre una rapida corrente nel cilindro, non si muove il livello del liquido nel cilindretto galleggiante *N* del pletismografo. Nel dare i risultati delle mie esperienze non ho creduto utile correggere l'errore dovuto alle variazioni di volume per l'aumento che subisce l'acqua dell'apparecchio portato a diverse temperature, perchè l'errore che si commette è trascurabile di fronte alle variazioni che presenta il volume dell'antibraccio, e la correzione per la dilatazione dell'acqua può facilmente correggersi quando si voglia (1).

Per distinguere in questi esperimenti la parte dei fenomeni vasali che era dovuta ad un'azione riflessa da quella locale,

(1) Nella seguente esperienza che riferisco, l'apparecchio conteneva 1350 centimetri cubici d'acqua. Facendo il calcolo si vede che raffreddando l'acqua da 32° a 4° il volume diminuisce di 6 c. c.; di 4 c. c. se solo a 20°: invece il volume aumenta di 4 c. c. se si riscalda fino a 40°, di 7 c. c. se a 45°, di 10 c. c. se a 50°. Siccome le variazioni che noi verremo studiando sono assai grandi, tanto che hanno raggiunto 112 c. c. non può nascere dubbio che siano dovute alla dilatazione dell'acqua.

ebbi l'avvertenza di scrivere contemporaneamente le variazioni di volume che presentava il braccio che non era sottoposto all'azione locale del freddo e del caldo.

I. G. Passerini studente in medicina, di anni 22, introdotto il braccio sinistro nel cilindro, si chiude con mastice e si riempie con acqua a 30°. Osservo per 4 minuti e vedo che il volume dell'antibraccio rimane costante alla divisione 56 del cilindretto graduato del pletismografo. Alle 2,57 messa in movimento l'elica per far agire il freddo sull'antibraccio, succede subito una forte contrazione dei vasi sanguigni come si vede nella tabella prima (pag. seg.).

Giudicando da altre esperienze in cui misurai il cambiamento di volume del braccio sul quale non agiva il freddo, posso dire che la vera contrazione dei vasi, dovuta all'azione locale del freddo sulla pelle, comincia quando la temperatura raggiunge circa 10°. In questo caso vediamo che per un grado da 11° a 10° l'antibraccio diminuisce di circa 16 cent. cubici.

La prima diminuzione che si osserva in questa esperienza, appena viene messa in movimento l'elica e penetra una corrente di acqua che aveva attraversato il serpentino immerso nel ghiaccio, è dovuta ad una costrizione vasale di origine riflessa, perchè lo si vede sempre anche nel braccio opposto quantunque meno forte.

Prolungando l'azione locale del freddo che si fa scendere fino a 6°,8, il restringimento dei vasi diviene più lento, e poi il braccio si arrossa e dopo 3 o 4 minuti succede la dilatazione dei vasi che segna la paralisi da freddo. Guardando attentamente il colore della pelle ho confermato spesse volte questo fatto che si vede prima il cambiamento di colore e dopo l'aumento di volume dell'antibraccio. Questo fenomeno lo spiego ammettendo che succeda una paralisi delle piccole vene e delle piccole arterie più superficiali mentre continua il restringimento dei vasi negli strati profondi. Vi sarebbe così un momento nel quale la pelle è già rossa alla superficie, mentre il volume continua a diminuire o rimane stazionario: e dopo 3 o 4 minuti la paralisi prevale e la dilatazione fa aumentare il volume del braccio.

Esperienza I. — G. Passerini. — 11 *Gennaio*.

Temperatura ambiente 16°.

Tempo ore	Temperatura dell'acqua	Tubo del Pletismografo diviso in c. c.	OSSERVAZIONI	Tempo ore	Temperatura dell'acqua	Tubo del Pletismografo diviso in c. c.	OSSERVAZIONI
2h53'	27°8	56	Azione del freddo. Si mette in movimento l'elica che fa passare l'acqua del serpentino immerso nel ghiaccio.	3h29'	18°	15	
57	27	56		30	22	15	
58	23 8	55		31	26	16	
	22	50		32	28	23	Formicolio dell'arto.
	21 6	46		33	29	24	L'avambraccio è divenuto meno rosso.
59	20 8	45		34	31	25	
	19	44		35	34 5	28	L'avambraccio ha ripreso il suo colore naturale.
	18	43			36	39	
3	17	41			38	42	
3 2	16	39		36	39	44	
3	15	37			40	46	
5	14	34			41	49	
6	12	32		37	42	50	
7	11	29			43	53	
8	10 8	28			43	55	La mano diventa rossa.
9	10 6	18			44	58	
10	10	14		38	45	67	Forte formicolio.
12	9 4	12			45 4	70	La mano ed il braccio sono più rossi di prima.
14	9	10		39	46	72	
15	8 2	10	L'avambraccio è divenuto rosso.		46 2	77	
18	7 4	9	Comincia la paralisi.	40	46 6	79	
19	7 2	11			47 2	84	
20	7	18		41	47 4	89	Cessa la circolazione di acqua calda.
21	6 8	21	Si arresta il movimento dell'elica, ed incomincia subito dopo la circolazione di acqua calda		47	92	
22	7	17		42	45 8	99	
23	8	15	La pelle è livida con piccole chiazze rosse.		44	98	Facendo alcune profonde inspirazioni il volume dell' antibraccio non cambia che di 1 c. c.
25	9	13		44	43	98	
26	14	13		45	43	97	
27	16	14		4 10	—	—	Il braccio ha ricuperato il volume primitivo.
28	17	15					

Se in questo momento (ore 3,21) si fa cessare l'azione dell'acqua fredda e si fa cominciare l'azione del caldo, i vasi si contraggono nuovamente. In 5′ il volume si riduce di 8 a 9 c. c.

Continuando a crescere la temperatura da 9° a 25° il volume dell'antibraccio presenta appena un aumento di 3 o 4 c. c. A 26° succede improvvisamente una dilatazione dei vasi di 12 c. c. in 4′. Da 34° a 44° vi fu un aumento del volume di 30 c. c. in 3′. La temperatura rimase 4′ fra 45° e 47° ed ha prodotto un aumento di 31 c. c. Poi il volume continuò ad aumentare di 10 c. c. malgrado la temperatura diminuisse.

L'essere il volume ritornato allo stato di prima alle ore 4,10 prova che in questa esperienza i disturbi vasali furono passeggeri, ed è sorprendente la rapidità della dilatazione dei vasi; in 11′ il braccio aumentò di 83 c. c.

II. Se invece di raffreddare prima l'antibraccio e poi riscaldarlo, facciamo l'inverso e non sono molto intense le temperature estreme, i fatti che abbiamo osservato nella esperienza precedente si riproducono con leggere variazioni, come si vede nel tracciato della Tavola I. Questa esperienza venne fatta sopra il signor dottore C. Negro, d'anni 25. Il caldo e il freddo agirono sul braccio sinistro e l'esperienza ebbe il decorso indicato dalle freccie. Il tempo è segnato sulla curva pletismografica. Temperatura ambiente 18°.

In questa esperienza il primo effetto del caldo produce una contrazione dei vasi per azione riflessa. Infatti dalle ore 4,5′ che cominciò l'osservazione, alle 4,10 si ebbe il restringimento di solo 1 c. c., ma appena si mette in moto l'elica, subito succede una diminuzione di volume maggiore di 10 c. c.

Dopo questo primo effetto riflesso e psichico compare la dilatazione per azione locale del caldo mentre il termometro segna 32°. Per un aumento di 13° succede in meno d'un quarto d'ora un aumento di 28 c. c.

Alle ore 4,32 per provare lo stato di elasticità dei vasi sanguigni si prega il dott. Negro di fare tre profonde inspirazioni e si osserva una diminuzione nel volume. Alle ore 4,36 quando la temperatura ha raggiunto il suo massimo di 49° cessa la circolazione, e dopo 4′ la temperatura si era abbassata di 3°, ma il volume era ancora aumentato di altri 5 c. c.

Alle ore 4,40, dopo 4 minuti di riposo comincia la circola-

zione di acqua fredda e si osserva che i vasi sono bene eccitabili perchè il volume del braccio diminuisce subito. Il raffreddamento dell'acqua e la diminuzione del volume succedono rapidamente (47 c. c. in 22'). Alle ore 5,5 la temperatura ha raggiunto il suo massimo di 5°,6. Ma il volume non crebbe continuamente, esso restò stazionario per gli ultimi cinque minuti malgrado la temperatura diminuisse ancora di due gradi nello stesso tempo. Il contatto dell'acqua fredda riuscendo doloroso si sospende il movimento dell'elica. In questo momento compare la paralisi dei vasi pel freddo. Il termometro segna 6°,5. Circa due gradi meno dell'esperienza precedente fatta nello studente Passerini. Alle 5,9' si fa circolare acqua calda. Il passaggio della temperatura da 10° a 34° fa aumentare di solo 4 c. c. in 6'. È interessante che a 33° cioè presso a poco alla stessa temperatura di prima succede una paralisi notevole dei vasi. Questa coincidenza non è accidentale; ripetendo un grande numero di volte queste esperienze si trova che una determinata temperatura produce sempre la paralisi dei vasi nella medesima persona. Ma il grado di temperatura che produce la paralisi, e il tempo che è necessario per produrla varia fra una persona e l'altra. E questo non dipende solo dalle differenti abitudini e dallo stato diverso della pelle; ma anche persone in apparenza molto simili per costituzione, età e genere di vita come, per esempio il dott. Passerini e il dott. Negro presentarono delle variazioni sensibili.

A 48° mentre vi è un rapido aumento di volume cessa la circolazione di acqua calda perchè produce dolore. L'arrivo di acqua fredda fa diminuire il volume del braccio, ed alle 5,36, pochi minuti dopo, aveva ricuperato press'a poco il volume primitivo. La differenza di pochi centimetri cubici rappresenta la paralisi dei vasi.

III. Se invece di una moderata azione del calore noi produciamo un'azione più intensa, i fenomeni di paralisi dei vasi riescono assai più spiccati. Non tutti riescono a sopportare una temperatura dell'acqua di 48°-50° per 10 o 15 minuti, e neppure un'azione prolungata del freddo a 5°-6°. A questo scopo ho fatto sopra di me la seguente esperienza nelle stesse condizioni delle precedenti (vedi Tavola II), dopo di aver introdotto il braccio destro nell'apparecchio.

In questa esperienza il volume dell'antibraccio rimane inva-

riato fino verso i 34 ; da questo punto il volume cresce rapidamente col crescere della temperatura. L'arrivo di acqua calda nel cilindro cessa quando questa aveva toccato i 50°,2 (massimo raggiunto in queste esperienze) ed il volume del braccio continua ad aumentare di 4 c. c. Il successivo raffreddamento dell'acqua rimane senza effetto sull'avambraccio, questo conserva quasi invariato il suo volume per 12 minuti malgrado un notevole abbassamento della temperatura (17°). Il colore della pelle era divenuto rosso vivo. È solamente verso i 31° alle ore 4,53 che l'avambraccio comincia a subire l'azione del freddo ed in 29' ha raggiunto il suo volume minimo, con una diminuzione di 31 c. c. Da questo momento agisce sul braccio per 32' (ore 5,20–5,52) un freddo da 7° a 4°,8; il minimo delle temperature raggiunte ed il massimo della durata del freddo: e non si è osservata alcuna diminuzione nel volume del braccio. Si ebbe invece un rapido aumento di 10 c. c. per una subitanea paralisi dei vasi; in seguito compaiono successivi aumenti e diminuzioni fra limiti ristretti (7 c. c.) ed il primitivo restringimento non si è più osservato, malgrado il freddo molto intenso. Queste oscillazioni nel volume potrebbero spiegarsi ammettendo l'avvicendarsi di paralisi venose e costrizioni arteriose negli strati più profondi.

Dopo questa notevole paralisi da freddo l'azione di una corrente di acqua calda non ha modificato che leggermente il volume del braccio. Ma i vasi erano già così indeboliti per le due paralisi antecedenti che avevano perduto la resistenza all'azione del caldo: infatti basta già una temperatura di 30°-40° per produrre un forte aumento nel volume del braccio, un aumento più grande di quello che nello stato normale avesse prodotto una temperatura di 40°-50°. La paralisi dei vasi fu tanto considerevole che il braccio continuò a dolermi per due ore; ed alle 10 di sera il braccio non aveva ancora ricuperato il colore naturale. L'aumento di volume nella prima paralisi fu di 35 c. c. per il raffreddamento diminuì di 38 c. c. e per l'azione del caldo aumentò nuovamente di 55 c. c., che rappresenta un aumento corrispondente ad $^1/_{22}$ del volume del mio braccio (1200 c. c.).

IV. Abbiamo studiato come si comportano i vasi sanguigni quando passano gradatamente per diverse temperature, dobbiamo ora studiare ciò che succede quando per determinate temperature si prolunga l'azione per una mezz'ora, cioè dobbiamo

cercare di quanto una data temperatura è capace di aumentare il volume dell'antibraccio. Vedremo che il tempo è uno dei fattori più importanti, e che quanto più a lungo dura l'azione del caldo, altrettanto maggiore diventa la paralisi e l'accumulo del sangue nell'antibraccio. Il che è assai importante per la fisiologia dei vasi sanguigni. Di questa esperienza invece della curva riferisco i dati numerici (*vedi la tabella a pag. seg.*). Essa venne fatta sul braccio sinistro del dott. V. Grandis, nelle stesse condizioni delle altre esperienze.

L'esperienza è incominciata alle ore 2.36 e noi vediamo subito ripetersi il fatto che una temperatura inferiore ai 34° non fa aumentare, ma fa diminuire il volume dell'antibraccio per una azione riflessa.

1. Una temperatura di 25°-27° che agisca sul braccio per mezz'ora produce un restringimento dei vasi di 16 c. c. È notevole il fatto di una grande variazione per un fatto psichico il che dimostra una squisita sensibilità dei vasi e che l'apparecchio funziona bene.

2. In cinque minuti (ore 3,6) si porta la temperatura a 35°-36°: nei primi quattro minuti non si osserva alcuna variazione notevole nel volume, a 34° il volume comincia coll'aumentare ed in tempi successivi di 5' si ebbero le seguenti variazioni nel volume dell'antibraccio 14 c. c., 9 c. c., 7 c. c., 4 c. c., 1 c. c.: cioè 35 c. c. in 26'.

3. In un minuto (ore 3,36) la temperatura ha raggiunto i 45° e per 5 minuti successivi il volume è aumentato di 18 c. c. 13 c. c., 11 c. c., 10 c. c., 9 c. c., 6 c. c., cioè 67 c. c. in 31'.

È notevole il fatto che a 3.38' la mano era divenuta rossa e l'aumento di volume non compare che poco dopo.

4. Alle ore 4,8' si incomincia a raffreddare l'acqua e dopo 8 minuti la temperatura è diminuita di 10°; ma non si osserva assolutamente alcuna variazione nel volume in causa della paralisi. Si diminuisce ancora di due gradi la temperatura ed il volume rimane quasi invariato fino alla temp. di 34°. Durante questa mezz'ora si osservano le variazioni seguenti nel volume ogni 5 minuti successivi: 0 c. c., 0 c. c., 0 c. c., — 1,5 c. c., — 3,5 c. c. — 7 c. c. Cioè una diminuzione del volume di 12 c. c. in 30'.

ESPERIENZA IV. — V. GRANDIS. — 16 *Gennaio.*

Temperatura ambiente 15°.

Ore	Temperatura dell'acqua	Acqua nel cilindretto in c. c.	OSSERVAZIONI	Ore	Temperatura dell'acqua	Acqua nel cilindretto in c. c.	OSSERVAZIONI
2h36'	26°	15	1° Circola acqua tiepida.	3h26'	36°	33	
38	26	12 5		29	36	34	
40	25	10		30	36	36	
41	26	10		31	36	37	
43	26	8		33	36	38	
44	26	7		36	36	38	
45	26	5					3° Si fa circolare acqua più calda.
47	26	6 5		37	45	40	
48	26	8		38	46	44	La mano in breve tempo è divenuta rossa.
50	26	0	Questa forte diminuzione è prodotta da emozione avendogli il professore fatto una domanda.	39	46	49	
51	26	1		40	46 8	54	Tutto il braccio è arrossato.
52	25	1		41	46	56	
55	25	0		42	46	59	Crampo incipiente, vene gonfie.
59	26	—8		44	46	61	
3 —	25 4	—1		45	46	64	Si vede il polso rinforzato nel pletismografo.
4	25 6	—2		47	46	69	
6	25 6	—2		48	45 6	71	
			2° Si fa circolare acqua più calda.	50	46	72	
7	28	—1		51	45 4	76	
9	33	+1		52	46	80	
10	34	5		54	45 8	82	
11	35	9		56	46	86	Dolore alle dita.
12	35	11		57	45 8	90	
13	37	15	Accusa un senso di pressione alla mano.	59	46	94	
14	36	17		4 —	46 2	96	Il braccio è rosso, pare tumefatto.
15	35 8	15		3	46	99	Cessato ogni dolore.
16	36	18		4	46	100	Senso di calore per tutto il corpo e specialmente alla faccia.
17	36 2	21		5	46	102	
18	36	23		6	45 6	104	
21	36	26		7	45 4	105	Mano destra umida, orecchie arrossate.
22	36	28		8	45	105	
23	36	30					4° Si comincia a raffreddare.
24	35 8	32		11	43 8	106	
25	36	31		12	41	106	

Segue ESPERIENZA IV.

Ore	Temperatura dell'acqua	Acqua nel cilindretto in c. c.	OSSERVAZIONI	Ore	Temperatura dell'acqua	Acqua nel cilindretto in c. c.	OSSERVAZIONI
4h 13′	38°	105		5h 17′	16°	48	Comincia la pelle d'oca
14	36	105		18	15	48	
17	85	106		19	15	50	
18	34	105		21	16	48	
19	35	106		23	15	47	
24	36 2	105		26	16	47	Pelle d'oca evidente.
26	34 6	104		27	14	48	Cianotico il pugnetto e l'avambraccio nel terzo inferiore, rosso nei due terzi superiori.
28	35	103 5		28	15	47	
30	35	102		29	16	47	
32	35 2	100		30	14	46	
34	35	96		32	15	47	
35	35	95		33	15	46	
37	35	93		34	16	46	
			5° Si raffredda di più.	36	16	46	
38	31	89		38	15	45	
41	30	85					7° Si raffredda di altri 10 gradi.
42	30	81		40	16	44	
43	29	80		41	14	45	
45	28	76		43	13	43	
49	25	71	Leggiera cianosi alla mano	46	12	40	
52	26	69	L'avambraccio è sempre rosso.	49	12	41	
84	24	65		50	11	41	
55	26	63		54	10	40 5	Sensazione di freddo intenso alla mano.
77	26	60		5 56	10	42	
5 —	25	60		59	9 8	43	Non si raffredda di più perchè è già troppo intensa la sensazione di freddo a questa temperatura.
2	26	57		6 —	10	44	
4	25	54		2	10	43	
5	24	54		4	9 5	42 5	Vi fu una leggiera diminuzione all'entrata del professore.
7	26	55		5	9 8	44	
			6° Si raffredda di altri 10 gradi.	6	10	46	
10	21	51		7	10	45	
12	21	49		9	10	45	Il braccio è molto rosso e dolente.
13	20	49					
14	18	47					
16	17	48					

5. La temperatura fu portata a 25° e dopo 30 minuti si osservarono i seguenti cambiamenti di volume per ogni 5′ successivi.

— 13 c. c. — 9 c. c. — 6 c. c. — 5 c. c. — 3 c. c. — 2 c. c. Cioè una diminuzione del volume di 38 c. c. in 30′.

6. Ore 5,7. Si continua ancora a raffreddare e dopo 11 minuti la temperatura è già a 15°. Per questa variazione di temperatura si osservano i seguenti cambiamenti di volume

— 7 c. c. — 0 c. c. — 1 c. c. — 0 c. c. — 1 c. c. — 1 c. c. cioè 10 c. c. in meno.

7. Un ulteriore abbassamento della temperatura di 10° non modifica più il volume del braccio: succede bensì una diminuzione ma la temperatura di 9° a 10° produce già una paralisi da freddo ed il volume del braccio comincia ad aumentare.

Questa esperienza ci dimostra: che il massimo aumento (67 c. c.) venne prodotto da una temperatura di 45°.

Che una temperatura di 45° a 46° (che ha agito per una mezz'ora) ha prodotto gli stessi effetti che io avevo provato per l'azione di una temperatura fugace di 50°, 2; anzi nel mio caso la paralisi fu anche maggiore.

Che per l'azione del caldo il volume aumentò di 107 c. c. e per quella del freddo diminuì di 66 c. c. I 41 c. c. di differenza rappresentano la grandezza della paralisi finale dei vasi.

V. Per eliminare il dubbio che la dilatazione dei vasi la quale comparisce fra 5° e 6° e verso i 34° fosse un fenomeno dovuto all'azione dei nervi vaso-dilatatori, ho provato a ripetere queste esperienze sui reni di cane appena estirpati, e trovai per mezzo della circolazione artificiale che anche negli organi separati dai centri nervosi succede una paralisi dei vasi sanguigni, quando la temperatura ambiente supera quella fisiologica, come lo dimostra l'esperienza, che segue fatta col rene e col sangue di maiale poco dopo la morte. Per la circolazione artificiale mi sono servito di una boccia coll'apertura superiore in comunicazione con un gazometro, che dà una pressione costante per tutta la durata dell'esperienza, e coll'apertura inferiore colla cannula dell'arteria renale. La boccia è messa in una cassa metallica piena di acqua che si può riscaldare e raffreddare. Una seconda boccia colla stessa pressione è lasciata alla temperatura ambiente e comunica pure coll'arteria renale.

In questa esperienza ed in quella che segue io ho notato la quantità di sangue che usciva dalla vena renale ad ogni minuto e per brevità non riferisco che una sopra cinque osservazioni successive, essendo ciò sufficiente per dare un'idea esatta del decorso dell'esperienza.

ESPERIENZA V. — *Circolazione artificiale nel rene isolato.*

Azione del caldo.

Ore	Sangue uscito dalla vena in un minuto	TEMPERATURA dell'acqua nella cassa	TEMPERATURA del sangue venoso del cilindro graduato	OSSERVAZIONI
11h 41′	17 c.c.			Incomincia la circolazione con sangue sbattuto alla temperatura ambiente di 25°: pressione 150 mm. di mercurio.
45	15			
50	14			
55	12			
12 —	14			
5	16			
9	17			
10	17	43°		Incomincia il passaggio di sangue riscaldato.
15	18	44	32°	
20	17		32	
25	20	44 5	34	
30	20	45	35	
35	20	45	35	Riempita la boccia di sangue (12 h, 35′).
40	26	45	34	
45	29	46	37	
50	30	47	39	
55	31	47	39	
1 —	32	48	39	
5	40	50	39	Riempita la boccia di sangue (1 h, 2′).
10	45	50	38	
15	43	50	40	
18	43	50	41	
19	35	25		Passa sangue normale della boccia a temperatura ambiente.
20	38			
21	37	25	31	
25	33	25	28	
30	36	25	27	
35	32	25	27	

Per le temperature basse i risultati furono abbastanza evidenti, malgrado la diminuzione grande che subisce la velocità del sangue quando la temperatura si avvicina ai 10°. Per osservare la paralisi da freddo occorre servirsi di reni, staccati subito dopo la morte dell'animale, e non si deve interrompere la circolazione: perciò mi sono servito di una sola boccia tenuta alla temperatura ambiente, all'apertura inferiore della quale ho aggiunto un piccolo serpentino di vetro che si poteva riscaldare o raffreddare. Al serpentino è annessa una cannula che ha un rigonfiamento destinato al bulbo di un piccolo termometro. Così ho potuto misurare esattamente la temperatura del sangue due o tre centimetri prima della sua entrata nell'arteria renale, essendo il bulbo immerso nella corrente sanguigna. Con questo apparecchio ho potuto cambiare la temperatura del sangue rimanendo invariate tutte le altre condizioni dell'esperienza. Alcune volte ho trovato più conveniente di riscaldare il rene anche dalla periferia; a questo scopo ho messo il rene in una cassa a doppia parete il cui ambiente interno si può riscaldare come nelle comuni incubatrici. Ecco i risultati di una esperienza fatta sul rene di un cane del peso di 16000 gr. appena finito il dissanguamento.

ESPERIENZA VI. — *Circolazione artificiale nel rene isolato.*

Azione del freddo.

Ore	Sangue uscito dalla vena in un minuto	TEMPERATURA del sangue arterioso	TEMPERATURA della cassa.	OSSERVAZIONI
10h 33′	27 c.c.	28°	— —	Incomincia la circolazione con sangue apnoico alla temperatura ambiente di 28° colla pressione di 100 mm. di mercurio.
50	13	28		
54	12	28		Metto del ghiaccio nel recipiente del serpentino (10 h 54′).
55	12	13		
56	11	13		
58	10	11		
59	9	10		
11 —	9.5	7		
5	9	5.5		
10	11	5.5		
15	10	6		

Segue ESPERIENZA VI.

Ore	Sangue uscito dalla vena in un minuto	TEMPERATURA		OSSERVAZIONI
		del sangue arterioso	della cassa	
11h 20'	10 c.c.	6°		Aggiungo del sangue nella boccia (11 h 21').
25	17	6 5		Malgrado il passaggio del sangue freddo il volume aumenta.
30	13	6 5		
35	13	6 5		
40	13	30		Tolgo il ghiaccio e metto acqua calda nel recipiente (11 h 36'). Malgrado passi sangue caldo si manifesta una diminuzione di quasi la metà, ciò indica che prima vi era una paralisi dei vasi.
41	12			
42	10			
43	8	30		
45	7			
50	7	30		Metto acqua calda nella cassa e riscaldo lentamente l'apparecchio (11 h 51'), e lo copro con una lastra di vetro.
52	8			
53	10	36		
55	11	36	38°	
12 —	12	36	33	
5	12	36	38	
10	13	37	38	
15	13		39	
20	14	37	41	Riempio di sangue la boccia (12 h 22').
25	14			
30	15			
35	15	37	42	
40	20		43	
45	23	37 5	44	
50	24	37 5	44	Si scuopre la cassa (12 h 50').
55	25	35	34	
56	28			
57	29			
59	28	35	30	Cessa l'esperimento perchè il deflusso si mantiene costante.

Bastano questi due esempi di paralisi che si produce negli organi estirpati dal corpo a rendere sicuro, od almeno molto probabile, che anche nel braccio la dilatazione dei vasi sia pro-

dotta da una paralisi delle fibre muscolari liscie e non da un'azione dilatatrice dei nervi vasomotori.

La ristrettezza dello spazio concesso ad una semplice Nota, non mi permette di prendere in esame la dottrina della dilatazione attiva dei vasi. Nessuno dei fatti da me osservati potrebbe spiegarsi colla ipotesi di un allungamento attivo delle fibre muscolari dei vasi. I fenomeni registrati col pletismografo in queste mie ricerche dimostrano che la ditazione dei vasi per azione del caldo e del freddo ha tutti i caratteri di una paralisi e manca ogni indizio di attività muscolare nervosa.

VI. Per decidere se la dilatazione dei vasi prodotta dal caldo fosse dovuta ad un' azione centrale dei nervi vaso-dilatatori, ho fatto la seguente esperienza su me stesso. Applicai un pletismografo a ciascun antibraccio: riscaldando l'acqua da un lato, vidi che in questo i vasi si dilatarono e perdettero la proprietà di reagire, mentre che nel lato opposto i vasi mantennero i loro moti riflessi dovuti al dolore e ad altre cause, e si mostravano assai eccitabili per le azioni nervose.

ESPERIENZA VII. — 23 *Gennaio*.

Temperatura ambiente 16°

Ore	DESTRO		SINISTRO		OSSERVAZIONI
	Temperatura dell'acqua	Acqua nel cilindretto in c.c.	Temperatura dell'acqua	Acqua nel cilindretto in c.c.	
2h 43'	30°	18	31° 3	14° 5	Pulsazioni 32 al minuto.
45	30	20	31	13	
47	30	24	31.3	15.5	
50	29.8	22	31	15	
51	29.5	20.5	31	10.5	
55	29	25.5	31	12.5	Incomincia il riscaldamento del braccio destro col far circolare acqua più calda.
58	34	25	31	10.5	
3 —	38	23	31	9.5	
1	39	25	30.5	7	
2	40	27	30.5	6	
3	42	35	30.5	9.5	
4	43	37.5	30.5	9	
5	43.6	41	30.4	8	

Segue Esperienza VII.

Ore	DESTRO		SINISTRO		OSSERVAZIONI
	Temperatura dell'acqua	Acqua nel cilindretto in c.c.	Temperatura dell'acqua	Acqua nel cilindretto in c.c.	
3h 6	44°	43	—	7.5	Sensazione di pienezza alla mano destra, pare gonfia ed è molto rossa, nella sinistra nulla di notevole.
7	44.4	44	30h 2′	10	
10	44 8	46.5	30	10.5	
11	45	49	30	11	
13	46	50	30	7	Sento pulsare le dita della mano destra.
15	47	51	30	5	
16	46.8	56	30	9.5	
17	47.4	56.5	29.8	11.5	Avambraccio destro intorpidito.
18	47.6	60	30	13	Pulsazioni 92 al min.
20	47	61	30.2	15	
22	48	61.5	30 5	15	Mano assai arrossata.
25	47.4	60	30	15.5	Pulsazioni 92.
26	47	59	30	14	
29	47	61	31	16	
31	48	61.5	31	10	Pulsazioni 88.
33	49	62	31	5	Sento forte dolore; il braccio sinistro diminuisce di 9 c. c.
34	47.4	64	31	12	
36	47.8	64	31	9	
37	47	65	31	9.5	
39	48	66	31	6	Pulsazioni 90 ma più forti.
40	47.2	67	31	11	Tremito muscolare nel braccio destro, colla volontà non riesco a frenarlo che per pochi secondi.
3 43	48	67	31	11	
45	46 2	64	31.2	10	
48	47.8	63	31	7	Sento vivi dolori al braccio destro ed il braccio sinistro diminuisce di volume, il destro rimane invariato.
49	47.6	63	31	6	
50	47.4	63	31	5	
54	45	63	31	0	Una profonda inspirazione ha ancora prodotto una diminuzione di 1 c.c., nel destro di 2 nel sinistro, ma questo è un fatto che dipende dall'accumularsi del sangue nei polmoni, e dalla seguente diminuzione della pressione sanguigna.
56	46.2	63	31	2	
57	46	61	31	7	

Da questa esperienza risultano due fatti contrari all'ipotesi che sia attiva e di origine centrale la dilatazione dei vasi prodotta dal caldo: 1° perchè mancò qualunque tendenza alla dilatazione dei vasi nel lato normale; 2° perchè le azioni riflesse centrali che producevano una contrazione dei vasi nel lato normale non avevano alcun effetto sui vasi del lato caldo.

VII. Ammesso che i fenomeni osservati nelle precedenti esperienze dipendano da un'azione locale del caldo e del freddo sulle fibre muscolari dei vasi sanguigni e non sulle terminazioni dei nervi vasomotori ne verrebbe la conclusione che le fibre muscolari liscie di altri organi si comportano in modo diverso di quelle dei vasi per l'azione del caldo e del freddo. Samkowy (1) avrebbe infatti osservato che le fibre muscolari liscie dei mammiferi si accorciano riscaldandole e si allungano raffreddandole. Sertoli sperimentando nel muscolo retrattore del pene del cavallo o del bue trovò che succede una contrazione dei muscoli lisci tutte le volte che succede un cambiamento della temperatura ambiente (2).

Boudet de Paris (3) avrebbe trovato che nei muscoli striati delle rane vi esiste un rapporto inverso tra la loro estensibilità e l'elevazione della temperatura, così che passando la temperatura da 20° a 42° si lasciano distendere meno per un peso di 30 grammi.

Riconosciuto che i vasi sanguigni hanno due punti della temperatura nella quale si dilatano e si lasciano distendere dalla pressione sanguigna, cerchiamo di conoscere meglio la natura di questi fenomeni.

I sostenitori della regolazione automatica trovano provvidenziale che sia così e non in altro modo: perchè dicono essi, se la temperatura ambiente supera la norma, i vasi si dilatano e il sangue può raffreddarsi più facilmente alla superficie del corpo; quando invece la temperatura esterna si abbassa molto, compare il tremito, perchè questo lavoro dei muscoli non faccia crescere troppo la temperatura succede una dilatazione attiva dei vasi, che compensa colla perdita maggiore di calorico, l'eccessiva produzione del medesimo dovuta al tremito.

I fatti però non vanno d'accordo con questa teoria e sarebbe

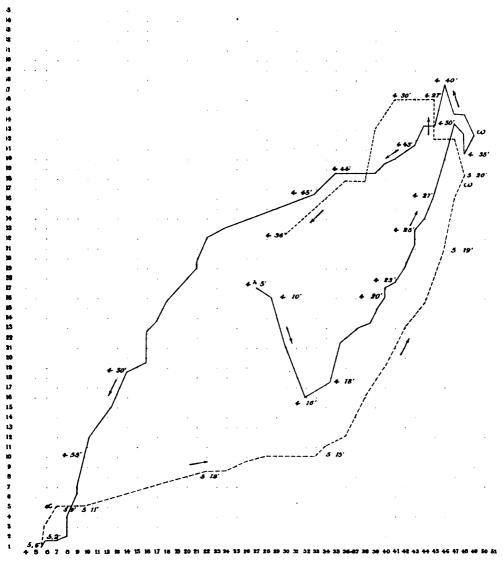
(1) *Archiv. f. d. gesam. Physiologie*, IX, p. 399.
(2) *Archives italiennes de Biologie*, tom. III, p. 93.
(3) *Travaux du Laboratoire de* M. MAREY. Tome IV, 1878-79, pag. 166.

certo una grande imperfezione dell'organismo animale se il medesimo agente il freddo producesse il tremito per distruggerne poi l'effetto con una dilatazione dei vasi. Questa compensazione non esiste perchè il tremito dobbiamo considerarlo come un sintomo tanto della diminuita vitalità dei muscoli e dei nervi quanto della loro aumentata eccitabilità. Esso appare infatti in molte circostanze diverse. Fontana l'aveva osservato nei gatti durante la digestione, nei cani si produce pure nel sonno durante l'inspirazione; nel periodo di invasione della febbre esiste forte mentre cresce la temperatura del sangue, nell'anemia, nella stanchezza, nella debolezza, nei patemi d'animo deprimenti, dopo la compressione, o dopo il taglio dei nervi e in altre circostanze diverse appare il tremito senza che mai si manifesti nel nostro organismo la più piccola tendenza a compensarne gli effetti ipertermici con una dilatazione dei vasi sanguigni.

La dilatazione dei vasi per azione del freddo non è un fenomeno dovuto alla regolazione automatica, ma una semplice paralisi che dipende probabilmente dalla disturbata nutrizione delle fibre muscolari liscie. Questo appare evidente dalla III esperienza. Guardando infatti la Tavola II vediamo dalle 5,50 alle 5,55 benchè si passi dalla temperatura di 5° alla temperatura normale e a quella del sangue la paralisi si continua senza che si produca un restringimento, dalla paralisi per freddo si passa alla paralisi per caldo senza che i vasi sanguigni reagiscano in alcun modo, il che non si capirebbe qualora il fenomeno anzichè dipendere da una paralisi per alterata nutrizione delle fibre liscie dipendesse da una dilatazione attiva delle medesime come pretendono alcuni fisiologi.

La dilatazione dei vasi per gli aumenti di temperatura alla superficie della pelle, e il loro restringimento, quando questa si abbassa non è proporzionale ai cambiamenti della temperatura e perciò non serve ad una compensazione esatta, e neppure approssimativa.

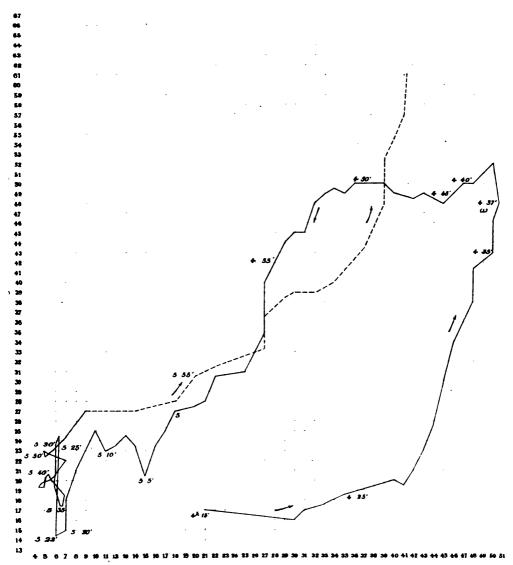
La dilatazione dei vasi che succede per azione intensa del caldo e del freddo fra 4° e 6° e fra 33° e 36° non è prodotta da un'azione dilatatrice dei nervi o dal potere che abbiano le fibre dei muscoli di allungarsi attivamente, ma è un fenomeno di paralisi che si manifesta quando la temperatura oltrepassa i limiti delle condizioni naturali della nutrizione dei muscoli lisci e delle cellule che costituiscono i vasi.

CAMBIAMENTI DI VOLUME DELL'ANTIBRACCIO PER AZIONE DEL CALDO E DEL FREDDO

Temperatura dell'acqua nella quale era immerso l'antibraccio

Torino Lit. Salussolia

CAMBIAMENTI DI VOLUME DELL ANTIBRACCIO PER AZIONE DEL CALDO E DEL FREDDO

Temperatura dell'acqua nella quale era immerso l'antibraccio

Torino Lit Salussolia

Questo rilasciamento dei vasi cresce quanto più dura a lungo l'azione paralizzante del caldo e del freddo. Gli effetti che si ottengono passando rapidamente dalla paralisi per freddo a quella per caldo, dimostrano che si tratta della sospensione dell'attività muscolare, e non di un congegno fisiologico fatto per regolare le perdite della temperatura del corpo.

Il fatto che vi sono due punti estremi verso i 5° e i 33° o 40° della temperatura esterna in cui succede improvvisamente una paralisi, prova che non si tratta di un apparecchio di compensazione bene regolato, perchè esso non funziona nelle temperature intermedie e reagisce tutto d'un colpo in modo non proporzionato al bisogno dell'organismo e corrispondente alle variazioni intermedie della temperatura. Questa mancanza di un rapporto adeguato tra le variazioni della temperatura ambiente e il cambiamento di tonicità dei vasi fra 5° e 40°, che sono i limiti delle variazioni ordinarie della temperatura, dimostra che i vasi sanguigni non funzionano come apparecchio regolatore. Esporrò in una prossima Nota le ricerche che ho fatto per conoscere se colla partecipazione dei centri nervosi quando si riscalda l'organismo intero possa ottenersi una compensazione più regolare per mezzo dei vasi sanguigni. Riferirò pure le esperienze che ho già fatto sull'azione locale del caldo e del freddo sui muscoli striati dell'uomo e dimostrerò che questi si comportano in modo affatto diverso da quello dei muscoli lisci dei vasi.

Intanto rimane dimostrato da queste mie ricerche fatte col pletismografo sull'uomo e colla circolazione artificiale negli organi estirpati dal corpo, che la dilatazione dei vasi per azione locale del caldo o del freddo, è un fenomeno di paralisi. Che non vi esiste un potere regolatore per l'azione locale del caldo e del freddo perchè i vasi sanguigni reagiscono in modo sicuro solo per due temperature estreme tra 4° e 5°, 33° e 40°. Vi sono cioè due limiti per la funzione dei vasi sanguigni, oltrepassati i quali le fibre muscolari e le pareti dei vasi perdono la loro tonicità, essendo paralizzati dalle condizioni anormali dell'ambiente.

Sul cervello di un Chimpansè;

Comunicazione del Socio CARLO GIACOMINI

Il cervello del Chimpansè fu già oggetto di descrizioni accurate e minute da parte di diversi autori. La sua conformazione esterna, mercè i lavori di Schröder van der Kolke Vrolik, Gratiolet, Turner, Chapman, Bischoff, Io. Müller, per citar i più recenti, oggidì è ben conosciuta ed è anche bene stabilito il valore morfologico delle singole parti.

Però l'accordo non è completo; esistono alcuni punti della superficie cerebrale sui quali verte ancora la discussione, e che solo nuovo ed abbondante materiale potrà definitivamente rischiarare. Per questo mi credo autorizzato di dare qui una breve descrizione dell'encefalo di un giovane Chimpansè, mettendola a confronto con quelle già note e pubblicate dagli autori sopra citati.

L'animale proveniva dal serraglio Bach, era di sesso femminile, aveva presso a poco l'età di 2 anni. Era morto per bronchio-polmonite acuta, dopo pochi giorni di malattia, il 18 dicembre 1888. Esso fu oggetto di un'attenta dissezione. Tutti i sistemi furono diligentemente studiati dal mio assistente dott. Sperino; il risultato di questo studio sarà pubblicato più tardi. In questa Nota io mi occupo solo del contenuto della cavità craniana.

La sola cosa che desidero notare, perchè interessa una questione che io ho lungamente studiata nell'uomo e nelle scimie, si è che nello spessore della piega semilunare si trovava una cartilagine molto robusta, come quella che fu da me descritta nell' Orang.

Anche nel Chimpansè questo carattere fu disconosciuto, perchè questa regione non fu forse mai esaminata; basta difatti la più grossolana dissezione per metterla in evidenza. L'esame microscopico ci indicherà se in rapporto colla cartilagine si trovino ghiandole o fibre muscolari siccome ho dimostrato esistere nella plica semilunaris del suo prossimo parente l'Orang.

L'encefalo fu estratto dalla sua cavità nelle migliori condizioni di conservazione. Presentava un manifesto becco etmoidale. Gli emisferi cerebrali coprivano interamente il cervelletto. La circolazione della superficie cerebrale era normale. Pesato subito dopo la sua estrazione dal cranio, si otteneva la cifra di 310 gr. Per il suo peso il cervello del nostro Chimpansè occuperebbe il posto medio fra tutti i cervelli descritti.

Il massimo peso dell'encefalo del Chimpansè sarebbe stato trovato dal Marshall in . . . . gr. 397 »
dallo Spitzka . . . . » 389, 86

Il minimo si avrebbe avuto:
nel cervello di Parker . . . . gr. 269 »
ed in quello di Chapman . . . . . » 285 ».

Però è d'uopo avvertire che non tutti i cervelli studiati furon pesati allo stato fresco, una gran parte era da tempo più o meno lungo conservata in alcool, ed il loro peso fu dedotto aggiungendo dal 25 al 30 % del peso totale, che rappresenterebbe la perdita cagionata dall'indurimento in alcool.

Dopo il suo indurimento in cloruro di zinco ed in alcool furono divisi gli emisferi cerebrali l'uno dall'altro e dal ponte e cervelletto, onde poter studiare tutti i punti della sua conformazione esterna. Più avanti saranno indicate le principali misure che presentavano le diverse parti. Occorre solo dire che per il suo aspetto esterno, esso concordava perfettamente con le figure riferite dai diversi Autori.

Non in tutti però il cervelletto era completamente coperto dagli emisferi cerebrali; per cui troviamo già qui una prima differenza ottenuta confrontando i risultati fra loro. Questa differenza alcuni hanno cercato di spiegarla, riferendola all'età dell'animale esaminato. Nel nostro caso malgrado si trattasse di un Chimpansè molto giovane, tuttavia il cervello copriva intieramente il cervelletto: ciò dimostra che l'età non è la sola causa atta a produrre la differenza sopraccennata; forse dovrà essere considerata come variazione individuale.

Descrizione delle Scissure e Circonvoluzioni
Scissure primarie.

Scissura di Silvio. — La porzione basilare si allarga verso l'interno, vale a dire verso lo spazio perforato anteriore, per essere rimasta indietro l'estremità anteriore della circonvoluzione dell'Hippocampo.

Il ramo posteriore della porzione esterna non molto esteso si porta in alto ed all'indietro, più vicino alla linea orizzontale e si biforca alla sua estremità. Le circonvoluzioni limitrofe di questo solco sono semplici, rególari e non intaccate da solchi secondari.

Il ramo anteriore si dirige quasi orizzontalmente in avanti a sinistra; a destra invece colla sua estremità piega leggermente in alto (Fig. 1ª *K*).

Nel punto in cui i due rami si congiungono per continuarsi colla parte basilare, si trova un piccolo spazio triangolare, al fondo del quale si scorge una piega dell'insula. Con ciò però non si può dire che l'insula sia scoperta.

È quindi la Scissura di Silvio nel nostro esemplare ridotta al massimo grado di semplicità. In altri cervelli essa fu trovata un po' più complicata. Si è principalmente il ramo anteriore che dividendosi nella parte terminale ricorda la disposizione così caratteristica della specie nostra.

Qui conviene che io descriva un solco abbastanza esteso che si trova subito al davanti del ramo anteriore della Scissura di Silvio e che sembra comunicare colla parte basilare di questa. La disposizione con poche varianti è ben pronunciata in ambedue gli emisferi. È interessante di ben fissare l'attenzione su questo solco perchè esso fu da alcuni autori considerato come il ramo anteriore della scissura di Silvio (Fig. 1ª *E*).

Se si esamina la faccia orbitaria si vede dalla estremità esterna della porzione basilare partire un solco che si dirige in avanti ed all'esterno, si porta sulla superficie esterna del lobo frontale e quindi termina circondato da una circonvoluzione che vedremo più tardi essere la seconda frontale o media (F^2). A sinistra questa estremità si divide in due piccoli rami, a destra invece meno estesa, accenna a contrarre una anastomosi, per mezzo di un tratto molto superficiale, con uno dei solchi frontali.

L'estremità interna di questo solco sembra sorgere dalla porzione basilare della S. Silviana perchè essa è coperta dalla estremità anteriore del lobo sfenoidale. Ma sollevando leggermente la punta di questo lobo si scorge come i due solchi siano divisi per mezzo di una piega molto sottile che può considerarsi come la terminazione della Circonvoluzione frontale inferiore. Quindi questo solco appartiene alla parte orbitaria del lobo frontale è il così detto Sulcus orbitalis externus. Bischoff in principal modo ha giustamente interpretato questo solco, assegnando ad esso il posto che gli compete.

Nei cervelli della specie nostra profondamente colpiti nella loro evoluzione si riscontra questo solco coi medesimi caratteri or ora descritti; esso è quindi l'espressione del mancato sviluppo del ramo anteriore della Scis. Silviana e della parte laterale del lobo frontale.

Scissura Parieto-Occipitale. — Le due porzioni di questa scissura comunicano fra loro in corrispondenza del margine interemisferico. Però la porzione interna si presenta un po' complessa nella sua costituzione. Se noi seguiamo dal margine interemisferico la scissura che si continua con la perpendicolare esterna, noi vediamo che essa dopo il decorso di 1 $^{1}/_{2}$ centim. viene interrotta da una piega, la quale partendo dalla parte superiore ed anteriore del Cuneus si spinge in basso ed in avanti, e dopo aver formato un angolo acuto in basso, cambia direzione, risale in alto ed in avanti per terminare nella parte superiore o posteriore del lobulo quadrilatero. La disposizione è perfettamente simmetrica nei due emisferi. Questa piega è ben limitata in tutto il suo margine inferiore da un solco profondo, il quale nel suo complesso assume la figura di V; il ramo posteriore di questo, a sinistra, si spinge colla sua estremità superiore fino alla faccia esterna del lobo occipitale, facendosi molto superficiale, e va a contrarre rapporto colla scissura perpendicolare esterna (Fig. 2ª, 1ª).

Dall'angolo del V parte un breve ma profondo solco che sarebbe la continuazione della perpendicolare interna, meglio manifesto e più regolare a destra, il quale dopo il decorso di 8 mm. resta interrotto da una nuova piega superficiale in tutta la sua estensione, che dall'apice del Cuneo si porta all'angolo posteriore e inferiore del lobulo quadrilatero. Al dissotto di questa seconda piega si trova la scissura calcarina della quale diremo più tardi (Fig. 2ª, 2ª).

Adunque noi troviamo qui ben sviluppate e superficiali le due pieghe di passaggio interne nel modo stesso come esistono negli emisferi di scimie più inferiori (Cinocefali). Questa disposizione è interessante per il nostro cervello essendochè lo distingue da tutti i cervelli di Chimpansè fino ad ora descritti, in alcuni dei quali non solo la piega di passaggio superiore interna è profonda, ma anche la inferiore, e perciò la perpendicolare interna contrae anastomosi con la scissura calcarina, siccome si osserva costantemente nella specie nostra (cervello A di Turner). Questa regione si presenterebbe molto diversamente nel Chimpansè, e le variazioni raggiungerebbero i limiti più estremi, per cui mentre da una parte ricorda il cervello umano, dall'altra invece si mette a livello delle scimie più basse. È notevole la perfetta simmetria della disposizione, ed il grande sviluppo che assume la piega di passaggio interna superiore (1ª). Per questo suo sviluppo la piega interna ed inferiore (2ª) è spinta alla faccia inferiore del lobo temporale, e quasi l'intero decorso della Scis. calcarina si trova corrispondere a questa superficie, per modo da rimanere in dubbio se essa non debba essere compresa e descritta fra i solchi della superficie temporo-occipitale. In complesso però la piega che forma il Cuneus acquista maggiore estensione.

Il Bischoff nella descrizione del suo cervello di Chimpansè insiste sull'idea che la Circonvoluzione di passaggio interna superiore sia omologa della prima piega di passaggio esterna di Gratiolet, ed in altre parole che esse siano una sola circonvoluzione. Ciò però non può essere accettato in modo assoluto. Che queste due circonvoluzioni di passaggio per la loro vicinanza si influenzino vicendevolmente quando l'una o l'altra assumono grande sviluppo e divengono così superficiali, è cosa che non può essere messa in dubbio e si comprende anche facilmente; ma intanto queste due pieghe esistono indipendentemente l'una dall'altra; e ciò è tanto vero che nei due emisferi del nostro cervello sollevando l'Opercolo si scorge alla parte profonda una piccola piega tortuosa che ci rappresenta la prima piega di passaggio esterna. Ciò del resto può essere anche dimostrato nei vari cervelli umani nei quali le pieghe di passaggio interne si fanno contemporaneamente superficiali, si vede decorrere nella profondità della scissura perpendicolare esterna la prima piega di passaggio esterna.

La porzione esterna della scissura occipito-parietale o perpendicolare esterna è molto estesa, la sua estremità esterna giungendo fino al limite più esterno dell'emisfero. Il decorso è leggermente sinuoso, vale a dire che nella sua metà interna descrive una curva colla concavità rivolta in avanti, nel suo tratto esterno una curva colla concavità all'indietro. Disposizione questa la quale ricorda quella descritta da Bischoff e da Müller nei loro cervelli di Chimpansè. La lunghezza assoluta della scissura presa con filo

era di 56 mm. a destra
55 mm. a sinistra.

L'estremità interna della scissura è resa un po'irregolare dalla esistenza di una piega che sembra sorgere dalla profondità, diretta trasversalmente, più pronunciata a destra che non a sinistra (Fig. 3ª *A*), la quale sembra dividerla in due rami, l'uno anteriore la continuazione vera della scissura e l'altra posteriore che si porta fino alla faccia interna del lobo occipitale e che potrebbe considerarsi come un rudimento della scissura trasversa. Alla parte posteriore la scissura è perfettamente chiusa, non ha rapporti con altri solchi. Anteriormente e da ambo i lati essa si continua con la scissura interparietale che percorre tutta la lunghezza del lobo parietale. Così disposta la scissura perpendicolare esterna, il lobo occipitale è ben distinto dal parietale non solo, ma esso assume in modo evidente la forma di opercolo. Ciò è conforme a quanto venne descritto in altri cervelli.

Il nostro cervello per rispetto al modo con cui si presenta la porzione esterna della scissura parieto-occipitale, occuperebbe una posizione intermedia tra quelli osservati da Bischoff, Gratiolet ed altri nei quali mancava ogni traccia superficiale della prima piega di passaggio e gli altri descritti da Turner, Müller, dove questa piega era superficialmente posta.

Gratiolet scrisse a pag. 51 del suo lavoro sulle pieghe cerebrali che *le cerveau du Chimpansè est un cerveau de macaque perfectionné.* Ciò è principalmente per il modo di presentarsi della scissura occipito-parietale.

Scissura di Rolando. Essa è ben evidente, molto estesa e con decorso sinuoso e non tanto obliqua in alto ed all'indietro. Chiusa completamente alle sue due estremità; all'unione del suo terzo inferiore con i due terzi superiori essa in avanti co-

munica con un solco del lobo frontale; ed alla sua estremità superiore, all'interno di una sporgenza angolare formata dalla circonvoluzione parietale ascendente, si trova un tratto depresso di detta circonvoluzione, il quale permette alla scissura di Rolando di congiungersi in modo superficiale con un solco che si trova situato nello spessore della circonf. parietale superiore.

L'estremità superiore non corrisponde alla faccia interna degli emisferi, essa si trova però subito al davanti della scissura calloso-marginale, che appare manifesta alla superficie esterna, come si riscontra nel cervello umano. È anche qui notevole la perfetta simmetria del decorso e dei rapporti più minuti che assume la Scissura di Rolando nei due lati.

La lunghezza assoluta della scissura di Rolando presa con un filo

era a sinistra 68 mm.
a destra 65 »

La distanza fra le due estremità misurata col compasso di spessore era di 47 mm. in ambi i lati.

La distanza fra l'estremità superiore della Scis. di Rolando ed il polo frontale misurato con un filo

era a destra 67 mm.
a sinistra 68 »

La distanza fra l'estremità superiore della Scis. di Rolando ed il polo occipitale 50 mm. in ambo i lati.

Lobo frontale. Nella interpretazione delle parti che costituiscono il lobo frontale non vi ha accordo completo fra i diversi Autori. Tutti però ammettono nel Chimpansè l'esistenza di tre circonvoluzioni frontali longitudinali e di una ascendente, come si trovano nella specie nostra. Ciò che è soggetto a discussione si è il limite e l'estensione della Circonvoluzione frontale inferiore. Questa circonvoluzione è quella che ci esprime un maggiore perfezionamento della superficie del lobo frontale; manca nelle scimie inferiori e raggiunge il massimo sviluppo nell'uomo. Ma ciò che caratterizza questa circonvoluzione dal momento in cui essa compare fino alla sua completa evoluzione, si è il rapporto intimo che essa mantiene con il ramo anteriore della Scissura di Silvio, e la stretta dipendenza nel loro sviluppo. Ora quegli anatomici che interpretavano come ramo anteriore della S. di Silvio, quel Solco orbitario

esterno già descritto (Fig. 1ª *E*) (che talora raggiungendo proporzioni considerevoli sia in estensione che in profondità, come ad es. nell'emisfero destro del Chimpansè descritto da Schröder v. d. Kolk e Vrolik, dimostra meglio la sua indipendenza dalla scissura silviana), descrivono una Circonvoluzione frontale inferiore molto grande e proporzionatamente superiore a quanto si osserva nell'uomo. « Le pli frontal inférieur, scrive Gratiolet a pag. 50 del cervello del suo Chimpansè (fig. 2, tav. VI) ou surcilier est très-grand, largement dessiné, en telle sorte que le lobule frontal est bien développé dans toutes ses parties ». Ma avendo già dimostrato come questo solco non debba considerarsi come dipendenza della Scissura di Silvio, la circonvoluzione che lo circonda deve essere riferita alla media anzichè alla Circ. frontale inferiore.

Questo punto della superficie cerebrale è uno dei più interessanti per le modificazioni che presenta nella serie animale e nella specie nostra, in special modo quando si esamina su cervelli altamente degradati, siccome spero di poter presto dimostrare nello studio dei miei cervelli Microcefalici.

Venendo ora al nostro Chimpansè noi troviamo che la Circonv. frontale ascendente è bene sviluppata, solo è interrotta in ambo i lati al terzo inferiore da un solco, più evidente a destra che non a sinistra, il quale lascia comunicare la Scissura di Rolando con i solchi frontali.

Come nei cervelli di Bischoff e di Müller la Circ. frontale superiore è molto pronunciata alla sua origine posteriore, si restringe grandemente in avanti mentre passa alla superficie orbitale del lobo. Essa nasce con due radici dalla C. frontale ascendente; la radice interna si distacca dalla estremità superiore di questa circonvoluzione, la esterna dalla sua parte inferiore. La prima è rettilinea, l'altra è diretta in modo tortuoso in avanti ed in alto per andare a congiungersi con la interna. Fra le due pieghe si trova un solco, che per la sua disposizione e decorso rappresenterebbe una Scissura prerolandica superiore. È questo solco che è in comunicazione con la Scissura di Rolando nel punto già accennato (Fig 3ª).

Questo solco nell'emisfero sinistro è limitato dalla congiunzione delle due radici della circ. frontale superiore, che avviene presto; a destra invece la congiunzione non avvenendo che alla parte anteriore del lobo frontale, il solco prerolandico superiore

si prolunga in avanti per l'estensione di 5 centim., per cui la circ. frontale superiore appare realmente doppia. A sinistra la duplicità è anche ricordata per l'esistenza di un solco secondario longitudinalmente diretto, rappresentando la parte anteriore del solco di destra. La circ. frontale superiore si restringe fortemente in avanti, concorrendo questa disposizione a dare l'aspetto acuto ai lobi frontali, e poi si continua con il becco etmoidale assai pronunciato.

All'esterno della descritta circonvoluzione si trova il Solco frontale superiore esteso per tutta la lunghezza del lobo, con disposizione fortemente arcuata in basso, più complicato a destra, colla sua estremità anteriore giunge fino alla faccia orbitaria. Alla sua origine posteriore si dispone un po' trasversalmente, ricordando un solco prerolandico inferiore. Ciò è meglio evidente nell'emisfero destro che fu disegnato nella figura 1ª.

La Circonvoluzione frontale media costituisce il margine esterno del lobo. È formata da una semplice piega che all'indietro si origina dalla estremità inferiore della circ. frontale ascendente, insieme alla circ. frontale inferiore. Di qui si porta in alto ed in avanti gira attorno alla estremità superiore del solco orbitario esterno, chiudendolo completamente a sinistra, lasciando invece a destra una superficialissima comunicazione di questo solco con quello descritto precedentemente; e con questo decorso riesce alla parte anteriore ed esterna della superficie orbitaria, dove termina continuandosi con le circonvoluzioni omonime.

La Circonvoluzione frontale inferiore nel nostro cervello è grandemente ridotta, più di quanto si trova descritto in altri cervelli di Chimpansè. Originatasi dalla radice della circ. media, essa gira attorno al rudimentario ramo anteriore della Scissura silviana, poi si continua con una gracile ma ben individualizzata piega, la quale forma il limite più posteriore ed esterno della porzione orbitaria del lobo frontale, colla superficie della quale si confonde in corrispondenza della parte basilare della Scis. di Silvio. Questo ultimo tratto della circonvoluzione o se vogliamo la sua porzione orbitaria è ben distinto perchè all'indietro corrisponde alla S. di Silvio, ed in avanti è limitato dal solco orbitario esterno più volte nominato. La porzione orbitaria della circ. frontale inferiore è la prima a comparire nello sviluppo e negli animali, essa può esistere malgrado manchi il ramo anteriore della S. silviana.

Sulla Porzione orbitaria del lobo frontale abbiamo poco da aggiungere. Oltre l'esistenza del becco etmoidale o della disposizione del solco orbitario esterno già descritto, noi troviamo il vero Solco orbitario il quale ha forma di tre raggi a destra e ben evidente; a sinistra è meno manifesto e più semplicemente disposto. In ambo i lati si trova una comunicazione profonda tra questo solco e l'orbitario esterno. Si notano ancora piccole e superficiali depressioni sulla circonvoluzione orbitaria.

Lobo parietale. Questo lobo è ben distinto in tutte le sue parti. Esiste una Scissura interparietale, la quale si origina in avanti ed in basso subito dietro l'estremità inferiore della circonvoluzione parietale ascendente, si porta in alto parallela alla Scissura di Rolando, poi piega più fortemente all'indietro ed in alto per finire nella scissura perpendicolare esterna. Troviamo quindi ben individualizzate le tre circonvoluzioni parietali. La Circ. parietale ascendente (P) tortuosa, in alto si continua con la Circ. parietale superiore. Questa presenta sulla sua superficie un solco secondario abbastanza profondo diretto all'indietro ed egualmente conformato nei due emisferi, il quale in avanti contrae rapporti con la Scissura di Rolando, nel modo che abbiamo già indicato parlando di questa scissura. Con poche variazioni questo solco lo troviamo presente in quasi tutti i cervelli descritti di Chimpansè.

Per l'obliquità che presenta il decorso della scissura interparietale, la Circ. parietale superiore (P.[ir]) non ha la figura quadrilatera, come si osserva in principal modo nel cervello di Bischoff, ma si va restringendo all'indietro siccome occorre di osservare costantemente nell'uomo. Quindi la C. parietale superiore si origina dalla C. parietale ascendente per mezzo di due radici, l'una interna che corrisponde alla scissura interemisferica e gira attorno all'estremità della scissura calloso-marginale, che nel nostro cervello appare molto estesa alla superficie esterna degli emisferi. Dalla scissura interparietale nel mentre sta per cambiare direzione e portarsi all'indietro, si distacca un ramo breve della lunghezza di 1 cm. il quale si dirige in alto ed un po' in avanti, essendo arrestato dalla radice esterna della C. parietale superiore. Questo breve solco può esser considerato come rappresentante della parte superiore della Scissura postrolandica. Le due radici della C. parietale superiore si congiungono fra loro,

per continuarsi colla prima piega di passaggio esterna nascosta in gran parte nella profondità della scissura perpendicolare esterna.

La Circonvoluzione parietale inferiore è tipicamente costituita; la porzione anteriore gira attorno all'estremità biforcata del ramo posteriore della scissura di Silvio, è cospicua, arcuata e semplicemente disposta; la porzione posteriore situata più in alto, più sottile abbraccia tutta l'estremità posteriore della scissura parallela. Non è disposta ad arco, ma si presenta piuttosto sotto forme di spigolo acuto (*gyrus angularis*) che si insinua fra la S. perpendicolare esterna da una parte e la S. interparietale dall'altra. Posteriormente essa limita il decorso della estesa Scis. perpendicolare esterna, per venire a congiungersi con la Circ. temporale media.

In altri cervelli di Chimpansè le cose si presentavano un po' più complicate, e queste complicazioni provenivano anche qui come nel cervello umano da anastomosi fra le due circonvoluzioni parietali superiore ed inferiore, le quali perciò interrompevano il decorso della scissura interparietale.

Anche nel Chimpansè questa regione della superficie cerebrale va soggetta a quelle grandi variazioni che sono così caratteristiche del cervello umano.

Lobo occipitale. — Per la grande estensione della scissura perpendicolare esterna, la faccia esterna del lobo occipitale è limitata in tutta l'estensione dal lobo parietale e temporale. Solo sul limite più esterno una piega arcuata circonda l'estremità di detta scissura e si continua in avanti colla Circ. temporale media.

Sulla detta superficie, piuttosto estesa non si trovano particolarità le quali si possono riportare a ciò che si osserva normalmente nell'uomo. Quasi dal centro di essa partono due solchi, l'uno diretto all'interno e l'altro all'esterno. Questi due solchi terminano completamente nella superficie esterna del lobo. Quando l'obliquità in avanti dei due solchi esterno ed interno è poco evidente, in allora essi formano un tutto continuo che decorre parallelamente alla Scis. perpendicolare esterna, divisi da questa da una robusta piega che costituisce essenzialmente l'opercolo occipitale. Il terzo solco rivolto all'indietro ed all'interno va a finire quasi all'apice del lobo occipitale (Fig. 1ª e 3ª *O*).

È notevole anche qui la perfetta simmetria della disposizione sui due emisferi, come pure il trovarsi ripetuta su la massima

parte dei cervelli di Chimpansè stati descritti (cervello di Bischoff in ambo i lati, di Turner sul lato sinistro, di Müller, ecc.). Sulla parte interna del lobo si può scorgere la terminazione della S. Calcarina (Fig. 2 Cal.).

Lobo temporale. — La Circonvoluzione temporale superiore limitrofa del ramo posteriore della Scissura di Silvio è mediocremente sviluppata, liscia, regolare, in avanti concorre a formare l'apice sfenoidale; all'indietro si continua con la porzione anteriore della Circonvoluzione parietale inferiore (Fig. 1ª T¹).

Al dissotto di essa si trova la Scissura temporale superiore o parallela: essa forma uno dei solchi più estesi della superficie del nostro cervello. Comincia all'apice del lobo sfenoidale e decorre all'indietro parallelamente al ramo posteriore della Silviana; alla estremità posteriore di questa cambia direzione per portarsi più direttamente in alto, ed in questo punto si distacca da esso un breve ramo diretto in basso, che non raggiunge un centimetro di lunghezza essendo tosto arrestato da una piega della circonvoluzione sottostante. Alla sua estremità parietale la scissura parallela si divide in due rami, dei quali il posteriore segue la sua direzione primitiva e deve per ciò essere considerato come la vera continuazione di essa; l'anteriore invece si porta orizzontalmente in avanti fino alla origine della piega curva dalla parte superiore del lobulo sopramarginale. La piega curva quindi si presenta distinta ed abbastanza estesa disponendosi attorno ai due detti rami, È inutile che anche qui ripeta che la disposizione è perfettamente simmetrica nei due emisferi.

Il cervello del Chimpansè *A* descritto da Turner presentava una disposizione che merita di essere notata. La circonvoluzione temporale superiore alla sua parte posteriore si faceva più sottile e quindi si nascondeva nella profondità della scissura di Silvio, lasciando così comunicare il ramo posteriore della Scissura Silviana con la parallela. Si aveva vale a dire la stessa disposizione che si riscontra in alcune scimie inferiori (vedi fig. 24 a pag. 82-83, della mia *Guida allo studio delle Circonvoluzioni*) e che talora compare anche come varietà nel cervello umano.

In basso la scissura parallela è limitata dalla Circonvoluzione temporale media. Essa è ben sviluppata ma tortuosa molto nel suo decorso. Si origina anch'essa dall'apice del lobo temporale. A sinistra questa origine è molto voluminosa e per-

corsa per l'estensione di 1 $^1/_2$ cm. da un solco terziario. Nella parte posteriore questa circonvoluzione, senza subire alcuna interruzione, descrive due pronunciate curve, l'una anteriore colla concavità rivolta in basso attorno ad un ramo della scissura sottostante, l'altra posteriore e colla concavità rivolta in alto attorno al ramo già notato della scissura parallela soprastante. Queste due curve così avvicinate danno l'aspetto di un S molto abbreviato. (Fig. 1ª T²).

Descritta la 2ª curva la Circ. temporale media si continua all'indietro e si divide tosto in due pieghe, delle quali una ascendente e questa va a continuarsi con la porzione posteriore della Circ. parietale inferiore o piega curva, l'altra diretta all'indietro, ed è quella che chiude l'estremità della Scis. perpendicolare esterna e si continua con il lobo occipitale o se vogliamo con la circonvoluzione occipitale inferiore.

La Scissura temporale inferiore forma il limite inferiore della faccia esterna del lobo temporale, malgrado l'irregolarità del suo decorso può essere seguìta fino al lobo occipitale. La sua parte anteriore è visibile ancora quando si esaminano gli emisferi di profilo; il tratto suo posteriore od occipitale decorre sulla faccia inferiore di essi. Originatasi dall'apice del lobo sfenoidale, seguendo le sinuosità della circonvoluzione soprastante si porta all'indietro, somministra in alto quel ramo attorno al quale abbiamo veduto descrivere la prima curva la sopradetta circonvoluzione, poi come spinta in basso dal grande estendersi della scissura perpendicolare esterna, si dirige all'indietro sulla faccia inferiore e può essere seguìta fino in molta vicinanza dell'apice del lobo occipitale, dando un breve ramo in alto ed un altro all'interno, per mezzo del quale a sinistra essa contrae anastomosi con la scissura occipito-temporale interna.

Come si scorge adunque questa Scis. costituisce la vera linea limitrofa esterna della faccia inferiore dei lobi temporo-occipitali, ed essa nella sua parte anteriore può essere considerata come il risultato della fusione della scissura temporale inferiore e della occipito-temporale esterna, le quali scissure sono talora anche mal individualizzate in cervelli umani riccamente circonvoluzionati. Manca quindi la Circonvoluzione temporale inferiore. Ciò è perfettamente d'accordo con quanto fu osservato da Müller nel suo cervello, mentre in quello di Bischoff ed altri le cose sono un po' più complesse e ricordano meglio una disposizione umana.

Faccia inferiore dei lobi temporali ed occipitali. — Questa faccia si presenta convessa nella porzione temporale, concava nella parte occipitale. In essa si distinguono le due circonvoluzioni tipiche divise dalla scissura Occipito-temporale interna, la quale si presenta meglio sviluppata e disposta normalmente a destra. A sinistra invece il detto solco è interrotto nella sua parte media, e da questo punto con un suo ramo devia all'esterno e un po' all'indietro per andare a congiungersi con la scissura descritta sotto il nome di temporale inferiore. Per questo fatto ne viene che la Circ. occipito-temporale esterna o lobulo fusiforme è meglio costituita a destra, grossa e sinuosa va dall'apice del lobo occipitale allo sfenoidale. A sinistra invece è divisa in due parti corrispondenti ai due lobi.

La circonvoluzione occipito-temporale interna si distingue da quanto fu fino ad ora osservato. Per mezzo di un solco obliquo il quale mette in rapporto la parte anteriore della scissura calcarina con la scissura precedentemente descritta, questa circonvoluzione è divisa nelle sue due parti costitutive vale a dire nella Circonvoluzione dell'Hippocampo e nella Circ. linguiforme.

La prima va ingrossando alla sua estremità anteriore per continuarsi poi in un Uncus molto ben pronunciato. L'altra (lobulus linguiformis) è formata da una semplice circonvoluzione che mantiene il medesimo volume fino all'apice occipitale dove si continua con la Circ. esterna.

La divisione della Circ. Occipito - temporale interna in due parti è una particolarità molto rara ad osservarsi nel cervello umano e rarissima nei cervelli di Antropoidi, solo il cervello del Chimpansè descritto da Müller avrebbe presentato una disposizione identica a quella ora riferita. Siccome però l'Autore disegna la faccia inferiore degli emisferi nel loro rapporto con il cervelletto, nelle figure non si può scorgere il modo con cui si presentava questa varietà.

Venendo verso la parte anteriore noi troviamo che l'apice del lobo sfenoidale è ben distinto dalla estremità anteriore ingrossata dalla circonvoluzione dell'Hippocampo, per mezzo di un solco che colla sua estremità anteriore si nasconde nella profondità della porzione basilare della Scissura di Silvio, ma che può essere seguito, volgendo esso un po' all'esterno, fino al suo termine; l'altra estremità diretta all'indietro è appena divisa dalla estremità an-

teriore della scissura occipito-temporale interna da una gracile piega, la quale a sinistra avrebbe tendenza a farsi profonda, questo solco così ben distinto per profondità ed estensione dell'apice del lobo sfenoidale deve essere considerato come un residuo dell'arco inferiore della Scissura limbica di Broca e compare come eccezione nei cervelli umani, osservandosi però più frequentemente in quelli di razze colorate (Fig. 2ª *Li*).

Non trovo fatto cenno di questo solco, malgrado dai disegni di cervelli di Chimpansè che tengo sott'occhio esso appaia distinto e molto esteso. Così nel cervello di Bischoff (fig. II) avrebbe a sinistra comunicazione con la Scis. occipito-temporale interna. Nei cervelli di Schroeder van der Kolk e Wrolik, di Gratiolet, di Rohon, di Müller questo solco si presenta nel medesimo modo come nel nostro cervello.

Faccia interna degli emisferi. — La Circonvoluzione del corpo calloso ha disposizioni normali, essa è massiccia e percorsa solo da solchi vascolari. Posteriormente si spinge fin sotto lo splenio del corpo calloso, terminando nel punto dove viene ad inserirsi la piega di passaggio interna inferiore. Al disotto di questo attacco si trova un solco piuttosto ampio il quale mette in rapporto la scissura calcarina con quella dell'Hippocampo. Per questo fatto la circonvoluzione del corpo calloso è bene distinta dalla circonvoluzione dell'Hippocampo (Fig. 2ª).

La Scissura fronto-parietale interna o calloso-marginale non subisce alcuna interruzione nel suo lungo decorso; colla sua estremità posteriore piega direttamente in alto e compare sulla superficie esterna degli emisferi per l'estensione di 1 centim. subito all'indietro della estremità superiore della Scissura di Rolando. Essa da alcuni brevi e superficiali ramoscelli nello spessore della circonvoluzione frontale interna e nessuno al lobulo quadrilatero (Fig. 3ª *M*).

La Circonvoluzione frontale interna è semplice e regolare. — Posteriormente nel punto in cui essa corrisponde alla estremità della Scissura di Rolando, potrebbe essere distinto un lobulo pararolandico (*Pa*), principalmente nell' emisfero destro. Il lobulo quadrilatero è reso alquanto irregolare nel suo margine posteriore per il modo con cui si comporta la piega di passaggio interna superiore ed il solco che la limita inferiormente; si notano scarsi solchi nel suo spessore.

Il Cuneus (Cu) è ridotto ad una sottile e tortuosa piega, della quale già conosciamo le connessioni. La Scissura calcarina è molto estesa e profonda. Essa si origina dall'apice del lobo occipitale per mezzo di un tratto verticalmente disposto che ricorda la biforcazione, che si osserva di frequente anche nel Chimpansè; poi con decorso un po' arcuato si porta in avanti ed all'esterno, essendo per la sua maggiore estensione situata alla faccia inferiore degli emisferi, per andare infine a mettersi in comunicazione con la scissura dell'Hippocampo. Non merita quindi il nome di scissura occipitale orizzontale. Lo spostamento all'esterno è evidentemente dovuto, siccome abbiamo già detto, alla esistenza superficiale delle pieghe di passaggio interne. Si è dalla sua estremità anteriore che parte un ramo che si dirige all'esterno per andare ad unirsi colla Scis. occipito temporale interna, dividendo la circonvoluzione dello stesso nome nelle sue due parti costitutive, siccome abbiamo già detto. Perciò l'estremità anteriore della Scis. calcarina sembra biforcata, e fra le due divisioni sorge la Circonvoluzione dell'Hippocampo. Questa in complesso non si presenta molto sviluppata e regolare; va però ingrossando nel portarsi in avanti. l'Uncus invece è ben evidente e proporzionato allo sviluppo del cervello.

Nella convessità che descrive la Circ. dell'Hippocampo troviamo la Fascia dentata. Essa nel nostro cervello è profondamente situata, per cui non può ben scorgersi se non quando si è messo allo scoperto il corno sfenoidale dei ventricoli laterali. Essa però è ben distinta nelle sue tre porzioni.

La porzione anteriore o Benderella dell' Uncus si comporta come nel cervello umano, proporzionatamente più voluminosa, gira attorno all'apice dell'Uncus, nascondendolo completamente. Per il suo volume e per il suo colore è quindi molto distinta.

La Fascia dentata propriamente detta non merita questo nome, presentando il suo margine libero abbastanza regolare, senza profonde intaccature. La fascia dentata appare più voluminosa perchè ha meno intimi rapporti con la Fimbria che resta spinta un po' all'esterno e lascia così in gran parte allo scoperto la Fascia dentata.

Posteriormente si continua con la Fasciola cinerea, la quale invece è meno manifesta, non ha decorso ondulato come nel cervello umano ma si spinge direttamente in alto e tosto si nasconde al di sotto dell'angolo inferiore del lobulo quadrilatero, gira attorno

al margine posteriore del corpo calloso, e per la sua esiguità non può più essere ulteriormente seguìta. Questa parte della superficie cerebrale è ancora caratteristica nel nostro cervello, mancando ogni traccia di Circonvoluzioni sotto-callose, le quali, per quanto rudimentarie, sono però ben manifeste nell'uomo (vedi il mio lavoro *Fascia dentata* dell'*Hippocampo* nel cervello umano 1885). Nessuno degli Autori che hanno descritto il cervello del Chimpansè parla di questa particolarità; non possiamo quindi dire se questa mancanza sia costante. Però Zuckerkand (Uber das Reichcentrum 1887 pag. 30) ha trovato pure nessuna traccia di queste circonvoluzioni in un cervello di Chimpansè da lui esaminato. Ciò sarebbe d'accordo con quanto si osserva nelle scimie inferiori.

La Fimbria poco pronunciata in avanti là dove si origina dall'apice dell'Uncus, si rende meglio evidente in alto ed all'indietro alla sua continuazione coi pilastri della vôlta.

Il Grande piede d'Hippocampo è pure ben distinto in tutta la sua estensione, non molto ingrossato in avanti, manca completamente di digitazioni. Esso riempie quasi completamente l'appendice sfenoidale dei ventricoli laterali.

Resta a dire poche parole dell'Insula. Stando alle descrizioni date dagli Autori, l'insula nel Chimpansè presenta grandi variazioni, le quali, anche qui come in altri punti della superficie cerebrale, raggiungono i limiti estremi. Essa infatti può manifestarsi quasi completamente liscia, essendo appena indicata qualche orma di circonvoluzione come fu osservato da Bischoff nel suo cervello, ed allora ricorda l'insula delle scimie inferiori Cercopiteci e Cinocefali: oppure può essere formata da 4 o 5 brevi circonvoluzioni sicccome fu descritta da Turner nel suo cervello segnato con A, ed in questo caso si avvicina alla disposizione che si riscontra generalmente nella specie nostra. Fra questi due punti estremi esistono gli stadi intermedi che costituiscono la maggioranza, e ci esprimono perciò la condizione normale di sviluppo del lobo centrale.

Nel mio esemplare l'insula fu esaminata solo nell'emisfero sinistro e risultava formata da due brevi e poco elevate circonvoluzioni le quali costituiscono i due lati dell'area triangolare, divise fra loro non da un solco, ma da una vera depressione abbastanza pronunciata.

Esaminando poi la faccia della circonvoluzione temporale superiore che guarda la scissura silviana, si trovano accennati alla

parte posteriore di essa due piccoli rilievi diretti verso la profondità, i quali potrebbero essere considerati come i primi accenni delle Circonvoluzioni temporo-parietali che sono così distinte e costanti nella specie nostra. Quel piccolissimo tratto dell'insula che rimaneva visibile al punto di congiunzione del ramo posteriore coll'anteriore della scissura di Silvio, corrispondeva all'apice insulare, che in alto dava origine al giro insulare anteriore, ed in basso ed in avanti si congiungeva con l'estremità della porzione orbitaria della circonvoluzione frontale inferiore.

Corpo calloso. — Relativamente allo sviluppo degli emisferi cerebrali il corpo calloso si presenta più breve e meno robusto. Le principali misure prese dopo indurimento danno le seguenti cifre: Lunghezza del corpo calloso dal ginocchio allo splenium 38 mill.

La distanza fra lo splenium e l'apice del lobo occipitale è di 34 mill.

Quella tra il ginocchio è l'estremità frontale e di 19 mill.

La profondità della Scissura interemisfera presa in corrispondenza dell'estremità della Scissura calloso-marginale è di 20 millimetri.

Queste misure dimostrano come il corpo calloso abbia subìto un minore sviluppo alla sua parte posteriore. Ciò è reso anche evidente dal fatto che il lobulo quadrilatero si è spinto all'indietro ed in basso al di sotto dello splenio. Per questo il massimo spessore del corpo calloso è in corrispondenza dello splenio dove misura 7 mill.; si restringe subito in avanti misurando solo 3 mill.; poi va leggermente aumentando fino al suo ginocchio, per finire nel becco. Il così detto ventricolo del corpo calloso è poco evidente. I nervi longitudinali di Lancisi per nulla distinguibili.

La massima lunghezza degli emisferi dall'apice frontale all'occipitale è di 9,1 cm.

L'altezza in corrispondenza del lobo temporale di 5,1 cm. La massima larghezza 7,4 cm.

Sotto il corpo calloso sta il trigono, il quale piegando in basso ed in avanti circoscrive il foro di Monrò non molto ampio. Le lamine del setto lucido sono robuste. Le commessure ben distinte. I ventricoli laterali non sono molto ampi, ma ben sviluppati in tutte le loro parti.

In quanto ai nervi cerebrali non ho che a confermare quanto fu osservato da altri Autori. Si presentano con proporzioni un po' maggiori rispetto a quanto si osserva nell'uomo i nervi olfattorio, oculo-motore comune, ed oculo-motore esterno. Il bulbo olfattorio si presenta un po' più voluminoso e più allungato che non nell'uomo. Il tratto olfattorio è invece più breve.

Il nervo ottico è appiattito e la sua sezione ovale. Posso confermare pienamente quanto fu osservato da Müller nel suo Chimpansè, che cioè alla superficie ventrale di esso si trova un rilievo il quale proviene dal lato esterno del tratto ottico, decorre obliquamente in avanti verso il lato interno del nervo ottico dello stesso lato. Rappresenta questo rilievo un cordone o fascio di fibre, che situato al lato esterno del chiasma congiunge il tratto ottico col nervo ottico dello stesso lato senza subire alcun incrociamento nel chiasma. Che questa disposizione corrisponda al fascio riscontrato da Gudden nell'uomo, come sostiene Müller, è ancora cosa da dimostrarsi.

Il 3° paio è realmente notevole per il suo volume. Müller ha osservato che questo nervo oltre alla sua radice principale interna grossa, aveva una seconda radice esterna piccola, che usciva tra le fibre dei peduncoli cerebrali. La così detta *radice anormale laterale* che non raramente si riscontra anche nella nostra specie. Siccome questo fatto si verificava in ambo i lati del suo cervello, così il Müller crede che esso sia costante nel Chimpansè. Invece deve considerarsi come varietà, essendochè nel mio esemplare mancava. Però è d'uopo notare che il punto di emergenza delle fibre del 3° paio, atteso il suo volume, mi sembra più esteso in senso trasversale.

Sugli altri nervi abbiamo nulla a dire, essi si comportano come nella specie nostra, e si possono ben scorgere nella figura che rappresenta il cervello posteriore. Solo il 6° paio merita per la sua origine apparente una menzione speciale. Infatti invece di nascere in corrispondenza del margine inferiore del ponte, al lato esterno della base delle piramidi, sorge in mezzo alle fibre che formano il margine inferiore del ponte, per cui anche per la sua origine apparente come per la reale, esso appartiene interamente alla regione della protuberanza.

Mentre la superficie del cervello è stata minutamente ed estesamente studiata da tutti gli Autori che hanno trattato del cervello del Chimpansè, le altre parti dell'encefalo furono un

po' troppo dimenticate. Solo il Müller e in specie lo Spitzka hanno parlato di esse, mettendo in rapporto i loro trovati con quanto si osserva nell'uomo.

Nel nostro esemplare i Peduncoli cerebrali erano ben distinti, avevano però minore larghezza e si presentavano più convessi che non nella specie nostra. La sezione dei peduncoli non dimostrò all'esame macroscopico l'esistenza del locus niger di Soemmering.

Il Ponte di Varolio era in rapporto di sviluppo con gli emisferi cerebellari; distintissimo era il solco basilare. La sua lunghezza era di 15 mm., la distanza fra i due punti d'emergenza del 5° paio 2 centim.

Le Piramidi del bulbo avevano 4 mm. di larghezza in corrispondenza della base. L'incrociamento loro era superficiale ed esteso. Le *olive* molto sporgenti, regolari, nella loro superficie, misuravano in lunghezza 9 mm., la loro estremità superiore giungeva in molta vicinanza del margine inferiore del ponte; dalla metà inferiore del solco tra le olive e le piramidi, uscivano le radici del XII. Non si scorgevano fibre arciformi.

Il cervelletto ben distinto nei suoi lobi e nelle sue lamelle, Molto pronunciato e sporgente si presenta il verme superiore, poco manifesto invece l'inferiore.

Fatta una incisione longitudinale sulla linea mediana del lobo medio del cervelletto, si mise allo scoperto il pavimento del 4° ventricolo, il quale non presenta nessuna di quelle particolarità così caratteristiche e così importanti a conoscersi in specie per i loro rapporti topografici del cervello umano. Nessuna traccia delle ale bianche e cinerea, nella porzione bulbare del ventricolo. Nessuna stria uditiva, nessuna colorazione che indichi l'esistenza di un locus coeruleus, nella porzione superiore del pavimento.

Però in corrispondenza dell'apice del calamus, là dove il canale centrale si apre nel 4° ventricolo, a destra ed a sinistra della linea mediana, simmetricamente disposti, si notano due leggeri rilievi per lato, disposti obliquamente, subito al disopra della clava del funiculus gracilis. Questi rilievi evidentissimi sembrano sorgere dal solco mediano e portarsi sul corpo restiforme, il quale si presenta ben sviluppato. Non possiamo dire che cosa essi ci rappresentino. Solo sezioni microscopiche potranno indicare il loro significato.

FIG. 1. *F^1*. *F^2*, *F^3*. Circonvoluzioni frontali superiore-media ed inferiore.

F. Circonvoluzione frontale ascendente

P Id. parietale ascendente.

P^1 Id. id. superiore.

P^2 Id. id. inferiore.

T^1, *T^2* Circonvoluzione temporale superiore e media.

O. Lobo occipitale.

FIG. 2. Faccia interna dell'emisfero destro.

C. Corpo calloso.

Cal. Scissura calcarna.

Ma. Scissura calloso-marginale alla sua estremità posteriore.

X. Comunicazione della scissura calcarina colla scissura occipito-temporale interna.

Li. Resto della scissura limbica.

Ca. Ma. Circonvoluzione del corpo-calloso.

H. Circonvoluzione dell' Hippocampo.

u. Uncus colla sua benderella che copre l'apice.

F.in. Circonvoluzione frontale interna.

Qu. Lobulo quadrilatero.

Cu. Cuneus.

FIG. 2. 1ª e 2ª. Pieghe di passaggio interne superiore ed inferiore.

Pa. Lobulo pararolandico.

FIG. 3 Emisferi cerebrali visti dalla faccia superiore.

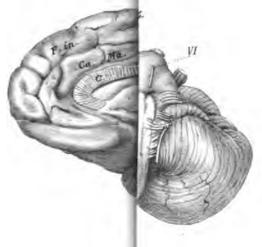
M. Estremità posteriore della scissura calloso-marginale. Le altre lettere come nella fig. 1ª.

A. Piega che si intromette nella estremità interna della scissura occipito-parietale.

FIG. 4. Cervelletto, Ponte di Varolio e midollo allungato con l'origine dei nervi.

VI. Origine del 6° paio che sorge in mezzo le fibre del margine posteriore del ponte.

O.P.
P²

F. in.
Ca.
Ma.
C.
VI

L'inclinazione magnetica a Torino e nei dintorni;
Nota del P. F. Denza.

I.

Appena tornato dalla spedizione dell'ecclisse totale di sole del 22 dicembre 1870, nella quale ebbi la ventura di essere compagno all'illustre P. Angelo Secchi, intrapresi a Moncalieri una prima serie di misure delle costanti magnetiche cogli strumenti lasciatimi ad imprestito dallo stesso P. Secchi per grande parte dell'anno 1871, e che poi ripresi per breve tempo nel 1872 e nel 1873.

Più tardi, cioè nell'agosto del 1875, incominciai una nuova serie di determinazioni cogli istrumenti acquistati in quell'anno per la campagna magnetica, che feci per più anni di seguito in tutte le contrade italiane. Codesta serie di misure io continuai tutte le volte che mi fu possibile fino al cominciare del 1884.

Per cause da me indipendenti, il calcolo del grosso lavoro andò molto a rilento. Essendo ora interamente compiuto e discusso quello che riguarda la inclinazione, credo mio debito comunicarne, in brevi cenni, all'Accademia i risultati che si riferiscono a queste nostre regioni, di cui sinora poco si conosceva a questo riguardo. Darò appresso contezza degli altri elementi, a misura che ne sarà ultimato il calcolo e la discussione.

L'istrumento adoperato per la misura dell'inclinazione dal 1871 al 1873 era un inclinometro di Barrow, costrutto a Londra e di proprietà dell'Osservatorio del Collegio Romano; quello di cui mi servii di poi fu pure un inclinometro del medesimo sistema e perfezionato, costrutto anch'esso a Londra da Dower e controllato all'Osservatorio di Kew. La descrizione di questo istrumento e dei metodi di osservazione sarà pubblicata nell'opera, di cui ho l'onore di presentare la prima parte all'Accademia.

Qui accenno solamente, che l'inclinazione fu sempre determinata almeno con due aghi, i cui risultati hanno dimostrato il più soddisfacente accordo, non avendo la loro differenza oltrepassato mai i 5 minuti d'arco, ed essendo rimasta nella maggior parte dei casi tra 0′ e 2′.

Le prime osservazioni furono fatte in diversi luoghi dell'ampio bosco annesso al Real Castello di Moncalieri, il quale trovasi a NNE della città, in luogo del tutto appartato e lontano da qualsiasi abitazione e da altre cause disturbatrici.

Però fin dalle prime misure mi ebbi ad accorgere che i valori trovati pei diversi elementi magnetici si allontanavano non poco da quelli che avrebbero dovuto corrispondere a questa località; cercai quindi altri luoghi per esplorare se si avessero risultati migliori. Ripetei dapprima le misure nell'ampio parco attiguo al Castello medesimo, in posizione che apparentemente sembra delle più opportune; tuttavia anche qui i risultati non furono soddisfacenti.

Pensai quindi rifarle in piena pianura sulla sponda sinistra del Po, opposta a quella su cui si erge la collina di Moncalieri; ripetendo anche da questa parte le osservazioni in due luoghi diversi.

I valori ottenuti in queste due ultime stazioni si avvicinano di più al vero; ma siccome mi tornava troppo incomodo portarmi ogni volta in quei luoghi discosti, così dal 1875 in poi osservai sempre nel parco del Castello Reale, facendo stazione nell'accennata località, la cui posizione geografica si è:

Lat. N. 45° 0′.1.
Long. E. Greenwich 7° 40′.6.

Per brevità indicherò con:

Stazione I. — Bosco del R. Castello.
» II. — Parco annesso al Castello.
» III. — Prati presso la sponda sinistra del Po.
» IV. — Prati della Filanda Gariglio.

Riporto quì appresso i risultati delle osservazioni fatte in queste stazioni dal 1871 al 1873, soggiungendovi poi i medî delle misure fatte dal 1875 al 1884 nella stazione II.

Valori dell'inclinazione dal 1871 *al* 1873.

STAZIONE	DATA		INCLINAZIONE
I	1871	26 febbraio	63° 21'.4
»	»	2 marzo	63 20 .2
»	»	12 marzo	63 3 .4
»	»	16 marzo	63 2 .4
»	»	30 giugno	63 0 .3
II	»	30 marzo	62 51 .4
»	1872	7 novembre	62 50 .7
III	1871	5 marzo	62 46 .8
»	»	4 aprile	62 46 .9
IV	»	3 luglio	62 44 .9
»	1873	28 aprile	62 38 .9

Medî dell'inclinazione dal 1875 *al* 1884.

1875	62° 53'.8
1876	62 52 .3
1877	62 49 .9
1878	62 50 .3
1879	62 45 .3
1880	62 43 .5
1881	62 43 .3
1882	62 41 .6
1883	62 43 .3
1884	62 45 .2

Da questo prospetto risulta chiaro, come le cause perturbatrici del magnetismo terrestre in questa nostra regione hanno un influsso assai variabile sui valori assoluti del medesimo. Invero, per ciò che riguarda l'inclinazione, il valore di questo elemento non solo è costantemente più elevato di quello che

richiede la posizione geografica della stazione, ma cangia eziandio a seconda dei luoghi di osservazione.

Raccogliendo insieme i valori ottenuti in ciascuno dei quattro diversi punti scelti per le misure dal 1871 al 1873, si hanno i seguenti risultati:

I.	63° 9'.5
II.	62 51 .0
III.	62 46 .9
IV.	62 41 .9

È da avvertire che nella stazione I, cioè nel bosco del R. Castello, osservai in due luoghi diversi a non più di 100 metri l'uno dall'altro, cioè nel viale posto sul culmine del bosco ed in un prato alquanto più basso del bosco medesimo. Nel primo luogo feci stazione il 26 febbraio ed il 2 marzo 1871, e nel secondo il 12 e 16 marzo ed il 30 giugno dell'anno medesimo.

I medî dei valori trovati in ciascuna località sono rispettivamente:

I*a*.	63° 20'.8
I*b*.	63 2 .0

Di modo che disponendo per ordine decrescente tutti i valori ottenuti, risulta lo specchio che segue:

I*a*.	63° 20'.8
I*b*.	63 2 .0
II.	62 51 .0
III.	62 46 .9
IV.	62 41 .9

Questi cinque punti di osservazione, per singolare coincidenza, restano distribuiti anche per ordine di altezza come segue:

I*a*.	altitudine	311	metri
I*b*.	»	303	»
II.	»	285	»
III.	»	218	»
IV.	»	217	»

Oltre a ciò, i primi tre punti trovansi alla destra del Po, in collina, il primo più distante, il terzo più vicino; gli ultimi due trovansi alla sinistra, per ordine di distanza altresì, ed in pianura.

Risulta quindi che nelle stazioni della collina, alla destra del Po, l'inclinazione magnetica è maggiore che in quelle della pianura che trovansi alla sinistra; e che l'aumento cresce coll'altezza del punto di osservazione e colla distanza del medesimo dal fiume. Dal che può inferirsi che, probabilmente, la causa perturbatrice dalla pianura si estenda e si aumenti sull'intero poggio su cui trovasi Moncalieri.

Tre altre misure furono fatte in questo frattempo alla stazione II; la prima nel 1875 dall'inglese Padre P. Perry nel suo ritorno dall'isola di Kerguelen, dove si era recato per le osservazioni sul passaggio di Venere; la seconda nel 1886 dal Dottor Ciro Chistoni, dell'Ufficio centrale di meteorologia; la terza l'anno scorso dal Prof. Angelo Battelli, dopo mia richiesta.

Ecco i risultati:

1875	21 giugno	62° 55'.7
1886	20-21 agosto	62 41 .1
1888	25 novembre	62 39 .5

I quali valori offrono soddisfacente accordo coi miei, tenendo conto della variazione annuale.

II.

Affine di compiere, per quanto possibile, l'incominciato lavoro, e per meglio studiare il problema, intrapresi alcune serie di osservazioni a Torino e nei dintorni.

Nella prima serie, oltre la stazione di Torino, ne scelsi altre tre, cioè: la Veneria Reale (Regia Mandria), che trovasi a nord di questa città, presso a poco sullo stesso meridiano, dal lato opposto di Moncalieri che è al sud; Rivoli e Montaldo Torinese, disposte ambedue quasi sullo stesso parallelo di Torino, la prima ad occidente, la seconda ad oriente, e l'una e l'altra in collina, mentre la Veneria non rimane di troppo più elevata di Torino.

Feci anche osservazioni sul vicino Colle di Soperga, a circa 400 metri più alto di Torino, ed a poca differenza sia di latitudine come di longitudine; ed altre alla Sacra di San Michele, che si eleva di oltre 700 metri sul piano di Torino, e la cui latitudine non differisce guari da quella della stessa città, seb-

bene la longitudine se ne allontani alquanto, cioè di circa 20 minuti di arco. Questa prima serie fu eseguita nel 1871 nel lasso di poco più di due mesi, cioè dal 13 aprile al 22 giugno.

La seconda serie di misure la feci nel 1877 e la terza nel 1880, scegliendo ciascuna volta, per quanto fu possibile, epoche poco diverse, e non tenendo più conto delle stazioni di Soperga e della Sacra di S. Michele.

Nella serie del 1877, non avendo potuto osservare alla Veneria per cause da me indipendenti, mi posi ad Altessano, sulla sponda della Stura, a quella assai vicina; e nell'ultima serie del 1880 omisi del tutto questa stazione.

A Rivoli le osservazioni furono fatte sempre nello stesso luogo, cioè nella spianata NW del Castello.

A Montaldo, invece, nelle ultime due serie si osservò in luogo poco discosto da quello del 1871, per evitare il sospettato influsso di un rialzo di terreno prossimo a quest'ultimo. La stazione era nella tenuta del Real Collegio Carlo Alberto di Moncalieri.

A Torino cambiai ogni volta stazione, ed anzi feci altre osservazioni pure in luogo diverso nel gennaio del 1872, per esplorare sempre meglio l'influenza delle diverse località.

Ecco la posizione dei suddetti punti di osservazione:

I. Sulla collina di Santa Margherita ad Est della città;

II. Prati annessi all'antica villa dei Conti Rignon a SW;

III. Viale presso l'antica Piazza d'Armi, di rincontro alla chiesa della Crocetta;

IV. Presso la punta nord dell'isola Armida sul Po, a SSW.

Soggiungo le altitudini approssimate dei luoghi di osservazione innanzi accennati:

Sacra di San Michele	920	metri
Soperga	640	»
Rivoli	415	»
Montaldo	336	»
Veneria	290	»
Altessano	250	»
Torino I	385	»
Torino II	244	»
Torino III	243	»
Torino IV	216	»

Ecco pertanto i risultati avuti in ciascuna stazione nel tempo anzidetto:

Valore dell'inclinazione a Torino e nei dintorni.

STAZIONE	DATA		INCLINAZIONE
Torino II.	1871	13 aprile	62° 10'.6
Rivoli	»	11 maggio	62 20 .4
Montaldo	»	14 maggio	62 17 .6
Sacra di S. Michele.	»	21 maggio	62 35 .6
Veneria Reale	»	1 giugno	62 13 .9
Soperga	»	22 giugno	61 58 .1
Montaldo	1872	21 luglio	62 8 .4
Torino III	1873	13 gennaio	61 45 .6
Montaldo	1877	26 aprile	62 2 .8
Rivoli.	»	15 maggio	62 11 .7
Altessano	»	17 maggio	62 18 .4
Torino I	»	24 giugno	62 12 .8
Montaldo	1880	30 maggio	61 59 .4
Rivoli	»	13 giugno	62 5 .8
Torino IV	»	11 luglio	62 11 .0

Dal precedente prospetto si fa manifesto che:

1° Nei piani di Torino e sulle colline limitrofe la per-

turbazione è, in generale, minore che a Moncalieri; però i valori ottenuti, salvo quelli di Torino III, rimangono sempre maggiori del normale.

2° I risultati avuti nella stessa pianura di Torino variano a seconda dei luoghi di osservazione, comechè a non grande distanza l'uno dall'altro.

3° Nelle due stazioni di Torino II e III, poste alla sinistra del Po, l'anomalia è minore che in quella di Santa Margherita (I), posta alla destra ed in luogo più elevato, come avviene a Moncalieri. La perturbazione è maggiore, avuto riguardo all'epoca, nella stazione sita sullo stesso fiume (IV).

4° Le due stazioni della Veneria e di Altessano, poste anch'esse alla sinistra del Po, danno valori variabili, e nella prima si ha un risultato minore, nella seconda maggiore di quello avuto alla destra del fiume medesimo.

5° Nella stazione elevata di Soperga, pure alla destra del Po, l'inclinazione è minore che in tutte le altre stazioni studiate all'epoca medesima, contro ciò che avviene a Moncalieri; invece alla Sacra di San Michele, che è la stazione più alta di tutte, si ha il massimo valore.

Però il medio di queste due stazioni elevate, cioè

$$62° \; 17'.3 \, ,$$

è poco diverso da quello delle quattro rimanenti stazioni, studiate nell'anno medesimo 1871, il quale si è:

$$62° \; 15'.6 .$$

Questo valore è di 44'.1 inferiore al medio di Moncalieri del 1871, e di 28'.0 più piccolo del medio delle due determinazioni fatte in questa stessa stazione, prima e dopo la serie delle esperienze suddette, cioè il 4 aprile e il 30 giugno 1871.

Pigliando pertanto i medî delle tre serie di misure eseguite a Torino e nei dintorni, ed escludendo dalla prima serie la Sacra di San Michele e Soperga, si ha:

1871. 4	62° 15'.6 ,
1877. 3	62 11 .4 ,
1880. 5	62 5 .4 .

Volendo rendere più omogenei questi risultati, fa d'uopo escludere le stazioni della Veneria e di Altessano, sia perchè

ciascuna non fa parte che di una sola serie, sia perchè non sono punto in accordo fra loro. Ritenendo quindi le sole tre stazioni di Torino, Rivoli e Montaldo, si ottiene:

1871. 4	62° 16'.2,
1877. 3	62 9.3,
1880. 5	62 5.4.

Finalmente, calcolando i soli valori di Montaldo e di Rivoli, siccome i meno influenzati da cause perturbatrici, ed assumendo per Montaldo il valore del 1872 invece di quello del 1871, perchè più prossimo al vero, risulta:

1871. 4	62° 14'.4,
1877. 3	62 7.3,
1880. 5	62 2.6,

Questi risultati offrono notevole accordo, come dirò più appresso.

Il Dottor Chistoni, nei giorni 23-25 agosto 1886, osservò all'Istituto Bonafous a Lucento, al NW di Torino dal lato stesso di Altessano e della Veneria, ed ebbe:

61° 34';

risultato inferiore a quelli da me ottenuti nelle due suddette stazioni; esso si avvicinerebbe di più a quello di Soperga 1871 e di Torino III del 1873, tenendo sempre conto dell'epoca.

Nel gennaio di quest'anno 1889, il Prof. Battelli, da me pregato, ripetè le misure all'isola di Armida ed a Rivoli. All'isola di Armida osservò il 19 gennaio nello stesso luogo da me studiato, ed ottenne:

61° 55'.2;

a Rivoli osservò il 24 gennaio, in posizione alquanto più a SE della mia, e trovò:

61° 38'.4.

E qui importa notare che gli inclinometri del P. Perry, di Chistoni e di Battelli erano tutti inglesi, della stessa costruzione del mio.

In ultimo, il 2 luglio 1883 feci misure magnetiche nel parco di S. A. R. il Duca di Genova ad Agliè, a circa 20 km. da Torino, e per l'inclinazione mi risultò:

62° 14'.6 ,

valore anch'esso maggiore del normale.

III.

La variabilità dei valori dell'inclinazione magnetica sulle due sponde opposte del Po fu rilevata fin dal 1861 dal Prof. Silvestro Gherardi, il quale, il giorno 8 settembre di tale anno, fece tre serie di misure dell'inclinazione con un inclinometro di Gambey: una a sinistra del Po, tra il borgo San Salvario ed il fiume; un'altra a destra, all'imbocco della Valle dei Salici; ed una terza sulla sponda stessa del fiume presso il ponte del Valentino.

I risultati furono:

Sponda sinistra	62°	40',
Sponda destra	62	16 ,
Sul Po	62	45 .

La maggiore inclinazione si ebbe quindi sullo stesso fiume, come l'avemmo anche noi; però gli altri due valori sono inversi dei nostri, giacchè sulla sinistra sono maggiori che sulla destra del fiume stesso.

È da notare peraltro che le mie osservazioni alla destra del Po sono tutte fatte sulla collina, che da questa parte lambisce il fiume; e solamente Soperga, che è la più alta da questo lato, dà valori minori di quelli della riva sinistra.

IV.

Le anomalie del magnetismo terrestre a Torino furono già molto tempo prima rilevate da Humboldt e da Gay-Lussac, i quali, trattando delle misure da essi fatte a Torino per determinare i valori assoluti delle costanti magnetiche, ebbero ad

affermare che questi furono *senza dubbio influenzati da qualche causa specialissima* (1).

Per avere un qualche schiarimento su codeste singolari discrepanze mi rivolsi al compianto ed illustre collega Bartolomeo Gastaldi, il quale mi ripetè ciò che altra volta avea scritto al ricordato Prof. Gherardi, rimandandomi alla lettera da questi inserita nella sua Memoria III sul *Magnetismo dei mattoni.*

Egli attribuisce un tal fatto alla notevole quantità di ciottoli di serpentino, di eufotide, di amfibolite e di dioriti che si trovano diversamente disseminati nell'ampio strato diluviale che si distende sulla pianura torinese sino ai piedi delle Alpi. Idee, nel complesso, non diverse da quelle del Gastaldi, espose alla R. Accademia de' Lincei dal Prof. Torquato Taramelli, il quale, a proposito delle perturbazioni notate dal Chistoni nei valori magnetici nella Liguria occidentale, affermò che esse « possono essere in rapporto o colla forte discordanza delle formazioni presso le dette località, oppure alla vicinanza delle serpentine, sviluppatissime al ponente di Arenzano, e certamente esistenti sotto la coltre dei terreni eocenici e miocenici dei colli di Torino. » Le stesse cose mi vennero in questi ultimi tempi confermate dal Prof. Federico Sacco, della R. Università di Torino, a cui mi rivolsi per maggiori schiarimenti sulla costituzione geologica dei singoli luoghi da me studiati.

Ora, è nota l'azione che le masse serpentinose e le eufotidiche, e, in generale, le così dette *pietre verdi*, nelle molteplici loro varietà, si hanno sugli strumenti magnetici, influendo sui medesimi o come ferro dolce o come ferro dotato di polarità magnetica, per causa degli ossidi ferrici o ferrosi che contengono in diverse proporzioni, come fu dimostrato da molti, e tra i più recenti citiamo i lavori del Cossa, del Keller e l'ultimo del Montemartini.

Ciò vale a spiegare, almeno in parte, la diversità delle perturbazioni da me trovate nel magnetismo terrestre col cangiare del luogo d'osservazione.

Vi potranno avere influenza altre cause, le quali forse si riveleranno coll'estendersi e col moltiplicarsi di questi studi nelle

(1) *Observations sur l'intensité et l'inclinaison de la force magnétique faites en France, en Suisse, en Italie et en Allemagne*, ecc. — *Mémoires de Physique et de Chimie de la Société d'Arcueil,* tom. I, pag. 22.

diverse contrade italiane, giacchè ormai è dimostrato che il magnetismo della terra, del pari che la gravità, non procedono in modo così regolare come si pensava un tempo, stante le scarse osservazioni che si avevano; ma l'uno e l'altra addimostrano anomalie non rare e non lievi, anche in contrade vicine ed apparentemente non influenzate da cause disturbatrici, per causa della diversa costituzione e discontinuità della massa interna del globo.

Parmi poi doversi accogliere con grandi cautele la ipotesi emessa da qualcuno, che cioè le alterazioni magnetiche avvertite soprattutto in queste nostre regioni possano aver relazione coi fenomeni sismici; perochè, com'è noto, questo tratto della valle del Po che circonda Torino è quasi del tutto immune dall'azione dei terremoti.

V.

Prima del 1871 le determinazioni delle costanti magnetiche a Torino furono scarse anzi che no. Quelle dell'inclinazione, che ho potuto trovare dopo le molte ricerche fatte, sono le seguenti:

1805	. . . . .	63° 3'	Humboldt
1838	17-18 giugno .	63 52 .2	Bache
1839	1 settembre .	63 55 .5	Quetelet
1842	14 agosto . .	63 56 .1	Plana
1843	9 giugno . .	64 11 .1	»
1858	. . . . .	62 57 .9	Gherardi
1860	. . . . .	62 25 .0	»
1861	8 settembre .	62 28 .0	»
1867	1 settembre .	62 27 .7	Kaëmtz

Questi valori, com'è naturale, non sono paragonabili tra loro, perchè fatti in luoghi e con metodi diversi, e per la maggior parte con istrumenti che non potevano offrire la precisione che ora richiedesi per queste indagini.

VI.

Per valutare la variazione annua, o, come suol dirsi, la variazione secolare dell'inclinazione in questa nostra contrada, ho messo a calcolo tutte le misure prese da me a Moncalieri

dal 1871 al 1884, e quindi anche le altre eseguite dal Chistoni nel 1886 e dal Battelli nel 1888.

I risultati avuti sono:

1871.3—1884.1	—1'.5
1871.3—1886.6	—1 .4
1871.3—1888.9	—1 .1

Per Torino ho calcolato le sole osservazioni eseguite a Rivoli ed a Montaldo, perchè, com'è stato detto, sono, fra tutte, le più omogenee e fatte sempre nello stesso luogo; ed ho pure messo a confronto le mie osservazioni all'isola di Armida con quelle di Battelli fatte nel punto medesimo.

Ecco i valori ottenuti, non guari diversi dai precedenti:

1871.4—1880.4	—1'.3
1871.4—1889.1	—1 .2

Tutti questi risultati vanno interamente d'accordo con gli altri molti che ho avuti dal calcolo delle misure prese in tutta Italia, dalle quali risulta che, al presente, la variazione secolare della inclinazione è, nell'Alta Italia, di

—1'.1 ,

e che, come già conoscevasi, essa va diminuendo lentamente d'anno in anno.

Le mie determinazioni fatte a Rivoli, poste a confronto colle ultime del Battelli, di cui innanzi ho detto, darebbero —1'.9, il qual valore è troppo grande; e ciò perchè, come pur si è accennato, le osservazioni furono eseguite in due luoghi diversi e troppo soggetti all'influenza tellurica.

Paragonando le mie osservazioni di Torino rispettivamente con quelle di Humboldt, di Bache, di Quetelet e di Kaëmtz, si hanno i seguenti valori per la variazione secolare dell'inclinazione magnetica nel secolo che corre:

1805 —1876.4 . . .	—3'.3	Humboldt
1838.5—1876.4 . . .	—2 .7	Bache
1839.7—1876.4 . . .	—2 .9	Quetelet
1867.7—1876.4 . . .	—2 .5	Kaëmtz

Da ultimo, se si mettono a confronto le osservazioni successive, cioè quelle di Humboldt colle altre di Bache e Quetelet, e queste colle ultime di Kaëmtz, si ha;

1805 —1839.1	—3'.8
1839.1—1867.7	—3 .0

Da tutti i suddetti risultamenti, che corrispondono a quelli ottenuti altrove in Italia, risulta chiaro la diminuzione della variazione annua della inclinazione magnetica, la quale al principio del secolo era di circa 4', ed ora si è ridotta a poco più di 1'. Ne rincresce che la scarsezza delle osservazioni antiche di Torino non permettono di fare calcoli e discussioni più accurati su questo riguardo.

VII.

In ultimo, adoperando i valori trovati colle mie osservazioni per la variazione annuale, ho calcolato i risultati delle misure da me fatte a Torino e nei dintorni in diversi tempi, riducendoli all'epoca 1890.0, ed ho avuto:

Veneria Reale	61°	45'.2
Altessano	62	1 .0
Sacra di San Michele	61	29 .6
Rivoli	61	49 .0
Montaldo	61	45 .9
Soperga	61	29 .6
Torino	61	46 .3
Moncalieri	62	32 .3

Il valore della variazione secolare nel 1890, come si è visto, si è di —1'.1; in seguito essa continuerà a diminuire di circa 0'.05 all'anno, prescindendo da perturbazioni e da alterazioni accidentali facili ad avverarsi. Quindi, se nulla avvenisse d'insolito, il minimo di tale valore accadrebbe intorno al 1910; cioè in quest'anno od in quelli non lontani la variazione dell'inclinazione sarebbe nulla, epperò l'inclinazione magnetica toccherebbe il minimo suo valore. È questa però una conclusione che merita ogni riserva, se si pon mente alla variabilità di tutti gli elementi del magnetismo terrestre.

Pertanto, dal fin qui detto si può comprendere di leggeri quanto sia difficile poter determinare, per questa nostra regione, il genuino valore dell'inclinazione magnetica; il che vale eziandio per gli altri elementi, come avrò occasione di far rilevare in seguito.

Questa stessa difficoltà peraltro s'incontra in molti altri punti d'Italia, le cui condizioni fisiche e geologiche sono così complesse e diverse; e con rammarico la troviamo maggiore là dove le osservazioni recenti sono più numerose e più precise, cioè a Torino, a Roma ed a Napoli.

Tutto ciò, mentre rende assai difficile la costruzione di una buona carta magnetica del nostro paese, addimostra quanto sia poco rigoroso il metodo seguito da alcuni, di tracciare cioè le curve magnetiche di una regione appoggiandosi solo ad un numero limitato di misure in questa eseguite.

L'Accademico Segretario
GIUSEPPE BASSO.

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 30 Giugno 1889.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. MICHELE LESSONA
PRESIDENTE

Sono presenti i Soci: B. PEYRON, Direttore, G. GORRESIO Segretario della Classe: FABRETTI, FLECHIA, CLARETTA, V. PROMIS, ROSSI, MANNO, BOLLATI di SAINT PIERRE, SCHIAPARELLI, PEZZI, CARLE, NANI, COGNETTI, ed il Socio Corrispondente NEGRONI.

Il Segretario legge l'atto verbale dell'adunanza precedente che viene approvato.

Il Socio V. PROMIS presenta, a nome dell'autore Barone Olivier de LAVIGERIE, un lavoro che ha per titolo « *L'Ordre de Malte depuis la Révolution française* ». L'Autore, dice il Socio PROMIS, esamina lo stato antico dell'Ordine, ragiona dei tristi avvenimenti che finirono colla cessione del gran Maestro dell'Ordine all'imperator di Russia, dell'occupazione di Malta per parte dei Francesi, della cessione dell'isola all'Inghilterra, di ciò che da quell'epoca operò l'Ordine sino ai tempi presenti.

Il Socio Prof. FERRERO manda dall'Ospizio del Gran San Bernardo, insieme con una sua lettera al Presidente dell'Accademia, un suo lavoro che ha per titolo « *Frammento di tavoletta votiva del Gran S. Bernardo* », il quale lavoro verrà pubblicato negli *Atti* dell'Accademia.

Il Socio Corrispondente signor Carlo Negroni prosegue e termina la lettura del suo lavoro critico sui codici della Divina Commedia di Dante che sommano oltre i seicento; discorre dei Codici Danteschi scritti nei primi cinquant'anni del secolo XIV, e dei Codici scritti in tempi più recenti ed indica i Codici di Dante più pregevoli che si trovano in varie Biblioteche pubbliche e private.

La Classe elegge i signori Professori Ignazio GUIDI e Aristide MARRE, Soci Corrispondenti, per rappresentare l'Accademia delle Scienze di Torino al Congresso degli Orientalisti che avrà luogo nel prossimo settembre a Stockolma.

LETTURE

Frammenti di tavolette votive del Gran San Bernardo;
Nota del Socio ERMANNO FERRERO

Nel museo dell'Ospizio del Gran San Bernardo ho trovato i resti di tre tavolette votive scoperti da alcuni anni, ma non ancora conosciuti per la stampa. Furono dissepolti dal canonico Enrico Lugon, i cui scavi diligenti al *Plan de Jupiter* accrescono da qualche tempo la collezione archeologica dell'Ospizio.

Nel 1883 si trovò la parte inferiore destra di una tabella larga mill. 160, alta mill. 90, con questo avanzo d'iscrizione, le cui lettere sono alte mill. 25:

N V S
MATRICVS

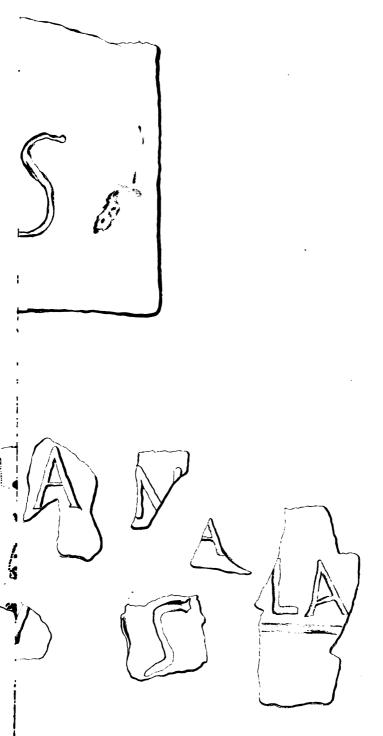
Il bronzo alquanto spesso è contorto per l'azione del fuoco; resti di bronzo fuso, evidentemente della stessa lastra, furono raccolti presso il frammento.

Nel 1885 venne alla luce una sottile lastra spezzata l. mill. 66, su cui si legge scritto a puntini:

L///IDIENVS·
V·S·L·
/M·PC

che facilmente si supplisce *L.* [*Auf*]*idienus* ..... *v*(*otum*) *s*(*olvit*) *l*(*ibens*) [*m*(*erito*) *I*(*ovi*) *o*(*ptimo*)] *m*(*aximo*) *Po*[*enino*].

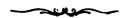
---

(1) *Not. degli scavi*, 1887, p. 468 e segg.

. dis.

Insieme con le cinque tavolette dissepellite nel 1887 (1) si trovarono minuti frammenti di una tabella sottile con lettere impresse nella parte posteriore e quindi a rilievo. Rimane qualche tratto della cornice a rilievo come le lettere. I frammenti scritti sono in numero troppo scarso per ottenere una ricomposizione anche parziale della tavoletta. In uno la sigla ﹥ seguita da LE indica la qualità di centurione legionario di colui, che pose l'*ex-voto*. Il numero II· in un altro frammento è probabilmente il numero od avanzo del numero della legione.

Con questi frammenti il numero di dette tabelle intere o spezzate possedute dall'Ospizio è di trentadue (1); la serie di questi notevoli monumenti epigrafici raggiunge il numero di quarantuno (2).

Ospizio del Gran San Bernardo, 28 giugno 1889.

---

(1) Esistono nel museo tutte le tabelle votive trascrittevi dal Promis e dal Mommsen, salvo il frammento *C. I. L.*, V, n. 6894, con tre sole lettere, copiato soltanto da quest'ultimo. A torto il Berard segnò come mancante il n. 6880 (*Atti della Società di archeologia e belle arti per la provincia di Torino*, t. III, p. 210, n. 21).

(2) Il n. 6866, che il Promis e il Mommsen copiarono dal poco fedele disegno dell'Hancarville, fu veduto dal Mowat nel museo Britannico e riprodotto nel suo libro *Notice épigraphique de diverses antiquités gallo-romaines*, Paris, 1887, p. 129. Questa del museo di Londra, una del museo di Brunswick ed una terza in quello di Berna sono le sole tavolette. che si sa esistano tuttora oltre a quelle dell'Ospizio. Anche i n. 6886 e 6890, scoperti nel 1837 dalla contessa Calleri di Sala nata di Villaguardia, più non si trovano.

L' Accademico Segretario
GASPARE GORRESIO.

DONI

FATTI

ALLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

E

OPERE ACQUISTATE PER LA SUA BIBLIOTECA

dal 26 Maggio al 23 Giugno 1889

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

NB. Le pubblicazioni notate con un asterisco si hanno in cambio; quelle notate con due asterischi si comprano; quelle senza asterisco si ricevono in dono

Donatori

Donatori	
Società di St. scientifici di Angers.	Bulletin de la Société d'Études scientifiques d'Angers; nouvelle série. XVIIe année, 1887. Angers, 1888; in-8°.
Università J. Hopkins (Baltimora).	*Johns Hopkins University Baltimore. — Studies from the biological Laboratory, etc.; vol. IV, n. 4; vol. 10, n. 4-6. Baltimore, 1888; in-8°.
Id.	American chemical Journal edited by Ira Remsen; vol. X, n. 4-6. Baltimore, 1888; in-8°.
Id.	Contributions to Meteorology, by Elias Laomis; chapter III. New Haven, Conn., 1889; in-4°.
Id.	American Journal of Mathematics, etc.; vol. XI, n. 1, 2, 4. Baltimore, 1888; in-4°.
Id.	Johns Hopkins University Circulars, etc.; vol. VII, n. 66, 67; vol. VIII, n. 68. Baltimore, 1888; in-4°.
Società di Scienze ed Arti di Batavia.	*Tijdschrift voor Jndische Taal-, Land-en Volkenkunde uitgegeven door het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen, etc.; Deel XXXIII, Aflevering Batavia, 1889; in-8°.

—— Notulen van de Algemeene en Bestuurs-Vergaderingen van het Bataviaasch Genootscap, etc.; Deel XXVI, Afler. 3. Batavia, 1888; in-8°. — Società di Scienze ed Arti di Batavia.

Algemeen Reglement en reglement van orde voor het Bataviaasch, etc.; opgericht op den 24sten April 1778 onder de Zinspreuk « Tot nut van't Algemeen ». Batavia, 1889; 1 fasc. in-8°. — Id.

Bollettino delle Scienze mediche pubblicato per cura della Società Medico-chirurgica e della Scuola Medica di Bologna, ecc.; serie 6ª, vol. XXIII, fasc. 5. — Società Med.-chirurg. di Bologna.

*Proceedings of the Boston Society of natural History; vol. XXIII, parts 3, 4. Boston, 1888; in-8°. — Società di Storia naturale di Boston.

*Annales de la Société R. malacologiqne de Belgique; t. XXII, 4ª série, t. II, année 1887. Bruxelles, in-8° gr. — Soc. malacologica del Belgio (Bruxelle).

—— Procès-verbaux des séances de la Société R. malacologique de Belgique; t. XVII, année 1888; pag. I-LXXII; in-8° gr. — Id.

*Bulletin de la Société belge de Microscopie; t. XV, n. 2-7. Bruxelles, 1889; in-8°. — Società belga di Microscopia (Bruxelle).

Jahresberich der k. Ung. geol. Anstalt für 1887. Budapest, 1889; in-8° gr. — R. Istit. geologico Ungarese (Budapest).

— Mittheilungen aus dem Jahrb der k. Ung. geol. Anstalt: VIII Band, 8 Heft. Budapest, 1889; in-8° gr. — Id.

Földtani Közlöny; etc.; XIX Kötet, 1-6 Füzet. Budapest, 1889; in-8° gr. — Id.

*Resultados del Observatorio nacional Argentino en Córdoba, etc; vol. X, Observaciones del año 1877. Buenos-Aires, 1888; in-4°. — Osservatorio naz. Argentino (Buenos Aires).

Bulletin of the Museum of Comparative Zoölogy at Harvard Collège; whole series vol. XVI, n. 4. (geological series vol. II); vol. XVII, n. 3. Cambridge, 1889; in-8°. — Museo di Zool. compar. (Cambridge).

*Journal of the Asiatic Society of Bengal; vol. LV, part. II, n. 5, 1887; vol. LVII, n. 4, 1888. Calcutta, 1889; in-8°. — Soc. Asiatica del Bengala (Calcutta).

—— Proceedings of the Asiatic Soc. of Bengal. etc., 1888, n 9, 10. Calcutta, 1889; in-8°. — Id.

*Bollettino mensile dell'Accademia Gioenia di Scienze naturali in Catania, ecc. nuova serie, fasc. VI, aprile 1889. Catania; in-8°. — Accad. Gioenia di Catania.

Mémoires de l'Academie R. de Copenhague; Classe des Sciences; vol. IV, n. 8. Copenhague 1888; in-4°. — Reale Accademia delle Scienze di Copenaghen

Reale Accademia delle Scienze di Copenaghen.	Bulletin pour l'année 1888, n. 3 et dernier; pour l'année 1889, n. 1. Copenhague; in-8°.
Scuola politecnica di Delft.	*Annales de l'École polytechnique du Delft; t. IV, 4 livrais. Leida, 1888; in-4°.
R. Accademia dei Georgofili di Firenze.	*Atti della R. Accademia economico-agraria dei Georgofili di Firenze; 4ª serie, vol. XII, disp. 1. Firenze, 1889; in-8°.
Istituto di Studi superiori in Firenze.	Pubblicazione del R. Istituto di Studi superiori pratici e di perfezionamento in Firenze (Sezione di Medicina e Chirurgia); 3 primi momenti dello sviluppo dei mammiferi; Studi di morfologia e patologia eseguiti sulle uova dei topi del Prof. A. TAFANI. Firenze, 1889; 1 fasc. in-8° gr.
Soc. di Medicina e Storia naturale di Heidelberg.	Verhandlungen des Naturhistorisch-medicinischen Vereins zu Heidelberg; neue Folge, IV Band, 2. Heidelberg, 1889; in-8°.
Società di Med. e St. nat. di Jena.	*Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaft herausg. von der medizinisch-naturwiss. Gesellschaft zu Jena; XXIII Band; neue Folge XVI, Heft 2 und 3. Jena, 1889; in-8°.
Società geologica del Belgio (Liegi).	*Annales de la Société géologique de Belgique; t. XIII, 2 livrais.; t. XV, 2 et 3 livraisons. Liège, 1888; in-8°.
R. Soc. Sassone delle Scienze (Lipsia).	*Abhandlungen der mathematisch-physicalischen Classe der k. Sächsischen Gesellschaft der Vissenschaften; Band XV, n. 5. Leipzig, 1889; in-8° gr.
Id.	— Berichte über die Verhandlungen der k. Sachsischen Gesellschaft der Wissenschapten, etc.; mathematische physische Classe; 1889, I. Leipzig, 1889; in 8°.
J. V. CARUS (Lipsia).	*Zoologischer Anzeiger herausg. von Prof. J. Victor CARUS in Leipzig; XII Jahrg, n. 308, 309. Leipzig, 1889; in-8°.
Reale Società di Londra.	*Proceedings of the R. Society of London; vol. XLV, n. 279. London, 1889; in-8°.
Società geologica di Londra.	*The quarterly Journal of the geological Society of London; vol. XLV, n. 178. London, 1889; in-8°.
R. Soc. astron. di Londra.	Monthly Notices of the R. astronomical Society; vol. XLIX, n. 7. London, 1889; in-8°.
Comitato per l'Espo. ital. e Londra.	Esposizione italiana di Londra, 1888 (la prima esclusivamente italiana tenuta oltre i confini della Penisola); Relazione. Londra; 1 vol. in-8°.
R. Soc. astron. di Londra.	*Monthly Notices of the R. astronomical Society of London; vol. XLIX, n. 6. London, 1889; in-8°.

Transactions of the Manchester geological Society, etc.; vol. XX, part. 8. Manchester, 1889; in-8°. — Soc. geologica di Manchester.

Transactions of the Meriden scientific Association; vol. III, 1887-88. Meriden, Conn., 1889; in-8°. — Assoc. scient. di Meriden, Conn.

*Boletin mensual do Observatorio meteorológico central de México; t. I, n. 11, 12. — Suplemento al n. 12 correspondiente al mes de Decembre de 1888. México, 1889; in-4°. — Osservatorio meteorol. centrale del Messico.

Atti della Società italiana di Scienze naturali; vol. XXXII, fasc. 1, fogli 1-6. Milano, 1889; in-8°. — Società Italiana di Sc. naturali (Milano).

*Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere; serie 2ª, vol. XXII, fasc. 9. Milano, 1889; in-8°. — R. Istit. Lomb. (Milano).

*Rendiconti dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche (Sezione della Società R. di Napoli); serie 2ª, vol. III, fasc. 5. Napoli, 1889; in-4°. — Società Reale di Napoli.

*Mittheilungen aus der Zoologischen Station zu Neapel zuglich ein Repertorium für Mittelmeerkunde; IX Band, 1 Heft. Berlin, 1889; in-8°. — Staz. Zoologica di Napoli.

Archivio italiano di Pediatria. — Periodico bimestrale fondato dal Professore L. Somma e diretto dal Dott. Cav. Giuseppe Somma, redattore Vincenzo Meyer; anno VII, 2ª serie, fasc. III, maggio 1889. Napoli; in-8°. — La Direzione (Napoli).

*The american Journal of Science, Editors James D. and Edward S. Dana, etc.; third series, vol. XXXVII, n. 217, 218, 219. New Haven, Conn. 1889; in-8°. — La Direzione (New-Haven).

Comptes rendus de l'Athénée Louisianais, etc.; 3ᵉ série, t. VI, livrais. 3ᵉ. Nouvelle Orleans, 1885; in-8°. — La Direzione (N. Orléans).

*Rendiconti del Circolo matematico di Palermo; t. III, fasc. 3. Palermo 1889; in-8° gr. — Circolo Matem. di Palermo.

*Gazzetta chimica italiana: anno XIX, fasc. 6. Palermo, 1889; in-8°. — La Direzione (Palermo).

Collection des anciens Alchimistes Grecs publiée, sous les auspices du Ministère de l'Instruction publique, par M. Berthelot, etc.; IVᵉ livraison comprenant: les Tables et Index alphabétique du text grec et la Traduction et l'Index alphabétique de l'Introduction. Paris, 1888; 1 fasc. in 4°. — Governo francese (Parigi).

*Bulletin de la Société Zoologique de France etc.; t. XIII, n. 9, 10; t. XIV, n. 1, 2. Paris, 1888; in-8°. — Soc. Zoologica di Francia (Parigi).

—— Mémoires de la Société Zoologique de France, etc.; 1 vol., 3 et dernière partie, feuilles 18 et 19. Paris, 1889; in-8°. — Id.

Scuola nazionale delle Miniere (Parigi). — *Annales des Mines: ou Recueil de Mémoires sur l'exploitation des Mines et sur les sciences et les arts qui s'y rapportent, etc.; 8e série, t. XIV, 6e livraison de 1888. Paris, 1888; in-8°.

La Direzione (Parigi). — Annales des maladies de l'oreille, du larynx, du nez et du pharynx, etc.; publiées par A. Gouguenheim; t. XV, n. 5. Paris, 1889; in-8°.

Società geologica di Francia (Parigi). — *Bulletin de la Société géologique de France; 3e série, t. XVI, n. 9, 10; t. XVII, n. 1, 2. Paris, 1888, 89; in-8°.

Soc. fisico-chim. di Pietroborgo. — Journal de la Société physico-chimique russe à l'Université de St.-Petersbourg, 1889; in-8°.

Società toscana di Scienze natur. (Pisa) — *Atti della Società toscana di Scienze naturali. — Processi verbali; vol. VI, pag. 189-210. Pisa, 1889; in-8° gr.

Osservat. imp. di Rio Janeiro. — Revista do Observatorio. — Publiçacão mensal do imperial Observatorio do Rio de Janeiro; anno IV, n. 4. Rio de Janeiro, 1889; in-4°.

R. Accademia dei Lincei (Roma). — *Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, ecc.; vol. V, fasc. 9, 1° sem. Roma, 1889, in-8° gr.

Soc. generale dei Viticol. ital. (Roma). — Bollettino della Società generale dei Viticultori italiani; anno IV, n. 10, 11. Roma, 1889; in-8° gr.

Società degli Spettr. ital. (Roma). — Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani, raccolte e pubblicate per cura del Prof. P. Tacchini; vol. XVIII, disp. 4.

La Direzione (Roma). — *Rivista di artiglieria e Genio; vol. II, maggio 1889. Roma; in-8°.

Municipio di Roma. — *Bullettino della Commissione speciale d'Igiene del Municipio di Roma; anno X, fogl. 4. Roma, 1889; in-8°.

R. Accademia dei Fisiocritici di Siena. — *Atti della R. Accademia dei Fisiocritici di Siena; serie 4a, vol. I, fasc. 3. Siena, 1889; in-8°.

Club alpino ital. (Torino). — *Rivista mensile del Club alpino italiano, ecc.; vol. VIII, n. 5. Torino, 1889; in-8°.

Soc. Meteor. ital. (Torino). — *Bollettino mensuale della Società meteorologica italiana, ecc.; serie 2a, vol. IX, n. 5. Torino, 1889; in-4°.

Accad. d'Agric., Arti e Comm. di Verona. — *Memorie dell'Accademia d'Agricoltura, Arti e Commercio di Verona; vol. LXIV della serie 3a, fasc. unico. Verona, 1888; in-8°.

Vienna. * * — Verandlungen der k. k. zoologisch-botanischen Gesellschaft in Wien, etc., Jahrg. 1889, XXXIX Band, I Quartal. Wien, 1889; in-8°.

Governo degli St.Un.d'Am (Washington). — Bulletin of the United States geological Survey; n. 40-47. Washington; 1887-1888; in 8°.

Mineral Resources of the United States, etc.; David T. DAY, chief of division of mining Statistics and Technology. Washington, 1888; 1 vol. in-8°. — Governo degli St. Un. d'Am. (Washington).

— Report upon international exchanges, under the Direction of the Smithsonian Institution for the year ending June 30 188; by J. H. KIDDER Curator. Washington, 1889; 1 fasc. in 8°. — Ist. Smithsoniano (Washington).

International Erdmessung; Das Schweizerische Dreiecknetz, herausgegeben von der Schweizerischen geodätischen Commission; IV Band, die Anschlussnetze der Grundlinien: III Band, die Balismessungen. Zürich, 1889; in-4°. — Comm. geodetica Svizzera (Zurigo).

Alla memoria del Prof. Giuseppe Meneghini. — Discorso commemorativo di Mario CANAVARI. Pisa, 1889; 1 fasc. in-8° gr. — L'Autore.

Joseph Henry and the magnetic Telegraph; an Address delivered at Princeton College, June 16, 1885; by Edward N. DICKERSON. New-York, 1885; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Revue géologique Suisse pour l'année 1888, par Ernest FAVRE et Hans SCHAARDT; XIX. Genève, 1889; in-8°. — Gli Autori.

Dosimetria per il Dott. Secondo LAURA; anno VII, n. 5. Torino, 1889; in-8°. — S. LAURA.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche

dal 16 al 30 Giugno 1889

Donatori

Monumenta Germaniæ historica, etc.; Scriptorum t. XV, pars. II, Hannoveræ, 1888; in fol°. — Annover * *

— Scriptorum rerum merovingicarum; t. II. Hannoveræ, 1889; in-4°. — Id.

Bulletin de la Société de Géographie commerciale de Bordeaux, etc.; 2° série, XII° année, n. 12. Bordeaux, 1889; in-8°. — Società di Geogr. comm. di Bordeaux.

Biblioteca nazionale centrale di Firenze; Bollettino delle Pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa; 1889, n. 83. Firenze, 1889; in-8° grande. — Bibl. nazionale di Firenze.

* Boletin de la R. Academia de la Historia; t. XIV, cuaderno 5. Madrid, 1889; in-8°. — Reale Accademia di Storia di Madrid.

* Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere; serie 2ª, vol. XXII, fasc. 11. Milano, 1889; in-8°. — R. Istit. Lomb. (Milano).

Temi di Premio proclamati dal R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti nella solenne adunanza del 19 maggio 1889. Milano; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Comp. ital. d' Ass. sulla vita (Milano). — R. Compagnia italiana di Assicurazioni generali sulla vita dell'uomo in Milano — Assemblea generale degli Azionisti, 28 aprile 1885: Rapporto della Direzione sull' esercizio 1888 — Relazione dei Sindaci. — Stato patrimoniale ed Allegati. Milano, 1888; 1 fasc. in-4°.

Soc. di Geografia (Parigi). — * Compte-rendu des séances de la Société de Géographie, etc.; 1889, n. 11, pag. 265-284; in-8°.

Ministero delle Finanze (Roma). — — Statistica del commercio speciale di importazione e di esportazione dal 1° gennaio al 31 maggio 1889. Roma, 1889; 1 fasc. in-8° gr.

Ministero di Agr. Ind. e Comm. (Roma). — Annali di Statistica; Statistica industriale, fasc. XVI. Roma 1889; in-8°.

Id. — — Compendio degli Organici delle Amministrazioni civili e militari dello Stato al 30 giugno 1888 Roma, 1889; 1 fasc. in-8°.

Id. — Annali di Statistica — Statistica industriale, fasc. XV: Notizia delle condizioni industriali della provincia di Novara, ecc. Roma, 1889; in-8°.

Id. — Bollettino di Notizie sul Credito e la Previdenza; anno VII, n. 4. Roma, 1889; in-8° gr.

Id. — Bollettino di Notizie sul Credito e la Previdenza; anno VII, n. 5. Roma, 1889; in-8° gr.

R. Accademia dei Lincei (Roma). — * Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, ecc; Vol. V, fasc. 11, 1° sem. Roma, 1889; in-8° gr.

Id. — Memorie della R Accademia dei Lincei — Classe di Scienze morali, storiche e filologiche, vol. IV, parte 2ª. Notizie degli Scavi, Novembre. Dicembre. Roma, 1888; in-4°.

Roma. * * — Raccolta ufficiale delle Leggi e dei Decreti del Regno d'Italia; vol. XCI, pag. 4401 — 5040; — vol. LXXX, parte principale serie 3ª, dal n. 5163 al n. 5888 *decies*; — vol. XXVIII, serie 2ª parte supplementare, anno 1888, dal n. MMDCCXCVI al n. MMMCXOV *bis*; Roma, in-8°.

La Direzione (Spalato). — * Bollettino di Archeologia e Storia dalmata; anno XII, n. 5. Spalato 1889; in-8°.

Accademia del Chiablese (Thonon). — * Mémoires et documents publiés par l'Académie Chablaisienne fondée à Thonon le 7 déc. 1886; P. II. Thonon, 1888; in 8°.

Cassa di risparmio di Torino. — Cassa di Risparmio di Torino — Resoconto finanziario per l'esercizio 1888, approvato dall'Amministrazione in seduta del 17 maggio 1889. Torino, 1889; 1 fasc. in-4°.

L'Autore. — Cristoforo Colombo e la sua famiglia — Rivista generale degli errori del sig. Harrisse; Studi storico-critici di Prospero PERAGALLO. Lisbona, 1888 1 vol. in-8° gr.

INDICE

DEL VOLUME XXIV

Elenco degli Accademici nazionali residenti, non residenti, stranieri e corrispondenti .... *Pag.* I-XXVIII

Adunanze della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali .. *Pag.* 1
109, 157, 233, 234, 309, 345, 399, 441, 442, 511, 561, 613, 701.

—— della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche .... » 59
143, 203, 269, 292, 327, 391, 411, 497, 498, 553, 601, 671, 719.

Doni .... » 91
102, 146, 152, 226, 230, 298, 305, 341, 343, 394, 397, 436, 439, 499, 507, 556, 559, 605, 609, 694, 698, 724, 726,...,...,

Condoglianze a S. M. il Re per la morte di S. A. R. il Principe Eugenio di Savoia Carignano .... » 157
234.

Programma pel VII premio Bressa .... » 297

Aducco (Vittorio) — Centro espiratorio ed espirazione forzata ...... » 446

Basso (Giuseppe) — Commemorazione di Rodolfo Clausius .... » 3

—— Eletto Segretario .... » 109

—— Commemorazione del Conte Paolo Ballada di Saint-Robert » 235

Battelli (Angelo) — Sulle proprietà termiche dei vapori; monografia presentata pei volumi delle *Memorie* .... » 701

Bellardi (Luigi) — I molluschi dei terreni terziarii del Piemonte e della Liguria, parte IV, ecc.; lavoro presentato pei vol. delle *Memorie* .... » 701

Bizzozero (Giulio) — Sulle ghiandole tubulari del tubo gastro-enterico e sui rapporti del loro epitelio coll' epitelio di rivestimento della mucosa; Nota 1ª .... » 110

—— Sulla derivazione dell'epitelio dell'intestino dall'epitelio delle sue ghiandole tubulari .... » 702

Bollati di Saint-Pierre (F. E.) — Presentazione di un Opuscolo di P. Meyer .... » 391

Boscalioni (Luigi) — V. Mattirolo.

CAMERANO (Lorenzo) — Sui primi momenti dell'evoluzione dei Gordii; lavoro presentato pei vol. delle Memorie .... *Pag.* 512
— Eletto Socio Nazionale residente .... » 345
— Osservazioni intorno alla struttura dell'integumento di alcuni Nematelminti .... » 757
CASTELNUOVO (Guido) — Geometria sulle curve ellittiche .... » 4
— Ricerche di geometria sulle curve algebriche .... » 346
CHEVREUL (Michele Eugenio) — Annunzio della sua morte .... » 561
CHISTONI (Ciro) — Sul calcolo del coefficiente magnetometrico per i magnetometri costrutti secondo il metodo del GAUSS, modificato dal LAMONT .... » 310
CLARETTA (Gaudenzio) — Presentazione di un' opera del Cav. Felice de SALLES .... » 554
— Sull'antichissimo Monastero torinese di S. Pietro dell' Ordine Benedettino .... » 672
COGNETTI DE MARTIIS (Salvatore) — L'Istituto Pitagorico .... » 208
COSSA (Alfonso) — Commemorazione di Ascanio SOBRERO .... » 158
— Comunicazione verbale preventiva di un suo studio sulla funzione chimica di un isomero del *Sale verde* di MAGNUS...... » 233
DENZA (Francesco) — L'inclinazione magnetica a Torino e nei dintorni; Nota .... » 821
D'OVIDIO (Enrico) — Il covariante Steineriano di una forma binaria di 6° ordine .... » 164
— Cenno sulla Nota del Prof. E. BELTRAMI « Un precursore italiano di Legendre e di Lobatschewky .... » 512
DROGOUL — Sul processo normale di ossificazione .... » 264
FABRETTI (Ariodante) — Presentazione di una statuetta di bronzo rappresentante la Vittoria .... » 141
FERRERO (Ermanno) — Una tavoletta votiva del Gran San Bernardo » 297
— Frammenti di tavolette votive del Gran San Bernardo .... » 838
GABBA (Francesco) — Eletto Corrispondente .... » 411
GENOCCHI (Angelo) — Annunzio della sua morte .... » 441
GIACOMINI (Carlo) — Su alcune anomalie di sviluppo dell'embrione umano; Comunicazione 2ª .... » 576
— Sul cervello di un Chimpansé; Comunicazione .... » 798
GORRESIO (Gaspare) — Discussione sull'epopea .... » 144
GRAF (Arturo) — Un monte di Pilato in Italia .... » 328
— Questioni di critica .... » 412

GRANDIS (V.) — Su certi cristalli che si trovano dentro il nucleo delle cellule nel rene e nel fegato .... *Pag.* 466

GUIDI (Ignazio) — Eletto Corrispondente .... » 411

JADANZA (Nicodemo) — Sulla misura diretta ed indiretta de' lati di una poligonale topografica .... » 177

LESSONA (Michele) — Relazione sopra la Monografia del Prof. Dott. F. SACCO « *I Cheloni Astiani del Piemonte* » .... » 443

MATTIROLO (Oreste) e BUSCALIONI (Luigi) — Ricerche anatomo-fisiologiche sui tegumenti seminali delle *Papilionaceae* .... » 614

MENEGHINI (Giuseppe) — Annunzio della sua morte .... » 345

MERKEL (Carlo) — Il Piemonte e Carlo d'Angiò prima del 1250, presentato pei vol. delle *Memorie* .... » 671
719.

MORELLI (Ettore) — Elettrometri ed emicicli. - Teoria ed applicazioni come wattometro, voltometro ed amperometro per correnti continue .... » 22

MOSSO (Ugolino) — Azione del freddo e del caldo sui vasi sanguigni; Nota 1ª .... » 777

NACCARI (Andrea) — Sull'azione difensiva dei parafulmini .... » 137

—— Azione delle scintille elettriche sui conduttori elettrizzati .... » 195

—— Relazione sulla Memoria del Dott. A. BATTELLI « *Sulle proprietà termiche dei vapori.* » .... » 732

NEGRONI (Carlo) — Sunto di una Monografia sul testo della Divina Commedia di Dante .... » 720

NOVARESE (Enrico) — Studio sull'accelerazione di ordine n nel moto di una retta .... » 400

OEHL (E.) — Nuove esperienze sulla eccitazione voltaica dei nervi .. » 245

OPPERT (Giulio) — Eletto Corrispondente .... » 411

PAGLIANI (Stefano) — Sopra alcune deduzioni della teoria di van't Hoff sull'equilibrio chimico coi sistemi disciolti allo stato diluito; Nota 1ª .... » 481

—— Nota 2ª .... » 527

PALMA di CESNOLA (Alessandro) — Eletto Corrispondente .... » 411

PARIS (Gastone) — Eletto Socio straniero .... » 411

PERTILE (Antonio) — Eletto Corrispondente .... » 411

PEYRON (Bernardino) — Dei sordo-muti ciechi di nascita; Trattatello del Teologo Bartolomeo ROETTI .... » 204

PIERI (Mario) — Sulle tangenti triple di alcune superficie del sesto ordine .... » 514

PIOLTI (Giuseppe) — Gneiss tormalinifero di Villar Focchiardo (Val di Susa)... *Pag.* 661

POLLONERA (Carlo) — Nuove contribuzioni allo Studio degli *Arion* europei .... » 623

PORRO (Francesco) — Effemeridi del Sole e della Luna .... » 36

PROMIS (V.) — Monete di G. B. Falletti Conte di Benevello.......... » 84

—— Nuovo marmo torinese scritto .... » 434

RIANT (Conte Paolo) — Annunzio della sua morte .... » 263

ROSSI (Francesco) — Trascrizione con traduzione italiana dei testi copti del Museo Egizio di Torino.......................... » 602

SACCO (Federico) — Il seno terziario di Moncalvo .... » 562

—— I Cheloni astiani del Piemonte; Monografia presentata pei vol. delle *Memorie* .... » 399
443.

SAINT-ROBERT (Conte Paolo Ballada di) — Annunzio della sua morte » 60, 109

SALVADORI (Tommaso) — Aggiunte alla Ornitologia della Papuasia e delle Molucche, parte I, ecc ; presentate pei vol. delle *Memorie* » 701

SALVIOLI (Ignazio) — Contrib. allo studio dell'accrescimento del tessuto connettivo ed in particolare della cornea e del tendine » 641

SASSERNÒ (Alberto) — Ricerche intorno alla struttura della colonna vertebrale del Genere *Bombinator*.............................. » 703

SCHIAPARELLI (Luigi) — Una lettura sulle memorie storiche del Comune e sugli Statuti della repubblica di Biella, raccolte, ordinate e in parte pubblicate da Q. SELLA .... » 61

SIACCI (Francesco) — Commemorazione del Presidente dell'Accademia Prof. Sen. Angelo GENOCCHI, presentata pei vol. delle *Memorie* » 512

SEGRE (Corrado) — Eletto Socio nazionale residente.............. » 345
442.

—— Le corrispondenze univoche sulle curve ellittiche; Nota..... » 734

VALLE (Guido) — L'equazione modulare nella trasformazione delle frazioni ellittiche .... » 374

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 23 Giugno 1889 . . . . Pag. 731

NACCARI — Relazione sulla Memoria del Dott. Angelo BATTELLI, intitolata: *Sulle proprietà termiche dei vapori* . . . . » 732

SEGRE — Le corrispondenze univoche sulle curve ellittiche . . . . » 734

CAMERANO — Osservazioni intorno alla struttura dell'integumento di alcuni Nematelminti . . . . » 757

MOSSO — L'azione del caldo e del freddo sui vasi sanguigni. – Parte prima . . . . » 777

GIACOMINI — Sul cervello di un Chimpansè . . . . » 798

DENZA — L'inclinazione magnetica a Torino e nei dintorni . . . . » 821

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 30 Giugno 1889 . . . . Pag. 8[illegible]

FERRERO — Frammenti di tavolette votive del Gran San Bernardo » [illegible]

DONI fatti alla R. Accademia delle Scienze dal 26 Maggio al 23 Giugno 1889 (*Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali*) . . . Pag. 840

DONI fatti alla R. Accademia delle Scienze dal 16 al 30 Giugno 1889 (*Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche*) . . . . » 845

INDICE DEL VOLUME XXIV . . . . » 847

☛ NB. *A questo fascicolo va unita la Tavola relativa alla Memoria del sig. Dott.* POLLONERA, *pubblicata nella 13ª Dispensa.*

Torino - Tip. Reale-Paravia.